EVCLIDIS MEGARENSIS MATHEMATICI CLARISSIMI ELEMENTORUM GEOMETRICORUM. LIB. XV.

Cum expositione THEONIS *in priores* XIII *à Bartholomæo Veneto Latinitate donata,* CAMPANI *in omnes, &* HYPSICLIS *Alexandrini in duos postremos.*

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data,

Postremum uero, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.

Ex Monasterij Sanctæ Praxedis de Urbe.





Monasterij S.ctæ Praxedis de Urbe

BASILEAE APVD IOHANNEM HERVAGIVM, MENSE AVGVSTO. ANNO M. D. XXXVII.

Cum priuilegio Cæsareo.

IOHANNES HERVAGIUS
Lectori S. D.



QUONIAM inhumanum est repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem latinam huius autoris in aliud tempus proferre, quod eò alacrius sumus persecuti, ne aditũ ad omnes disciplinas (quẽ Plato testatur fieri neglecta Geometria, latine tantũ eruditis prædudere uelle uideamur. Collatũ est itaque exẽplar Iacobi Fabri Stapulensis ductu Parisijs ante aliquot annos excusum, ad fidem Græci exemplaris à doctiss. uiro Christanno Herlino Mathematicarum disciplinarum publico apud Argentinenses professore, cui acceptũ feras quicquid hic aut ad Græcum exemplar aut alioqui docte restitutũ uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriã Marini, & Data, argumẽtorum similitudine inducti: cumq́ eo ipso tẽpore, quo opus absolueretur, libellum, siue potius fragmentum (nam uidetur esse mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoso, eum etiam addidimus, ut si quid hinc possit esse emolumenti boni consulas, sin minus, ne mea fide in studiosos desiderata, tuo commodo alicubi uidear non studuisse.

Vale.





ADOLESCENTIBVS. S. D.



NVLLVM aptius ornamentũ uestibulo huius libri, qui aditum patefacit ad geometriã, addi posse statuebam, quam symbolum, quod Plato in foribus scholæ suæ pinxisse dicitur, uidelicet, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Multorum autem coniecturas exercuit huius dicti interpretatio: Alij iudicant Platonem à Schola tanquam pollutos & prophanos arcere imperitos geometriæ, cuius elementa tunc omnibus qui liberaliter instituebãtur, statim à teneris tradi solebant. Alij transferunt ad mores, & significatum putant philosophiæ studiosis, ut geometrica proportione mediocritatem atque æquabilitatem quandam in omnibus officijs conseruent, quemadmodum & in Gorgia cum reprehendit iniustam opinionem Callidis, inquit eum negligere geometriam. Etsi autem satis apparet ex scriptis Platonis, libenter eum exempla geometrica ad mores accõmodasse, tamen dubitari non potest, quin in hoc symbolo simul aliquid de ordine disciplinarũ monuerit, & in geometria præparandos esse senserit eos, qui ad philosophiam accessuri eius essent. Eius sententiæ multæ grauissimæ caussæ sunt. Non enim tãtum releganda est hæc ars, ad mechanicos, qui ædificia, uasa, aut alia exigua corpora metiuntur, etsi ea etiam exercitatio liberalẽ doctrinam cõtinet, & magnas ad uitã utilitates affert. Sed philosopho propter alias multas causas opus geometriæ scientia. Inde enim oriũtur initia physices. Et passim in omnibus partibus physices plurimæ demonstrationes ex hac arte sumuntur, quales sunt primæ illæ, quæ ostendunt, Mundũ esse finitum, nõ esse plures mundos, nullum esse corpus infinitũ: sunt enim hæc uera physices exordia. Deinde cum demonstrationes geometricæ maxime sint illustres, nemo sine aliqua cognitione huius artis satis perspicit, quæ sit uis demonstrationum, nemo sine ea erit artifex methodi. Quare & Plato dixit, ob eam causam etiã discendam esse geometriã, quia eius cognitio conducat ad hoc, ut aliæ artes facilius, & rectius percipiantur. Sed maxime illustris utilitas est in metiẽda magnitudine terræ, & cœlestium corporũ ac spatiorum. Estque hæc summa laus geometriæ, quod non hæsit in exiguis & his inferioribus machinis, sed euolauit in cœlum, & humanas mentes humi abiectas rursus in illam cœlestem sedem subuexit, & admirandũ mundi opificium, & gubernationem eius nobis mõstrauit. Deniq; exultantes animos, in patriam ac familiaritatem celestium, atque adeo ad agnitionem Dei traduxit. Magnam enim uim habet ad confirmandas honestas opiniones de Deo, in animis hominum, hæc ipsa doctrina, in qua mũdi opificium & gubernatio spectantur. Cum igitur fontes huius præstã-

[redacted]

tissimæ partis philosophiæ de motibus cœlestibus, magna ex parte sint in geometr[illegible], satis grauis causa est, quare Plato monuerit accessuros ad philosophiam, ut geometriæ studium adderent. Hoc existimo Platonem illa inscriptione præcipue significasse, quam hic recitaui, ut cum adolescentes adhortari cuperem, ad expetendam hanc artem, qua utendũ est duce ad multas philosophiæ partes, adderet aliquid ponderis, nostræ orationi, Platonis autoritas. Quoties igitur in manus accipient hunc libellum studiosi, & in fronte legent Platonicam inscriptionem, cogitabunt se admoneri uoce Platonis, sed uotis & iudicijs omnium eruditorum, ut maximarum utilitatum causa hanc artem expetant. Necuero dubium est, quin naturas non distortas, delectet per sese Mensurarum ratio, ut natura capimur numerorum collatione aut concentu sonorum. Sed generosa & excelsa ingenia huius utilitatis magnitudo accendere ad hæc studia & inflãmare debet, qđ hæc ars aditũ patefacit ad illam præstantissimam philosophiam de rebus cœlestibus, quæ quãtum habeat dignitatis, quã multipliciter prosit hominum uitæ, minime obscurum est, præsertim ijs, qui non omnino abhorrẽt à ueræ ueterisꝗ; philosophiæ studijs. Scio has adhortatiões apud eos qui sordidis ingenijs præditi sunt, nihil proficere, qui præstantium disciplinãrum dignitatem non prospiciunt, aut sectantur quasdam uendibiliores artes, quæstus causa. Hos cum dupliciter sint ἀγεωμέτρητοι uel maxime excludit Plato. Nam & mentes habent monstrosas, & magno scelere turbant proportionem geometricam, cum non tribuũt suam artibus dignitatem. Sed recta ingenia, etiam mediocria, incitari possunt, ipsa artium admiratione, si admoneãtur, deinde si accedat artifex, qui commode tradat. Ideo spero aliquorum studia commoueri posse. Vos adolescentes adhortor primum ut cogitetis aspirantibus ad ueram laudem, contendendum esse omnibus ingenij atque animi uiribus, ut solidam & perfectam doctrinã uobis comparetis, quæ sit usui reipub. Hanc ad rem opus est toto choro artium, quæ ita inter se deuinctæ copulatæꝗ; sint, ut in singulis multa sint ex alijs uicinis artibus assumenda. Hæ uero duæ Numerorum & Mensurarum scientia, cum in physicis magnos habent usus, tum uero totam doctrinam de rebus cœlestibus pepererunt. Aristippum ferunt, cum amissis naufragio fortunis omnibus, ipse tamẽ cum paucis ad littus Rhodium saluus peruenisset in tabula, ambulãtem in littore, geometricas figuras in machinis quibusdam conspexisse. Quanquam autem mare & uiatico eos exuerat, & in loca eiecerat ignota, tamen conspectis illis figuris geometricis iussit socios bono animo esse, inquiens se uidisse hominum uestigia, gratulatusque est sibi & reliquis, quod nõ in barbarum littus eiecti essent, confirmauitque humanitatem erga hospites ac naufragos non defuturã illis hominibus, apud quos harum artium studia colerentur. Vtinam

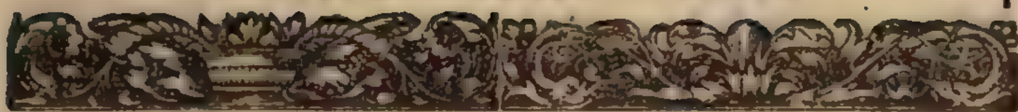
uero

ueto hominum uestigia quæ ibi in littore miratus est Aristippus, in scho/
lis etiam frequentiora essent. Iacent enim desertæ & neglectæ hæ artes,
multis iam seculis. Nam proxima ætas iuuentutem ab hac uera philoso/
phia ad insulsissimas cauillationes abduxerat. Nunc postquam hæ explo
sæ sunt è scholis annitendum erat, ut pura & natiua philosophia tradere/
tur, quæ conduceret ad solidam doctrinam consequendam. Nam hæc no/
stra ætas satis commonefacit nos, quantum opus sit reipu. perfecta doctri/
na, quia multi passim tum inopia iudicij, tum quia diserte explicare nihil
possunt. sparserunt, aut defendunt opiniones absurdas & confusaneas, ex
quibus in Ecclesia magna certamina, magnę dissensiones extiterunt. Nec
finis horum malorum erit ullus, nisi ad ueram & eruditam studiorum ra/
tionem iuuentus reuocata fuerit. Hanc ad rem conferre operam hi qui
præsunt Ecclesiæ ac reipub. profecto debebant. Sed eadem cura ad no/
strum officium pertinet, hoc est, ad eos qui docent, aut discunt in scholis.
Nam & nostrum munus ad rempub. pertinet. Diuinitus in hac statione
collocati sumus, ut doctrinam utilem generi humano cõseruemus & pro/
pagemus. Et flagitat hanc diligentiam Deus pariter à doctoribus & disci/
pulis. Quare iuuenes cogitent se etiam Deo hoc officij debere, ut solidam
& perfectam doctrinam expetant, profuturam Ecclesiæ ac reipub. Quos
in templa animos afferimus, eosdem decet in scholam afferre, uidelicet, ut
ibi res diuinas cognoscamus, & alijs patefaciamus. Si quis uenit in scholam
tantum ut inde auferat particulam aliquam doctrinæ, quæ possit ad quæ/
stum, aut ostentationem conferri, is sciat se polluere sanctissima doctrinæ
templa. Itaque si munus suum intelligent adolescentes, si scient quo ani
mo uersari in studijs debeant, facile impetrabimus ab ingenijs non mon/
strosis, ut recte atque ordine percipiant omnes artes, ut non inanem erudi
tionis umbram, sed ueram doctrinam auferre conentur. Quosdam deter/
ret à mathematis difficultas, sed hi, quod est iniquissimum, ante pronun
ciant quàm inspiciunt, priusquam degustarunt elementa, abijciunt & dam
nant totũ studium. Certe initia sine magno negocio percipi possunt,
quæ usum habent in uita, & in multis artibus. Hæc saltem prius cognosci
oportuit, quàm pronũciarent de difficultate. Deinde ordo qui præsertim in
geometricis est commodissimus, leuat laborem, & multum addit lucis. Po
stremo ubique traduntur demonstrationes, quæ etsi in artis extrema par
te, quasi in fastigio, longius recedunt ab oculis & conspectu nostro, ut ur
bes, quas procul uidemus, tamen in cæteris partibus, quia magis obuiæ
sunt oculis, multo minus habent difficultatis. Extrema ignauia est, prius
abijcere studium, quàm periculum feceris. Et mollities animi iniusta est,
nihil laboris uelle suscipere in discendo, cum quidem militia quædam sit,
uersari in literis. Et respubli. nobis maximarum rerum curam & conser/

uationem commendauerit, quas tueri sine acerrima contentione animorũ non possumus. Quare exuscitent nos, & ipsa artium dignitas, & publica utilitas, & meminerimus his uirtutis studijs etiam fortitudinem adiungendã esse, quæ non sinat animos languescere pigricia, quæ per omnes difficultates, ut ita dicã, ui sibi uiã faciat. Ac generosæ & heroicæ naturę, quę ad illas summas artes de rebus cœlestibus diuino aliquo adflatu, & ἐνθουσιασμῷ incitantur, facile has artes arripiunt, perinde ut hi, qui natura ad carmẽ idonei sunt, cito percipiunt syllabarum & pedum mensuras. Multum tamẽ ut in cæteris artibus etiam mediocria ingenia studio & diligentia assequentur. Ac siqui non totos se huic studio dedent, tamen his ad iudicia formanda, & ad intelligendos multos locos, qui in Aristotele & alijs laudatis autoribus obuij sunt, opus est cognitione elementorum geometriæ. Aristoteles pulcherrime pingit iusticiam in quinto Ethicorum his geometricis figuris, & species eius eruditissime discernit collatas ad Arithmeticam & Geometricam proportionem. Et traduntur eo in loco præcepta necessaria ijs, qui erudite de legum causis iudicare cupiunt. His plurimum affert lucis collatio sumpta ab Arithmeticis & geometris. Sed quia interpretes, quorum quidem libri extant, non intellexerunt hanc collationem, non solum obscurarunt, sed plane corruperunt totam Aristotelis sententiam, non secus ac si aliquam excellentem Apellis picturam sordibus & cœno conspersissent atque obruissent. Porro non solum turpe est interpreti, sed etiam molestum alijs lectoribus in tali loco tanquam in luto hærere & fraudari sententia autoris. Aristoteles enim prudentissime duas iusticiæ species constituit, quarum altera personarum gradus in legendis magistratibus, in imperijs, in ciuitate, & in familijs ordinat. Altera gubernat non solum contractus, sed omnes compensationes rerum, ut mercedes, damna, iniurias, pœnas. Iam cum explicatur quare in compensationibus requiratur Arithmetica portio. In altera uero iustitia legente magistratus ualeat geometrica, causæ iustitiæ ualde fiunt illustres. Ac sumpsit hanc ipsam collationem Aristoteles à Platone, qui cum summa uenustate & grauitate disputat, æqualitatem in ciuitatibus efficiendam esse, quia æqualitas gignat mutuum amorem, ut dici solet ἴσον ἴσῳ φίλον. Sed æqualitatem arithmeticam ait in imperijs, in legendis magistratibus turbulentam esse, geometricam uero salutarem esse ciuitatibus. Nam Geometrica æqualitas est, cum gradus constituuntur & delectus adhibetur, ut pro proportione tribuantur summa imperia optimis & prudentissimis ciuibus, & singuli intelligant quam partem muneris publici sustineant, & in suo ordine manent, non conturbant proportionem. Hunc statum ita prædicat Plato, ut hanc geometriam diuinam esse dicat, ac tum demum beatas fieri ciuitates, cum

Deus

Deus particulam huius geometriæ eis impertit, denique addit, ab hac geometria proficisci, quicquid est boni in rebus humanis, ut si in Ecclesia, autoritas esset summa optimorum, ac doctissimorum, & per gradus suum officium singuli intelligerent, & facerent, & suam quisque Spartam, ut dicitur, ornaret, imperiti cederent sententijs eruditorum. Quid Ecclesia beatius esset, si hac geometrica proportione constituta esset, quæ & tyrannidem prohibet, & popularem licentiam. Nam in tyrannide gradus nulli sunt, sed pariter omnes boni opprimũtur. In democratia, dominatur æqualitas arithmetica, iuxta quam omnes infimi sine delectu consequuntur summa imperia, fitq; status ille, quem maxime uituperat Achilles apud Homerum, cũ ait, nolle se in ea rep. esse in qua nullum sit discrimen bonorum & malorũ ciuium. ἐν δ' ἰῇ τιμῇ ἠμὲν κακὸς, ἠδὲ καὶ ἐσθλός. Quid bonis omnibus accidere posset optabilius quàm si geometrica proportio, quæ & tyrannidem & popularem licentiam prohibet gubernaret synodum Ecclesiasticam. Nec uero sine causa doctissimi homines delectati sunt geometricis similitudinibus, incurrunt enim in oculos, uelut picturę. Quare cum intelliguntur, ualde illustrãt disputationes, & multa monent admiratione digna. Inuitet igitur adolescentes & hæc causa ad elementa cognoscenda, quia magnos uiros uident amasse has figuras, & eorum scripta nõ posse intelligi nisi degustatis his artibus, etsi enim aliæ sunt multo maiores utilitates, de quib9 paulo ante dixi, tamen liberalibus ingenijs stimulum addit hoc quoq;, quod tales sentẽtias magnorum autorum & amãt, tanquã preciosissimas gẽmas, & uim earũ penitus perspicere cupiunt. Iã hæc ipsa exempla docẽt sententiam Platonicam, quam scripsit in uestibulo scholæ, nõ inepte ad mores accommodari, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Excludit à scholis eos, qui cõturbant geometricã proportionem, qui gradus honestorũ officiorũ nec intelligunt nec tuentur, qui sine lege inęqualiter, qua fert impetus, ruunt. Verissimũ enim est illud Æschyli dictũ, alium hominẽ alteri ciuitati cõuenire, ἄλλον ἀλλῇ πρὸς πόλει τεταγμένον. Vt igitur illa fera & barbarica ingenia, nõ cõueniunt ciuitati philosophicę, quia neq; mirãtur artes neq; doceri possunt. Ita ecõtra præditi moderatis ingenijs, quia incitari possunt ad hæc optima studia colenda, cõueniunt philosophicæ ciuitati, Tales inuitat Plato ac simul significat, quæ natura capax sit philosophię, quales mores apti sint his studijs, quæ ingenia ad amorẽ philosophiæ accendi possint, & quo doctrinę genere principio opus sit. Quare studiosi, cũ legẽt hãc Platonis inscriptionem ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω, meminerint se & geometricam æqualitatem in moribus præstare debere, & ad cæteras adiungere geometriæ studium. Vtrũq; est ingens ornamẽtum, & propter multas causas expetendũ. Bene Valete. Vuittẽberge. Mense Augusto. Anno M. D. XXXVII.



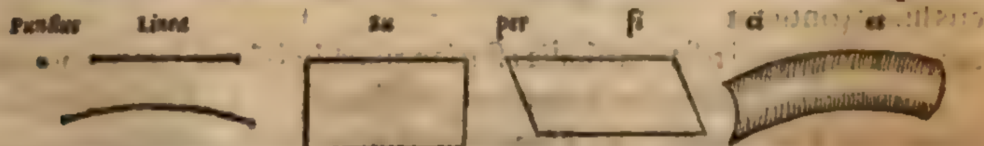
EVCLIDIS MEGAREN SIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORVM facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone græco commentatore, interprete Bartholpmæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

Ex Campano: triplex principiorum genus.
Primum Diffinitiones.



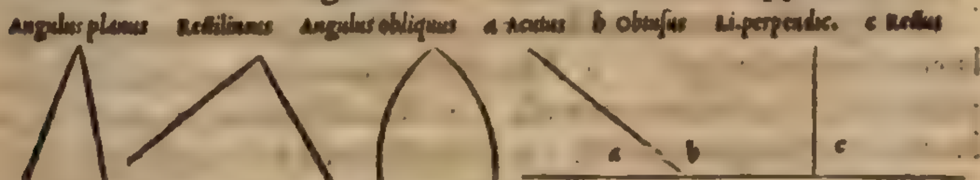
Vnctus est, cuius pars non est. 2 Linea, est longitudo sine latitudine. 3 Cuius quidem extremitates, sunt duo puncta. 4 Linea recta, est ab uno puncto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas eos recipiens.

5 Superficies, est quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. 6 Cuius quidem termini, sunt lineæ. 7 Superficies plana, est ab una linea ad aliam breuissima extensio, in extremitates suas eas recipiens.



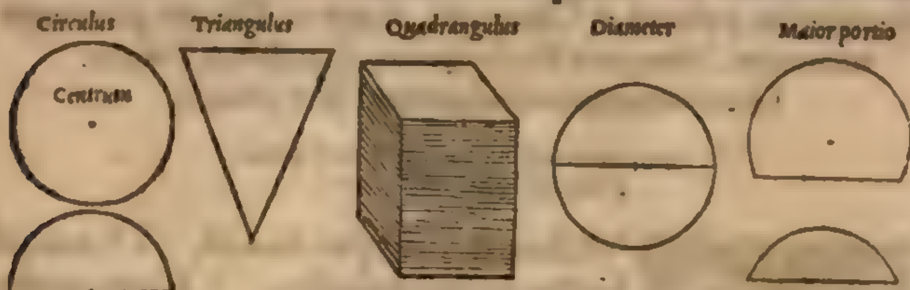
8 Angulus planus, est duarum linearum alternus contactus, quarum expansio est super superficiem, applicatioq; non directa. 9 Quando autem angulũ continent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur.

10 Quando recta linea super rectam steterit, duoq; anguli utrobiq; fuerint æquales, eorum uterque rectus erit, lineaq; lineæ superstans, ei cui superstat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uero qui recto maior est, obtusus dicitur. 12 Angulus uero minor recto, acutus appellatur.



13 Terminus, est quod uniuscuiusq; finis est. 14 Figura, est quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, est figura plana una quidem linea contenta quæ circũferentia nominatur, in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiam exeuntes, sibi inuicem

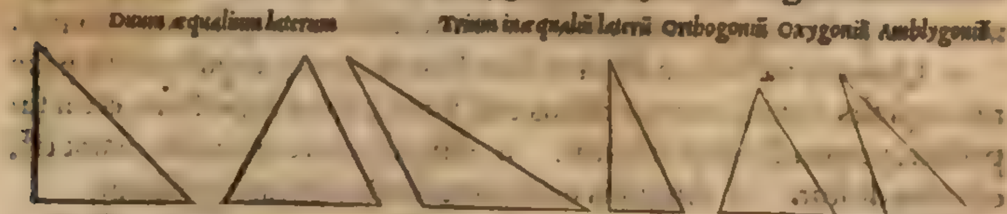
ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.
17 Diameter circuli, eſt linea recta quæ ſuper eius centrum tranſiens, extremitatesq́ʒ ſuas circunferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 19 Portio circuli, eſt figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta, ſemicirculo quidem aut maior aut minor.



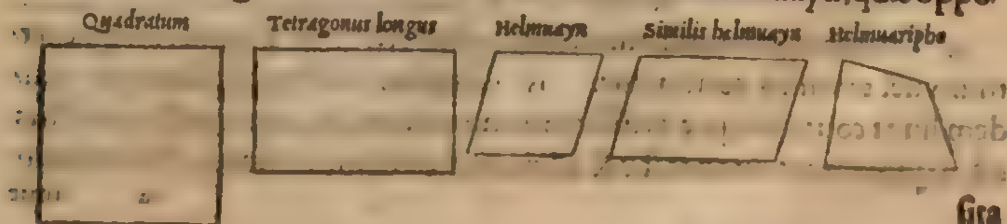
20 Rectilineæ figuræ, ſunt quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 22 Quædam quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 23 Quædã multilateræ, quæ pluribus q̃ʒ quatuor rectis lineis continentur.

Trilatera Quadrilatera Multilatera Aequilaterus

24 Figurarũ trilaterarũ, alia eſt triangulus, habẽs tria latera æqualia. 25 Alia, triangulus duo habens æqualia latera. 26 Alia, triangulus trium inæqualiũ laterũ. 27 Harum iterũ alia eſt orthogoniũ, unum, ſcilicet, rectum angulũ habens. 28 Alia eſt amblygoniũ, aliquẽ obtuſum angulum habens. 29 Alia eſt oxygoniũ, in qua tres anguli ſunt acuti.



30 Figurarũ autem quadrilaterarũ, alia eſt quadratum, quod eſt æquilaterum atqʒ rectangulũ. 31 Alia eſt tetragonus longus, quæ eſt figura rectangula, ſed æquilatera non eſt. 32 Alia eſt helmuayn, quæ eſt æquilatera, ſed rectangula non eſt. 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppo-



ſita

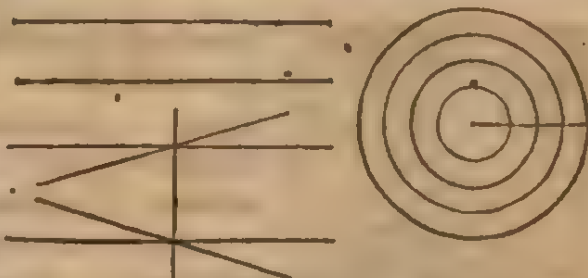
ſita latera habet æqualia atque oppoſitos angulos æquales, idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus continetur. 34 Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphe nominantur.

35 Æquidiſtantes lineæ, ſunt quæ in eadem ſuperficie collocatæ, atq; in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam ſi in infinitũ protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctũ, rectam lineam ducere: atq; lineam definitam, in continuũ rectumq́; quantum libet protrahere.

2 Super centrũ quodlibet, quantũlibet occupando ſpatium, circulum deſignare. 3 Omnes rectos angulos, ſibiinuicem eſſe æquales. 4 Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoq́; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, iſtas duas lineas in eandem partem protractas: proculdubio coniunctum iri 5 Duas lineas rectas, ſuperficiem nullam concludere.



Tertium Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem ſunt æqualia, & ſibiinuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia addãtur, tota quoq; fient æqualia. 3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquũtur erunt æqualia. 4 Et ſi ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquũtur erunt inæqualia. 5 Et ſi inæqualibus æqualia addas, ipſa quoq; fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipſæ ſibiinuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res quarum utraq; unius eiuſdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui ſuperponatur, applicetur q́; ei, nec excedat altera alterã, illę ſibiinuicẽ erunt æquales. 9 Omne totũ, eſt maius ſua parte.

CAMPANVS. Sciendum eſt autem, quod præter has cõmunes animi conceptiones, ſiue cõmunes ſententias, multas alias quæ numero ſunt incõprehenſibiles, prætermiſit Euclides: quarum hæc eſt una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiam eiuſdem generis comparẽtur: ſimul erunt ambæ illa tertia, aut æque maiores, aut æque minores, aut ſimul æquales. Item alia. Quanta eſt aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis, tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquã quartam eiuſdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuerſaliter uerum eſt, ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus, ſiue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum: in numeris autem, non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi, erit quilibet tertius æque ſubmultiplex alicuius quarti: quoniam numerus creſcit in infinitum, ſicut magnitudo in infinitum minuitur.



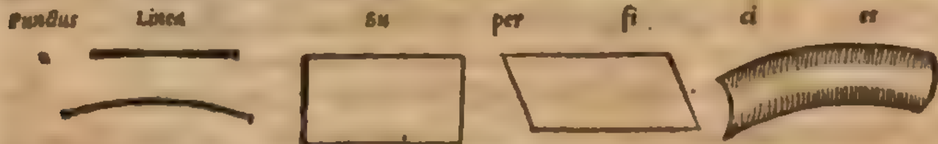
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete: Triplex principiorum genus.

Primum Diffinitiones.

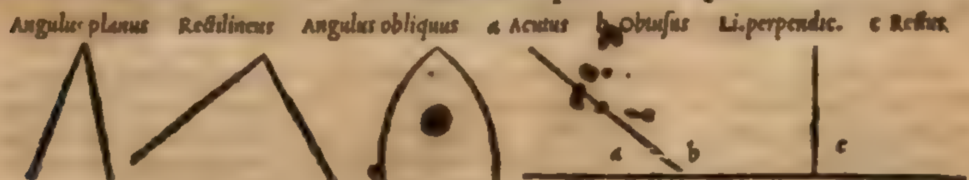


Ignum,eſt cuius pars nulla. 2 Linea uero,longitudo illatabilis. 3 Lineæ autẽ limites, ſunt ſigna. 4 Recta linea, eſt quæ ex æquali, ſua interiacet ſigna. 5 Superficies,eſt quæ longitudinem latitudinemq́ꝫ tantum habet.

6 Superficiei extrema, ſunt lineæ. 7 Plana ſuperficies, eſt quæ ex æquali, ſuas interiacet lineas. 8 Planus angulus,eſt duarum linearũ in plano ſeſe tangentiũ & non in directo iacentiũ,ad alterutrã inclinatio.



9 Quando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cum uero recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, utrobiqꝫ angulos æquales adinuicẽ fecerit, rectus eſt uterqꝫ æqualiũ angulorũ: & quæ ſuperſtat recta linea,perpendicularis uocitatur, ſuper quam ſteterit. 11 Obtuſus angulus, maior eſt recto. 12 Acutus uero,minor eſt recto. 13 Terminus,eſt quod cuiuſqꝫ finis eſt.

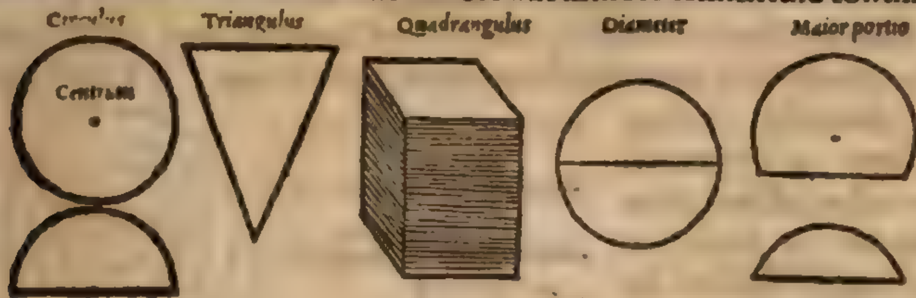


14 Figura eſt quæ ſub aliquo,uel aliquibus terminis comprehenditur.

15 Circulus,eſt figura plana una linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab uno ſigno introrſum exiſtente omnes prodeuntes lineæ,ipſiuſq́ꝫ circuli circunferentiam incidentes,adinuicem ſunt æquales.

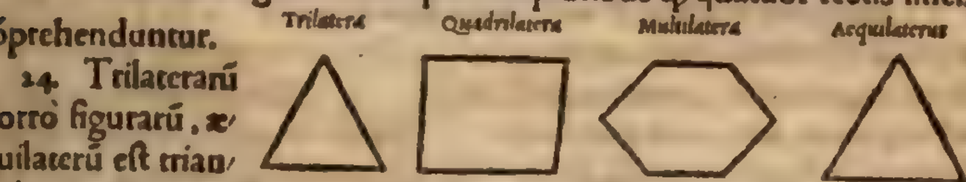
16 Centrum uero ipſius circuli id ſignum appellatur. 17 Dimetiens circuli,eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circũferentiam terminata, quæ circulũ bifariam diſpeſcit. 18 Semicirculus, eſt figura quæ ſub dimetiente & ea quæ per ipſam circuli circunferentia

ferentia sublata est, continetur. 19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea & circuli circũferentia aut maiore aut minore semicirculo continetur.



20 Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 21 Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 22 Quadrilateræ figuræ, sunt quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23 Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis cõprehenduntur.



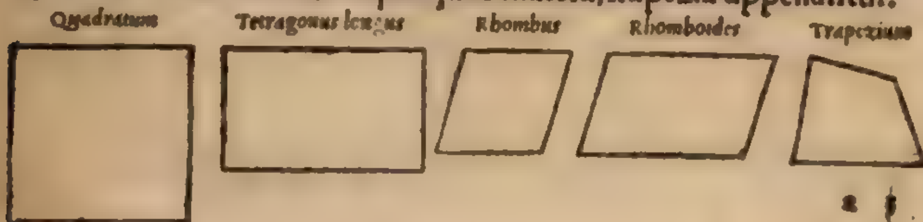
24 Trilaterarũ porrò figurarũ, æquilaterũ est triangulum, quod sub tribus æqualibus lateribus continetur.

25 Isosceles autem, est quod sub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenum uero, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarũ figurarũ, rectangulum triangulũ est quod rectum angulum habet. 28 Amblygoniũ autem, quod obtusum angulum habet. 29 Oxygoniũ uero, quod tres habet acutos angulos.



30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratum quidem, est quod & æquilaterũ ac rectangulum est. 31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterũ non est. 32 Rhombus, est quæ æquilatera, sed rectangula non est. 33 Rhomboides uero, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neq; æquilatera neq; rectangula est.

34 Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.



35 Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ in eodem exiſtentes plano, & ex utra- que parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Poſtulata.

1 Ab omni ſigno in omne ſignum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumq́ producere. 3 Omni cen- tro & interuallo, circulum deſcribere. 4 Omnes an- gulos rectos, adinuicem æ- quales eſſe. 5 Si in duas rectas lineas recta linea in- cidens, interiores & in eadē parte angulos duobus re- ctis minores fecerit, rectas lineas in infinitū productas concurrere neceſſe eſt ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores exiſtunt.

Tertium Communes ſententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia adijciātur, tota erunt æqualia. 3 Et ſi ab æqualibus æqualia au- ferantur, quæ relinquuntur æqualia erunt. 4 Et ſi inæqualibus æqualia adiungantur, tota erunt inæqualia. 5 Et ſi ab inæqualibus æqualia au- ferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiuſdem duplicia ſunt, ad- inuicem ſunt æqualia. 7 Et quæ eiuſdem ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicem. 8 Et quæ ſibimetipſis cōueniunt, æqualia ſunt adinuicem.

χωρίον 9 Totum, eſt ſua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ,* ſuperficiem non concludunt.

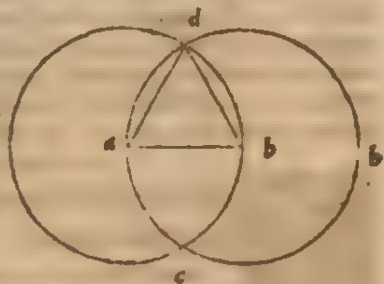
EVCLIDIS

Primi libri propositio prima.

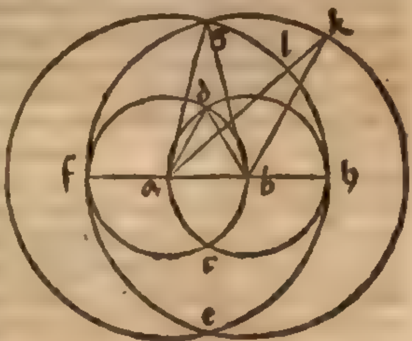


1 Riangulum æquilaterum: supra datam lineam rectam collocare.

Esto data linea recta: a b. uolo: super ipsam, triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatẽ, scilicet in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam usq; ad b: & describam secundum quantitatem ipsius lineæ datæ, per secundam petitionem circulum c b d f. Rursus alterã eius extremitatem, scilicet, punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & secundum eiusdem quantitatem, lineabo circulũ c a d h. qui circuli intersecabũt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarũ sectionũ sicut sectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionẽ. Quia ergo à puncto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b usque ad eius circunferentiam: ipsæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq; quia à puncto b quod est centrũ circuli c a d h, protractæ sunt lineæ b a & a d usq; ad eius circunferentiã, ipsæ erunt etiam æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis est lineæ a b, ut probatũ est: ipsæ erunt æquales inter se, per primam cõmunem animi conceptionẽ. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulum æquilaterum, quod est propositum.



CAMPANI additio. Si autẽ super eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorũ species, scilicet triangulum duûm æqualium laterum, & triangulũ trium inæqualiũ laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, usq; quo occurret circũferentijs amborum circulorum super duo puncta f & h. Et posito centro in puncto a: lineetur circulus e h g, secũdum quantitatẽ lineæ a h. Item posito centro in puncto b: lineetur circulus e f g, secundum quantitatẽ lineæ b f. Hi autẽ circuli intersecabunt se in duobus punctis quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarũ sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circũferentiã: ipsæ erunt æquales. Similiter quoq; a b & a h quia exeunt à centro circuli c a d h usque ad ipsius circunferentiã: ipsæ erunt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearũ a f & b h æqualis est lineæ a b: ipsæ erunt inter se æquales, ergo posita a b cõmuni: erit b f æqualis a h. sed b f æqualis ipsi b g: quia ambæ exeũt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; a h: est æqualis ipsi a g. & utraq; earum est maior a b: eo quòd utraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualium laterum super eandem lineam collocabimus: si aliquod punctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorũ circulorum quod non sit in altera duarum sectionũ, & cui non obuiet f h, cum in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k signatus in circunferentia circuli e f g: & non sit in altera sectionum, nec occurrat ei f h, cum protraheretur in continuum & directum eius usq; ad circunferentiã: protraham ergo lineas a k & b k. & secabit linea a k: circũferentiã circuli e h g: secet ergo in puncto l, eritq; b k per i cõmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionẽ circuli est æqualis b g, & a l æqualis a g: qua-

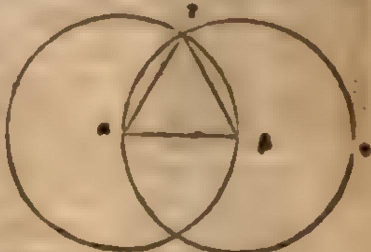


re a k, est maior b k. Sed & b k, est maior a b: triangules ergo a b k, est trium inæqualiũ laterũ. Sic igitur super datam lineã rectam, omnes triangulorũ species collocauimus.

Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata: triangulũ æquilaterũ constituere. 1

THEON ex Zamberto. *Sit data recta terminata linea: α β. Oportet super α β: triangulum æquilaterum constituere. Centro quidem α, spatio uero α β, circulus describatur β γ δ (per 3 postulatũ) & rursus (per idem) centro quidem β, spatio uero β α, alter circulus describatur α γ ε. Et (per 1 postulatũ) à signo γ, in quo se circuli adinuicẽ secant, ad α, β, signa connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniã α signũ, centrũ est circuli γ β δ, æqualis est (per 15 diffinitionẽ) α γ ipsi α β. Rursus quoniã β signum, centrũ est circuli γ α ε, æqualis est β γ ipsi β α. (per 15 diffinitionẽ). At ostensa est linea α γ, ipsi α β æqualis: utraq; igitur & γ α & γ β, ipsi α β est æqualis. Quæ autẽ eidem æqualia, & ad inuicẽ sunt æqualia (per 1 cõmunem sententiã) & γ α igitur, ipsi γ β est æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales ad inuicẽ sunt. Aequilaterũ igitur est triangulum α β γ, & constitutum super data recta linea terminata α β, quod fecisse oportuit.*



Euclides ex Campano. Propositio 2.

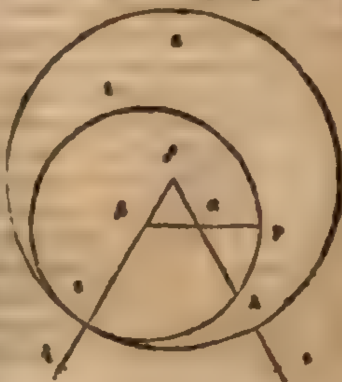


Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propositæ æquam rectam lineam ducere. 2

CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c linea recta data. uolo à puncto a, ducere lineam unam æqualem lineæ b c: in quamcunq; partem contingat. Coniungam ergo punctum a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uoluero: & coniungam ipsum a, cum extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterũ secundum doctrinã præcedentis. qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a scilicet: in extremitate c ponam pedem circini immobilem, describamq; super ipsum (per 3 petitionem) circulum secũdum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri q̃d opponitur puncto dato, scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti usq; ad eius circũferentiam: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quantitatẽ, lineabo circulum, posito centro in d: qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a usque ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipsius in puncto f. Dico igitur quod a f: est æqualis b c. nam b c, & c e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; d f & d e sunt æquales: quia exeunt a centro circuli e f, ad circunferentiã. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demantur de d e & d f quæ sunt æquales: erunt residua quæ sunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraq; duarũ linearũ a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: adinuicem sunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualẽ b c: quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Ad datum signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. 2



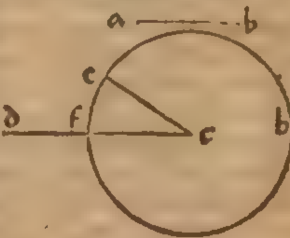
THEON ex Zamb. *Sit datum signum, α: data autẽ recta linea, β γ. oportet ad ipsum α: ipsi β γ rectæ lineæ æquã rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α, signo in β signum, recta linea α β, (per 1 postulatum) & constituatur super ea (per 1 propositionem,) triangulum æquilaterum sitq; illud, δ α β. & producantur (per 2 postulatum) in rectum ipsis, δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 postulatum) centro β, spatio uero β γ: circulus describatur γ η θ. & rursus (per idem) centro δ, spatio uero δ η, circulus describatur η κ λ. Quoniam igitur β signum, centrũ est circuli γ η θ, æqualis est (per 15 diffinitionem) β γ ipsi β η: & quoniam δ signum centrum est circuli η κ λ: æqualis est (per eandem) δ λ ipsi δ η, quarum δ α ipsi δ β,*

est æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β ε (per 3 cōmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod β γ ipsi β ε est æqualis, utraq; igitur & α λ & β γ, ipsi β ε est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, (per primam cōmunem sententiam) & adinuicem sunt æqualia. & linea α λ igitur, ipsi β γ est æqualis. Ad datum igitur signum, α, datæ rectæ lineæ β γ æqua recta linea collocata est α λ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 Ropositis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abscindere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & sit a b minor: uolo ex c d abscindere unam, quæ sit æqualis a b. Duco primo a puncto c, unam lineam æqualem a b, secundum quod docuit præcedens, quæ sit c e: posito ergo centro in puncto c, describam circulum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d: sit ergo ut secet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiusdem circuli ad circunferentiam, & quia utraque duarum linearū a b & c f est æqualis c e, ipsæ per 1 cōmunem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 3.

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiore, minori æqualem rectam lineam abscindere.

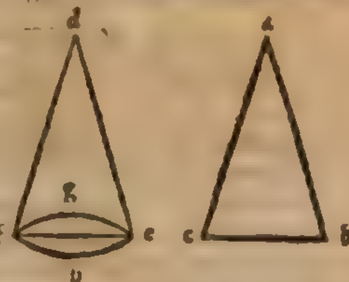
THEON ex Zamberto. *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, α β, γ, quarum maior sit α β: oportet ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualem rectam lineam abscindere. Ponatur (per secundam propositionē) ad signum α, lineæ (uero) rectæ γ, æqualis α δ, & centro quidem α, interuallo uero α δ, (per 3 postulatum) circulus describatur δ ε ζ. Et quoniam α signum, centrum est circuli δ ε ζ, æqualis est α ε ipsi α δ. At linea γ, ipsi α δ est æqualis: utraq; igitur & α ε, & γ, ipsi α δ est æqualis: quare & linea α ε, ipsi γ est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α β, γ, ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualis abscisa est α ε, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 Mnium duorum triangulorū quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua sese respicientia æqualia, reliqui uero anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

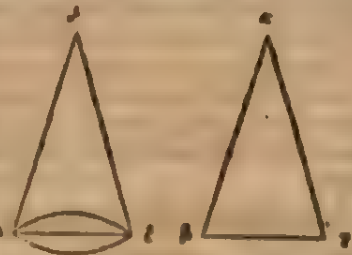
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quod basis b c, est æqualis basi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponam triangulū a b c, triangulo d e f, ita quod angulus a, cadat super angulum d, & latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autem per penultimam conceptionē, quod nec anguli, nec latera sese excedent, eo quod angulus a, est æqualis angulo d, & latera superposita: ijs, quibus superponūtur, per hypothesin: puncta ergo b c, cadent super puncta e f. Si ergo linea b c, cadit super lineam e f, patet propositum, quia cum linea b c superposita lineæ e f, non excedat eam nec excedatur ab ea, est ei æqualis per conuersionem penultimæ cōceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autem linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extra sicut linea e h f, tunc duæ lineæ rectæ concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionem.



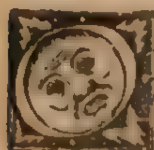
Eucli ex Zamb. Theorema primum. Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alte- 4
rum alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquũ erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera videlicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc est, δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, scilicet α β, ipsi δ ε, & α ε, ipsi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quod & basis β γ, basi ε ζ, est æqualis, & triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur, hoc est, α β γ ipsi δ ε ζ, & α γ β ipsi δ ζ ε. Congruente namq; triangulo α β γ ipsi δ ε ζ triangulo, ac posito signo α super δ, & α ϐ recta linea super δ ε, congruit & signum β signo ε, ex eo quia linea α β ipsi δ ε est æqualis (per hypothesin). Et congruente linea α β ipsi lineæ δ ε, congruit & linea recta α γ ipsi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ est æqualis (per hypothesin). At quoniam linea recta α γ, ipsi δ ζ est æqualis (per hypothesin): signum igitur γ, ipsi signo ζ congruit. Rursus quoniam γ signum ipsi ζ signo congruit, at β signũ ipsi ε signo congruit: basis igitur β γ, basi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipsi ε, & γ ipsi ζ, basis β γ, basi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem concludunt, quod (per 10 communem sententiam) est impossibile. Congruit ergo basis β γ, basi ε ζ, & ei est æqualis. Quare totum triangulum α ϐ γ, toti triangulo δ ε ζ congruit (per 8 communem sententiam), & ei est æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoque basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.

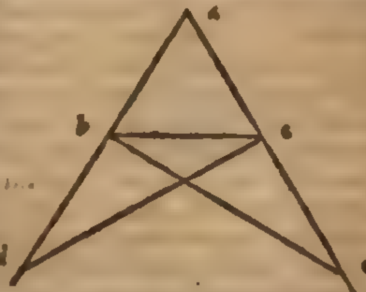


Eucli. ex Camp. Propositio 5.



Mnis trianguli duúm æqualiũ laterũ angulos qui super basin 5
sunt, æquales esse necesse est. Quod si eius duo latera directe protrahantur, fient quoq; sub basi duo anguli inuicẽ æquales.

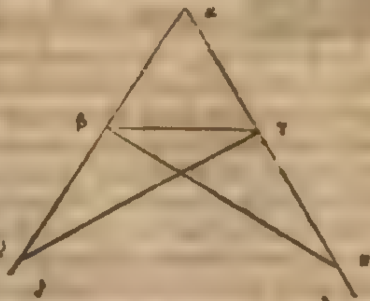
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico quod angulus a b c, est æqualis angulo a c b. Quod si protrahantur a b & a c usq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod sic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiam propositionem, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo esse æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, cõmunis utriq;: ergo per præmissam, basis b e est æqualis basi d c, & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos similiter probabo esse æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmissam basis basi. & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b (Et est secundum propositum, scilicet, quod anguli sub basi sunt æquales) & angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, est æqualis toti a c d, ut probatum fuit supra: ergo angulus a b c residuus, est per 3 cõmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b residuo, quorum uterque est supra basin. Et hoc est primum propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 5

5 Iſoſcelium triangulorũ qui ad baſin ſunt anguli, adinuicem ſunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt anguli, adinuicem æquales erunt.

THEON ex Zamberto. Sit triangulũ iſoſceles α β γ, æquum habens latus α β, lateri α γ, & producantur, (per 2 poſtulatũ) in rectum ipſis α β, α γ, rectæ lineæ β δ. Dico quod angulus α β γ, angulo α γ β eſt æqualis: & angulus γ β δ, angulo β γ ε. Capiatur in linea β δ, contingens ſignũ, ſitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propoſitionẽ) à linea α ε maiore, ipſi α ζ minori æqualis, ſitq; illa α η, & connectantur ζ γ & η β. Quoniam α ζ, ipſi α η, & α β, ipſi α γ, ſunt æquales. duæ igitur ζ α, α γ, duabus η α, α β, ſunt æquales altera alteri, & cõmunem angulum cõcludunt: qui ſub ζ α η, cõtinetur. Baſis igitur ζ γ, baſi η β (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis: & triangulũ α ζ γ, triangulo α η β, erit æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus latera æqualia explicantur: hoc eſt angulus α γ ζ, angulo α β η, & angulus α ζ γ, angulo α η β. Et quoniã tota α ζ, toti α η eſt æqualis, quarum linea α β, lineæ α γ eſt æqualis: reliqua igitur β ζ reliquæ γ η (per 3 cõmunem ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quod ζ γ ipſi β η eſt æqualis. Duæ autem β ζ, ζ γ, duabus γ η, η β, æquales ſunt altera alteri: & angulus β ζ γ, angulo γ η β (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & β γ baſis eorum, cõmunis eſt.



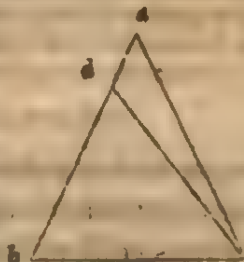
Triangulum igitur β ζ γ, triangulo γ η β, erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. (per eandem). Angulus igitur ζ β γ, angulo η γ β & angulus β γ ζ angulo γ β η ſunt æquales. Quoniam igitur totus angulus α β η, toti angulo α γ ζ (ut oſtenſum eſt) æqualis eſt, quorũ γ β η, angulo β γ ζ eſt æqualis: reliquus igitur angulus α β γ, reliquo angulo α γ β, (per 3 cõmunem ſententiã) eſt æqualis, & ad baſin ſunt trianguli α β γ. Oſtenſum eſt autem, quod angulus ζ β γ, angulo η γ β, eſt æqualis, & ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorũ qui ad baſin anguli ſunt, æquales ſunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui ſub baſi exiſtunt, æquales erunt adinuicem, quod demonſtrandum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.



6 SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoq; latera eius illos angulos reſpicientia æqualia erunt.

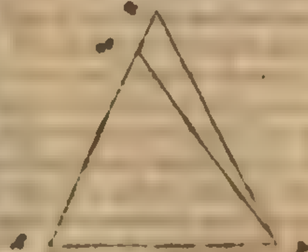
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ: quantũ ad primã partem ipſius. Sit enim triangulus a b c, cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico quod latus a b, eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia, erit alterũ maius: ſitq; a b maius, q̃d reſecetur ad æqualitatem a c per 3 propoſitionem, ut ſuperfluũ ſit a d, ad partẽ a, & reſecetur in puncto d, ſitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & b c d, quos probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypotheſin: ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, eſt æqualis angulo a b c per hypotheſin: ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 6.

6 Si trianguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, æquales quoq; angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicẽ erunt.

THEON ex Zamberto. Sit triangulum α β γ, æquum habens angulum α β γ, angulo α γ β. Dico quod & latus α β, æquũ eſt lateri α γ. Si enim æquale non eſt latus α β ipſi lateri α γ, alterũ eorum erit maius. Si maius α β. Et auferatur (per 3 propoſitionem) ab ipſo α β, maiore, ipſi α γ minori linea æqualis: ſitq; illa, δ β. protrahatur linea δ γ, (per 1 poſtulatum). Igitur quoniam latus δ β eſt æquale lateri α β, communis uero linea β γ: duo igitur δ β, β γ, latera duobus lateribus α γ & γ β ſunt æqualia alterum alteri, & angulus δ β γ, angulo α β γ, (per hypotheſin).



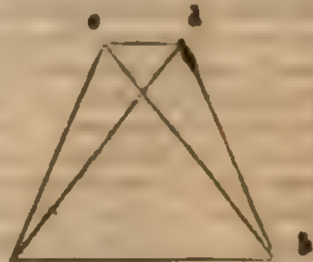
Baſis

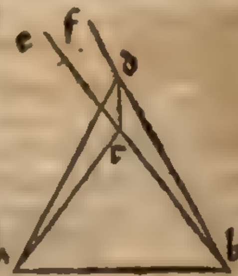
Basis igitur δ γ. (per 4 propositionem) basi α β, est æqualis: & triangulum δ β γ. (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus scilicet maiori, quod est impossibile. Latus igitur α β: latere α γ non est inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Cam. Propositio 7.


SI à duobus punctis aliquam lineã terminantibus, duæ lineę ad punctum unũ concurrentes exierint, ab eisdẽ punctis alias duas lineas singulas suis conterminalibus æquales qui ad alium punctũ concurrant, in eandem partem adduci est impossibile.

CAMPANVS. Sit linea a b: à cuius extremitatibus a & b, protrahantur duæ lineæ in partem unam quæ concurrant in eodem puncto. Vt sint lineæ a c & b c: quæ cõcurrant in puncto c. Dico quod in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ cõcurrant ad alium pũctum: ita quod illa quæ egredietur à puncto a sit æqualis a c, & quæ egredietur à pũcto b sit simul æqualis lineæ b c. quod si fuerit possibile, protrahãtur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in pũcto d, & sit a d æqualis lineæ a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulum a b c: aut extra: nam in alterum laterum non cadet: quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extra, aut altera linearum a d & b d secabit alteram linearum a c & b c, aut neutra neutram. Et secet primo altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propositionẽ.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandem æquales. Et quia angulus b d c est maior angulo a d c, sequitur angulum b c d esse maiorẽm angulo a c d, partẽ s. toto, quod est impossibile. Si autẽ d cadat extra triãgulũ a b c, ita quod lineæ se nõ secẽt, protrahã lineam d c & producã, b d & b c sub basi usque ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sũt æquales, erũt anguli a c d & a d c æquales per 5, similiter quia b c & b d sunt æquales, erunt anguli sub basi qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiusdẽ. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d: sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens: si d punctus cadat intra triangulum a b c.

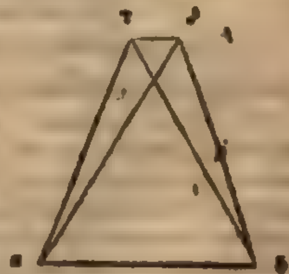




Eucli. Ex Zamb Theorema 4. Propositio 7.

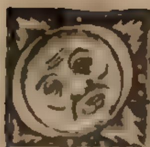
Super eadem recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

THEON ex Zamb. Si enim est possibile, super eadem recta linea α β. duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri constituantur ad aliud atque aliud signum, hoc est, γ & δ, ad easdem partes scilicet γ δ, eosdem fines, hoc est, α β, possidentes, ut, æqualis, sit γ α, ipsi δ α, eundem finem habens, hoc est, α, & γ β. ipsi δ β, eundẽ finẽ habens, hoc est, β: cõnectatur γ δ (per 1 postulatum). Quoniam igitur α γ æqualis est ipsi, α δ: æqualis erit quoque angulus α γ δ, angulo α δ γ. Minor igitur est angulus γ δ, angulo β δ γ: multo minor igitur est angulus β γ δ angulo β δ γ. Rursus quoniã β γ, ipsi δ β est æqualis: æquus est igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Ostẽsum est autẽ quod admodũ minor, quod est impossibile. Super igitur eadẽ recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines rectis primis lineis possidentes, quod demonstrasse oportuit.

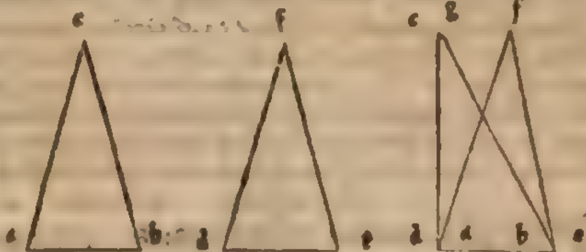


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 Mniū duorū triāgulorū quorū duo latera unius duobus lateribus alterius fuerit æqualia, basisq; unius basi alteri æqualis duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

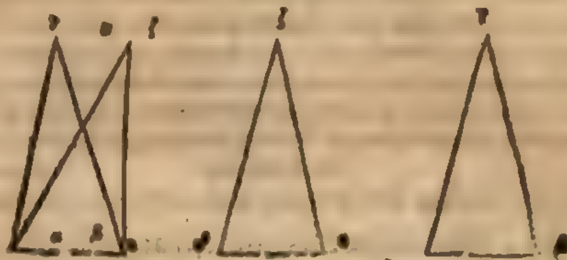
CAMPANVS. Sint duo triāguli a b c, d e f: sitq; a c æqualis d f et b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo qđ angulus c est æqualis āgulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b angulo e. Superponā basin a b, basi d e quæ cū sint æquales neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctum f: aut nō. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f, & neuter excedit alterū eo quòd a c super d f & b c super e f cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f: cadat super quemlibet aliū qui sit punctus g. quia e g est æqualis b c, imo eadē: itemq; quia d g est æqualis a c: erit d g æqualis f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentē.



Eucli. ex Zam. Theorema 5. Propositio 8

8 Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualē: angulum quoq; angulo suo æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

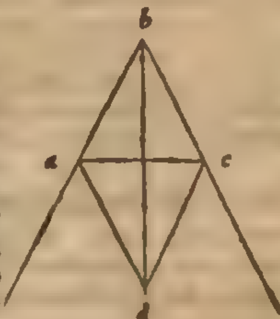
THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera α β, α γ duobus lateribus δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri. hoc est α β ipsi δ ε, & α γ ipsi δ ζ: habeantq; basin β γ basi ε ζ æqualē. Dico quod angulus β α γ: angulo ε δ ζ est æqualis. Congruente enim triangulo α β γ ipsi triangulo δ ε ζ. & posito quidem β signo, super ε signum & recta linea β γ super ε ζ: congruit quoq; signū γ ipsi ζ signo, quoniā β γ æqualis est ipsi ε ζ: Cōgruēte uero β γ ipsi ε ζ: congruūt quoq; & β α, α γ ipsis ε δ, δ ζ. Si enim basis β γ basi ε ζ cōgruit, at β α, α γ latera, lateribus ε δ, δ ζ, nō congruent, sed different, sicut ε η, η ζ: constituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signū ad easdem partes, eosdemq; fines poßidentes Non constituuntur aūt (per 5 propositionem.) Nō igitur congruente basi β γ basi ε ζ non cōgruunt quoq; & β α, α γ latera ipsis ε δ, δ ζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ε δ ζ cōgruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basinq; basi æqualem: angulum quoq; angulo sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt. quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 Atum angulum: per æqualia secare.

CAMPANVS. Sit datus angulus quē oportet diuidere: angulus a b c. Lineas ipsum cōtinentes quæ sunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propositionem, & producā lineam a c: super quā constituam triangulum æquilaterū, a d c per 1 propositionē, & protraham lineā b d. Dico quod ipsa diuidit datum angulū per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d sunt æqualia duobus lateribus c b et b d trianguli c b d: & basis a d basi c d. ergo per præceden-



tem angulus a b d est æqualis angulo c b d, quod oportebat efficere.

Eucli. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 9.*

9 Datum angulum rectilineum, bifariam secare.

THEON. *ex Zamberto. Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipsum bifariam secare. Suscipiatur super linea α β cōtingens signum, sitq́; illud δ. & à linea α γ (per 3 propositionem) auferatur α ε: ipsi α δ æqualis. & (per 1 postulatum connectatur linea δ ε: constituaturq́; (per 1 propositionem) super δ ε, triangulum æquilaterum, sitq́; illud δ ζ ε, & cōnectatur (per primum postulatum: linea δ ζ. Dico quod angulus β α γ: à linea α ζ bifariam secatur. Quoniam α δ est æqualis ipsi α ε, cōmunis uerò α ζ: binæ igitur δ α, α ζ sunt altera alteri æquales. At basis δ ζ, basi ε ζ (per 1 propositionē) est æqualis: angulus igitur δ α ζ angulo ζ α ε (per 8 propositionē) est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub β α γ, bifariā sectus est à recta linea α ζ, quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 10.*

10 PRoposita recta linea: eam per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit proposita linea quā oportet diuidere per æqualia: linea a b, super ipsam cōstituam triangulum æquilaterū a b c, & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinā præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d: diuidit datam lineā a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d triāguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo per 4. basis a d, basi b d qđ est ꝓpositū.



Euclidis ex Zamb. *Problema 5. Propositio 10.*

10 Datam rectam lineam terminatam: bifariam secare.

THEON. *ex Zamberto. Sit data linea terminata α β oportet lineā α β bifariam secare. Constituatur (per 1 propositionem) super ea, triangulum æquilaterum α β γ. Et (per 9 propositionem) secetur angulus α γ β bifariam: à recta linea γ δ. Dico quod linea recta α β: bifariam secatur in signo δ. Quoniam enim (per 1 propositionem) α γ ipsi γ β est æqualis, communis uero γ δ: duæ igitur α γ, γ δ, duabus β γ, γ δ sunt æquales altera alteri. & angulus α γ δ angulo β γ δ æquus est. basis igitur α δ, (per 4 propositionem) δ β est æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariam secta est in signo δ. quod faciendum fuerat.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 11.*

11 DAta linea recta, à puncto in ea signato perpendicularem extrahere: duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque subnixam.

CAMPANVS. Sit data linea a b: in qua sit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituo triangulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quod ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionē angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Problema 6.* *Propositio 11.*

11 Data recta linea, à signo in ea dato rectā lineā ad angulos rectos excitare.

THEON. *ex Zamb. Sit data recta linea α β datū uero in ea signum sit γ. Oportet ab ipso signo γ, ipsius rectæ lineæ α β: ad angulos rectos rectā lineam excitare. Suscipiatur in ipsa α γ cōtingens signū, sitq́; illud δ: & ponatur ipsi δ γ: (per 3 propositionem) æqualis linea γ ε, & super δ ε, (per 1 propositionē) cōstruatur triangulum æquilaterum*

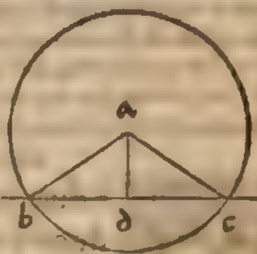
laterum ζ δ ε, & connectatur linea ζ γ. Dico quod datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipsa signo quod est γ, ad rectos angulos, ζ γ recta linea excitata est. Quoniam enim δ γ æqualis est ipsi γ ε, cõmunis uero linea γ ζ, duæ igitur δ γ, γ ζ, duabus ε γ & γ ζ altera alteri sunt æquales: & basis δ ζ (per 1 propositionem) basi ε ζ est æqualis. Angulus igitur δ γ ζ, angulo ε γ ζ (per 8 propositionem) est æqualis, & sunt * utrobique. Cum autem recta linea super recta linea cõsistens, * utrobique angulos ad inuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorum rectus est. (per 10 diffinitionem.) Igitur angulus δ γ ζ, & angulus ζ γ ε, sunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea signo γ, ad rectos angulos recta linea γ ζ excitata est, quod fecisse oportuit. ipsi sũt / ipsi sũt



Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 
Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

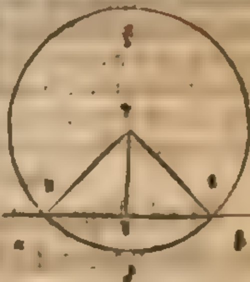
CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineã b c, à quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utramque partem, quantum libuerit: & super punctum a, describã circulum b c, sic ut secet lineam datam in punctis b, c, & protrahã lineas a b & a c, & diuidam angulũ b a c per æqualia, per lineam a d, per 9 propositionem. Dico quod a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propositionẽ basis b d æqualis basi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterque eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 12.

12 Super datam rectam lineam infinitã, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

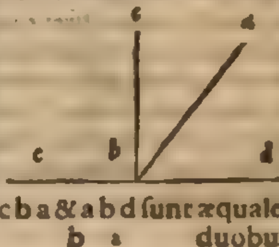
THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita, sitque illa α β, datum uero signum quod in ea non est, sit γ. Oportet super datam rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius α β rectæ lineæ contingens signum, sitque illud δ, & centro quidem γ, interuallo uero γ δ, (per 3 postulatum) circulus describatur ε ζ η. Seceturque (per 10 propositionem) ε η bifariam, in signo θ, & connectantur (per 1 postulatum) rectæ lineæ γ η, γ θ, γ ε. Dico quod super datam rectam lineam infinitã α β, à dato signo quod in ea nõ est, uidelicet, γ, perpendicularis ducta est recta linea γ θ. Quoniã η θ ipsi θ ε est æqualis, cõmunis uero θ γ: duæ igitur η θ, θ γ, duabus ε θ, θ γ, sunt altera alteri æquales, & basis γ η, basi γ ε (per 15 diffinitionẽ) est æqualis. Angulus igitur γ θ η, angulo ε θ γ (per 8 propositionẽ) est æqualis, suntque * utrobique. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam, angulos * utrobique adinuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorũ rectus erit (per 10 diffinitionem) & superstans recta linea perpendicularis uocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est γ θ, quod fecisse oportuit. ipsi sũt / ipsi sũt



Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 
Mnis rectæ lineæ super rectam lineam stantis duo utrobique anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, superstet lineæ c d, quæ si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per conuersionẽ diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpẽdicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11, eruntque duo anguli e b c & e b d recti per conuersionẽ dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquãtur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erunt æquales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt æquales duobus rectis, sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo anguli c b a & a b d sunt æquales





duobus rectis, quod est propositum. Ex quo patet totum spatium quod in qualibet superficie plana punctum quodlibet circumstat, quatuor rectis angulis esse æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 13.

13 Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, super rectam lineam γ δ consistens, angulos efficiat γ β α & α β δ. Dico quod γ β α & α β δ anguli, aut duo recti sunt, aut duobus rectis æquales. Quod si angulus γ β α, est æqualis angulo α β δ, iam duo recti sunt. At si non excitetur (per 11 propositionem) à dato signo β lineæ γ δ, ad angulos rectos linea β ε, anguli igitur γ β ε, ε β δ, (per 10 diffinitionē) sunt recti. At quoniā angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis est æqualis, communis ponatur angulus ε β δ: igitur anguli γ β ε, ε β δ, tribus angulis, hoc est γ β α, α β ε, ε β δ, sunt æquales. Rursus quoniā angulus δ β α duobus angulis δ β ε, ε β α est æqualis, cōmunis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli δ β α, α β γ, tribus angulis δ β ε, ε β α, α β γ sunt æquales. Ostensum est autem quod anguli γ β ε, ε β δ, eisdem tribus sunt æquales: quæ autem eidem sunt æqualia, (per 1 cōmunem sententiam) & sibi inuicem sunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β δ, angulis δ β α, α β γ sunt æquales. At anguli γ β ε, ε β δ sunt duo recti, & anguli igitur δ β α, α β γ, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 I duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuersas partes exierint, duosq́; circa se angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duæ lineæ sibi directe coniunctæ sunt & linea una.

CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppositas partes, quæ sint b c & b d, & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quod duæ lineæ c b & d b, sunt sibi inuicem directe cōiunctæ & linea una. Hæc est quasi conuersa prioris. Quod si non fuerint linea una, tūc protrahatur c b in continuū & directū, quæ quia non est linea una cum d b, transibit super eam ut b e, aut sub ea ut b f. Quia ergo super lineā rectam quæ est c b e, cadit linea a b, erūt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentē, & quia omnes recti sunt adinuicē æquales per 1 petitionē, anguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin, erūt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto cōmuni angulo c b a, erit angulus e b a æqualis āgulo d b a, pars toti, q̄d est impossibile. Similiter linea c b protracta probabis angulū d b a esse æqualem angulo f b a, si forte diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 14.

14 Si ad aliquam rectam lineam adq́; in ea signum duæ rectæ lineæ non ad easdē partes ductæ, * utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Ad aliquam enim rectam lineam α β, signumq́; in ea β, duæ rectæ lineæ β γ, β δ non ad easdem partes ductæ, * utrobiq; angulos α β γ, α β δ duobus rectis æquos efficiant. Dico quod ipsi γ β, recta linea β δ in directum est constituta. Si enim ipsi γ β recta linea β δ non est in directum, sit ipsi γ β recta linea β ε in directum constituta. Quoniam igitur recta linea α β super rectam lineam γ β ε stetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionē.) At anguli α β γ & α β δ, duobus rectis sunt æquales: anguli ergo γ β α, α β ε, angulis γ β α, α β δ sunt æquales. Communis auferatur angulus α β γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β δ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Linea igitur β ε ipsi β γ in directum minime est. Similiter quoq; ostendemus, quod nec aliqua præter lineam β δ. In directum igitur est ipsi γ β, linea β δ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad signumq́; eius duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipsæ rectæ lineæ sibi inuicem erunt, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 Omnium duarũ linearũ ſeinuicẽ ſecantiũ, omnes anguli cõtra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde manifeſtũ eſt, cum duæ lineæ rectæ ſe inuicem ſecãt, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis eſſe æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, ſe inuicẽ ſecantes in puncto e dico ꝙ angulus d e b eſt æqualis angulo a e c, & angulus b e c eſt æqualis angulo a e d. Erũt enim per 13 duo anguli a e c & c e b æquales duob. rectis, itẽꝗ duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis per eandem, quare duo primi ſunt æquales duobus poſtremis, eo ꝙ omnes recti ſunt adinuicẽ æquales per 4 petitionẽ, dempto ergo cõmuni angulo qui eſt c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulũ c e b eſſe æqualẽ angulo a e d, quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 15.

15 Si duæ rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt æquos adinuicẽ efficient.

THEON ex Zamb. Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, ſe inuicem ſecent in ſigno ε. Dico quod angulus α ε γ, æqualis eſt angulo δ ε β. Quoniã enim recta linea α ε ſuper rectã lineã γ δ ſtetit, angulos efficiẽs γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) Rurſus quoniã recta linea δ ε ſuper rectã lineam α β ſtetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β, igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis ſunt æquales (per eandem 13 propoſitionẽ.) Oſtenſum autẽ eſt, quod anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β, ſunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, eſt æqualis. Similiterq́; oſtendetur quod & anguli γ ε β, δ ε α, ſunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicẽ ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt, adinuicẽ æquales efficient, quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

16 Si quodlibet laterũ trianguli directe protrahatur, faciet angulũ extrinſecũ utroq; angulo trianguli ſibi intrinſecus oppoſito maiorẽ.

CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur uſq; ad d, dico ꝙ angulus d b c, maior eſt utroq; duorũ angulorũ intrinſecorũ ſibi oppoſitorum, qui ſunt b a c & b c a. Diuidam enim per 10 propoſitionẽ, lineam c b per æqualia in puncto e, & protrahã a e uſq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahã lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c triangulі a e c ſunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius eſt æqualis angulo e alterius per præmiſſam quia ſunt anguli cõtra ſe poſiti, erit per 4 propoſitionẽ angulus e c a, æqualis angulo e b f, & ideo angulus c b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur ꝗd eſt maior angulo c a b. Nam diuidam a b per æqualia in puncto g, per 10 propoſitionẽ: & protrahã lineam g h, æqualẽ lineæ c g per 3 propoſitionẽ, poſtea protrahã h b k, eruntq; duorũ triangulorũ qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h ſecundi, & angulus g unius, angulo g alterius per 15: ergo per 4 angulus g c a, eſt æqualis angulo g b h, quare per 15 & angulo k b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo k b d, erit etiam maior angulo b a c, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 16.

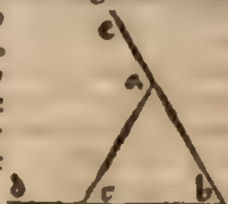
16 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex oppoſito, maior eſt.

THEON. ex Zamb. Sit triangulũ α β γ, & producatur ipſius latus unũ, ſitq; illud β γ uſq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, maior eſt utroq; interiore & ex oppoſito cõſtituto, hoc eſt angulo γ β α & β α γ. Secetur linea α γ bifariã (per 10 propoſitionẽ) in ſigno ε, & protracta linea β ε (per 2 poſtulatũ) extendatur in ſignũ ζ: collocetuŕq; ipſi β ε (per 2 propoſitionẽ) æqualis linea ε ζ, & cõnectatur (per 1 poſtulatũ) ζ γ & extendatur (per 2 poſtulatũ) linea α γ uſq; in η. Quoniam igitur α ε æqualis eſt ipſi ε γ, & β ε ipſi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulus α ε β (per 15 propoſitionem)

tionē)angulo ζ ε γ est æqualis,circa uerticem enim. Basis igitur α β,basi ζ γ(per 4 propositionē)est æqualis. & trianguлū α β ε, triangulo ζ ε γ est æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur β α ε,angulo ε γ ζ est æqualis. At angulus ε γ δ,angulo ε γ ζ maior est:maior igitur est angulus α γ δ,angulo β α ε. Similiter quoq; si secetur bifariā linea β γ,ostendetur & angulus β γ η,hoc est α γ δ, maior angulo α β γ. Omnis igitur triāguli uno latere producto,exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est, quod fuerat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 Mnis trianguli duo quilibet anguli,duobus rectis sunt minores.

CAMPANVS. Sit triāgulus a b c,dico q duo quilibet eius anguli,duobus rectis sunt minores,ptrahatur enim unū latus eius,ut b c,usq ad d,eritq per præcedentē,angulus c extrinsecus, maior a & maior b,sed c extrinsecus cū c intrinseco,est æqualis duobus rectis per 11,ergo anguli b & c intrinseci,siue anguli a & c intrinseci,sunt minores duob.rectis. Similiter si,ptrahatur latus b a,probabitur quod duo anguli a & b sunt minores duobus rectis, quod est propositū. Eucli.ex Zamb. Theorema 10. Propositio 17.



17 Omnis triāguli duo anguli duob. rectis sunt minores,omnifariā sumpti.

THEON ex Zamb. Sit triangulū α β γ, dico quod ipsius α β γ trianguli duo anguli, duobus rectis omnifariā sumpti,sunt minores. Producatur enim(per 2 postulatū)β γ,usq; in δ. Et quoniam trianguli α β γ(per præcedentē)exterior angulus qui est α γ δ,maior est angulo α β γ,interiore & ex aduerso communis admittatur angulus α γ β. Anguli igitur α γ δ,α γ β,angulis α β γ,β γ α sunt maiores, sed anguli α γ δ,α γ β(per 11 propositionē)duobus rectis sunt æquales:anguli igitur α β γ,β γ α,duobus rectis sunt minores. Similiter quoq; ostendemus quod anguli β α γ,α γ β,duobus rectis sunt minores, & etiam anguli α γ β, α β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores,quomodocunq; assumpti. Quod demonstrasse oportuit. Eucli.ex Camp. Propositio 18.



18 Mnis trianguli longius latus,maiori angulo oppositum est.

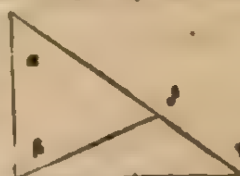
CAMPANVS. Sit ut in triāgulo a b c,angulus a sit maior angulo c,dico q latus c b,maius erit latere a b. Si enim sit æquale,erit per 5 angulus a æqualis angulo c, quod est contra hypothesin. Si autē a b sit maius resecetur ad æqualitatē a b,per 3, sitq d b æquale c b,erit ergo per 5,angulus d c b,æqualis angulo b d c,sed b d c est maior angulo b a c per 16, ergo b c d, est maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b,pars toto, quod est impossibile.

Eucli.ex Zamb. Theorema 11. Propositio 18.



18 Omnis trianguli maius latus,maiori angulo subtenditur.

THEON ex Zamb. Sit enim triangulū α β γ,habens latus α γ,maius latere α β. Dico quod & angulus α β γ, angulo β γ α maior est. Quoniā α γ maius est α β,ponatur ipsi α β(per 3 propositionē) æqualis linea α δ,& connectatur(per 1 postulatū)linea β δ. Et quoniā trianguli β δ γ angulus exterior α δ β(per 16 propositionē) maior est interiore & opposito angulo δ γ β,æqualis autē est(per 5 propositionē)angulus α δ β angulo α β δ,quoniā latus α β ipsi α δ est æquale,maior est igitur angulus α β δ angulo α γ β. multo maior est igitur angulus α β γ angulo α γ β. Omnis igitur triāguli maius latus,maiori subtēditur angulo. Quod oportuit demōstrasse. Eucli.ex Camp. Propositio 19.



19 Mnis trianguli maior angulus,longiori lateri oppositus est.

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c,latus b c sit maius latere a b,dico q angulus a,erit maior angulo c. Hæc est cōuersa præcedentis. Si enim sit æqualis,tunc per 6,latus a b est æquale lateri b c,q̄d est contra hypothesin. Si autē c sit maior,tunc per præcedentē, latus a b est maius latere b c,q̄d est cōtra hypothesin. Quare astruitur propositū. Eucli.ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.



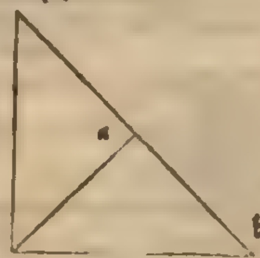
19 Omnis trianguli sub maiorem angulum,maius latus subtenditur.

THEON ex Zamb. Sit triangulū α β γ,maiorem habens angulum α β γ angulo β γ α. Dico quod latus α γ,maius est latere α β. Si autē non,aut est æquale latus α γ lateri α β, aut eo minus, æquale quidem minime est latus α γ, ipsi α β: æqualis namq; esset(per 5 propositionē) angulus α β γ,angulo α γ β, non est autē:latus igitur α γ,lateri α β minime est æquale. At latus α γ,latere α β minus non est, nam angulus αβ γ,angulo α γ β minor esset,at non est:latus igitur α γ latere



α γ latere α β minus minime est. Maius igitur est latus α γ, latere α β. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur. Quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. *Propositio 20.*

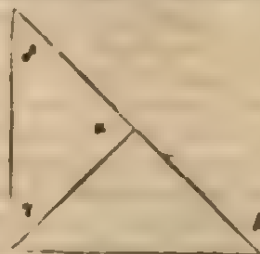
20 Omnis triãguli duo quælibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.



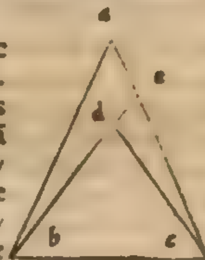
CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico q duo latera a b & a c, sunt lõgiora latere b c. Protrahatur linea b a usq; ad d, ita ut a d sit æqualis a c, & ptrahatur c d, per 5 propositionẽ erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d est maior ãgulo d, ergo per 19 latus b d, est maius latere b c, sed b d, est æquale a b & a c, quare b a & a c simul iuncta, sunt maiora b c. Eucli. ex Zamb. *Theorema 13. Propositio 20.*

20 Omnis triãguli duo latera, reliquo sunt maiora quomodocũq; assumpta.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ. Aio ipsius α β γ trianguli bina latera, reliquo esse maiora quomodocunq; suscepta, hoc est β α, α γ, ipso β γ & α β, β γ, ipso α γ & β γ, γ α ipso α β. Producatur nanq; (per 2 postulatũ) β α ad δ signum & ponatur (per 2 propositionẽ) ipsi α γ æqualis α δ, connectaturq; δ γ. Quoniã igitur δ α ipsi α γ est æquale, angulus igitur α δ γ (per 5 propositionẽ) angulo α γ δ est æqualis. Sed angulus β γ δ, angulo α γ δ maior est: igitur angulus β γ δ, angulo α δ γ maior est. Et quoniã triangulũ est δ γ β, maiorem habens angulum β γ δ angulo α δ γ, atq; maiorem angulũ maius latus subtendit (per 18 propositionem) ergo δ β ipso β γ maius est. Aequale autem est δ β ipsis α β, α γ: maiora igitur sunt latera β α & α γ, latere β γ. æquale autem est δ α ipsi α γ: maiora igitur sunt latera β α, α γ ipso β γ. Similiter uero demõstrabimus quod etiam latera α β & β γ, ipso γ α sunt maiora. Sed β γ, γ α, ipso α β. Omnis igitur triãguli bina latera, reliquo maiora sunt, quoquo modo assumpta, quod demonstrasse oportuit.* Eucli. ex Camp. *Propositio 21.*



21 Si de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulum ipsum ad punctum unum conueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erũt, & maiorem angulum continebunt.



CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico q ipsæ lineæ b d & c d simul iunctæ, sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis & quod angulus d est maior angulo a. Protrahã enim b d, usquequo secet latus a c in puncto e, eruntq; per 20 propositionẽ b a & a e simul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, sunt maiores b e & e c. At uero d e & e c simul iunctæ, per eandem sunt maiores d c, quare b e & e c sunt maiores b d & d c, & quia b a & a c sunt maiores b e & e c, ut probatũ est prius, erunt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod est 1 propositũ. At quoniã angulus b d c est maior angulo d e c per 16 propositionẽ, & angulus d e c est maior angulo c a b per eandem, erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod est 2 propositũ. Eucli. ex Zamb. *Theorema 14. Propositio 21.*

22 Si trianguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uero angulum continebunt.



THEON ex Zamb. *Trianguli enim α β γ super latere β γ, à terminis ipsius β γ, duæ rectæ lineæ interius constituãtur β δ & γ δ. Dico quod β δ & γ δ, reliquis trianguli lateribus β α & α γ sunt minores, angulum uero β δ γ maiorem, ipso α β γ comprehendunt. Producatur enim (per 2 postulatum) linea β δ ad ε. Et (per 20 propositionem) quoniam omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora: trianguli α β ε (per 20 propositionẽ) duo latera α β & α ε ipso β ε sunt maiora. Cõmunis ponatur linea ε γ, lineæ igitur β α & α γ, lineis β ε & ε γ sunt maiores. Rursus quoniam (per eandem) trianguli γ ε δ bina latera γ ε & ε δ ipso δ γ sunt maiora, cõmunis ponatur δ β, lineæ igitur γ ε & ε β, lineis γ δ & δ β sunt maiores. Sed ostensum est quod β α & α γ sunt maiores ipsis β ε & ε γ: longè igitur maiores sunt β α & α γ lineæ, ipsis β δ & δ γ. Rursus quoniã (per 16 propositionẽ) omnis trianguli exterior angulus interiore & opposito maior est, trianguli ergo γ δ ε, angulus β δ γ exterior, maior est angulo γ ε δ, quare & trianguli α β ε, angulus γ ε β exterior, maior est*

angulo βαγ. Sed ostensum est quod angulus βδγ, eo qui sub γεβ, est maior: longe igitur maior est angulus βδγ, angulo βαγ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uero angulum continebunt, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 PRopositis tribus lineis rectis quarũ duæ quælibet simul iunctæ reliqua sint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulũ constituere. CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propositæ, a, b, c, & sint quælibet duæ simul iunctæ longiores reliqua, aliter enĩ ex illis tribus datis æqualibus, triangulus non posset constitui, per 20 propositionẽ. Cum ergo ex illis tribus prædictis uolo cõstituere triangulũ, sumo lineam rectam quæ sit d e, cui nõ pono à parte e determinatũ finẽ, de qua sumo per 3 propositionẽ, d f æqualem a & f g æqualẽ b, & g h æqualẽ c, factoq́ puncto f, centro, describo secũdum quantitatẽ lineæ f d, circulum d k, itemq́ facto g, centro, describo secundũ quantitatẽ lineæ g h, circulũ k h, qui circuli intersecabũt se in duobus punctis, quorũ unum sit k: alioquin sequeretur, unam dictarum linearũ esse æqualẽ alijs duabus iunctis, aut maiorẽ eis, quod est contrariũ positioni. Duco ergo lineã k f & k g, eritq́ triangulus k f g, constitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, sunt enim f d & f k æquales, quoniã sunt a centro ad circũferentiã, quare f k, est æqualis a. Similiterq́ g h & g k sunt æquales, quia exeunt à centro ad circũferentiã, quare g k, est æqualis c, & quia g f sumpta fuit æqualis b, patet propositũ manifeste.

Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 22.

22 Ex tribus rectis lineis quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulũ construere. Oportet autẽ duas lineas reliqua esse maiores quomodocũq; assumptas, quoniã omnis trianguli bina latera quomodocunq; assumpta, reliquo sunt maiora. THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarũ duæ reliqua sint maiores quomodocunq; assumptæ, hoc est α, β, ipsa γ, & α, γ, ipsa β, & β, γ, ipsa α: oportet iam ex tribus lineis rectis, ipsis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõstruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte δ, infinita uero ex parte ε, ponaturq́ (per 3 propositionẽ) ipsi α æqualis linea δζ, ipsi uero β, linea ζη, ipsi uero γ, linea ηθ. Et centro quidem ζ, spatio uero ζδ (per 3 postulatũ) circulus describatur δκλ: rursus centro quidem η, spatio uero ηθ (per idem) circulus describatur κλθ, & cõnectantur (per 1 postulatũ) κζ & κη. Dico quod ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis α, β, γ, triangulũ κζη constitutũ est. Quoniã enim ζ signũ, centrũ est circuli δκλ, æqualis est (per 15 diffinitionẽ) ζδ ipsi ζκ. Sed α, ipsi ζδ est æqualis, & κζ igitur (per 1 cõmunem sententiã) est ipsi α æqualis. Rursus quoniã η signũ, centrũ est circuli λκθ, æqualis est (per eandem diffinitionẽ) ηκ ipsi ηθ, sed γ ipsi ηθ est æqualis, & κη igitur (per 1 cõmunem sententiã) ipsi γ est æqualis. At ζη ipsi β est æqualis (per hypothesin) tres igitur rectæ lineæ κζ, ζη, ηκ, ipsis tribus α, β, γ, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc est κζ, ζη, ηκ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est α, β, γ, sunt æquales, triangulũ κζη constructũ est, quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 DAta recta linea, super terminum eius, cuilibet angulo proposito æquum angulum designare. CAMPANVS. Sit data linea f e, quæ est in superiori figura, & sint lineæ b, a, continentes angulũ datum, cui subtendam basin c. Super punctum f lineæ e f, uolo facere æqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a, & ex f e sumo f g æqualem b, & ex g e sumo g h æqualẽ c, & super puncta f & g describo duos circulos d k & k h secundum quanti-

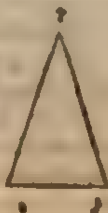
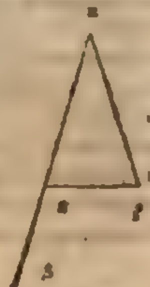
tatem

tatem duarum linearũ f d & g h, intersecantes se in puncto k sicut docuit præcedens. ductisq; lineis k f & k g, erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & basis g k æqualis basi c: ergo per 8 angulus k f g, æqualis erit angulo contento sub a & b, quod est propositum.

Euclidis ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 23.*

23 Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea signum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datumq; in ea signum sit α: datus autem angulus rectilineus sit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineam α β, ad datumq; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualem angulum rectilineum collocare. Sint in utrisq; lineis γ δ & γ ε, contingentia signa sintq; illa δ ε, & connectatur (per 1 postulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est γ δ, δ ε, ε γ, sunt æquales, (per precedentem) triangulũ construatur, sitq; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ æqualis sit α ζ, & γ ε ipsi α η, & insuper δ ε ipsi ζ η. Et quoniã duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc est ζ α & α η sunt æquales altera alteri, & basis δ ε (per hypothesim) basi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propositionem) est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus est. Quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 24.*

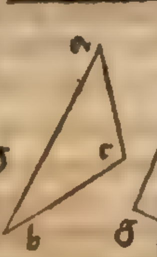
24 Mnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius, duobus lateribus alterius fuerint æqualia, si fuerit angulorum sub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, basis quoq; eiusdem, basi alterius maior erit.

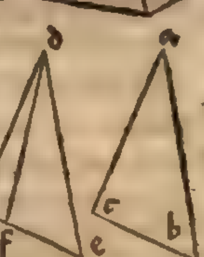
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, & e d f, sintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodq; suo correlatiuo, dextrum, scilicet, dextro, sinistrumq; sinistro, sitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico q basis b c, maior erit basi e f. Faciã enim iuxta doctrinã præcedentis angulũ e d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualẽ a c. protrahã e g, quæ aut trãsibit supra e f, ut secet lineã d f, aut super e f, ut sit secum linea una, aut infra. Transeat ergo primo supra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c sunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit per 4 propositionem basis b c æqualis basi e g. At uero quia d g & d f sunt æquales (nam utraq; est æqualis a c) erit per 5 propositionẽ angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior est eodem f g e: ergo per 19 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare & b c maior est e f, quod est propositũ. Si uero e g transeat super e f & sit secum linea una, tunc e f erit pars e g, per ultimã ergo conceptionẽ patet propositũ. Si uero e g transeat infra e f, protrahãtur duæ lineæ d f & d g quæ sunt æquales ut probatũ est, usq; ad k & ad h: fientq; per secũdam partẽ propositionis 5 sub basi f g, anguli k f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo per 19 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare b c maior est e f, quod est propositũ. Istud ultimũ membrũ posset etiam probari per 21 propositionẽ: per ipsam enim erunt in dispositione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g est æqualis d f, propter hoc quod ambæ sunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod est propositũ. Melius tamen est demonstrare priori modo ut in omni dispositione arguatur per quintam.









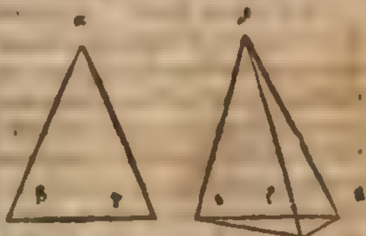


Eucli. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 24.*

24 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum

terum alteri, angulum uero angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoq; basi maiorem habebunt.

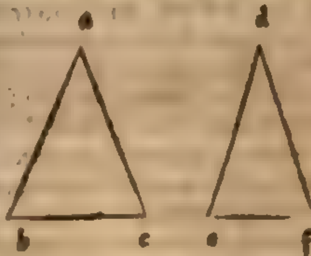
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera, hoc est αβ, αγ, duobus lateribus, hoc est δε, δζ, æqualia habentia, alterum alteri, hoc est latus αβ lateri δε, & latus αγ lateri δζ: angulus uero qui sub βαγ, angulo εδζ esto maior. Dico quod & basis βγ, basi εζ maior est. Quoniam enim angulus βαγ maior est angulo εδζ, collocetur (per 23 propositionem) ad rectam lineam δε, ad datumq; in ea signum δ, dato angulo βαγ æquus angulus εδη. Et ponatur alterutri, hoc est lineæ αγ uel δζ, æqualis ipsa δη: & connectantur (per 1 postulatum) εη & ζη. Quoniam igitur αβ æqualis est ipsi δε, & αγ ipsi δη, binæ lineæ βα & αγ duabus lineis εδ & δη sunt æquales altera alteri, & angulus βαγ (per 23 propositionem) angulo εδη est æqualis: basis igitur βγ, (per 4 propositionem) basi εη est æqualis. Rursus quoniam æqualis est δη ipsi δζ: angulus igitur δηζ, angulo δζη est æqualis. Angulus igitur δζη, angulo εηζ maior est: longe maior igitur est angulus εζη, angulo εηζ. At quoniam triangulum est εζη habens angulum εζη maiorem angulo εηζ, maiorem autem angulum (per 18 propositionem) latus maius subtendit: maius igitur est latus εη latere εζ. Aequale autem est latus εη, lateri βγ: latus igitur βγ, maius est latere εζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ sequuntur reliqua ut in propositione, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 
Omnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basis uero unius basi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus, angulo alterius se respiciente maior.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: sintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f secundi, unũquodq; suo correlatiuo: sitq; basis b c, maior basi e f: dico q̃d angulus a, maior erit angulo d. Hæc est cõuersa præcedentis. Aequalis quidem non erit. Sic enim esset per 4 basis, b c æqualis basi e f: quod est cõtra hypothesin. Sed nec minor, qa sic esset d maior: & ita per præcedentẽ basis e f, erit maior basi b c, q̃d est contrariũ positioni, quare maior erit. Sicq; propositũ astruitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

25 Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, basin uero basi maiorem; angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. Sint duo triangula βγα, δεζ, duo latera hoc est αβ, & αγ, duobus lateribus, hoc est δε & δζ æqualia habentia alterum alteri, αβ, scilicet, ipsi δε, & αγ ipsi δζ: basis autem βγ, basi εζ maior esto: dico quod angulus βαγ, maior est angulo εδζ. Si autem non, aut ei est æqualis, aut eo minor. Aequalis autem nõ est angulus βαγ, angulo εδζ: si enim æqualis esset, basis quoq; βγ (per 4 propositionem) basi εζ esset æqualis: at non est: angulus igitur βαγ, angulo εδζ æqualis minime est. Neq; etiam minor est angulus βαγ eo qui sub εδζ: nam β basis γ, basi εζ minor esset: at non est, minor igitur non est angulus βαγ, eo qui sub εδζ: ostensum autem est quod neq; æqualis: maior igitur est angulus βαγ, angulo εδζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ sequuntur reliqua, ut theoremate. Quod ostendere oportuit.



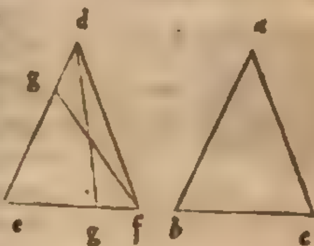
Eucli. ex Camp. Propositio 26.

26 
Omnium duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque se respicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus

illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

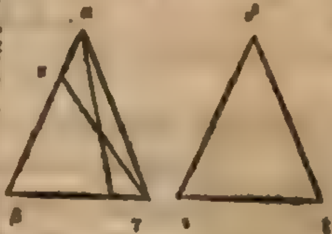
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, itéq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d, fita quod a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quod reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus, uidelicet, a angulo d. Ponam ergo primo ut latus b c, super quod iacent anguli b, c, sit æquale lateri e f, super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b, c. Tunc dico, q̃d latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e, æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo per 4, d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod est primũ membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, q̃d latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinsecus, uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifeste patet.



Eucli. Ex Zamb. Theorema 17. Propositio 26.

26 Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq́; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc est, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc est δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc est angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum: β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquum: & primum id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus β γ lateri ε ζ. Aio quod & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc est latus α β, lateri δ ε, & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquum angulum reliquo angulo æqualem, hoc est β α γ ipsi ε δ ζ. Si enim α β ipsi δ ε est non æqualis, earum altera maior est: esto maior α β, & * collocetur (per 3 propositionem) ipsi δ ε, æqualis linea η β, & connectatur η γ. Quoniam igitur η β æqualis est ipsi δ ε, & β γ ipsi ε ζ: duæ igitur lineæ η β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri sunt æquales: & angulus η β γ, angulo δ ε ζ æquus est: basis igitur η γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis, & triangulũ η ε β triãgulo δ ε ζ æquũ est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendũtur: æqualis igitur est angulus η γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipsi β γ α supponitur æqualis: angulus igitur β γ η (per primam cõmunem sententiam) angulo β γ α est æqualis, minor maiori Quod est impossibile. Inæqualis igitur nõ est α β, ipsi δ ε, æqualis igitur. Est autem & β γ, ipsi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub α β γ, angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis.* * aliàs ponatur, sit.



Rursus

Rursus sint ad angulos aequos latera subtensa, aequalia, sintque αβ & δε. Dico rursus quod reliqua latera reliquis lateribus aequalia erunt, hoc est latus αγ lateri δζ, & latus βγ lateri εζ: & insuper reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ aequalis erit. Si enim βγ ipsi εζ aequale non est, alterum eorum maius erit: sit igitur (si possibile est) maius latus βγ: & ponatur (per 3 propositionem) ipsi εζ aequalis linea βθ: & connectatur (per 1 postulatum) αθ. Et quoniam aequalis est βθ ipsi εζ, & αβ ipsi δε: duae igitur αβ & βθ, duabus δε & εζ sunt aequales altera alteri, & angulos aequos continent. Basis igitur αθ, (per 4 propositionem) basi δζ est aequalis: & triangulum αβθ, triangulo δεζ est aequale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt aequales, sub quibus aequalia subtenduntur latera: angulus igitur βθα, angulo εζδ est aequalis. Sed angulus εζδ, angulo βγα est aequalis. Angulus igitur βθα, angulo βγα est aequalis. trianguli igitur αθγ angulus exterior βθα, interiori angulo βγα est aequalis & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Latus igitur εζ, ipsi βγ inaequale nō est, aequale igitur. Est autem αβ, ipsi δε aequalis: duae igitur αβ & βγ, duabus δε & εζ sunt aequales altera alteri, & angulos aequos continent. Basis igitur αγ (per 4 propositionem) basi δζ est aequalis: & triangulum αβγ, triangulo δεζ est aequale: & reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ est aequalis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quae sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 17.



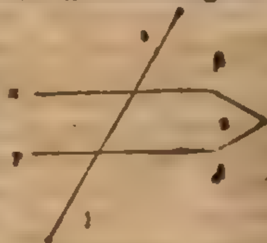
SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit, duosque angulos coalternos sibi inuicem aequales fecerit, illae duae lineae erunt aequidistantes. 27

CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f, & secet lineam c d in puncto g, & lineam e f in puncto h: sitque angulus d g h aequalis angulo e h g: dico quod lineae c d & e f, sunt aequidistantes. Si enim non, concurrant aut ad partem c, e, super punctum k, aut ad partem d, f, super punctum l: & qualitercunque fuerit, accidet impossibile, per 16, uidelicet, angulum extrinsecum, esse aequalem intrinseco & opposito: nam unus dictorum angulorum coalternorum qui positi sunt aequales, erit extrinsecus, & reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cōcurrere, in alterutram partem protractas, ipsae per ultimam diffinitionē erunt aequidistantes, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 17.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos aequos adinuicem fecerit, parallelae adinuicem ipsae rectae lineae erunt. 27

THEON ex Zamberto. In binas enim rectas lineas αβ, γδ recta incidens linea εζ, alternatim angulos αεζ & εζδ aequales adinuicem efficiat, dico quod parallelus est αβ, ipsi γδ. Si autem non, productae concurrunt aut ad partes β, δ aut ad α, γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in signo η, si est possibile. Trianguli ergo ηεζ, angulus αεζ exterior, aequalis est angulo εζη interiore & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Igitur αβ & γδ productae, ad partes β, δ, minime concurrunt: similiter quoque ostendetur, quod neque ad partes α, γ. Quae autem in nulla parte concurrunt, parallelae sunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur est αβ, ipsi γδ. Si in binas igitur rectas lineas & quae sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 28.



SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit, fueritque angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito aequalis, aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis aequales, illae duae lineae aequidistantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: sitque angulus g

lus g extrinsecus, æqualis angulo h intrinseco ex eadem parte sumpto, aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti, sint æquales duobus angulis rectis. Dico ꝙ duæ lineæ c d & e f sunt æquidistantes. Sit ergo primo angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propositionē angulus c g h, æqualis eidem angulo f h g, quare per præmissam, c d & e f, sunt æquidistantes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propositionē duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmissam c d & e f, erunt æquidistantes, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 28.*

28 Si in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorē angulū interiori & opposito ad easdem partes æqualē fecerit, aut interiores & ad easdē partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. *In binas enim rectas lineas αβ & γδ, recta linea incidens εζ, angulum exteriorem εηβ, angulo interiori ηθδ & opposito, æqualem efficiat, aut interiores & ad easdem partes, hoc est βηθ, ηθδ, duobus rectis æquales. Dico quod parallelus est αβ, ipsi γδ. Quoniam angulus εηβ (per hypothesin) æqualis est angulo ηθδ, & angulus εηβ (per 15) æqualis est angulo αηθ: angulus igitur αηθ æqualis est angulo ηθδ, & sunt alterni, (per 27 propositionem) parallelus est igitur αβ ipsi γδ. Rursus quoniā anguli βηθ & ηθδ (per hypothesin) duobus rectis sunt æquales, & anguli αηθ & βηθ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli ergo αηθ & βηθ, angulis βηθ & ηθδ sunt æquales. Cōmunis auferatur angulus βηθ: reliquus igitur αηθ, reliquo ηθδ est æqualis, & sunt alterni. Parallelus igitur est αβ, ipsi γδ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ sequuntur reliqua. quod ostendendum fuerat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 29.*

29 SI duabus lineis æquidistantibus linea superuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito æqualis, itemq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes: super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h, dico ꝙ anguli g & h coalterni sunt æquales, & quod angulus g extrinsecus est æqualis angulo h intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & ꝙd anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt æquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarum præcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, sit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis, ergo per 13 propositionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionem, duæ lineæ a b & c d si protrahantur, concurrent in parte b & d, ad punctum aliquem, ut ad k: non ergo sunt æquidistantes per ultimam diffinitionē, quod est contra hypothesin, & quia hoc est impossibile, erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod est primum propositū. Ex hoc patet secundum. Est enim per 15 propositionē angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinsecus, uidelicet, intrinseco, quod est secundum propositū. Ex hoc rursus patet tertium. Sunt enim per 13 propositionē duo anguli a g g & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti, quod est 3 propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 29.*

29 In parallelos rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorē interiori & opposito & ad easdē partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

THEON ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ. Dico quod & alternos angulos α η θ & η θ δ aequos efficit, & exteriorẽ angulum ε η β interiori & opposito & ad easdem partes, hoc est ipsi η θ δ aequalem, & interiores & ad easdem partes, hoc est β η θ & η θ δ duobus rectis aequales. Si enim aequalis nõ est α η θ ipsi η θ δ, alter eorũ maior est. Sit maior α η θ. Quoniam igitur α η θ, maior est ipso η θ δ, cõmunis ponatur angulus β η θ: anguli ergo α η θ & β η θ, maiores sunt ipsis β η θ & η θ δ. Sed anguli α η θ & θ η β (per 13 propositionẽ) duobus rectis sunt aequales: anguli igitur β η θ & η θ δ duobus rectis sunt minores: quae autem à minoribus duobus rectis producũtur in infinitũ, concurrunt (per 5 postulatũ.) Rectae igitur lineae α β & γ δ, in infinitũ productae, concurrũt: non concurrunt autem, quoniam paralleli, per hypothesin. Angulus igitur α η θ, angulo η θ δ inaequalis nõ est: aequalis igitur. Sed angulus α η θ, angulo ε η β (per 15 propositionẽ) est aequalis: angulus igitur ε η β (per 1 cõmunem sententiam) angulo η θ δ est aequalis, cõmunis ponatur β η θ, anguli ε η β & β η θ igitur, angulis β η θ & η θ δ sunt aequales. Sed anguli ε η β & β η θ, duobus rectis sunt aequales (per 13 propositionem) & anguli β η θ & η θ δ, duobus rectis sunt aequales. In parallelos igitur rectas lineas & quae sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 30.

30 

SI fuerint duae lineae uni aequidistantes, eaedem sibi inuicem aequidistantes erunt.

CAMPANVS. Sint duae lineae a b & c d, quarum utraque aequidistet lineae e f. Dico illas duas, uidelicet, a b & c d, esse aequidistantes. Hoc autem est uniuersaliter uerum, siue duae lineae a b & c d sint in una superficie cum linea e f, siue non: hic tamen non intelligitur, nisi secũdum quod omnes sunt in superficie una, secundum enim quod sunt in diuersis superficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quod sunt aequidistantes. Sint ergo omnes in superficie una: protraham autem lineam g h, secantẽ lineas a b, e f, & c d, in punctis k, l, m. Et quia a b aequidistat e f, erit angulus b k l aequalis angulo e l k per primã partẽ praecedentis, cum illi sint coalterni: at quia c d aequidistat e f, erit angulus k l e extrinsecus aequalis angulo l m c intrinseco, per secundã partem praecedentis, ergo angulus b k l, est aequalis angulo c m l, qui cum sint coalterni, erunt per 27, lineae a b & c d aequidistantes. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 30.

30 Quae eidem rectae lineae paralleli, & adinuicem sunt paralleli.

THEON ex Zamb. Sint α β & γ δ, ipsi ε ζ paralleli, dico quod α β, ipsi γ δ est parallelus. Incidat enim in eas recta linea η θ κ. & quoniã in parallelos rectas lineas α β & ε ζ, recta linea η θ incidit: aequalis est igitur angulus α η θ ipsi η θ ζ (per 29 propositionẽ.) Rursus quoniã in parallelos rectas lineas ε ζ & γ δ recta linea η κ incidit, (per eandẽ) aequalis est angulus η θ ζ, ipsi η κ δ: patuit autẽ quod α η θ ipsi η θ ζ est aequalis, & quod η κ δ aequalis est ipsi η θ ζ. & α η κ igitur, ipsi η κ δ est aequalis, & sunt alterni: parallelus igitur est α β ipsi γ δ. Quod ostendendũ erat.

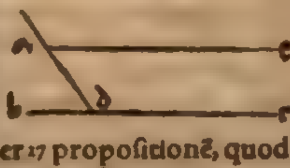


Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 

A Puncto extra lineam dato, lineae propositae aequidistantẽ ducere.

CAMPANVS. Punctus extra lineã datus intelligitur, cum linea utrinque protracta, per ipsum non transit. Sit ergo punctus a, datus extra lineã b c, ab eodem pũcto a, à quo oportet protrahere lineã aequidistantẽ ipsi b c, protraho lineam a d lineae b c superstantem qualitercũque contingat, & super punctũ a qui est extremitas lineae a d, constituo angulum e a d per doctrinã 23 propositionis, aequalem angulo b d a sibi coalterno, eritque a e aequidistans b c per 27 propositionẽ, quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propositio 31.

31 Per datum signum, datae rectae lineae parallelum rectam lineam ducere.

THEON ex Zamb. Sit quidem datum signũ α, data uero recta linea sit β γ. Oportet iam per datum signũ α, ipsi β γ rectae lineae, parallelũ rectam lineã ducere. Suscipiatur in ipsa β γ, contingens signum, sitq; illud δ, & connectatur (per 1 postulatũ) α δ, & constituatur (per 23 propositionẽ) ad datam rectam lineam α δ, ad datumq; in ea signũ α, dato angulo α δ γ, aequalis angulo δ α ε, & producatur (per 14 propositio-

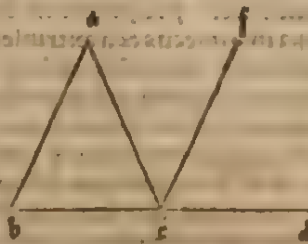


propositionem) in rectum ipsi εα linea αζ. Et quoniam in rectas lineas βγ & εζ, recta linea incidens αδ, alternos angulos εαδ & αδγ aequales adinuicem fecit, parallelus est igitur εζ ipsi βγ (per 27 propositionem.) Per datum ergo signum α, datae rectae lineae βγ parallelus recta linea εαζ ducta est, quod fecisse oportuit.



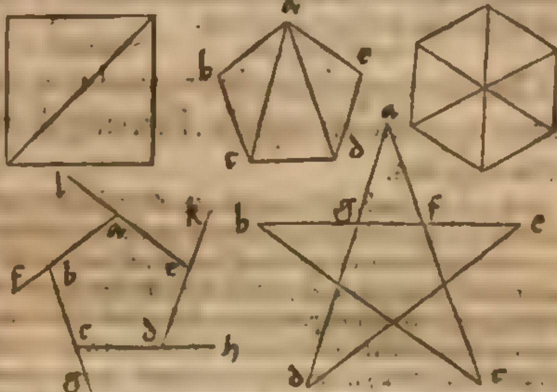
Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 Mnis trianguli angulus extrinsecus, duobus intrinsecis sibi oppositis est æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.



CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, cuius latus b c protrahatur usque ad d, dico quod angulus c extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis: & quod tres anguli triãguli a b c simul iuncti, sunt æquales duobus rectis. A pũcto c protrahã c f æquidistantẽ a b, secũdum doctrinã præcedentis, eritque angulus f c a æqualis angulo a, quia sunt coalterni per primã partem 29 propositionis, & angulus f c d extrinsecus, æqualis angulo b intrinseco per secundã partem eiusdem, quare totus a c d extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis, quod est primũ. Et quia duo anguli a c b & a c d sunt æquales duobus rectis per 13 propositionẽ, erunt tres anguli a, b, & c intrinseci æquales duobus rectis, quod est secundum propositum.

CAMPANI additio. Ex hac autẽ patet, quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt æquales, quotus est numerus quo a prima desiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarũ figurarum, est triangula prima, quia si esset duarum linearũ, cum figura sit clausio linearũ, tunc duæ lineæ rectæ includerent superficiem, quod est impossibile per ultimã petitionẽ. Quadrilatera, secunda, pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterũ aut angulorũ eius, inde dempto binario. Dico ergo quod triãgulæ (quæ est prima) omnes anguli sunt æquales duobus rectis, quadrilateræ (quæ est secũda) erũt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autẽ inde manifestum est, quoniam cum quælibet talis figura sit in tot triãgulos resolubilis, quota ipsa fuerit a prima ductis rectis lineis, à quouis angulorũ eius ad omnes angulos oppositos, sintque omes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipsa fuerit à prima, quod est propositũ. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipsi oppositos, erit totus pentagonus resolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e, quorum cum cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales sex rectis. quod est duplum eius numeri quo à prima distat, siue duplum numeri angulorũ aut laterum eius, inde dempto binario. Possumus quoque & sic idem proponere, dicẽtes quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis æquales, quantus est numerus quem eius anguli duplicãt, inde demptis quatuor: puncto enim quouis intra figuram signato, & ab eo ad singulos angulos lineis protractis, erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quot fuerint eius anguli, ideoque omnes anguli omniũ illorũ triangulorũ pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus est numerus quem duplicãt anguli propositæ figuræ. Cum itaque sint omnes anguli triangulorũ in quos ipsa resoluta est, punctum medium circunstantes, quatuor rectis æquales per 13 propositionẽ, manifestum constat propositũ. Similiter quoque patet, quod omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinseci, quatuor rectis angulis sunt



æquales: sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 15 propositionem. Intrinseci autem sunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos demptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis æquales, quod est propositum. Exempli gratia, propositi pentagoni latera protrahantur, ut fiat anguli extrinseci, a b quidem protrahatur usque ad f, b c usque ad g, c d usque ad h, d e usque ad k, e a usque ad l: eruntque per 13 propositionē duo anguli, a intrinsecus & a extrinsecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus: sic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci & extrinseci decem rectis æquantur, demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis, erunt extrinseci, uidelicet, b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis. Patet etiam quod omnis pentagonus cuius unūquodque latus duo secat ex reliquis habet quinque angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & secet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f, erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemque angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g c e, sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, sunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 32.

32 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

THEON ex Zamb. Sit triangulū α β γ. & producatur unum illius latus (sitque β γ) usque in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, ipsis γ α β & α β γ duobus interioribus ex opposito, est æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc est α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis sunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per signum γ, ipsi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in ipsas incidit linea α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales sunt adinuicem. Rursus quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ, (per uicesimamseptimam, uicesimamoctauam, & uicesimamnonam propositiones) æqualis est angulo α β γ interiori & opposito: patuit autem quod α γ ε ipsi β α γ est æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis est duobus interioribus & oppositis, hoc est ipsis β α γ & α β γ. Communis ponatur α γ β angulus, igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, sunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propositionem) sunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 33.

33 SI in summitatibus duarum linearum æquidistantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipsæ quoque æquales & æquidistantes erunt.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidistantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d sunt æquidistantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uicesimænonæ propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d secundi, ergo per quartam propositionem basis

nem basis b d primi, est æqualis basi a c secundi, & anguli a d b primi, æqualis angulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimam septimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrumque.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 33.

33 Aequas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ cōiungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

THEON ex Zamb. Sunt æquales rectæ lineæ & paralleli, α β, & γ δ, & ipsas coniungant ad easdem partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quod α γ & β δ, æquales & paralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) β γ. Quoniam parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ adinuicem sunt æquales, (per uicesimamnonam propositionem.) Et quoniam æqualis est α β ipsi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ est æqualis. Basis igitur β δ (per quartam propositionem) basi α γ est æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod sub) β γ δ, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis est ei qui sub γ β δ, & angulus β α γ, ei qui sub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc est α γ β & γ β δ æquales adinuicem efficiens, parallelus igitur est α γ ipsi β δ. (per uicesimamseptimam propositionem.) Ostensum autem est, quod & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & paralleli sunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 34.

43 OMnis superficies æquidistantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.

CAMPANVS. Sit superficies a b c d æquidistantiū laterum, ita quod linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d, esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulū b angulo c. Protraham diametrū a d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cum a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimamnonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes, erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroq; triangulo, est commune, erit per uicesimamsextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 34.

34 Parallelogrammorū * locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariam secat. χωρίων

THEON ex Zamber. Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiensq; illius esto β γ. Dico quod parallelogrammi α γ δ β latera & anguli ex opposito, adinuicem sunt æqualia, & illud β γ dimetiens bifariam secat. Quoniam enim parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propositionem) alterni anguli α β γ & β γ δ sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est α γ ipsi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc est α γ β & γ β δ æquales sunt adinuicem. Bina igitur triangula sunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui sub α β γ & α γ β, duobus angulis β γ δ & γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ. & reliqua latera igitur (per 26 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur α β est æquale lateri γ δ, & α γ ipsi β δ, & angulus β α γ angulo β δ γ est æqualis. Et quoniam angulus α β γ æqualis est angulo β γ δ, & angulus γ β δ ei qui sub α γ β,

totus igitur angulus α β δ toti angulo α γ δ, (per 2 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod angulus β α γ angulo γ δ β est æqualis. Parallelogrammum igitur * *locorum anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quod dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim α β æquum est ipsi γ δ, & β γ communis est, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt altera alteri æquales: & angulus α β γ angulo β γ δ est æqualis: basis igitur α γ (per 4 propositionẽ) basi β δ est æqualis, & triangulũ α β γ triangulo β γ δ est æquale. Dimetiens igitur β γ, bifariam secat pallelogrammum α β γ δ. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 35.



35 Omnes superficies æquidistantiũ laterum super unam basin atque in eisdem alternis lineis constitutæ, æquales esse probantur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes, inter quas fiat a c f e superficies æquidistantiũ laterum super basin c e, & super eandem basin, & inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter æquidistantium laterum: dico duas prædictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraque duarum linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri, dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secũdam partem 29, uidelicet, extrinsecus intrinseco, erit per 4 triãgulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ est g c f e, addita utrique, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, eruntque simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f c h, æquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta, f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitque lineam f e, sit ut in puncto k, & quia simili argumẽtatione priori, linea a f est æqualis lineæ g h, facta communi linea g f, erit c g æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique, triangulo c k e, & detracto ab utroque triangulo f h g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 35.

35 Parallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.



THEON ex Zamb. Sint parallelogramma α β γ δ & ε β γ ζ, in eadem basi existentia, (hoc est) β γ, & in eisdem parallelis (hoc est) α ζ & β γ. Dico quod parallelogrammum α β γ δ, æquale est parallelogrammo ε β γ ζ. Quoniam enim parallelogrammũ est α β γ δ, æqualis est α δ ipsi β γ (per 34 propositionem.) & id propterea etiam ε ζ ipsi β γ est æqualis: quare & α δ ipsi ε ζ est æqualis, & communis δ ε: tota igitur α ε, toti δ ζ est æqualis. At α β ipsi δ γ est æqualis, duæ igitur ε α & α β, duabus ζ δ & δ γ sunt altera alteri æquales, & angulus ζ δ γ, angulo ε α β est æqualis, exterior interiori. Basis igitur ε β, (per quartam propositionem) basi ζ γ est æqualis, & triangulum ε α β, triangulo ζ δ γ est æquale. Cõmune auferatur triangulum δ η ε, reliquum igitur trapezium α β η δ, trapezio ε η γ ζ est æquale. Commune autem ponatur triangulum η β γ: totum igitur parallelogrammum α β γ δ, toti parallelogrãmo ε β γ ζ est æquale. Parallelogrãma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.

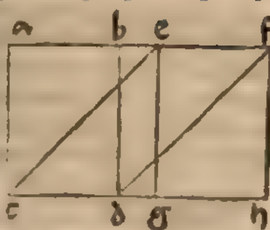
Eucli. ex Camp. Propositio 36.



36 Omnia parallelogramma in basibus æqualibus atque in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est.

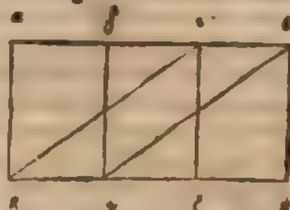
CAMPANVS. Parallelogrammum, dicitur superficies æquidistantium

tium laterum. Sint duæ superficies a b c d & e f g h, æquidistantium laterum, constitutæ inter duas lineas æquidistantes quæ sunt a f & c h, & super æquales bases quæ sunt c d & g h, dico eas esse æquales, nam protraham duas lineas c e & d f, eritq́ per 33, superficies c d e f, æquidistantium laterum, propter hoc quod e f est æqualis & æquidistans c d, nam utraque earum est æqualis g h. Quia ergo per præmissam utraq́ duarum superficierum a b c d & e f g h est æqualis superficiei c d e f, ipsæ erunt sibi inuicem æquales, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 36.

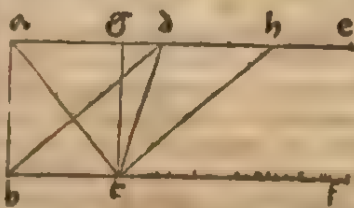
36 Parallelogramma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.



THEON ex Zamb. Sint parallelogramma α β γ δ & ε ζ η θ, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & ζ η, & in eisdem parallelis, hoc est α θ & β η. Dico quod parallelogrammum α β γ δ est æquale parallelogrammo ε ζ η θ. Connectantur enim β ε & γ θ. Quoniam æqualis est β γ ipsi ζ η, sed ζ η æqualis est ipsi ε θ, & β γ igitur ipsi ε θ est æqualis: sunt autem paralleli, & coniungunt eas β ε & γ θ: æquales autem & parallelos, coniungẽtes lineæ, æquales & paralleli sunt (per 33 propositionem.) Igitur ε β & γ θ, æquales & paralleli sunt. Parallelogrammum igitur est ε β γ θ, & est æquale parallelogrammo α β γ δ: basin enim eandem habet, hoc est β γ, & in eisdem est parallelis, hoc est β γ & α θ: ac per hoc etiam ε ζ η θ, ipsi ε β γ θ est æquale. Quare parallelogrammũ α β γ δ parallelogrammo ε ζ η θ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua ut theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 37.

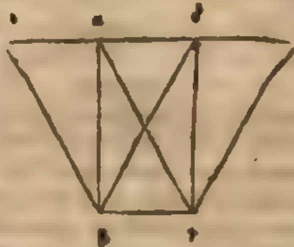
37 AEquales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basin, atq́ inter duas lineas æquidistantes sunt constituti.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c g æquidistantem a b, & c h æquidistantem d b per 31, eruntq́ duæ superficies a b c g & d b c h, æquales per 35. Et quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per cõmunem scientiam quæ est, quorum tota sunt æqualia, & dimidia, sicq́ patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 37.

37 Triangula in eadem basi & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.



THEON ex Zamb. Sint triangula α β γ & δ β γ, in eadem basi β γ, & in eisdem parallelis α δ & β γ constituta. Dico quod triangulum α β γ, est æquale triangulo δ β γ. Producatur (per 2 postulatum) α δ ex utraq́ parte, in ε & ζ, & per β, ipsi γ α (per 31 propositionem) excitetur parallelus β ε. & per γ, ipsi β δ (per eandem) parallelus excitetur γ ζ. Parallelogrãma igitur sunt ε β γ α & δ β γ ζ, & parallelogrammum ε β γ α, (per 35 propositionem) æquale est ipsi δ β γ ζ parallelogrammo: in eadem enim sunt basi β γ, & in eisdem parallelis β γ & ε ζ. At parallelogrammi ε β γ α, triangulum α β γ, dimidium est (per 34 propositionem) nam α β dimetiens, illud bifariam secat, parallelogrammi uero δ β γ ζ (per eandem) triangulum δ β γ dimidium est, nam β ε dimetiens illud bifariam secat: at quæ æqualium sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia (per septimam cõmunem sententiam:) triangulum igitur α β γ, triangulo δ β γ est æquale. Triangula igitur & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SI duo trianguli super bases æquales atq́ inter duas lineas æquidistantes ceciderint, æquales eos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f, constituti super bases

b c & e f æquales, & inter lineas a g & b h æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c k æquidistantem a b, & f l æquidistantem e d, eruntq́ duæ superficies a b c k & d e f æquales per 36, & quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per antedictam communem scientiam.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propositio 38.*

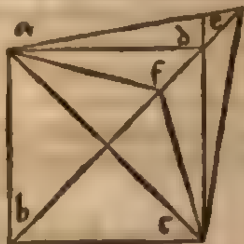
38 **Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.**

THEON *ex Zamb.* *Sint triangula α β γ & δ ε ζ, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & α δ. Dico quod triangulum α β γ, æquum est triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per secundum postulatum) α δ, ex utraq; parte in η, θ, & per β, ipsi γ α (per 31 propositionem) parallelus excitetur β η, & per ζ, ipsi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandem.) Parallelogrammum igitur est, & η β γ α & δ ε ζ θ. At parallelogrammũ η β γ α, (per 36) æquum est ipsi δ ε ζ θ parallelogrammo: in æqualibus enim sunt basibus, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & η θ. At parallelogrammi η β γ α (per 34 propositionem) triangulum α β γ, medietas est, α β enim dimetiens, illud bifariam secat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ, medietas est (per eandem), nam dimetiens ζ δ, illud secat bifariam. Aequalium uero ea quæ sunt dimidium, sibi inuicem sunt æqualia, (per 7 cõmunem sententiam.) Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, sibi inuicem sunt æqualia. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 39.*

39 Mnes duo trianguli æquales, si in eandem basin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidistantes erunt.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex una eademq́ parte, sintq́ æquales: dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est conuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c, quæ si pertransierit per punctum d, liquet propositum. Sin autem, pertransibit supra aut infra. Transeat primo supra, & sit a e, producam b d, usquequo secet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c est æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c, erit triãgulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea quæ à puncto a ducitur æquedistanter b c, supra d. Transeat ergo infra, & sit a f, secans lineam d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37, trangulus f b c est æqualis triangulo a b c, ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo à puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d, patet propositum.

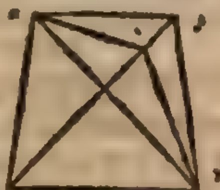


CAMPANI additio. Ex hac autem & præmissa, nota quod si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua secet uel secuerit, ipsa erit tertio æquidistans, quod sic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia, a b quidem in pũcto d, & b c in puncto e, dico quod linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a c & d c. Ductaq́ per 31 à puncto e ipsi a b æquidistante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quod linea a d basis triãguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi triãguli d e b. Rursus quia ducta à puncto d per 31 ipsi b c æquidistante, per eandem triãgulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e posita est æqualis lineæ e b, triangulus a e d est æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin, uidelicet, lineam e d, & ex eadẽ parte, ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquedistantes, ergo linea d e, est æquidistans lineæ a c. Quod quidem propositum, ad quintam quarti tibi ualebit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 39.

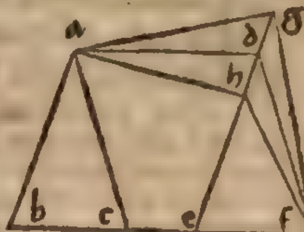
39 Triangula æqualia in eadem basi & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.



THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ γ β, constituta in eadem basi β γ, & ad easdem partes. dico quod & in eisdẽ sunt parallelis. Connectatur α δ. Dico quod α δ ipsi β γ est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionẽ) per α signum, ipsi β γ rectæ lineæ parallelus α ε, & connectatur ε γ. Triangulum igitur ε β γ (per 37 propositionẽ) æquale est triangulo α β γ: in eadem enim sunt basi β γ, in eisdemq́ parallelis α ε & β γ. At triangulũ igitur δ β γ, ipsi triãgulo α β γ est æquale (per hypothesin. Triangulũ igitur δ β γ, triangulo ε β γ est æquale, maius, uidelicet, minori, quod est impossibile: parallelus igitur minime est α ε ipsi β γ. Similiterq́ ostendemus quod nulla alia præter α δ: parallelus igitur est α δ ipsi β γ. Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 40.

40 SI duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq́ lineæ ex eadẽ parte fuerint constituti, eos inter duas lineas æquedistantes necesse est contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales, constituti super duas bases quæ sunt b c & e f, & ex eadem parte: dico eos esse inter duas lineas æquidistantes, & hæc est cõuersa 38. Et ꝓbatur per ipsam, sicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistãs lineæ b f, quæ si transierit per punctum d, patet propositũ: sin autem, pertranseat supra ut a g, & producatur e d usq; ad ipsum g, ut sit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triãgulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f, erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod est impossibile: non ergo transibit supra. Transeat ergo infra, seceto; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triãgulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triãgulo d e f, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit nisi per punctum d, patet ꝓpositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 40.

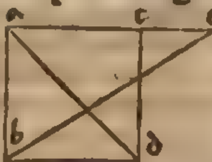
40 Triangula æqualia in æqualibus basibus & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.

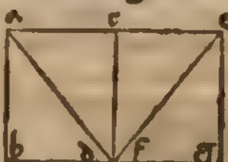


THEON ex Zamb. *Sint triangula æqualia α β γ & γ δ ε, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & γ ε, & ad easdem partes α. Dico quod & in eisdem sunt parallelis. Connectatur (per 1 postulatũ) α δ. Dico quod α δ ipsi β ε est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionẽ) per α ipsi β ε parallelus α ζ, & connectatur ζ ε. Triangulum igitur α β γ, triãgulo γ ζ ε est æquale: (per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta β γ & γ ε, & in eisdem parallelis β ε & α ζ, sed triangulũ α β γ, triangulo δ γ ε est æquale. Triangulũ igitur δ γ ε, æquũ est triãgulo ζ γ ε, maius minori, quod est impossibile: parallelus igitur minime est α ζ ipsi β ε. Similiterq́ ostendemus quod nulla præter α δ. Parallelus igitur est α δ ipsi β ε. Quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 41.

41 SI parallelogrammũ triangulusq́ in eadem basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammũ triangulo duplum esse conueniet.





CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, & triãgulus e b d super basim b d, & inter lineas a e & b d quæ sint æquidistantes. Dico parallelogrammũ, duplum esse triangulo. Protraham in parallelogrãmo diametrum a d, erit triangulus a b d, dimidium parallelogrammi per correlarium 34, & quia triangulus e b d est æqualis triangulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, esse dimidiũ parallelogrammi a b c d, quod est propositum. Similiter quoq; potest probari, quod si parallelogrammũ triangulusq́ in æqualibus basibus atq; inter lineas æquidistantes fuerint constituta, parallelogrammũ duplum erit triãgulo. Quod ideo non posuit Euclides.

des, quia leuiter patet ex hac præcedente correlariũ & 31, diuiso parallelogrammo per diametrũ in duo triangulos, uel super basin parallelogrãmi inter easdem lineas æque distantes triangulo constituto, ad quem duplum erit parallelogrammũ per hanc præcedentem, & ipse æqualis alteri dato triangulo per 35.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 41.

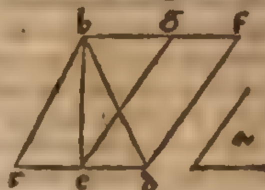
41 **Si parallelogrammũ & triangulũ eandem basin habuerint, in eisdemq́; fuerint parallelis, trianguli parallelogrammũ duplum erit.**

THEON ex Zamb. *Parallelogrammũ enim αβγδ, & triangulum εβγ, eandem habeant basin βγ, in eisdemq́; sint parallelis βγ & αε. Dico quod parallelogrammũ αβγδ, trianguli βεγ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatũ) αγ. Triangulũ igitur αβγ (per 37) æquale est triangulo εβγ: in eadem enim sunt basi βγ, & in eisdem parallelis βγ & αε. Sed parallelogrammũ αβγδ, duplum est ipsius trianguli αβγ (per 34 propositionem) etenim dimetiens αγ, illud bifariam secat. Quare parallelogrammũ αβγδ, ipsius trianguli εβγ duplum est. Si parallelogrammum & triangulũ igitur, & quod sequitur reliquum. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 42.

42  Equidistantiũ laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis.



CAMPANVS. Sit assignatus angulus a, & assignatus triangulus b c d, uolo describere superficiem æquidistantiũ laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorũ ex aduerso positorũ sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & à puncto b duco b f æquidistantẽ c d, eritq; per 38 triangulus b e d, æqualis triangulo b e c, quare triãgulus b e d, est dimidiũ totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e constituo per 23 angulũ d e g, æqualem angulo a, & perficio parallelogrammũ g e d f, quod etiam quia per præcedentẽ est duplum triangulũ b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc cõmunem scientiam, quorũ dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; sunt æqualia: est enim triangulus b e d, utriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammũ g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorũ angulorũ g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a, quod fuit propositum.

Euclidis ex Zamb. Problema 11. Propositio 42.

42 **Dato triangulo æquale parallelogrammũ constituere, in dato angulo rectilineo.**

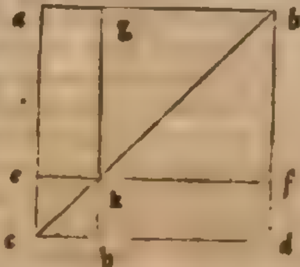
THEON ex Zamb. *Sit datum triangulũ αβγ, datus uero angulus rectilineus sit δ. oportet iam ipsi triangulo αβγ æquale parallelogrammum constituere in angulo rectilineo æquali ipsi δ. Secetur (per 10 propositionẽ) linea βγ bifariam, in signo ε, & connectatur (per 1 postulatum) αε. Constituaturq́; (per 23 propositionẽ) ad datam rectam lineam εγ, ad datumq́; in ea signum ε, ipsi angulo δ, æqualis angulus γεζ. Et (per 31 propositionem) per α, ipsi εγ excitetur parallelus αη, & (per eandem) per γ ipsi εζ parallelus excitetur γη: parallelogrammũ igitur est ζεγη. Et quoniam æqualis est βε ipsi εγ, triangulũ αβε (per 38) triangulo αεγ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus βε & εγ, & in eisdem parallelis βγ & αη. Duplum igitur est triangulũ αβγ, trianguli αεγ. Parallelogrammũ autem ζεγη (per 41) duplum est trianguli αεγ: basin enim eandem habet, in eisdemq́; parallelis est. parallelogrammũ igitur ζεγη æquũ est ipsi triãgulo αβγ, & habet angulũ γεζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triãgulo αβγ, æquale constitutũ est parallelogrammũ ζεγη, in angulo γεζ qui æqualis est ipsi δ, quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 43.

43  Mnis parallelogrãmi spatij, eorum quæ circa diametrũ sunt parallelogrammorũ supplementa, æqua sibi inuicẽ esse necesse est.

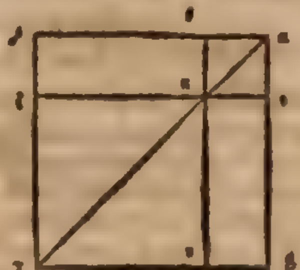
CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, in quo protrahã diametrũ b c, & protraham e f æquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a b & c d, quæ secet diametrũ in puncto k, à quo ducam k g æquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a c & b d, & producã eam quousq; secet

fecet utrunq; latus a b & c d, sitq; tota g k h. Erit totum parallelogrammũ a b c d diuisum in quatuor parallelogrãma, quorũ duo, scilicet, e c k h & g k b f dicuntur cõsistere circa c b, eo q; diameter transit per medium eorũ, & ideo sunt circa diametrũ, reliqua duo, scilicet, a e g k & k h f d: dicũtur supplemẽta. Hæc duo supplemẽta, dicũtur esse æqualia, sunt enim duo trianguli a b c & c d b, æquales per correl. 34 propositionis. similiter quoq; duo triãguli g k b & f k b, sunt æquales per idem correlariũ: at duo triãguli c e k & k h c, similiter sunt æquales per idem correlariũ. Demptis igitur duobus triãgulis b g k & k c e de totali triãgulo a b c, ac duobus triãgulis reliquis b f k & k c h de totali triãgulo reliquo c d b, erunt per 3 cõmunẽ animi conceptionẽ residua quæ sunt duo dicta supplemẽta æqualia, q̃d est ꝓpositũ.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 32. Propositio 43.*

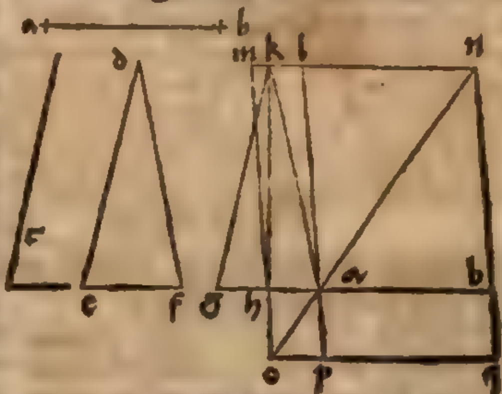
43 Omnis parallelogrãmi eorum quæ circa dimetientẽ sunt parallelogrãmorũ supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.



THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammũ α β γ δ, dimetiens uero illius sit α γ, circa uero α γ, sint parallelogramma ε θ & η ζ, supplementa uero sint β κ & κ δ. Dico quod supplementũ β κ, æquale est supplemento κ δ. Quoniam enim parallelogrammũ est α β γ δ, dimetiens uero illius est α γ, triangulum α β γ (per 34 propositionẽ) æquum est triangulo α δ γ. Rursus quoniam parallelogrammũ est α ε κ θ, dimetiens uero illius est α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum est triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulũ κ ζ γ, æquũ est triangulo κ η γ. At quoniam triangulũ α ε κ triangulo α θ κ est æquale, & triangulũ κ ζ γ triangulo κ η γ est æquale, triãgula igitur α ε κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ sunt æqualia: est autẽ totum triangulũ α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquũ igitur supplementũ β κ (per 3 cõmunem sententiam) reliquo supplemento κ δ est æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod sequitur reliquum, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 44.

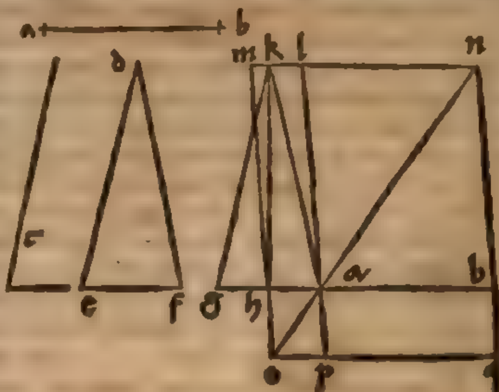
44 PRoposita linea recta, super eam, superficiem æquidistantiũ laterum cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis designare.



CAMPANVS. Designare superficiẽ æquidistantiũ laterũ super lineam aliquã, est lineam ipsam facere latus unũ ipsius superficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triãgulus d e f. Super lineam a b uolo designare superficiẽ unam æquidistantiũ laterũ, ita q; linea a b sit unũ ex lateribus eius, cuius uterq; duorũ angulorũ ex aduerso positorum sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit æqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hæc a 42, quia hic datur latus unius superficiei describendæ, scilicet, linea a b, ibi autẽ nullũ. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineam a g lineæ a b secundũ rectitudinẽ, quam pono æqualẽ lineæ e f basi triãguli dati, super quam cõstituo triangulum unum dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Constituo angulum a k g æqualem angulo e, & angulũ g a k æqualem angulo f, per 23, & quia g a posita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo e f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam a puncto k, lineam m k n æquidistantẽ lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h k, æqualis triangulo g h k. Tunc super punctum a lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo super basin a h, & inter lineas g b & m n æquidistantes, superficiem æquidistantium laterum m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f proposito.

Protraham

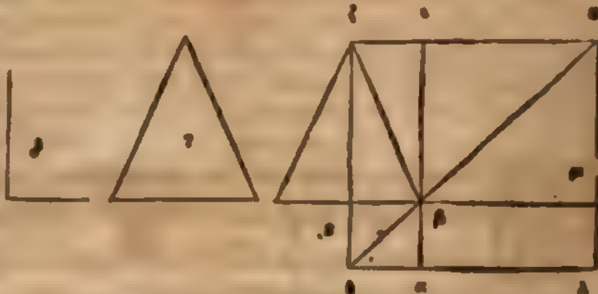
Protraham ergo b n æquidistantem a l, & producam diametrũ n a, quam protraham quousq; concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo superficiem æquidistantium laterum m o n q, & protraham l a usq; ad p punctum lineæ o q, eritq; per præcedentem, supplementũ a b p q, æquale supplemento m l h a, quare & triangulo d e f, & quia per 15 angulus l a h est æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p est æqualis angulo c, patet super datam lineam a b descriptam esse superficiem æquidistantium laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorum qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c, quod fuit propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

44 Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum * construere in dato angulo rectilineo. (παραβαλεῖν)

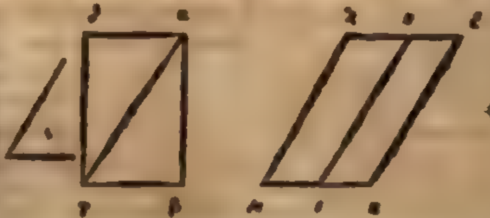
THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uero triangulũ sit γ, datus autem angulus rectilineus sit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum* * *prætendere in angulo qui æqualis δ. Constituatur (per 42) ipsi γ triangulo æquale parallelogrammũ β ε ζ η, in angulo ε β η qui ipsi δ est æqualis. Et (per 2 postulatũ) ponatur ut β ε sit in rectum ipsi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propositionem) utrisque & β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per 1 postulatum) θ β. Et quoniam in parallelos α θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis rectis sunt æquales: anguli uero β θ η & η ζ ε, duobus rectis sunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producuntur, (per 5 postulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propositionem) per κ signum utrisq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 postulatum) lineæ θ α & η β ad λ, μ, signa. Parallelogrammum igitur est θ λ κ ζ, illiusq; dimetiens est θ κ, circa uero ipsum dimetientem θ κ parallelogramma sunt α η & μ ε, supplementa uero λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipsi β ζ est æquale, sed β ζ (per 42) ipsi triangulo γ est æquale, igitur & λ β, ipsi γ est æquale. Et quoniam angulus η β ε (per 15) angulo α β μ est æqualis, sed angulus η β ε, ipsi δ est æqualis, angulus igitur α β μ, ipsi δ est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum* * *prætenditur λ β, in angulo α β μ qui ipsi δ est æqualis, quod fecisse oportuit.* (παραβαλεῖν) (παραβέβληται)



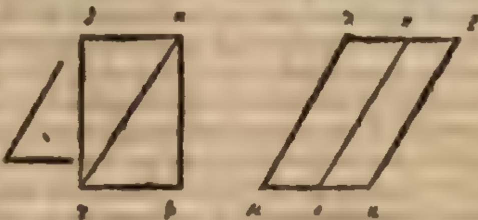
Euclidis ex Zamb. Problema 13. Propositio 45.

45 DAto rectilineo, æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. *Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uero angulus rectilineus sit ε, oportet iam ipsi α β γ δ rectilineo æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 postulatum) δ β, & constituatur (per 42) triangulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ κ ζ, qui ipsi ε est æqualis, &* * *prætendatur (per 44) ad rectam lineam η θ, triangulo δ β γ æquale parallelogrammũ η μ, in angulo η θ μ qui ipsi ε est æqualis. Et quoniam angulo ε, angulus θ κ ζ, & angulus η θ μ est æqualis, angulus igitur θ κ ζ, angulo η θ μ æqualis. Cõmunis ponatur angulus κ θ η, anguli ergo ζ κ θ & κ θ η, angulis κ θ η & η θ μ sunt æquales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ η (per 29 propositionẽ) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur κ θ η & η θ μ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam igitur rectam lineam η θ (per 14 propositionem) ad aliquodq;* (παραβεβλήσθω)



quodque in eas signum θ, binæ rectæ lineæ κ θ & θ μ non in eisdem partibus existentes, + utrobique angulos binis rectis æquales efficiunt. In rectum igitur est κ θ ipsi θ μ. At quoniam in parallelos κ μ & ζ η recta linea incidit θ η, alterni anguli μ θ η & θ η ζ (per 29 propositionem) sibi inuicem sunt æquales. Communis ponatur angulus θ η λ. Anguli ergo μ θ η & θ η λ, angulis θ η ζ & θ η λ sunt æquales. Sed anguli μ θ η & θ η λ (per eandem) duobus rectis sunt æquales, anguli igitur θ η ζ & θ η λ duobus rectis sunt æquales. In rectum est igitur linea ζ η, lineæ η λ. At quoniam κ ζ ipsi θ η (per 34) æqualis est & parallelus, & ipsi θ η ipsa μ λ, igitur (per 1 cōmunem sententiam) ζ κ ipsi μ λ æqualis est, & parallelus (per 30 propositionē.) ipsi sit



Sed eas coniungunt rectæ lineæ κ μ & ζ λ. lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propositionem) æquales & paralleli sunt: parallelogrammū igitur est κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ θ est æquale, & triangulum δ β γ parallelogrammo η μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrāmo est æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquū parallelogrammū constitutū est κ ζ λ μ, in angulo ζ κ μ ipsi ε dato æquali, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. *Propositio 45.*

45 IX data linea, quadratum describere.

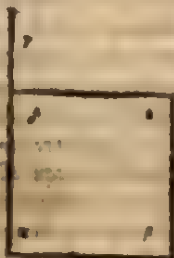
CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpēdiculares ad lineam a b, quæ erunt æquidistantes per ultimā partem 28, & pono utramque earū, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineam c d, eritque ipsa æqualis & æquidistans lineæ a b per 33. Et quia uterque duorū angulorū a & b est rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimam partem 29, ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum, quod est propositum.



Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei æqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b, & ponatur æqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidistās a c, & omnes anguli recti, per ultimam partem 29, quare per diffinitionē quadrati habemus propositū.

Eucli. ex Zamb. *Problema 14.* *Propositio 46.*

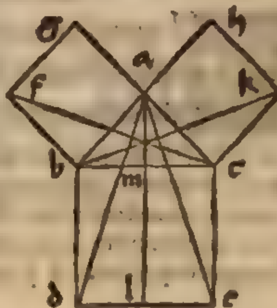
46 Ex data recta linea, quadratum describere.



THEON *ex Zamb.* *Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea, quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi rectæ lineæ α β, à dato signo α ad angulos rectos α γ. & ponatur (per 3 propositionem) ipsi α β æqualis α δ. Et (per 31 propositionem) per signum δ, ipsi α β parallelus excitetur δ ε. & (per eandem) per signum β, ipsi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrammū igitur est ipsum α δ ε β, æqualis igitur est α β ipsi δ ε. & α δ ipsi β ε. Sed α β ipsi α δ est æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterū igitur est α δ ε β parallelogrammū. Dico quod etiam rectangulum est. Quoniā enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis sunt æquales: angulus autem β α δ est rectus, angulus igitur α δ ε est etiam rectus. parallelogrammorū * locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicem sunt æqualia (per 34 propositionem) Ex opposito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli, sunt recti. Rectangulum igitur est α β ε δ, ostensum autem est quod & æquilaterū. Quadratum igitur est, atque ex data recta linea α β descriptum, quod facere oportebat.*

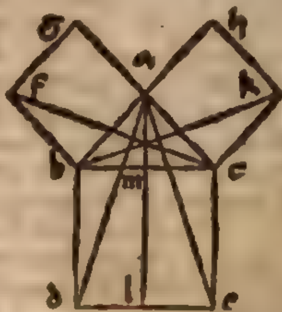
Eucli. ex Camp. *Propositio 46.*

46 IN omni triangulo rectangulo, quadratum quod à latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur, æquū est duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur. CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod quadratum lateris b c, æquū est quadrato lateris a b & quadrato lateris a c simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, secūdum doctrinā præcedentis, sitque quadratū b c, superficies b c d e, & quadratum b a, superficies b f g a, & quadratū a c, superficies a c h k. Ab angulo a, recto, ducam ad basin d e basin maximi quadrati, tres lineas, scilicet, a l æquidistantem utrique lateri b d & c e, quæ secet b c in puncto m, & hypothenusas a d & a e.



d &ae.

& a e. Itemq; à duobus reliquis angulis trianguli, qui sunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorum, duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum, quæ sunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, est rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterque duorum angulorū c a b & c a h est rectus. Quia ergo super basin b f, & inter duas lineas æquidistantes quæ sunt c g & b f, constituta sunt parallelogrammum b f g a & triangulo b f c, erit per 41 parallelogrammū b f g a duplum triangulus b f c, sed triangulus b f c est æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi sunt æqualia a b & b d lateribus postremi, & angulus b primi est æqualis angulo b postremi, eo quod uterq; constat ex angulo recto & angulo a b c cōmuni: ergo parallelogrammum b f g a, est duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammū b d l m est duplum ad eundem triangulum per 41, quia constituti sunt super eandem basin, scilicet, b d, & inter lineas æquidistantes quæ sunt b d & a l, ergo per cōmunem scientiam quadratum a b f g, & parallelogrammum b d l m sunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet, prædicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis k b c & a e c probabimus quadratū a c h k esse æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propositum.

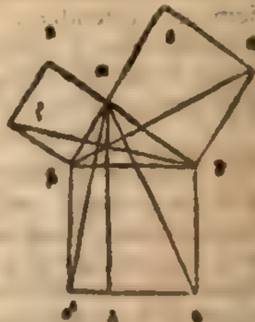


Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 47.

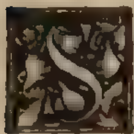
47 In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulū subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulū continentibus.

THEON ex Zamb. Sit triangulū rectangulum α β γ, rectum habens qui sub β α γ angulum. Dico quod quadratū quod fit ex β γ, æquum est quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Describatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata η β & θ γ. Et per α, ipsis β δ & γ ε, (per 31 propositionem) parallelus excitetur α λ, & connectantur (per 1 postulatum) α δ & γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α η sunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α ad datumq; in ea signum α, duæ rectæ lineæ α γ & α η non in easdem partes proiectæ, angulos utrobiq; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propositionem) in rectum igitur est α γ ipsi α η. Ac per hoc & β α ipsi α θ est in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis est angulo ζ β α, rectus enim uterque est, communis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ est æqualis. Et quoniam duæ δ β & β α duabus β ζ & β γ sunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ est æqualis, basis igitur α δ basi ζ γ (per 4 propositionem) est æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β γ est æquale. Trianguli vero α β δ (per 41) parallelogrammum β λ duplum est: basim enim habet eandem, hoc est β δ, in eisdemq; est parallelis, hoc est β δ & α λ. Et trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum est, basim namq; eandem habent, hoc est β ζ, & in eisdem est parallelis, hoc est ζ β & η γ. Quæ autem æqualium dupla sunt (per 6 cōmunem sententiam) adinuicem sunt æqualia: parallelogrammū igitur β λ æquum est quadrato η β. Similiterq; si connectantur (per 1 postulatum) α ε & β θ, ostendetur parallelogrammū γ λ, æquale esse quadrato θ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & θ γ quadratis æquum est. Et quadratum β δ ε γ, est descriptum ex β γ: at quadrata η β & θ γ, sunt descripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex β γ latere, æquū est quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratū quod ex rectum angulum subtendente latere fit, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.

Ipsi sūt



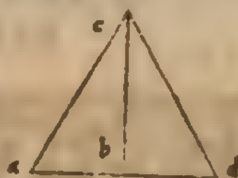
Eucli. ex Camp. Propositio 47.

47 I quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus cui latus illud opponitur.

CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere, est eius quadratum describere. Sit triangulus a b c, sitq; quadratū lateris a c, æquale quadratis duorū laterum a b & b c simul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, esse rectum. Et hæc est conuersa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpen-

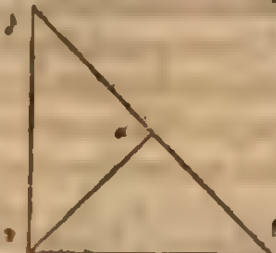


perpendicularem super lineam b c, quam pono æqualem a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratum d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c, & quia b d posita est æqualis b a, erunt per communem scientiam quæ est linearum æqualium æqualia esse quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c, ergo per aliam cõmunem scientiam quæ est conuersa prioris, scilicet, lineas, quarum quadrata sunt æqualia, esse æquales, erit d c æqualis a c, quare per 8 angulus b trianguli a b c, est rectus, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 48.

48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus quadratis, angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

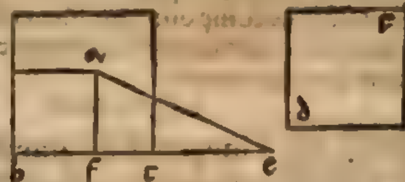


THEON ex Zamb. Trianguli namq; αβγ, quod ex uno latere βγ quadratum, æquum sit eis quæ ex βα, αγ lateribus, quadratis. Dico quod angulus βαγ, rectus est. Excitetur enim (per 11 propositionem) ab α, signo, ipsi αγ rectæ lineæ ad angulos rectos αδ. Et (per 3 propositionem) ponatur ipsi αβ, æqualis αδ, & (per 1 postulatum) connectatur δγ. Et quoniam æqualis est δα ipsi αβ, quadratum quod ex δα, æquum est quadrato quod ex αβ. Commune apponatur quadratum quod ex αγ, quadrata igitur quæ ex δα & αγ, æqualia sunt eis quæ ex βα & αγ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δα & αγ, æquum est quadratum quod ex δγ. Rectus enim est angulus δαγ. Quadratis autem ex αβ & αγ (per hypothesin) æquum est quadratum quod ex βγ, nam id receptum est. Quadratum igitur quod ex δγ, æquum est quadrato quod ex βγ. Quare latus δγ, lateri βγ est æquale: & quoniam αδ, ipsi αβ est æquale, communis autem αγ, duæ igitur δα & αγ, duabus βα & αγ sunt æquales, & basis δγ, basi βγ æqualis. Angulus igitur δαγ angulo βαγ (per 8 propositionem) est æqualis. At angulus δαγ, rectus est: rectus igitur est & angulus βαγ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus, quadratis, angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit. Quod erat ostendendum.

CAMPANI additio.

Propositis quibuscunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.

Proponantur ergo duo quadrata, scilicet, a b & c d, & sit propositum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & sit f e, ita quod f e sit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e educam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumentũ secundum penultimam primi, quadratum e a est tantum, quantum quadratum e f & quadratum f a, sed quadratum e f est æquale quadrato c d, & quadratum f a est æquale quadrato a b, ergo quadratum a e, est æquale quadratis a b & c d. Item e f a, est triangulus, ergo e f & f a latera, sunt longiora a e latere, secundum 20 primi, sed f a est æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b sunt longiora a e, ergo illa totalis linea, scilicet, e b, est maior a e: resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quod b c sit æquale a e, ergo quadratum b c est æquale quadrato a e, sed quadratum a e, ut prius probatũ fuit, est æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratum b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, est quadrato c d æqualis, quod erat probandum.



d 3 EVCLIDIS

LIBRI PRIMI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

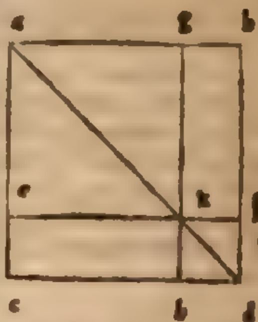
Euclides ex Campano.



Mne parallelogrammũ rectangulum, ſub duabus lineis angulũ rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi ſpatij ea quidem quæ diameter ſecat per medium parallelogrãma, circa eandem diametrũ conſiſtere dicuntur. Eorum uero parallelogrammorũ quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet una cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.



CAMPANVS. Quæ parallelogrãma dicuntur conſiſtere circa diametrũ. & quæ ſunt ſupplementa, expoſitum eſt ſupra in demonſtratione 41 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrũ a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi ſecantes ſe ſuper diametrũ a d, in puncto k, erit ipſum parallelogrammum diuiſum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorũ quæ ſunt a g e k & k f h d, quæ diameter ſecat per medium, dicitur conſiſtere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicuntur ſupplementa cum utroque dictorum parallelogrammorũ conſiſtentium circa diametrum componunt figuram quandam qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complementum parallelogrammi, parallelogrammũ unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minime tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in prædicamentis.

Eucli. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

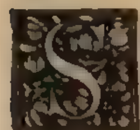


Mne parallelogrammũ rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicituu contineri.

Quid gnomon.

Dimetiens Omnis parallelogrammi * loci eorum quæ circa dimetientẽ illius ſunt parallelogrammorũ unumquodq; cum binis ſupplementis gnomon uocetur.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 1.*

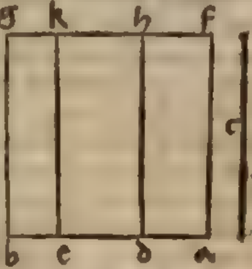


1 I fuerint duæ lineæ quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantiũ laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionẽ dicitur contineri.

Sint duæ

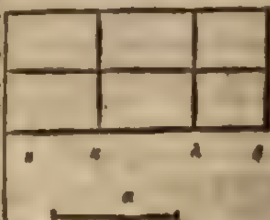
Sint duæ lineæ a b & c, quarũ una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico ꝙ illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum eſt illis parallelogrãmis rectangulis ſimul iunctis quæ fiunt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarũ utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectangulã ſuperficiẽ a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur cõtineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e, lineas d h & e k æquidiſtãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum æqualis c per 34 primi, quoniã utraq; earũ eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectaugulũ d h e k, ex c in d e, & rectangulũ e k b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula ſimul iuncta ſunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerũ eſſe propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 Si fuerint binæ rectæ lineæ, ſeceturq; ipſarũ altera in quotcunq; ſegmenta, rectangulũ comprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquum eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

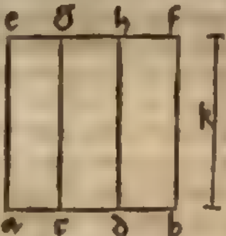
THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, ſeceturq; earũ altera βγ utcunq; in δ, ſcilicet, & ε ſignis. Dico quod rectangulũ cõprehenſum ſub α & βγ æquũ eſt rectangulo cõprehenſo ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & etiã ei quod ſub α & εγ. Excitetur nanq; (per 11 propoſitionẽ primi) ex β, ipſi βγ ad angulos rectos βζ: ponatur quoq; (per 3 primi) ipſi α æqualis βη & per η, ipſi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ, & (per eandem) per δ, ε, γ, ipſi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ eſt iam βθ ipſis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quod ſub α & βγ: cõprehenditur enim ſub ηβ & βγ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At βκ ei quod ex α & βδ: comprehenditur nanq; ſub ηβ & βδ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At δλ ei quod ſub α & δε: æqualis nanq; eſt δκ, hoc eſt βη ipſi α. Et inſuper ſimiliter εθ ei quod ſub α & εγ. Quod igitur ſub α & βγ cõprehenditur, æquum eſt ei quod ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & ei inſuper quod ſub α & εγ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſeceturq; earũ altera, & quæ ſequũtur reliqua, quod erat oſtendendũ.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 SI fuerit linea in partes diuiſa, illud quod ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit, æquũ erit ĳs quæ ex ductu eiuſdẽ in omnes ſuas ptes.

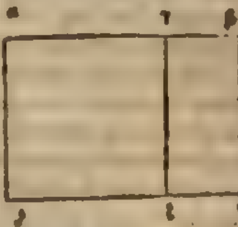
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b, dico ꝙ illud quod fit ex ductu totius a b in ſe q̃d ſit a e b f, æquũ eſt ĳs quæ fiunt ex ipſa tota in unamquamq; dictarũ partium, quod palàm patebit, ductis c g & d h æquidiſtanter a c & b f. Aliter. Sumatur k æqualis a b, eritq; per præmiſſam q̃d fit ex ductu k in totã a b, æquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quantũ ex a b in ſe, & ex k in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id ꝙ k & a b ſunt æquales, patet uerum eſſe propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si recta linea ſecetur utcunq;, quæ ſub tota & quolibet ſegmentorũ rectaugula cõprehenduntur, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quod rectangulũ comprehenſum ſub αβ & βγ, cum rectangulo cõprehenſo ſub βα & αγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratũ αβδε, exciteturq; (per 31 primi) per γ, utriq; αδ & βε parallelus γζ. æquũ eſt igitur αε ipſis αζ & γε. eſt autẽ αε ex αβ quadratũ. Et αζ ſub βα & αγ rectangulũ contentũ, comprehenditur enim ſub δα & αγ. æqualis autẽ eſt αδ ipſi αβ. Et γε ei quod ſub αβ, βγ: æqualis enim eſt βε ipſi αβ. Quod igitur ſub βα & αγ cum eo quod ſub αβ & βγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportuit.



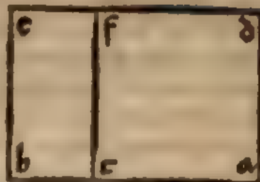
Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.



3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa illud quod fiet ex ductu totius in alterutrã partem, æquũ erit ĳs quæ ex ductu eiuſdem partis in

 ſeipſam

seipsam & alterius in alteram.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico q illud quod fit ex tota a b in eius partem a c, æquū est quadrato eiusdem a c partis, & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratū lineæ a c q̄d sit a c d f, & perficiatur superficies a b d e, patebitq propositū. Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantū est quantū a c in a b & ecōuerso, & a c in a b, item & in c b & in seipsam quantū g in easdem, at g in totā a b quantū in a c & in c b per primā huius, patet propositū, scilicet, q tantū erit a c in a b quantū in se & in c b. Quare ecōuerso a b in a c quantū a c in se & in c b. Quod uolumus demōstrare.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 3* *Propositio 3*

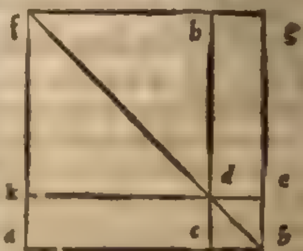
3 Si recta linea secetur utcunque, rectangulū sub tota & uno segmentorū comprehensum, æquum est ei quod sub segmentis cōprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.



THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, secetur utcunque in signo γ. Dico quod rectangulū comprehensum sub α β & β γ, æquū est rectangulo cōprehenso sub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Describatur enim (per 46 primi) ex β γ, quadratū γ δ ε β, & extendatur ε δ in ζ, (per 2 postulatū.) Et per α, utrique γ δ & β ε (per 31 primi) parallelus excitetur α ζ. Aequū iam est α ε, ipsis α δ & γ ε, estque α ε rectangulum cōprehensum sub α β & β γ, cōprehenditur etenim sub α β & β ε, & æqualis est β ε ipsi β γ. Et α δ est quod sub α γ & γ β, æqualis enim est δ γ ipsi γ β, at δ β quadratū est qd fit ex γ β. Rectangulū igitur contentū sub α β & β γ, æquū est rectangulo cōprehenso sub α γ & γ β cum quadrato quod ex β γ. Si recta igitur linea secetur & quæ sequūtur reliqua ut in theoremate Quod demōstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 4*

4 SI fuerit linea in duas partes diuisa, illud quod ex ductu totius in seipsam fit, æquū est ijs quæ ex ductu utriusque partis in seipsam & alterius in alterā bis. Ex hoc manifestū est q in omni quadrato duæ superficies quas diameter secat per mediū, sunt ambæ quadratæ.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico q quadratū totius a b, æquū est duob. quadratis duarū linearū a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earū in alterā. Describā quadratū alterius partium, sitque c d b e, quadratū lineæ c b, cui adiungam gnomonē secundū ductum directiuū lineæ alterius, scilicet a c, quem faciā hoc modo. In quadrato descripto protrahā diametrū b d, & à pūcto a e ducā perpendicularē super lineam a b, quæ sit a k, quā a k & diametrū b d, producā usquequo per penultimā petitionē concurrant in puncto f, & à puncto f, producā f h æquidistantē lineæ a b, quam f h & b e, producā usque quo concurrāt in puncto g, & producā c d usque ad h, & e d usque ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b sunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e est rectus, erit per 32 primi uterque eorū medietas recti, eadem ratione uterque duorū angulorū c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per secūdam partē 29 primi, & 15 eiusdē, erit unusquisque quatuor angulorū qui sunt h f d & h d f & k f d & k d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g h sunt æquales, similiter quoque f a & a b, pari ratione f h & h d, itemque f k & k d, quare utraque duarū superficierū a b g f & k d h f, est quadrata. Et quia totale quadratū a b f g quod est quadratū lineæ a b, constat ex duobus quadratis quæ consistunt circa diametrū quæ sunt quadrata duarū linearū a c & c b, & ex duobus supplemētis quorū unumquodque producitur ex a c in b c, patet propositū nostrū. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuisa in a c & c b, eritque per 2 huius quod fit ex tota a b in se, æquū ei quod fit ex ipsa in a c & c b, sed ex ipsa in a c tantum fit quantū ex a c in se & ex a c in b c, per 3 huius. itemque ex ipsa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in se & ex c b in a c per eandem, ergo quod fit ex tota a b in se, æquum est ei quod fit ex a c in se & in c b, & ex c b in se & in a c, quod est propositū. Sed hac uia non patet correlarium, sicut uia præcedenti patet, unde prima est autori magis consona.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 4* *Propositio 4*

4 Si recta linea secetur utcunque, quadratū quod fit ex tota, æquū est quadratis quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis cōprehenditur rectangulo.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, secetur utcunque in signo γ. Dico quod quadratū α β, æquum est quadratis quæ fiunt ex α γ & γ β, & bis sub α γ & γ β cōtento rectāgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratū α δ ε β, & cōnectatur β δ, & (per 31 primi) per γ, utrisque α δ & β ε parallelus excitetur γ ζ, dispescens diametrū β δ in η signo, (& per eandem) per η, utrisque α β & δ ε parallelus excitetur θ κ. Et quoniā parallelus est γ ζ ipsi α δ, & in eas incidit β δ (per 28 & 29 primi) angulus exterior ε η β æqualis est interiori & opposito α δ β. Sed angulus α δ β, ei qui sub α β δ (per 5 primi) est æqualis, quoniā latus β α, lateri α δ est æquale. Igitur angulus γ η β, angulo η β γ est æqualis: quare (per 6 primi) & latus β γ, lateri γ η est æquale. Sed γ β ipsi η κ est æquale, & γ η ipsi κ β: igitur η κ ipsi κ β est æquale. Aequilaterū igitur est, γ η κ β. Dico etiam quod rectangulū. Quoniā parallelus est γ η ipsi β κ, & in eas incidit linea γ β, anguli igitur κ β γ & η γ β (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, angulus autē κ β γ rectus est: rectus igitur est & angulus β γ η. Quare (per 34 primi) & ex opposito anguli γ η κ & η κ β sunt recti. Rectangulū igitur est γ η κ β. Ostensum autē est quod & æquilaterū, quadratum igitur est, estque ex β γ, ac per hoc etiam θ ζ quadratū est, & est ex θ η, hoc est α γ. Quadrata igitur θ ζ & γ κ, sunt ex lineis α γ & γ β. Et quoniam α η æquū est ipsi η ε, estque α η id quod sub α γ & γ β, æqualis nāque est η γ ipsi γ β, igitur η ε (per 43 primi) æquū est ei quod sub α γ & γ β. Igitur & α η & η ε, æqualia sunt ei quod bis est sub α γ & γ β. Quadrata autē θ ζ & γ κ, sunt ex α γ & γ β. Quatuor igitur θ ζ, γ κ, α η & η ε, sunt eis æqualia quæ fiunt ex α γ & γ β quadratis, & ei quod fit bis sub α γ & γ β rectāgulo. Sed θ ζ, γ κ, α η, & η ε, sunt totū α δ ε β, quod est quadratū quod ex α β. Quadratū igitur quod fit ex α β, æquū est eis quæ fiunt ex α γ, & γ β quadratis, & ei quod bis sub α γ & γ β cōprehenditur rectāgulo. Si recta igitur linea secetur utcūque quadratū quod fit ex tota æquū est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur sub sectionibus rectāgulo, qđ demōstrasse oportuit.*

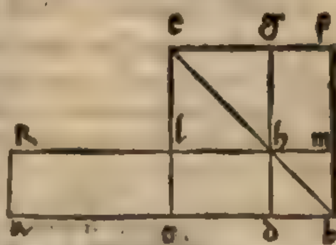
ALITER idem ostendere. *Dico quod quadratū α β, æquū est eis quæ fiunt ex α γ & γ β quadratis, & ei quod bis sub α γ & γ β cōprehenditur rectangulo. In eadē enim descriptione, quoniā æquale est α β ipsi α δ, æqualis est angulus α β δ ei qui sub α δ β, (per 5 primi.) Et quoniā omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) trianguli α β δ tres anguli α δ β, δ β α, & β α δ, duobus rectis sunt æquales (per eandē.) Rectus autē est angulus β α δ, reliqui ergo anguli α β δ, & α δ β, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterque igitur α β δ & α δ β, dimidiū est recti. Angulus autē β γ η, rectus est, æquus enim est ei qui ex opposito ad α (per 29 primi.) Reliquus igitur angulus γ η β, dimidiū est recti. Angulus igitur γ η β, angulo γ β η est æqualis, quare & latus β γ, æquale est ipsi γ η, sed β γ ipsi η κ est æquale, & γ η ipsi β κ est æquale. Aequilaterū igitur est γ κ, habet autē & angulū γ β κ, rectū: quadratū est igitur γ κ, & est ex β γ, & ob id etiā θ ζ quadratū est, & æquū est ei quod ex α γ: igitur γ κ & θ ζ, sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex α γ & γ β fiunt quadratis. Et quoniā æquū est α η ipsi η ε, estque α η id quod sub α γ & γ β, æqualis enim est η γ ipsi γ β, & η ε igitur æquū est ei quod sub α γ & γ β: igitur α η & η ε, sunt æqualia ei quod bis fit sub α γ & γ β. Sunt autē γ κ & θ ζ, æqualia eis quæ fiunt ex α γ & γ β quadratis. Igitur γ κ, θ ζ, α η, & η ε, sunt æqualia eis quæ ex α γ & γ β, & ei quod bis est sub α γ & γ β, sed γ κ, θ ζ, α η, & η ε, totum sunt α ε quadratū quod fit ex α β. Quadratū igitur quod fit ex α β, æquū est quadratis quæ fiunt ex α γ & γ β, & ei rectangulo quod bis cōprehenditur sub α γ & β γ, quod ostendere oportuit.*

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestū est, quod in quadratis * areis parallelogrāma quæ circa dimetientē, quadrata sunt.* χωρίοις

Euclides ex Campano. Propositio 5

5 
SI linea recta per duo æqualia duoque inæqualia secetur, quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulū continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter utrasque est sectiões describitur, æquū est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in se ducto describitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, & per inæqualia in puncto d. dico quadratū c b, esse æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Describam quadratū c b, quod sit c b f e, in quo protrahā diametrū e b, & ducā d g æquidistantē b f, quæ secet diametrū e b in puncto h, & à puncto h educā æquidistantem lineæ a b. quæ sit h k, secans lineā b f in puncto m. & lineam c e in puncto l, & protrahā a k, æquidistantē c e. Eritque per correlariū præmissæ, utraque duarū superficierū



l g & d m, quadrata. & per 43 primi, duo suppleméta c h & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utrique, erit parallelogrammū c m æquale parallelogrāmo d f, & quia a l est

d 4 æquale

æquale c m per 36 primi. erit a h æquale gnomoni qui circūstat quadrato l g, ergo addito utrisq; quadrato l g, erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si recta linea secetur in æqualia & nō æqualia, rectangulū comprehensum sub æqualibus segmētis totius, una cum quadrato eius quæ media est sectionū, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædā αβ secetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quod rectangulū cōprehensum sub αδ & δβ una cum quadrato quod ex γδ, æquū est ei quod fit ex γβ quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex γβ, quadratū γεζβ, & (per primū postulatū) cōnectatur βε, & (per 31 primi) per δ, utrisq; & γε & βζ parallelus excitetur δη, secans βε in puncto θ, & rursus (per eandē) per θ, utrisq; αβ & εζ parallelus excitetur κμ æqualis ipsi αβ: & rursus (per eandē) per α, utrisq; γλ & βμ parallelus excitetur ακ. Et quoniā (per 43 primi) supplementū γθ æquū est supplemento θζ, cōmune ponatur δμ: totum igitur γμ, toti δζ est æquale. Sed γμ ipsi αλ est æquale, quoniam αγ ipsi γβ est æqualis, & αλ igitur ipsi δζ est æquale. Cōmune ponatur γθ, totum igitur αθ ipsis δλ & δζ est æquale. Sed αθ æquū est ei quod sub αδ & δβ, æqualis enim est δθ ipsi δβ, & ζδλ est μνξ gnomon. Gnomon igitur μνξ, æqualis est ei quod sub αδ & δβ. Commune ponatur λη, quod æquū est ei quod fit sub γδ: gnomon igitur μνξ & λη, sunt æqualia rectangulo cōprehenso sub αδ & δβ, & ei quod fit ex γδ quadrato (per 36 primi. Sed gnomon μνξ & λη, totum sunt quadratū γεζβ quod est ex βγ. Rectangulum igitur cōprehensum sub αδ & δβ una cum quadrato quod ex γδ fit, æquū est ei quadrato quod fit ex γβ. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod oportuit demonstrasse.

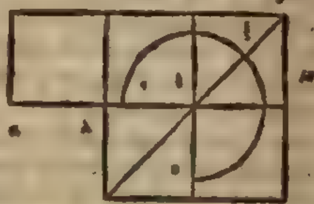
Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 I recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uero ei linea in longū addatur, quod ex ductu totius iam cōpositæ in eam quæ iam adiecta est, cum eo quod ex ductu dimidiæ in seipsam, æquū est ei quadrato quod ab ea quæ constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, eiq; addatur linea b d: dico ꝙ quadratū c d, quod sit c d e f, æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto c d, diametrū d e, & ducam lineam b g æquidistantē d f, quæ secet diametrū d e in puncto h, à quo h, producam æquidistantē lineæ a b, quæ sit h k, secans d f in puncto m, & c e in puncto l, & producam a k, æquidistantē c l, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h, erit æquale h f, p 43 primi, quare a l, est æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m æquale toti gnomoni circūstanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cū l g, æquale toti quadrato c f. Et quia utraq; duarū superficierū l g & b m est quadrata per correl. 4 huius patet propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

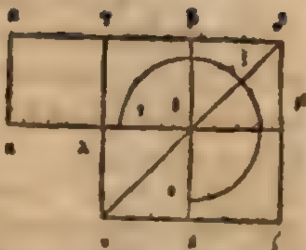
6 Si recta linea bifariam secetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectū, rectangulū comprehensum sub tota cum apposita & apposita, una cum quadrato quod fit à dimidia, æquū est ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & apposita tanq; ex una descripto quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ secetur bifariā in signo γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum βδ. Dico quod rectangulum cōprehensum sub αδ & δβ, una cum quadrato quod fit ex βγ, æquū est ei quod fit ex δγ, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex γδ quadratū γεζδ, & (per 1 postulatū) connectatur δε, & (per 31 primi) per β signum, utriq; earū εγ & δζ parallelus excitetur βη, secans δε in puncto θ, & (per eandem) per θ signū, utriq; ipsarū αδ & εζ, parallelus excitetur κμ, & insuper (per eandem) per α, utriq; earum γλ & δμ, parallelus excitetur ακ. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis est αγ ipsi γβ, æquū est αλ ipsi γθ. Sed (per 43 primi) γθ æquū est ipsi θζ. Igitur & αλ ipsi θζ (per eandem) est æquale, commune apponatur γμ, totum igitur αμ, gnomoni νξο est æquale.

Sed αμ

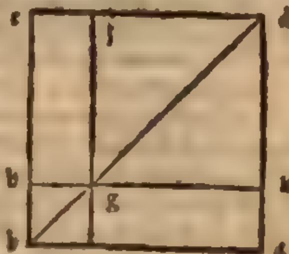
Sed α μ est id quod fit sub α δ & δ β, æqualis enim est δ μ ipsi δ β: & gnomon igitur ν ξ ο, æqualis est rectangulo comprehenso sub α δ & δ β. Commune apponatur λ θ, quod æquū est quadrato quod fit ex γ β. Rectangulū igitur comprehensum sub α δ & δ β, una cum eo quod ex β γ quadrato, æquum est ipsi ν ξ ο gnomoni, & ipsi λ θ. sed gnomon ν ξ ο & λ θ, totum sunt γ ε ζ δ quadratū, quod fit ex γ δ. Rectangulū igitur comprehensum sub α δ & δ β, una cum quadrato quod ex β γ, æquū est quadrato quod ex γ δ. Si recta igitur linea & quæ sequūtur reliqua. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam cū eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam, æquū est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

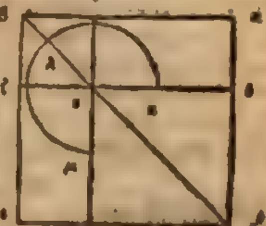
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in duas partes in puncto c, dico quod quadratū totius a b cū quadrato b c, æquū est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratū totius, quod sit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidistans, b e, secans diametrū in puncto g, & ducatur k g h æquidistās a b. Et quia quadratū a e cū quadrato c h tantū sunt quantū quadratū k f cum duabus superficiebus a h & c e patet propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 Si recta linea secetur utcunq;, & quod ex tota & q̃d ex uno segmentorū utraq; quadrata, æqualia sunt rectangulo cōprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo segmēto fit quadrato.

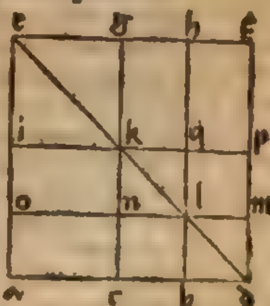
THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, secetur utcunq; in signo γ, dicō quod quadrata ex α β & β γ, æqua sunt rectangulo contento bis sub α β & β γ, & ei quod fit ex α γ, quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratū α δ ε β, describaturq; figura. Quoniam (per 43 primi) æquū est α θ ipsi θ ε, cōmune apponatur γ ζ: totum igitur α ζ, toti γ ε est æquale. Igitur α ζ & γ ε, duplum est ipsius α ζ. Sed α ζ & γ ε, sunt κ λ μ gnomon, & γ ζ quadratū, & κ λ μ: igitur gnomon & α ζ. Est autē ipsius α ζ duplum, etiam id quod bis sub α β & β γ, fit æqualis enim est β ζ ipsi β γ. ergo κ λ μ gnomon & quadratū γ ζ, æquū est rectangulo contento bis sub α β & β γ, cōmune apponatur δ θ, quod est quadratū ex α γ: gnomon igitur κ λ μ, & γ ζ & θ δ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed κ λ μ gnomon, & quadrata β ζ & δ θ, totum sunt β α δ ε & ζ, quæ sunt ex α β & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia sunt rectāgulo bis sub α β & β γ comprehenso, cum eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequūtur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.



Eucl. ex Camp. Propositio 8.

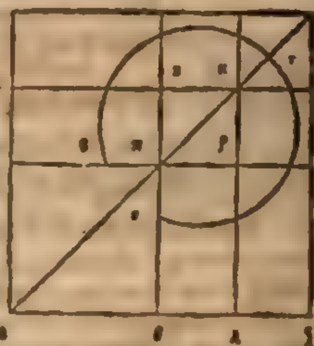
SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longum æqualis uni diuidentium adiungatur, quod ex ductu totius iam compositæ in seipsam fiet, æquū erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

CAMPANVS. Sit a b diuisa in puncto c, qualitercūq; contingat, cui addatur b d æqualis c b, dico q̃ quadratū totius a d quod sit a d e f, est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cū quadrato a c. Hoc autē patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistantibus lineæ d f, & secantibus diametrū in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidistantes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; superficierū r g, n q, & b m, quadrata. Et quia c b posita est æqualis b d, erit utraq; superficierū c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum c p, æqualia, & quia totus gnomo circūstans quadrato r g, est per 36 & 34 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l, patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

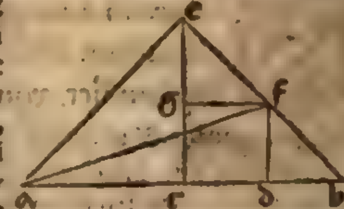
8 Si recta linea secetur utcunque, rectangulum comprehensum quater sub tota & uno segmentorũ cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab una descripto quadrato.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β secetur utcunque in signo γ. dico quod quater sub α β & β γ cõprehensum rectangulum, una cum eo quod ex α γ quadrato, æquũ est ei quod fit ex α β & β γ tanquam ab una descripto quadrato. Producatur enim (per 6 secundi) in rectam lineam ipsi α β recta linea β δ, & ponatur ipsi γ β æqualis β δ (per 3 primi.) Et (per 46 primi) ex α δ describatur quadratum α ε ζ δ, & describatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis est γ β ipsi β δ, sed γ β ipsi η κ, est æqualis, & β δ (per 34 primi) ipsi κ ν est æqualis, & η κ igitur ipsi κ ν est æqualis, & perinde π ρ ipsi ρ ο est æqualis. Et quoniam æqualis est β γ ipsi β δ, & η κ ipsi κ ν, æquũ est igitur γ κ ipsi κ δ, & η ρ ipsi ρ ν. (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipsi ρ ν est æquale. supplementa enim sunt parallelogrammi γ ο, & κ δ, igitur ipsi η ρ est æquale. Igitur δ κ, γ κ, η ρ, & ρ ν, sibi inuicem sunt æqualia: ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius γ κ. Rursus quoniam æqualis est γ β ipsi β δ, sed β δ quidem ipsi β κ, hoc est ipsi γ η est æqualis, & γ β ipsi η κ, hoc est ipsi η π est æqualis: & γ η igitur ipsi η π est æqualis. Et quoniã æqualis est γ η ipsi η π, & π ρ ipsi ρ ο, æquũ est α η ipsi μ π, & π λ ipsi ρ ζ, sed μ π ipsi π λ (per 43 primi) est æquale: supplementa enim sunt parallelogrammi μ λ & α η igitur ipsi ρ ζ (per 43 eiusdem) est æquale. Quatuor igitur α η, μ π, π λ, & ρ ζ, sibi inuicem sunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius α η. Ostensum autem est quod quatuor γ κ, κ δ, η ρ, & ρ ν ipsius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonem σ τ υ complectuntur, quadruplicata sunt ipsius α κ. Et quoniam α κ est quod sub α β & β δ, æqualis enim est β κ ipsi β δ, quod igitur quater est sub α β & β δ, quadruplicatũ est ipsius α κ: ostensum est autem quod ipsius α κ, quadruplicatum, est gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater est sub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquum est. Cõmune apponatur ξ θ, quod æquum est quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater sub α β & β δ comprehensum, cum quadrato quod ex α γ, æquum est gnomoni σ τ υ & (ei quod est) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon & ξ θ, totum sunt α ε ζ δ quadratum quod est ex α δ, quod igitur quater sub α β & β δ, una cum eo quod fit ex α γ, æquum est ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autem est β δ ipsi β γ. Rectangulũ igitur comprehensum quater sub α β & β γ, una cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum est ei quod fit ex α δ, hoc est ei quod ex α β & β γ tanquã ab una descriptum est quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

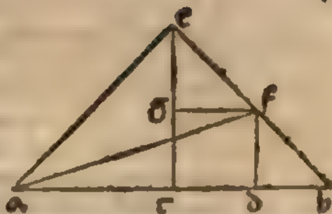
9 I linea in duo æqualia duoque inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriusque inæqualiũ sectionum in seipsam pariter accepta, duplum sunt utrisque pariter acceptis, quæ quidem ex dimidia eaque quæ utrique sectioni interiacet quadratis describuntur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico quod quadratum a d & quadratũ d b simul iuncta, dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e, perpendicularẽ & æqualem utrique earum linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritque per 32 primi, uterque angulorũ a & b, & uterque angulorũ partialium qui sunt ad e, medietas recti, totusque e, rectus. Et produco d f, æquidistantem c e, & perpendicularẽ super lineam a b, eritque uterque angulorũ d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi siue per secundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidistantem a b, eritque per secundem partem 29 primi & per 32 eiusdem, uterque angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiusdem, latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimã eiusdem quadratũ e f est æquale quadrato e g & quadrato g f, ipsum erit duplum ad quadratũ g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratũ e a est æquale quadrato a c & quadrato c e, ipsum erit duplum ad quadraum a c, & quia quadratum a f æquale quadrato e f & a e per eandem, ipsum erit duplum ad quadratũ a c & ad quadratũ c d.

Sed quadra-

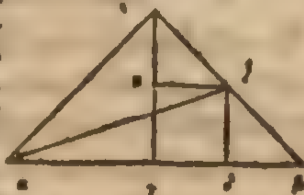
Sed quadratum a f, est iterum æquale per eandem quadrato a d quadrato d f, ergo quadratū a d & quadratū d f, dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f est æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearū quæ sunt a c & c d, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 Si recta linea secetur inæqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionum fit quadratorum.

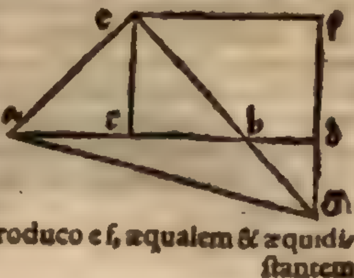
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam αβ, secetur in æqualia in signo γ, & in non æqualia in δ. Dico quod quadrata ex αδ & δβ, dupla sunt eorum quæ ex αγ & γδ sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsi αβ ad angulos rectos γε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum αγ & γβ, & (per 1 postulatū) connectantur αε & εβ. Et (per 31 primi) per δ ipsi εγ parallelus excitetur δζ, & (per eandem) per ζ ipsi αβ parallelus excitetur ζη, & (per 1 postulatum) connectatur αζ. Et quoniam æqualis est αγ ipsi γε, æqualis est (per 5 primi) angulus εαγ angulo γεα. Et quoniam rectus est angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli εαγ & αεγ, uni recto sunt æquales: uterq; igitur eorum qui sub αεγ & εαγ, recti dimidius est. Ob id quoq; & uterq; ipsorum εβγ & γεβ, recti dimidius est. Totus igitur αεβ, rectus est. Et quoniam qui sub ηεζ recti dimidius est, rectus autem qui sub εηζ, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi εγβ, reliquus igitur qui sub εζη, recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 cōmunem sententiam) qui sub ηεζ, et qui sub εζη: quare (per 6 primi) & latus εη, lateri ζη est æquale. Rursus quoniam angulus qui ad β, recti dimidius est, rectus autem est qui sub ζδβ, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi εγβ (per 29 primi) reliquus igitur qui sub βζδ, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad β ipsi δζβ. Quare (per 6 primi) & latus δζ, lateri δβ est æquale. Et quoniam αγ æqualis est ipsi γε, & æquum est quod ex αγ et quod ex γε: quadrata igitur quæ sunt ex αγ & γε, eius sunt dupla quod est ex αγ. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex αγ & γε, æquum est quod ex εα fit quadratū: angulus enim qui sub αγε, rectus est. Igitur quod ex αε fit, eius quod est ex αγ, duplum est. Rursus quoniam æqualis est ηε ipsi ηζ, æquum est id quod ex εη, et quod ex ηζ: quadrata igitur quæ sunt ex ηε & ηζ, dupla sunt quadrati quod ex ηζ. Quadratis autem quæ sunt ex εη & ηζ, æquum est id quod ex εζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex εζ, duplum est eius quod ex ηζ. Aequalis autem est ηζ ipsi γδ: igitur quod ex εζ, duplum est eius quod ex γδ. Est autem & id quod ex αε, duplum eius quod fit ex αγ. Quadrata igitur quæ ex αε & εζ quadratorū quæ fiunt ex αγ & γδ dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex αε & εζ, æquum est id quod ex αζ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim est angulus qui sub αεζ. Quadratū igitur ex αζ, eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, duplum est. Ei autem quod fit ex αζ, æqualia sunt ea quæ fiunt ex αδ & δζ (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex αδ & δζ, dupla sunt eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, quadratorū. Aequalis autem est δζ ipsi δβ, quadrata igitur quæ ex αδ & δβ fiunt, dupla sunt eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, quadratorū. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex medio segmentorū fit, quadratorū, quod oportuit demonstrasse.*



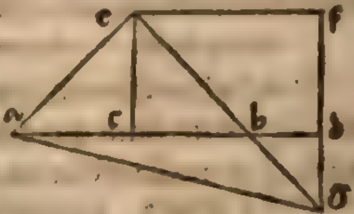
Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cum addita, & quadratum quod ab ea quæ addita est utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; consistit, utrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & addita sibi linea b d, dico quod duo quadrata duarum linearū a d & b d, pariter accepta, dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b, & æqualem utriq; linearū a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmissa uterq; angulorū a & b, & uterq; eorum qui sunt ad e, medietas recti per 11 primi, totusq; e est rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidistantem



stantem c d, & produco f d & e b, quousq; concurrant in puncto g, & produco lineam a g. Eritq; per ultimā partem 29 primi, angulus c e f, rectus, sed angulus c e b, est medietas recti, ergo angulus b e f, est similiter medietas recti, & quia per 31 primi, f d est æquidistans c e, erit per 34 eiusdem, angulus f rectus, ergo per 32 eiusdē, erit angulus e g f medietas recti: item per eandem, angulus d b g similiter medietas recti, propter id q̄ angulus b d g est rectus, ergo per 6 eiusdē, duo latera e f & f g sunt æqualia, item duo latera d b & d g sunt æqualia. Ergo per penultimā eiusdem, quadratum e g, duplum est ad quadratum e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum est ad quadratū a c. Et quia quadratū a g est per eandem æquale quadratis a e & e g, similiter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g est æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearū a c & c d pariter acceptis, quod est propositum. Hæc autem & omnes præmissæ, ueritatem habent in numeris sicut in lineis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Proposi. tio 10.

10 Si recta linea secetur bifariam, apponatur autē ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum apposita & quod ex apposita utraque quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia & eius quod ex composita ex dimidia & adiuncta tanquam ex una descriptorum quadratorum.

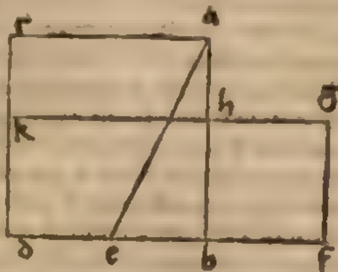
THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β, secetur bifariam in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quod quadrata quæ ex α δ & δ β, dupla sunt quadratorū quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) ab ipso γ signo, ipsi α β ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum α γ & γ β, & (per 1 postulatum) connectantur ε α & ε β. Et (per 31 primi) per ε, ipsi α δ parallelus excitetur ε ζ, & (per eandem) per δ, ipsi γ ε parallelus excitetur δ ζ. Et quoniam in parallelas rectas lineas γ ε & δ ζ, recta quædam linea incidit ε ζ, anguli igitur γ ε ζ & ε ζ δ, (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur ζ ε β & ε ζ δ, duobus rectis sunt minores. (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 postulatum) concidunt: igitur ε β & ζ δ productæ ad partes β, δ, concidunt. producantur, & concidant in η, & (per 1 postulatum) connectatur α η. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ ε, angulus quoq; α ε γ angulo ε α γ est æqualis (per 5 primi) & rectus est qui ad γ, dimidius ergo recti, est uterq; qui sub ε α γ & α ε γ. Et propterea uterq; etiam qui sub γ ε β & ε β γ, recti dimidius est: rectus igitur est qui sub α ε β. Et quoniam angulus ε β γ recti dimidius est, & (per 15 primi) angulus igitur δ β η recti dimidius est. Angulus autem β δ η, rectus est. æqualis enim est ei qui sub δ γ ε, alterni enim. reliquus igitur angulus δ η β, recti dimidius est. Igitur (per 6 cōmunem sententiam primi) angulus δ η β ei qui sub δ β η est æqualis. Quare (per 6 primi) & latus β δ, lateri η δ æquum est. Rursus quoniam angulus ε η ζ recti dimidius est, rectus autem qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex opposito ei qui α δ γ, reliquus igitur angulus ζ ε η, recti dimidius est. Angulus igitur ε η ζ, angulo ζ ε η est æqualis: Quare (per 6 primi) & latus ζ η, lateri ζ ε est æquale. Et quoniam æqualis est ε γ ipsi γ α, quadratum quoq; quod ex ε γ, ei quod est ex α γ quadrato æquum est: quadrata igitur quæ sunt ex γ ε & γ α, dupla sunt eius quod fit ex α γ quadrati. Eis autem quæ fiunt ex ε γ & γ α, (per 47 primi) æquum est id quod ex ε α. Quadratum igitur quod ex ε α, duplum est eius quod fit ex α γ. Rursus quoniam æqualis est η ζ ipsi ε ζ, quadratum quod fit ex η ζ, æquum est ei, quod fit ex ε ζ quadrato: quadrata igitur quæ ex η ζ & ε ζ fiunt, eius quod fit ex ε ζ, dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex η ζ & ε ζ (per 47 primi) æquum est id quadratum quod fit ex ε η: id igitur quod fit ex ε η, duplum est eius quod fit ex ε ζ. Aequalis autem est ε ζ ipsi γ δ: id igitur quod fit ex ε η, duplum est eius quod fit ex γ δ. Patet autem quod & id quod fit ex ε α, duplum est eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ε & ε η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla sunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α ε & ε η, æquum est id quod fit ex α η quadratum (per 47 primi.) Quadratum igitur quod fit ex α η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplum est. Ei autem quod fit ex α η, æqualia sunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ η. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ η, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem est δ η ipsi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla sunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorū. Si recta igitur linea secetur bifariam, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportebat.*

Euclides

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 DAtam lineam sic secare, ut quod sub tota & una portione rectangulum cõtinetur, æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quã uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquũ sit quadrato alterius. Describo quadratũ ipsius a b, quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco usq; ad f: ita q; e f sit æqualis a e. Et ex b f portione extrinseca, describo quadratũ quod ex latere a b resecat portionem æqualẽ b f, quæ sit b h: & quadratũ descriptũ sit b f h g. Dico quod a b sic est diuisa in puncto h: quod illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, est æquale quadrato h b.



Produco g h usque ad k: quæ erit æquidistans a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimam primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utrisque quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utrisque parallelogrãmo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrãmo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ est æqualis a b, in a h, patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris, non labores, quia impossibile est numerum sic diuidi, ut hic undecima proponit, sicut scies, sexti 16 te docente.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 Datam rectã lineã secare: ut quod sub tota & altero segmẽto cõprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento, quadrato.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β: oportet autem ipsam α β secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulum, equum sit ei quod fit ex reliquo segmẽto, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α β γ δ, & secetur (per 10 primi) α γ, bifariam, in ε, signo, & cõnectatur β ε. Et extendatur (per 2 postulatum) γ α, in ζ. & ponatur (per 3 primi) ipsi β ε, æqualis ε ζ. (Et per 46 primi) ex α ζ describatur quadratum ζ η α θ, & extendatur (per 2 postulatum,) η θ, in κ. Dico quod α β, secatur in θ, ut quod ex α β, & β θ, comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex α θ, quadrato. Quoniam enim recta linea α γ secta est bifariam in ε, adiacet autem ei α ζ, igitur (per 6 secundi) rectangulum comprehensum sub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato, æquum est ei quod fit ex ε ζ, quadrato, æqualis autem est ε ζ: rectangulum igitur comprehensum sub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato: æquum est ei quod fit ex ε β, quadrato. Sed ei quod fit ex ε β, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex β α, & α ε, quadrata: rectus enim est angulus qui ad α. Quod igitur est sub γ ζ, & ζ α, cum eo quod fit ex α ε, æquum est eis quæ fiunt ex β α, & α ε. Commune auferatur id quod ex α ε, reliquum igitur rectangulum comprehẽnsum sub γ ζ, & ζ α, æquum est ei quod fit ex α β, quadrato. Et id quidem quod sub γ ζ, & ζ α, est ipsum ζ κ, æqualis enim est ζ α, ipsi ζ η. Id autem quod fit ex α β, est ipsum α δ. Igitur ζ κ, æquum est ipsi α δ. Cõmune auferatur α κ: reliquum igitur ζ θ, ipsi θ δ, est æquale. Est autem θ δ, id quod sub α β, & β θ, æqualis enim est α β, ipsi β δ. At ζ θ, id est quod ex α θ. Rectangulum igitur comprehensum sub α β & β θ, æquum est ei quod fit ex θ α, quadrato. Data igitur recta linea α β, in θ, dissecta est, ut rectangulum sub α β, & β θ, comprehensum, æquum sit ei quod ex α θ, fit quadrato. quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 IN his triangulis qui obtusum habent angulum, tanto ea quæ obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtusum continent angulum amplius potest, quãtum est quod continetur bis sub uno eorum atque ea quæ ei directe iuncta ad obtusum angulum, à perpendiculari extra deprehenditur.

Ec Eucli.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtusum. A pũcto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a, quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: sit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam usque ad d. Dico ꝙ quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso, tãto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potẽtia enim lineæ, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea qualibet: quãtum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis triũ linearũ b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eãdem, quadratũ a c, est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c, est æquale quadratis duarum linearum b a & c a: & duplo eius: quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quod tantum dicitur posse linea qualibet: quantum in se ducta, producit, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

12 In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa obtusum angulum in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ab obtusum angulum

THEON ex Zamb. *Sit obtusi anguli triangulũ α β γ. obtusum habẽs angulũ β α γ. & ducatur ex β signo, in γ α, productã (per 12 primi) perpẽdicularis β δ. Dico quod quadratum quod ex β γ. maius est eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis: bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ, secta est utcũq; in α, signo: igitur (per 4 secundi) quod fit ex γ δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis sub γ α & α δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Et igitur quæ sunt ex γ δ, & δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis sub γ α & α δ, comprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ δ & δ β: æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis (per eandem) & bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. In amblygoniis igitur triãgulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratũ: maius est & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat, eaq; sui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet.

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunque triangulus fuerit: angulus c acutus, qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis basin b c uel a c: quia cum sic fuerit: semper cadet perpendicularis intra triãgulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius: ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quam manifestum est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicam, cum in omni triãgulo sint duo acuti anguli, necessario erit alter

 reli-

reliquorum angulorum qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus: ducam ergo ad b c: perpendicularem quæ sit a d, quæ (ut dictum est) cadet intra triangulum. Dico itaque quod quadratum lateris a b quod subtēditur angulo acuto c, tanto minus est duobus quadratis duarum linearū a c & c b, quātū duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quod quadratum a c quod etiam subtenditur angulo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarū linearū a b, & b c, quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratū b c cū quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis scilicet a b, addito utrique quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratū a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi, quadratum a b, æquum est quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum est quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus potest a b duobus lateribus b c & a c: quantum est duplum eius quod fit ex b c in c d, quod est propositum. Simili modo probabis, latus a c quod subtenditur angulo b acuto, posse tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandum autem per hanc & præcedētem & penultimam primi, quod cognitis lateribus omnis trianguli: cognoscitur area ipsius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoscitur omnis eius angulus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13.

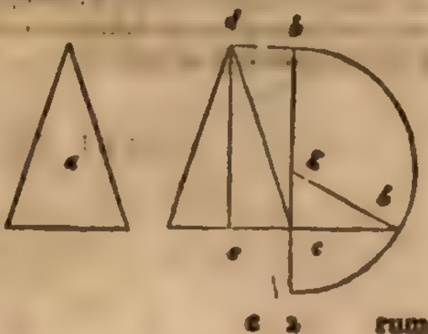
13 In oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum subtendente fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: cōprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa acutum angulum quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.

THEON ex Zamberto. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α, signo, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quod quadratum ex α γ, minus est quadratis quæ fiunt ex γ β, & β α comprehenso bis rectangulo sub γ δ, & β β. Quoniam enim recta linea β γ discta est utcunque in δ igitur (per 7 secundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia sunt bis sub γ β, & β δ, cōprehenso rectāgulo, & ei quod fit ex γ δ, quadrato. Cōmune apponatur quadratum quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ δ, & β δ, & δ α, (per 7 secundi) æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum est id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus est. Eis autē quæ fiūt ex α δ, & δ γ, æquū est id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia sunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit sub γ β, & β δ. Quare solum quod fit ex α γ, minus est eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis eo quod est bis sub γ β, & β δ, comprehenso rectangulo. In oxygoniis igitur triangulis: & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 DAto trigono: æquum quadratum describere.

CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum describere. Designabo superficiem æquidistantium laterum & rectorū angulorum æqualem trigono dato, secūdum quod docet 41 primi: sitque superficies illa b c d e: cuius si latera fuerint æqualia: habemus qđ quærimus: ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inæqualia: tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori, secundum rectitudinem: sitq; linea c f, æqualis minori duorum



rum

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Ex Campano. *Diffinitiones.*


Vorum diametri sunt æquales, ipsos circulos æquales esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utramq; partem eiecta circulum non secat. 3 Circuli sese contingere dicuntur: qui se tãgentes, se inuicem non secant.







4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicũtur à centro: cum à centro ad ipsas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uero distare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continẽs, chorda nominatur. 7 Portio uero circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis, dicitur qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus consistere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus cõtinetur.







10 Sector circuli, est figura quæ sub duabus à cẽtro ductis lineis & sub arcu qui ab eis cõprehenditur cõtinetur. 11 Angulus autẽ qui ab eis lineis ambitur, supra centrum consistere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicem sunt æquales. 13 Arcus quoque similes sunt qui æquos angulos prædicto modo suscipiunt.



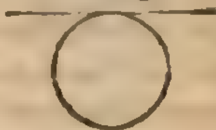




Ex Zamberto. Diffinitiones.


Equales circuli, sunt quorum dimetientes sunt æquales, uel quorum quæ ex centris sunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non secat. 3 Circuli sese tangere adinuicē dicūtur, qui sese inuicē tangentes non inuicē secant.

Circuli æquales Linea cir. tangens. Circuli se tangentes


4 In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cū à centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autē distare dicitur, in quā maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum circuli, est figura comprehensa sub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus, est qui sub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In segmēto autem angulus est, cum in circunferentia segmēti sumitur aliquod signum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ basis est segmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, sub coniunctis rectis lineis.





8 Cum uero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam suscipiūt circunferenriam, in illa angulus esse dicitur. 9 Sector autem circuli, est, cum ad centrum circuli steterit angulus, comprehēsa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia. 10 Similia segmenta circuli, sunt quæ angulos æquos suscipiunt: uel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.





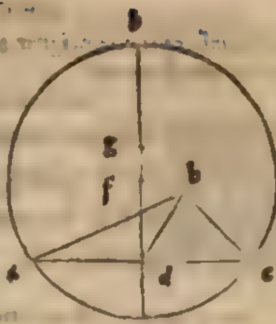
Eucli. ex Camp. Propositio 1.


Irculi propositi, cētrū inuenire. Vñ manifestū est q; duabus rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā terminatis, neutra illarū alterā p æqualia orthogonaliter secat: nisi ipsa super cētrū trāsierit.

CAMPANVS. Sit circulus propositus a b c, cuius uolumus centrū inuenire. Duco in ipso circulo lineā a c, qualitercūq; contingat, quā diuido per æqualia in puncto d a, quo duco perpendicularē ad lineā a c, quā applico circunferētiæ ex utraq; parte: sitq; e d b, quā rursus diuido per æqualia in puncto f, quē dico esse centrum circuli. Si enim nō est, erit autē alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, nō. Si eñ fuerit in ea ut in pū

cto

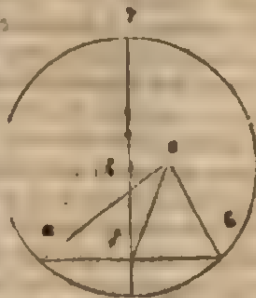
cto g,erit linea e f,maior linea e g,pars uidelicet toto,quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã c b,ut in pũcto h, ducãtur lineæ h a,h d,h c. Et quia latera h d,& d a triãguli h d a sunt æqualia lateribus h d & d c triãguli h d c.& basis h a basi h c,erit per 8 primi,angulus a d h æqualis angulo c d h,quare uterq; rectus,&quia angulus a d b fuit etiã rectus, erit a d h æqualis a d b per 3 petitionẽ primi,pars uidelicet toti,quod est impossibile. Nõ est ergo centrũ dati circuli alicubi q̃ in puncto f,quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1

1 Dati circuli,centrum inuenire.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ,oportet ipsius circuli α β γ, centrũ inuenire. Excitetur in eo linea quædã recta utcũq;, sitq; α β. Et (per 10 primi,)secetur bifariã in δ.& (per 11 eiusdẽ) ab ipso δ,ipsi α β,excitetur δ γ ad angulos rectos,& (per postulatũ secundũ extẽdatur in ε,seceturq; (per 10 primi.) γ ε. bifariã in ζ. Dico quod ζ,centrũ est circuli α β γ. Non enim,sed si possibile est,sit η.& (per 1 postulatũ) cõnectantur η α,η δ,η β. Et quoniã æqualis est α δ,ipsi δ β,cõmunis autẽ δ η,duæ igitur α δ,& δ η,duabus η δ,& δ β,sunt æquales altera alteri,& (per 15 diffinitionẽ primi,basis η α,basi η β,est æqualis:ex cẽtro enim igitur (per 8 primi,)angulus α δ η,angulo β δ η,est æqualis. Cũ aũt recta linea super rectã cõsistẽs lineã,utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit,eorũ angulorũ uterq;(per 10 primi diffinitionẽ.)rectus erit. Angulus igitur β δ η,rectus est:at angulus ζ δ β,rectus est. Angulus igitur ζ δ β,angulo β δ η.(per 4 postulatũ) æqualis , maior minori, quod est impossibile. Igitur η,nõ est centrũ circuli α β γ. Similiter ostẽdemus,quod nul ũ aliud præter ζ. Igitur ζ, centrum est circuli α β γ,quod fecisse oportuit.

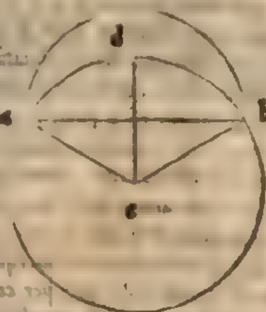


CORRELARIVM Hinc est manifestũ,quod si in circulo recta linea aliqua aliquã rectã lineã bifariam, & ad angulos rectos dispescit in dispescente est centrum circuli. Eucli. ex Camp. Propositio 2



2 SVper circuli circunferentiam duobus punctis signatis,lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum secare necesse est.

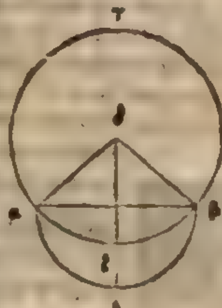
CAMPANVS Sit ut in circũferẽtia circuli a b, cuius centrũ sit c.signata sunt duo puncta,quæ sunt a & b,Dico quod linea recta cõiungẽs unũ cũ altero,secabit circulũ. Alioqui cadet extra circulũ,sitq; a e b.linea recta:si possibile est. Producã lineas c a & c b,eruntq; per 5 primi,angulus c a b & c b a æquales:protrahã itẽ lineã c e,quæ secet circũferentiã in puncto d,eritq; per 16 primi,angulus a e c maior angulo c b e,quare maior angulo c a e,quare per per 19 eiusdẽ,latus a c,maius latere c e,& quia est æqualis c a, erit c d,maior c e,pars toto,quod est impossibile. Quia ergo linea coniũgens duo puncta a b, non transibit extra circulum:secabit ipsum quod est propositum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 1. Propositio 2

2 Si in circuli circũferẽtia duo fuerit signa utcunq; sumpta , ea signa connectens recta linea intra ipsum circulum cadit.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ,& in eius circũferentia sint utcũq; bina signa α β. Dico quod recta linea applicata ex α in β,intra ipsum circulũ α β γ,cadit. Nõ enim,sed si possibile est,cadat extra α ε β. Et cõtingat siue accipiatur cẽtrũ circuli,α β γ,sitq; illud(per præcedẽtẽ) δ.& (per 1 postulatũ) cõnectãtur δ α,δ β,& extẽdatur δ ζ, ad ε. Quoniã igitur æqualis est (per 15 diffinitionẽ primi,δ α,ipsi δ β,æqualis est angulus δ α ε,angulo δ β ε. Et quoniã trianguli δ α ε, unũ latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β,angulo δ α ε,maior est. Aequalis autem est angulus δ α ε, ei qui sub δ β γ. Maior igitur est angulus δ ε β,angulo δ β ε, maiori autem angulo, maius latus subtenditur (per 18 primi ,) maior igitur est δ β,quàm δ ε. Aequalis autem est (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ, maior igitur est δ ζ, quàm δ ε, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur linea ex α, in β, extra ipsum circulum non cadit. Similiter etiam demonstrabimus quod neque in

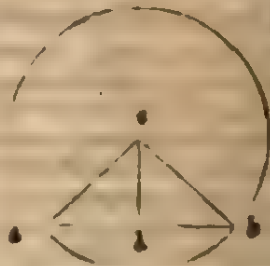


ipsam circumferentiam, intra igitur. Si in circuli circumferentia igitur, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua secet: orthogonaliter super eam insistere. & si in eam orthogonaliter steterit, eam per æqualia diuidere necesse est.

CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrũ sit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico qđ diuidit eã orthogonaliter, & ecõuerso, uidelicet si diuidit eã orthogonaliter, diuidit eã per æqualia. Producã lineas c a & c b, & ponã primo quod diuidat eã per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, triãguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, triãguli c d b, & basis c a basi c b: ergo per 8 primi, angulus d unius, est æqualis angulo d alterius: uterque igitur est rectus. Quare c d, est perpendicularis super a b quod est propositum.

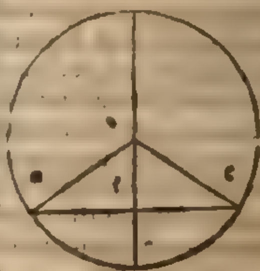


Ponam iterum quod c d sit perpẽdicularis super a b, & ostendam quod ipsa diuidit a b, per æqualia, erit enim propter hanc positionem: uterque angulorum qui sunt, ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia per 5 primi angulus c a d, est æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, per 26 primi erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 3

3 Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit, & ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam secuerit, bifariam quoque ipsam secabit.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ. & in eo recta quædam linea per centrum extensa γ δ. rectam lineam quandam non extensam per centrum α β, bifariam secet in signo ζ. Dico quod & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij,) sitque illud ε. & (per primum postulatum) connectantur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis est α ζ, ipsi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur α ζ, & ζ ε, duabus ε ζ, & ζ β, sunt æquales. Et basis ε α, basi ε β, (per 15 diffinitionem primi) est æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens, utrobique angulos sibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipsorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui sunt sub α ζ ε, & β ζ ε rectus est. Igitur γ δ, quæ per centrum secans, ipsam α β, non per centrum extensam bifariam, & ad angulos rectos secat. Sed secet γ δ, ipsam α β, ad angulos rectos. Aio quod bifariam ipsam secat, hoc est quod æqualis est α ζ, ipsi ζ β. Eisdem namque dispositis & constructis, quoniam æqualis est ε α, ipsi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis est angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis est (per quartum postulatum,) angulo recto qui est sub β ζ ε. Duo igitur triangula sunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, scilicet quod (per 26 primi,) cõmune ipsis est subtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur est α ζ ipsi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.*

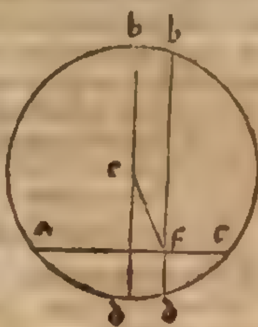


Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI intra circulum duæ lineæ se inuicem secent, & super centrum nõ transeant, non per æqualia eas secari necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c, & b d, secent se in puncto f, & utraque earũ uel altera nõ transeat per centrũ. Dico q̃ ipse nõ diuidũt sese per æqualia. ita q̃ utraq; per æqualia diuidatur ab

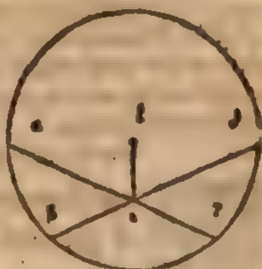
utraque. Quod si fuerit hoc possibile: ponatur, & sit primo, ut neutra transeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritque per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorũ qui sunt a f e, c f e, b f e & e f d, rectus, quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum trãseat per centrũ, adhuc dico quod nõ diuidũt sese per æqualia. Quod si sic: tunc per primam partem præmissæ, cũ b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eã orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia ut ponit aduersarius: ipsa trãsibit per centrum, per correlarium primæ huius. Quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centum extensæ, sese inuicem bifariam non secabunt.

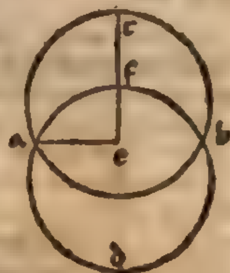
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, sese inuicem secent in ε, non per centrum extensæ: Dico quod bifariam non secét. Si enim est possibile: sese inuicē secent bifariã ita ut æqualis sit ipsi α ε, & β ε ipsi ε δ, sumatur centrum circuli α β γ δ, sitque illud (per primam tertii) ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extensam α γ, bifariam secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertii) secat. Igitur angulus ζ ε α, rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extensam β δ, etiam bifariam secat: & (per 3 tertii) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur ζ ε β, rectus est, patuit autem quod angulus ζ ε α, rectus est. Angulus igitur ζ ε α, (per quartũ postulatum) angulo ζ ε β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ, se se inuicem bifariam minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 Circulorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.

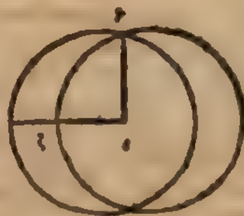
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, secantes se super duo puncta a & b. Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim haberẽt idem centrum: ipsum esset per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, sitque illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, erũtq; per diffinitionẽ circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandẽ diffinitionẽ duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f est æqualis e c, cũ utraq; earũ sit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 5.

5 Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

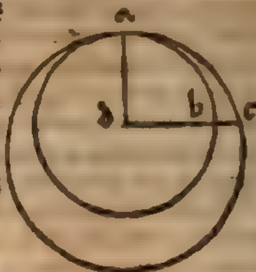
THEON ex Zamberto. Duo inquam circuli α β γ, & γ β η, sese inuicem secent in signis γ, & β. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto ε, & (per primum postulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ η, utcunque. Et quoniam ε, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ε γ, ipsi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ε signum, centrum est circuli γ β η, æqualis est (per eandem diffinitionem) ε γ, ipsi ε η. ostensum est autem: quod ε γ, ipsi ε ζ, est æqualis, & ε ζ, igitur: ipsi ε η, est æqualis, maiori, quod est impossibile. Igitur ε, signum: centrum non est circulorum α β γ, & γ β η. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 Circulorũ sese contingentium, non idem centrum esse necesse est.

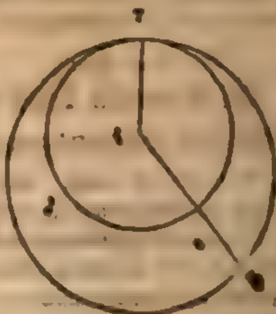
CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes se in puncto a. Dico



Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idē centrum: erit per diffinitionem, inter minorem eorum cū minor positus fuerit intra maiorem, sitq́ ipsum d, & ducantur linea d a & d b c, eritque per diffinitionem circuli, utraque duarum d b & d a, æqualis a d, quod est impossibile. ¶ De circulis autem se cōtingentibus extra, quorum scilicet unus est extra alterum, manifestum est per diffinitionem centri, quod ipsi nō habent idem centrum.

Eucli ex Zamb. Theorema 5. Propositio 6.

6 Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.

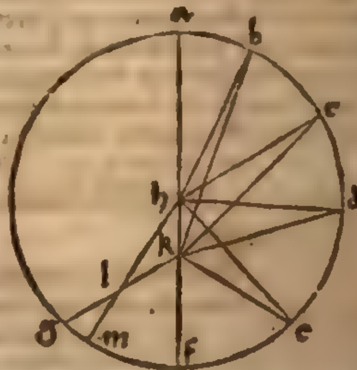


THEON ex Zamb. Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, sese inuicem tangant in γ signo. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile, sit ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ γ, & ducatur utcunque ζ ε β. Quoniam igitur ζ signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est (per 15 primi diffinitionem) ζ γ ipsi ζ β. Rursus quoniam ζ signū, centrū est circuli γ δ ε, æqualis est ζ γ, ipsi ζ ε, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod ζ γ, ipsi ζ β, est æqualis. Igitur ζ ε, ipsi ζ β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ζ signum, non est centrum α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli se adinuicem tetigerint, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 

Si in diametro circuli punctus præter centrum signetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur, quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Quæ uero diametrum perficiet, omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ, cæteris longiores. Quanto uero à centro remotiores: tanto breuiores esse conueniet. Duas quoque æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est.

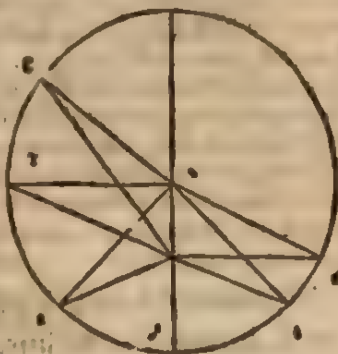


CAMPANVS. Sitque in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum. à quo ducātur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiam, & trāseat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri, sitque ut k e & k g æquidistent k f: hoc est dicere, ut angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico quod k a, est omnium longissima, & k f: omnium breuissima. Aliæ uero tanto longiores: quanto centro propinquiores, ut k b: est longior k c: & k c: est longior k d, & k d: lōgior k e. Et k e & k g: sunt æquales. Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k, & eadē ratione, maior omnibus aliis, & hoc est primū. Itē quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale lineæ h f: ipsa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi linea quæ est h k: remanebit k e maior k f, eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipsa, & hoc est secundum. Itémque quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per uicesimam quartam primi, basis b k maior basi k c, eadem ratione: k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc est tertium. Quòd si duæ lineæ k g & k e non sunt æquales, erit altera maior, sitq́ k g, de qua sumam k l: æqualem k e: & producam h l: quousq́ secet circūferentiā in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k f est

fest æqualis angulo f k e: erit per decimamtertiam primi angulus k h æqualis angulo e k h, & duo latera l k & k h, trianguli l k g. sunt æqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h, ergo per 4 primi basis h l, est æqualis basi h e: & quia h m est æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod est impossibile. Sūt ergo duæ lineæ k g & k e, æquales, quod est nostrum propositum quartū. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 6.* *Propositio 7.*

7 Si in diametro circuli aliquod sumatur signum quod minime circuli centrum sit, ab eoque signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uero, reliqua: aliarum uero semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solum rectæ lineæ æquales: ab eodem signo in circulum cadunt ad utrasque partes minimæ.

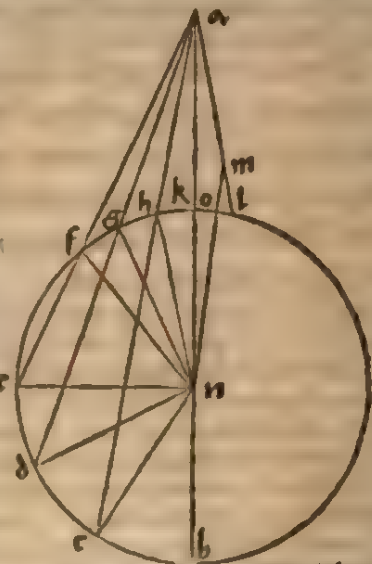
THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγδ, cuiusque dimetiens sit αδ, & in ipsa αδ, suscipiatur signum aliquod, sitque illud ζ, quod ipsius circuli centrū non sit. Centrū autē circuli, sit (per primā tertij) ε. Et ab ipso ζ, in ipsum αβγδ, circulū procidant quædam rectæ lineæ ζβ, ζγ, ζη. Dico quod ζα maxima est: minima uero ζδ, aliarū autē ζβ, quam ζγ, maior est, & ζγ, quàm ζη. Connectatur (per primum postulatum) βε, γε, & ηε. Et quoniā (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora: igitur εβ & εζ, reliquo ζβ, sunt maiora. Aequalis autem est αε, ipsi βε, (per 15 diffinitionem primi). igitur βε, & εζ, ipsi αζ sunt æquales. maior igitur est αζ, quàm βζ. Rursus quoniam æqualis est βε ipsi γε, (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζε, duæ igitur βε & εζ, duabus γε, & εζ, sunt æquales. Sed angulus βεζ, angulo γεζ, maior est, basis igitur βζ, (per 24 primi, basi γζ maior est, & ob id γζ, maior est quàm ζη. Rursus quoniam ηζ, & ζε, ipsa εη (per 20 primi sunt maiores, æqualis autem est (per 15 diffinitionē primi) εη ipsi εδ, igitur ηζ & ζε, ipsa εδ, sunt maiores, communis auferatur εζ, reliqua igitur ηζ, reliqua ζδ, maior est. Maxima igitur est ζα, minima uero ζδ, maior est autem ζβ, quàm ζγ, & ζγ, quàm ζη: dico etiā quod à signo ζ, duæ tantū rectæ lineæ æquales, in ipsum circulum αβγδ, cadūt ad utrasque partes ipsius ζδ, minimæ. Constituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineā εζ, ad datumque in ea signū ε, ei qui sub ηεζ, angulo æqualis angulus ζεθ, & (per primum postulatum) connectatur ζθ. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) ηε, ipsi εθ, communis autem εζ, duæ igitur ηε, & εζ, duabus θε, & εζ, sunt æquales, & (per 8 primi) angulus ηεζ, angulo θεζ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis ζη basi ζθ, est æqualis. Dico insuper, quod ipsi ζη, alia nulla æqualis, cadit in ipsum circulū à signo ζ. Si enim possibile: cadat ζκ. Et quoniam ζκ, ipsi ζη, est æqualis, sed ζθ, ipsi ζη, est æqualis: igitur ζκ, ipsi ζθ, est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrū extenditur: remotiori est æqualis, quod per prius ostēsum est impossibile. Vel etiam sic, (per primū postulatū) cōnectatur εκ, & quoniā (per 15 diffinitionē primi) æqualis est ηε, ipsi εκ, cōmunis autē ζε, & basis ηζ, basi ζκ est æqualis: igitur (per 8 primi) angulus ηεζ, angulo κεζ, est æqualis. Sed angulus ηεζ, ei qui sub θεζ, est æqualis. Igitur (per primā cōmunē sententiā) angulus θεζ, ei qui sub κεζ, est æqualis, minor maiori: quod est impossibile. Igitur ab ipso ζ, signo, nulla alia cadit in ipsum circulū ipsi ηζ, æqualis: una igitur sola. Si in dimetiēte igitur circuli & quæ sequūtur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.* *Eucli. ex Camp.* *Propositio 8.*



8 Si extra circulum puncto signato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Centro autem propinquiores: cæteris remotioribus longiores. Linearum uero partialium ad circunferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium est minima. Eique propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ uero quæ lineæ breuissimæ utrinque æque propinquant, æquales sunt.

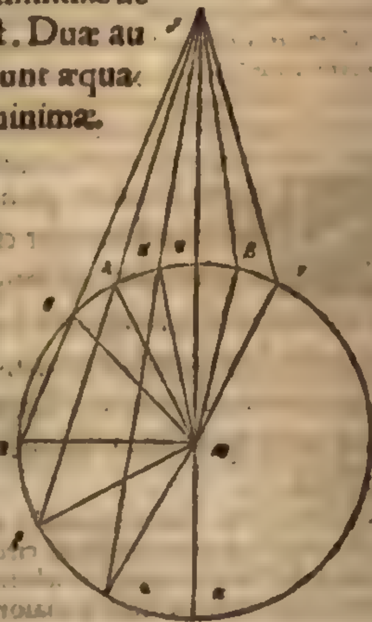
CAMPANVS. Sit ut à puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quod a b transiens per centrum, omnium erit longissima. Et quod a c, est maior a d, & a d, maior a e. Et quod a k, est omniū breuissima extrinsecarū

Et quod a h, est minor a g, & a g, minor a f. Et dico quod si ducatur a l, ita quod ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est quod angulus k a h sit æqualis angulo l a k, ipsæ erũt æquales. Producã enim à cẽtro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h, erũtq; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipsa sũt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadẽ ratione erit maior omnibus alijs, quod est primũ. Et quia duo latera a n & n c, triãguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d, erit per 24 primi, basis a c maior basi a d: & eadẽ ratione erit a d, maior a e, quod est secundum.



Itẽq; quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h sunt maiora a n per 20 primi, & h n est æqualis n k, erit per communẽ scientiã, a h maior a k: eadẽ ratione quælibet extrinsecus applicatũ, maior erit a k, quod est tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n, erit per communẽ scientiã, a g maior a h, eadem ratiõe erit a f, maior a g, quod est quartum. Quod si a l non sit æqualis a h, cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior, sitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, triãguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, triãguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, basis m n æqualis basi n h, & quia n o est æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod est impossibile, & hoc est quintum. Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 8.

8 Si extra circulum suscipiatur aliquod signum, ab eoque signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrum extendatur, reliquæ uero utcunque, in cauam circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est quæ per centrũ ducta est, aliarum autem semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In conuexam uero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est, quæ inter signum & dimetientem iacet, minimæ uero propinquior semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad utrasque partes minimæ.



THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, & extra ipsum α β γ, suscipiatur signũ δ, & ab eodẽ ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulũ, sintq; δ α, δ ε, δ ζ, δ γ sit autem δ α, per cẽtrum extẽsa. Dico quod in α ε ζ γ cauam circunferentiã cadentiũ rectarum linearum maxima est: quæ per centrum transit, hoc est δ α, minima uero: quæ inter δ signum, & diametrum α κ, iacet: maior uero est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ quàm δ γ. Cadentium uero rectarum linearum in θ λ κ κ conuexã circunferentiam semper ipsi δ κ minimæ propinquior, remotiore minor est, hoc est δ κ quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ. Suscipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq; illud μ, & (per 1 postulatum) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ: Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est α μ, ipsi ε μ, communis apponatur μ δ, igitur α δ, ipsis ε μ, & μ δ, est æqualis, sed ε μ, & μ δ, ipsa ε δ (per 20 primi) sunt maiores, & α δ, igitur, maior est quam ε δ. Rursus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ ε, ipsi μ ζ, com*

munis

munis apponatur μδ. Igitur εμ, & μδ: ipsis ζμ. & μδ, sunt æquales, & angulus sub εμδ, angulo qui sub ζμδ, maior est. Igitur (per 24 primi) basis εδ, basi ζδ, maior est. Similiter quoq; ostendemus: quod ζδ, maior est quàm γδ. Maxima quidẽ igitur est δα, maior autẽ est δε quàm δζ, & δζ, quàm δγ. Et quoniã (per 20 primi) μκ, & κδ, sunt maiores quàm μδ, æqualis autẽ est (per 15 diffinitionẽ primi) μη, ipsi μκ, reliqua igitur κδ, quàm reliqua ηδ, maior est. quare ηδ, minor est quàm κδ. Et quoniã trianguli μλδ, in uno latere μδ, duæ rectæ lineæ introrsum cõstiterũt μκ, & κδ, igitur (per 21 primi) μκ & κδ, ipsis μλ, & λδ, sunt minores, quarum μκ, æqualis est ipsi μλ, reliqua igitur δκ, minor est quàm reliqua δλ. Similiter iam ostendemus: quod & δλ, minor est quàm δθ, minima igitur est δη, ipsa uero δκ, quàm δλ, & δλ, quàm δθ, minor est. Dico etiam quod duæ tantum æquales à signo δ, in ipsam circulum cadunt: ad utrasque partes ipsius δη, minimæ. Constituatur (per 23 primi) ad rectam lineam μδ, & ad signum in ea μ, angulo κμδ, æqualis angulus δμβ, & (per primum postulatum) connectatur δβ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μβ, ipsi μκ, communis autem μδ, duæ igitur μκ, & μδ, duabus βμ, & μδ, sunt æquales altera alteri. & angulus κμδ (per 23 primi) angulo βμδ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis δκ, basi δβ, est æqualis. Dico iã quod rectæ lineæ δβ, alia æqualis non cadit in ipsum circulum, à signo δ. Si enim possibile: cadat, & sit δν. Quoniam igitur ipsi δκ, δν, est æqualis, sed ipsi δκ, δβ, est æqualis: & δβ, igitur (per primam communem sententiam) ipsi δν, est æqualis: propinquior igitur igitur ipsi δη minimæ: remotiori est æqualis. quod iam ostensum est impoßibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per primum postulatum) μν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est κμ, ipsi μν, communis aũt μδ, & basis δκ, basi δν, est æqualis (per hypothesim): igitur (per octauã primi) angulus κμδ, angulo δμν, est æqualis. Sed angulus qui sub κμδ, ei qui sub βμδ, est æqualis, & qui sub βμδ, ei qui sub νμδ, est æqualis, minor scilicet maiori, quod est impoßibile. Igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulũ αβγ, ab ipso δ, signo ad utrasque partes ipsius δη, minimæ non cadunt. Si extra circulũ igitur suscipiatur signũ, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 Si intra circulum puncto signato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circũferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrũ circuli esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut à puncto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam: quas pono esse æquales. Dico punctum a, esse centrum circuli. Producam enim duas lineas c b & d c: & diuidam utramq; earum per æqualia c b quidẽ in puncto e: & d c in puncto f. Et producam e a & f a, quas applico circunferẽtiæ ex utraque parte, eritq; per 8 primi, uterq; angulorum qui sunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoq; per eãdem uterque angulorũ qui sunt ad f rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipsa transit per centrum: similiter quoq; a f transit per centrũ: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter: quare a est centrum, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 9.

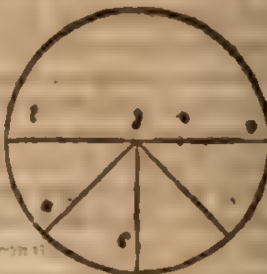
9 Si in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum signum centrum ipsius est circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus αβγ, intra ipsum: signum sit δ, & ab ipso δ, in ipsum αβγ, circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc est δα, δβ, δγ. Aio quod δ signum, centrum est circuli αβγ. Coniungantur enim (per primum postulatum) αβ, & βγ, secenturque (per 10 primi) bifariam in signis ε, & ζ, uidelicet αβ, per ε, & βγ, per ζ, & coniunctæ εδ, & ζδ, (per secundum postulatum) extendãtur utrobiq; in ηκ, & θλ, signa.

Quoniam igitur æqualis est α ε, ipsi ε β, communis uero ε δ, duo igitur latera α ε, & ε δ, duobus lateribus β ε, & ε δ sunt æqualia, & (per hypothesim) basis δ α, basi δ β, est æqualis. Angulus igitur α ε δ, angulo β ε δ, est æqualis (per 8 primi,) uterque igitur angulorum α ε δ, & β ε δ, rectus est. Igitur, ε α, ipsam α β, bifariam secat & ad angulos rectos (per 3 tertij.) Et quoniam si in circulo recta linea quædam, rectam lineam quandam bifariã & ad angulos rectos secet, (per correlarium primæ tertij) in secante est centrum circuli: igitur in η α, (per idẽ correlarium) est centrum ipsius circuli α β γ. Ac per hoc etiam in θ λ, est centrum circuli α β γ. & nullũ aliud habent commune η α, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, signum. Igitur δ signum, centrum est circuli α β γ. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: aßumptũ signũ, centrũ est circuli, quod ostendere oportebat.



ALITER *idem ostendere. Intra circulum enim α β γ, suscipiatur signũ δ, & ab ipso δ, in circulũ cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β, & δ γ. Dico quod aßumptum signum δ, centrum est circuli α β γ. Non enim, sed si possibile est: sit ε, & connexa δ ε, extendatur in ζ η, signa. Igitur ζ η, dimetiens est ipsius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiente ζ η, aßumptum est signum δ, quod ipsius circuli centrum non est, maxima quidem est δ η, (per 7 tertij.) maior autem est δ γ, ipsa δ β, & δ β, ipsa δ α. Sed & æqualis (per hypothesin) quod est impoßibile. Igitur ε, non est centrum circuli α β γ. Similiter ostendemus quod aliud nullum præter δ. Igitur δ, signum, centrum est circuli α β γ.*



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 

S I circulus circulum secet, in duobus tantum locis secare necesse est.

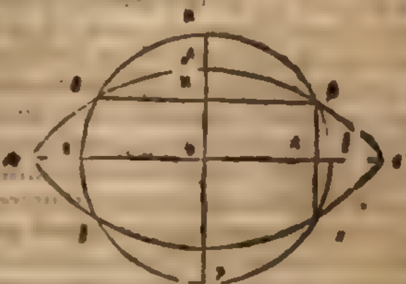
CAMPANVS Sint si possibile est, duo circuli, secãtes se in pluribus quam in duobus locis, super tria puncta a b c, producam lineas a b & a c, quas diuidam per æqualia in pũctis d & e, & producam a puncto e, lineam e f, perpendicularem super lineam a c, & à puncto d, lineæ d f, perpendicularem super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq; per correlarium primæ huius, pũctum f, centrũ circuli utriusq; quod est impossibile per 5 huius.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 10.

10 Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat.

THEON *ex Zamb. Si enim possibile: circulus α β γ, circulũ δ ε ζ, in pluribus signis quàm duobus secet hoc est in β η, & θ ζ, & cõiunctæ β η, β θ, bifariã (per 10 primi) secentur in κ λ, signis. Et (per 11 primi,) ab ipsis κ λ, ipsis β η, & β θ, & ad angulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ ε, extendantur in α, & ζ ε, signa. Quoniam igitur in circulo α β γ, rectam lineam quandam β θ, bifariam & ad angulos rectos secat (per 1 tertij,) in ipsa igitur α γ, centrum est circuli α β γ. Rursus quoniam in eodem circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc est μ ε, rectam lineam quandam β η, bifariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) secat: igitur in ipsa ν ξ centrũ est circuli α β γ (per eandẽ.) Ostensum autẽ est quod & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrent rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, nisi circa ο. Igitur ο, centrum est circuli α β γ. Similiter quoque ostendemus quod & circuli δ ε ζ, centrum est ipsum ο. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium α β γ, & δ ε ζ, idem est centrum. quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus duobus signis non secat, quod erat ostendendum.*



ALITER *idem ostendere. Circulus enim rursus α β γ, circulum δ, ε ζ, secet in pluribus quàm in duobus signis hoc est in β ζ, & ζ θ, & per primam tertij, suscipiatur centrum circuli α β γ, sitque illud, κ. Et connectantur κ β, κ η, & κ ζ. Quoniam igitur intra circulum δ ε ζ, suscipitur signum quoddam κ, in ipsum à quo δ ε ζ, circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ κ β, κ η, & κ ζ, igitur (per 9 tertij.) κ, signum, centrum est circuli δ ε ζ. At circuli*



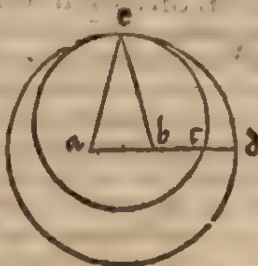
α β γ.

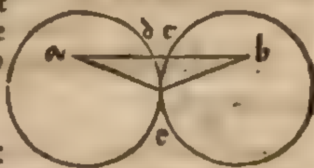
α ε γ, centrum est ipsum κ. Duorum igitur circulorum sese inuicem secantium idem est centrum κ. quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus signis non secat, quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 I circulus circulum contingat, lineaque per centra eorum transeat, ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

CAMPANVS Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c e & d e sese contingentium intra uel extra, non uadit ad locum contactus, secet circunferentiam utriusque, sitque a, per primam huius, centrum circuli e d, & b, centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, secans circunferentiã utriusque, & ducatur lineæ a puncto e qui sit locus contactus, ad centra, quæ sint e a, e b, erũtque in contactu interiori, per 20 primi duæ lineæ e b & b a, longiores e, a, quare lõgiores a d, est enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod est impossibile. In contactu uero exteriori erũt duæ lineæ a e, & e b, lõgiores a b, quare a d & c b, maius erũt quàm tota a b, quod est falsum.



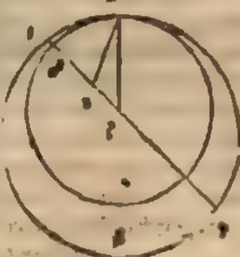


Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 11.

11 Si bini circuli se introrsum adinuicem tetigerint suscipiãturque eorum centra, recta linea coniũgens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum cadit.

THEON ex Zamberto. Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem tangant introrsum in signo α, suscipiaturque (per primam tertij) centrum circuli α ζ γ, sitque illud ζ, circuli autem α δ ε, sit η. Dico quod recta linea ducta ex ζ, in η, & eiecta in ipsum α, signum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat sicut ζ η δ θ, & connectantur α ζ η. Quoniam igitur α η, & η ζ, ipsa ζ α, hoc est ipsa ζ θ, (per 20 primi) sunt maiores: communis auferatur η ζ, reliqua igitur α η, maior est, quàm reliqua η θ. Aequalis autem est δ η, ipsi η α, (per 15 diffinitionem primi.) & η δ, ipsa η θ, igitur maior est, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in η, signum, extra ipsum contactus non cadit, in ipsum contactum igitur. Si bini circuli igitur sese inuicem introrsum tetigerint: sumanturque eorum centra, recta linea eorum centra coniungens & in eorum cadit contactum, quod demonstrasse oportuit.

ALITER idem ostendere. Sed iam cadat sicut η ζ γ, & extendatur in rectas directum lineas γ ζ η in θ, signum, & coniungantur α η, & α ζ. Quoniam igitur α η, & η ζ maior sunt ipsa α ζ, (per 20 primi,) sed α ζ, æqualis est ipsi γ ζ, hoc est ipsi ζ θ, communis auferatur ζ η, reliqua igitur α ζ, reliqua η θ, maior est, hoc est η δ, quàm η θ, maiore minor, quod est impoßibile. Similiter & si extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, ostendemus impoßibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

12 Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint, centra eorum coniungens recta linea, per contactum transibit.

THEON ex Zamberto. Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem exterius tangunt in signo α. Sumaturque (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitque illud ζ, & circuli α δ ε, sit η. Dico quod ex ζ, in η, ducta, recta linea, per ipsum α contactum transit. Non enim, sed si poßibile est transeat sicut ζ γ, & δ η. Et coniungantur α ζ α η. Quoniam igitur ζ, signum, centrum est circuli α ζ γ, æqualis est ζ α, ipsi ζ γ. Rursus quoniam η signum, centrum est circuli α δ ε, æqualis est α η, ipsi δ η. Ostensum autem est quod ζ α ipsi ζ γ, est æqualis, igitur ζ α, & α η, ipsis ζ γ, & η δ, sunt æquales, quare tota ζ η, ipsis ζ α, & α η, maior est, sed & minor, (per 20 primi) quod est impoßibile. Igitur quæ α in η, ducitur, recta linea, per ipsum α, contactũ transit. Si duo circuli igitur sese adinuicem exterius tetigerint, eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI circulus circulum cōtingat, siue intrinsecus siue extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est.

CAMPANVS. Si enim fuerit possibile, ut circulus circulū cōtingat in duobus locis intra uel extra, cōtingat circulū a b c d, circulus a b e interius in duobus pūctis a b, uel exterius, circulus c d f, i duobus pūctis c d. Cū ergo ducemus lineā rectam ab a, ad b, si ipsa cadat extra circulū a b c, interiorē, accidet contrariū secundæ huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum, cum diuiserimus ipsam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam, fueritq; applicata circunferentiæ ex utraque parte, ipsa transibit per centrū amborum circulorum, quare accidet contrariū præmissæ. In circulo uero contingēte exterius in punctis c d, si ducamus lineam rectam a puncto c ad punctū d, necesse est accidere contrariū secūdæ huius. Quare utrūque impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13

13 Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat.

THEON ex Zamb. Si enim possibile, circulus α β γ δ, circulū ε β ζ δ, tangat primū introrsum in pluribus quàm uno signis, hoc est in δ β, & sumatur quidem centrum ipsius circuli α β γ δ, sitq; illud η. (per primam tertij.) circuli autem ε β ζ δ, sit θ. Igitur (per 11 eiusdem) recta linea ducta ex η in θ, cadit in signa β δ, cadat sicut β η θ δ. Et quoniam η signum centrum est circuli α β γ δ, æqualis (per diffinitionem 15 primi) est β η, ipsi δ η. Maior igitur est β η, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rursus quoniam θ signum, centrū est circuli ε β ζ δ, æqualis est (per eandē,) β θ, ipsi θ δ. patuit autem quod ea multo maior. quod est impossibile: igitur circulus circulum introrsum non tangit, in pluribus quàm uno signis.

Dico etiam quod nec exterius. Si enim est possibile: circulus α γ ε, circulum α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno signis, uidelicet in α γ, & coniūgatur (per primum postulatum.) α γ. Quoniam igitur in circumferentia utrorumque circulorum α β γ δ, & α γ ε, suscepta sunt duo contingentia signa α, & γ, coniungens ea signa recta linea, (per 2 tertij) intra utrunque cadit. Sed cadit intra ipsum circulum α β γ δ & extra circulum α γ ε, quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius non tanget, in pluribus signis quàm uno, ostensum autem est quod neque introrsum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus signis quàm uno, etsi exterius, etsi interius tangat, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 REctæ lineæ in circulo si fuerint æquales, eas à centro æquidistare, & si à centro æquidistiterint, æquales esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum, sit e, duæ lineæ a d & b c sint æquales, dico quod ipsæ æquidistant à centro, & econuerso. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritque per 2 partē tertiæ huius, a d, diuisa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b, erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera, e d & d f, trianguli e d f sunt æqualia duobus lateribus e c. & c g, triāguli e c g, nam d f, est æqualis c g, eo quod tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c, erit per 4 primi, basis e f, æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares uenientes ad eas à centro, patet per 4 diffinitionem siue 4 propositionem huius, ipsas æqualiter distare

distare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimã primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ sunt e g, & c g, & quia quadratum e est æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato g c, erit quadratum d f, æquale quadrato e g, quare e f, est æquale e g, sicq; patet idem. Sit ergo e f, æqualis e g, quod est eas, a d, scilicet & b c, æqualiter distare à centro, Dico tunc quod a d, est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & æqualibus, demptisque quadratis duarũ linearum e f, & e g, æqualibus, remanét per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem sententiam necesse est esse æqualia, quare f d, est æqualis g c, ergo duplum f d, quod est a d, est æquale duplo g c, quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 11. Propositio 14

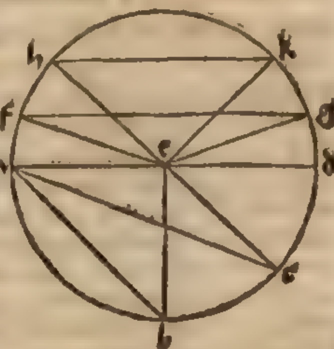
14 In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à cẽtro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ δ, & in eo, sint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ. Dico quod æqualiter distant à centro. Suscipiatur enim (per primam tertij.) centrum circuli α β γ δ, sitque illud ε. Et ab ipso ε in ipsas α β, & γ δ, (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum postulatum) α ε, & ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, rectam lineam quandam non extensam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariam dispescit, æqualis est igitur α ζ, ipsi ζ β, dupla igitur est α β, ipsius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipsius γ η, dupla est. Et est æqualis α β, ipsi γ δ: æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato, (per 47 primi), æqua sunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, rectus enim est angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem,) æqua sunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ, rectus enim est angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis enim est α ζ, ipsi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε reliquo quod fit ε η, (per tertiam communem sententiam) est æquale. Aequalis igitur est ε ζ, ipsi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ distare dicuntur à centro quando à centris in ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales (per diffinitionem 4 tertij.) Igitur α β, & γ δ, æqualiter distant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter distent à centro, hoc est æqualis sit ε ζ, ipsi ε η. Dico quod æqualis est α β, ipsi γ δ. Eisdem enim constructis, similiter ostendemus quod α β, dupla est ipsius α ζ, & γ δ, ipsius γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum est, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato, Sed ei quod fit ex α ε, quadrato: æqualia sunt (per 47 primi.) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia sunt (per eandem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex ε η, & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, est æquale, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ, (per 3 communem sententiam) æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. At ipsius α ζ, dupla est ipsa α β, ipsius uero γ η, dupla est ipsa γ δ. Aequalis igitur est α β, ipsi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro. & quæ æqualiter distant à centro, sibi inuicem sunt æquales, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longissimam, eicq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.



CAMPANVS Sit ut in circulo a b e cuius centrum e, cadant plurimæ lineæ quæ sint a b, a c, a d, f g, h k, sitq; a e d, diameter. Dico ipsam esse longissimam, & alias tãto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ sint e b, e c, e f, e g: e h, & e k, eruntque per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g, & quia ipsa sunt æqualia a d, erit a d, maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a & e c, sunt maiora a c, æqualia a d, ergo

a d maior est a c. Sic quoque est maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g sit maior h k, & a c, quàm a b, patet, quia cum duo latera f e, & e g, trianguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi basis f g, maior basi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, sunt æqualia a e, & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit, basis a c, per eandem maior basi a b, & sic est propositũ

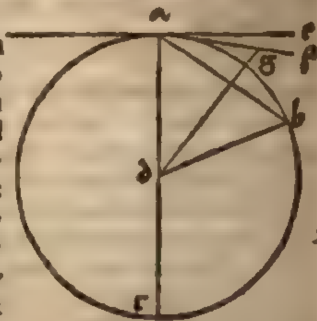
Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 15

15 **In circulo, maxima, quidem est dimetiens, aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ, dimetiens uero illius sit α δ, centrum autem, sit ε. Et propinquior ipsi α δ, dimetienti, sit β γ, remotior autem sit ζ η. Dico quod α δ, maxima est, maior autem β γ, quàm ζ η. Excitentur (per 12 primi) ab ε, centro in ipsas β γ, & ζ η, perpendiculares ε θ, & ε κ. Et quoniam propinquior quidem centro est β γ, remotior autem ζ η, maior est (per 4 diffinitionem) igitur ε κ, ipsa ε θ. Ponatur autem (per 4 tertij) æqualis ε λ, ipsi ε θ, & (per undecimam primi) per λ, ipsi ε κ ad rectos angulos excitata λ μ, extendatur in ν. Et (per primum postulatum) coniungantur ε μ, ε ν, ε ζ, & ε η. Et quoniam æqualis est ε θ, ipsi ε λ, æqualis est (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem) β γ, ipsi μ ν. Rursus quoniam æqualis est α ε, ipsi ε μ, & ε δ, ipsi ε ν, igitur α δ, ipsis μ ε, & ε ν, est æqualis. Sed μ ε, & ε ν, (per 20 primi) ipsa μ ν, maiores sunt. igitur α δ, maior est quàm μ ν. Et quoniam duæ μ ε, & ε ν, duabus ζ ε, & ε η, sunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circumferentiam, & angulus qui sub μ ε ν, angulo qui sub ζ ε η, maior est, basis igitur μ ν, (per 24 primi basi ζ η, maior est. Sed μ ν, ipsi β γ, ostensa est æqualis, & β γ, igitur, quàm ζ η, maior est. Maxima igitur est α δ, dimetiens, maior autem β γ, ipsa ζ η. In circulo igitur dimetiens maxima est, aliarum autem semper propinquior centro; remotiore maior est. quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 15

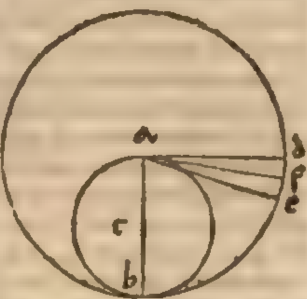
15 **Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere necesse est. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impossibile est. Angulum autem ab illa & circunferentia contentum, omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum uero intrinsecum à diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Vnde etiam manifestum est, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipsum contingere.**



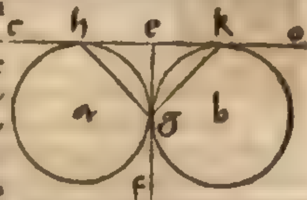
CAMPANVS Sit ut à termino a, diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quod ipsa cadit extra circulum, & quod inter lineam illam & circunferentiã, nulla alia recta linea intercipitur. & quod angulus quem ipsa & circunferentia continet, est minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet a duobus rectis lineis continetur, & quod angulus contentus à diametro & circunferentia, est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter super a c lineam, potest cadere intra circulum, sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritque per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a

& quià

& quia angulus d a b. est rectus per hypothesin, habebit triangulus a b d. duos angulos rectos. quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra, sitque a e. quod si inter ipsam & circunferentiam potest linea recta intercipi. sit illa a f. ad quam ducatur perpendicularis d g. & quia angulus d g a. est rectus. erit per 19 primi linea a d. lōgior linea d g. quod est impossibile: quare inter ipsam. & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet quod angulus contentus ab a c. & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, est minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis. aut eo minor: cum omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi. inter lineam a e. & circunferentiā, posset linea recta intercipi. quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto: nisi angulo contingentiæ quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primā partem. Cum enim linea a e. in utranque partem eiecta non secet circulum, & tangat ipsum in puncto a. ipsa est contingens per diffinitionem.



CAMPANI *additio.* Ex hoc notandum, quod non ualet ista argumentatio, hoc transit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem sic patet. Sit circulus a b. super centrum c. cuius diameter a c b. & ducatur ab eius termino a. linea a d orthogonaliter. eritque contingens circulum per correlariū huius. Describatur iterum super punctum a secundū quantitatem diametri a b. circulus b e d. & imaginetur linea a b. moueri super punctum a. per circunferentiam arcus b e d. ita quod punctum b numeret omnia puncta arcus b e d. quousque perueniat ad lineam a d. & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d. est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b. cum diametro a c b. minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum: dinumerans situm omnium angulorum acutorum. quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi: contento a semicircunferentia a b. & diametro a c b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico quod nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea a b. cum punctus b. fuit in puncto e. arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b. amplissimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d. sicut proposuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f. eritque (per 9 conceptionem,) angulus f a b. amplior angulo e a b. quare erit aliquid: amplius amplissimo. quod est impossibile. Vel sic. Cum angulus e a b. sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur, at angulus semicirculi cum angulo contingentiæ est æqualis uni recto, similiter quoque angulus e a b cum angulo e a d est æqualis uni recto, erit angulus e a d: æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ est angustissimus omnium acutorum per 1 partem huius: erit similiter angulus e a d. ei æqualis: angustissimus omnium acutorum. sed angulus e a f est eo angustior: per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo: quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus æqualis angulo semicirculi. Et quia transitur à minori ad maius & non per æquale: item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.



Posset probari quod angulus contingentiæ est diuisibilis secundum lineam rectam ut cōstat per figurationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum uel sphærarum, est angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g. quia hic habetur triangulus h g k. cuius basis h k. diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uersus g. contactum: & arguitur per 4 primi deinde per 16 huius. & patet propositum.

centrum est circulorum ε γ δ, & α ζ η, æqualis est ε α, ipsi ε ζ, & ε δ, ipsi ε β: ex cētro enim in circumferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, sunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε, basis igitur δ ζ, (per 4 primi) basi α β, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, æqualis igitur est angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus est autem qui sub ε δ ζ, rectus igitur est & qui sub ε β α, & est ε β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circulum, (per correlarium 16 tertij. igitur α β, ipsum circulū β γ δ, tangit. A dato igitur signo α, dato circulo β γ δ, cōtingēs recta linea ducta est α β, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI circulum linea recta contingat, à contactu uero ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

CAMPANVS. Sit linea a b, cōtingens circulum c e, cuius centrum sit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo d f perpendicularis ad eandem, quæ secet circunferentiam circuli in puncto e, eritque uterq; angulorum qui sunt ad f, rectus, igitur per 18 primi, linea c d, est maior linea d f, quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpendicularem super a b: quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpendicularis erit contingenti.

THEON ex Zamb. Circulum enim α β γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ, signo, & sumatur (per 1 tertij.) centrum circuli α β γ, sitque illud ζ. Et a ζ, in γ, ducatur (per primum postulatum) ζ γ. Dico quod ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si enim non, ducatur (per 12 primi) a ζ, in ipsam δ ε, perpendicularis ζ η. Quoniā igitur angulus ζ η γ, rectus est, angulus igitur qui sub η γ ζ, est acutus, maior igitur est angulus ζ η γ, angulo ζ γ η, maiori autē angulo (per 19 primi) maius latus subtēditur, maior igitur est ζ γ, quàm ζ η. Aequalis autem est ζ β, ex centro enim in circūferentiam, maior igitur est ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod est impossibile. Igitur ζ η, ipsi δ ε, non est perpendicularis. Similiter quoque ostendemus, quod nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI circulum linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quædam orthogonaliter ducatur, in eadem centrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e: in puncto c, & contactu ducatur linea intra circulum c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico quod centrum circuli est in linea c e. Hæc est cōuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, sit alibi ubicunque contingat, sitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmissam perpendicularis ad lineam a b, quod est impossibile, cum c e, posita sit perpēdicularis ad ipsam.

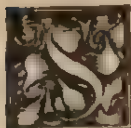
Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

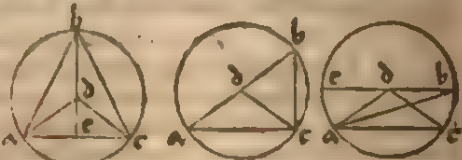
THEON ex Zamberto. Circulū enim α β γ, tangat recta linea quædā δ ε, in signo γ, & ab ipso γ, ipsi δ ε, (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico quod in ipsa γ α, est centrum circuli. Non enim, sed si possibile est, sit ζ, & per (per primum postulatum) coniungatur γ ζ. Quoniā igitur circulū α β γ, recta linea quædam δ ε, tangit, à cētro autē in cōtactū ducta est ζ γ, igitur ζ γ, (per 18 perpendicularis) est ipsi δ ε. Rectus igitur est angulus ζ γ ε,

et angulus α γ ε, rectus est, æqualis igitur est angulus ζ γ ε, ei qui sub α γ ε, minor maiori, quod est impoßibile. Igitur ζ, centrum circuli α β γ, non est. Similiter quoque ostendemus, quod nec alibi præter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19  I intra circulum angulus supra centrum consistat, alius uero angulus supra circunferentiam consistens eãdem basin habeat: inferior superiori duplus erit.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c, cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c, supra cẽtrũ, & angulus a b c super circunferentiam, sitq́ utriusque anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum esse ad angulũ a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b, & c b includunt duas lineas a d, & d c, aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum secat alteram postremarum. Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritque per 32 primi, angulus a d e, extrinsecus, æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipsi sunt æquales per quintam eiusdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c. quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod est propositum.

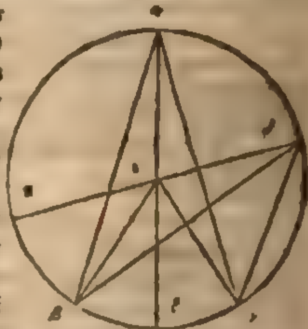


Quod si altera duarum linearum a b & b c. fuerit linea una cum altera duarum quæ sunt a d & b d, ut in secunda figuratione apparet. per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. Quod si altera duarum linearum primarum secet alterã duarum postremarum. ut in tertia figuratione apparet ubi linea a b secat lineam d c. producatur linea b d e. Erit per easdem quas à principio assumpsimus & simili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totũ angulum d b c. quare angulus a d c. duplus est ad angulum a b c. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 20

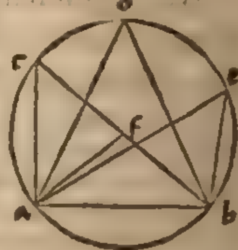
20 In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint basin.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ. & ad eius centrum, sit angulus β ε γ, ad circunferentiam uero, angulus β α γ. habeant autem eãdem basin, circunferentiam β γ Dico quod duplus est angulus β ε γ, anguli β α γ. ducta enim α ε. (per secundum postulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis est α ε, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam: æqualis est angulus ε α β, ei qui sub ε β α. Anguli igitur ε α β, & ε β α. (per 5 primi.) eius qui est sub ε α β dupli sunt, æqualis autem est qui sub β ε ζ, (per 32 eiusdem) eis qui sub ε α β & ε β α. Angulus igitur β ε ζ ipsius ε α β, duplus est. Et perinde angulus ζ ε γ, eius qui sub ε α γ. (per eandem) duplus est. Totus igitur β ε γ, totius qui sub β α γ, est anguli, duplus est. Rursus constituatur, & sit alter angulus β δ γ, & ducatur (per 1 postulatum) δ ε, extendaturque (per 2 postulatum) in η. Similiter quoque ostendemus quod duplus est η ε γ, angulus eius qui sub ε δ γ, est anguli. Quorum qui sub η ε β, duplus est eius qui sub ε δ β. Reliquus igitur qui sub β ε γ, eius qui est sub β δ γ, duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam basin habuerint ipsi anguli, quod oportuit demõstraße.*



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20  I in una circuli portione, anguli super arcũ consistant, angulos quoslibet æquales esse necesse est.



CAMPANVS Sit in portiõe a d b, circuli a b c, cuius centrum sit f, consistant quodlibet anguli super arcũ a d b, qui sunt e d c. Dico eos esse æquales, Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducãtur in centrũ, lineæ a

f & b f, eritque per præmissam angulus f consistens supra centrum, ad unumquodque eorum duplus. Quare ipsi sunt æquales, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

21 In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.

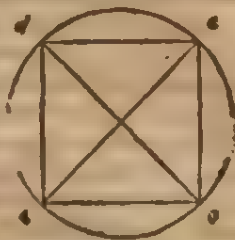
THEON ex Zamberto. Sint in segmento β α ε δ, circuli α β γ δ, anguli qui sub β α δ, & β ε δ. Dico quod anguli β α δ, & β ε δ, sibi inuicem sunt æquales. Suscipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ δ, sitque illud ζ. Et ducantur (per primam postulatum) β ζ, ζ δ. Et quoniam angulus β ζ δ, est ad centrum, angulus autem qui sub β α δ, ad circunferentiam, & eandem habent basin circunferentiam β α γ δ, angulus igitur β ζ δ, (per præcedentem) duplus est eius qui sub β α δ, & per hoc angulus β ζ δ, duplus est etiam eius qui sub β ε δ. Aequalis igitur (est per communem sententiam dicentem quæ eiusdem sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia,) angulus β α δ, angulo β ε δ. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli sibi inuicem sunt æquales, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 I intra circulum quadrilaterum describatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterum a b c d, inscriptum circulo a b c d. Dico quosque eius duos angulos oppositos, esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritque per præmissam, angulus c b d æqualis angulo c a d. & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d, & c a d. Et quia ipsi cum angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erunt & anguli b totalis & d, totalis, æquales duobus rectis, quod est propositum. Similiter quoque probabo angulos a & c totales, esse æquales duobus rectis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 22.

22 In circulis quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.

THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ δ & in eo quadrilaterum sit α β γ δ. Dico quod anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatum) α γ, & β δ. Quoniam igitur (per 32 primi, omnis trianguli tres anguli) γ α β, α β γ, & β γ α, duobus rectis sunt æquales. Angulus autem γ α β, angulo β δ γ est æqualis (per 21 tertij) in eodem enim sunt segmento β α δ γ. Angulus uero α γ β, (per eandem) angulo α δ β, in eodem enim sunt segmento α δ γ β. Totus igitur qui sub α δ γ, eis qui sub β α γ, & α γ β est æqualis. Communis apponatur angulus α β γ. Anguli igitur qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, eis qui sunt sub α β γ, & α δ γ, sunt æquales. Sed qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α β γ, & α δ γ, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, quod etiam anguli β α δ, & δ γ β, duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito, duobus rectis sunt æquales, quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 Vas similes circuli portiones inæquales, supra unam rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, super quam fiat portio circuli, a c b. Dico quod super eandem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ cum sit similis ei, stat ergo angulus a c b in portione minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includant lineas a c & c b, ut in figuratione prima apparet. Aut altera primarum una fiat cum altera postremarum, ut in secunda. Aut ut altera secet alteram, ut in tertia. Quod si fuerit primo modo erit per 21 primi angulus c maior angulo d, non

d, non ergo portiones similes per diffinitionẽ. Quod si secundo modo erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimamsextam primi, non igitur erũt portiones similes. Si autem tertio modo: sit ut linea b d, secet lineam a c, & secet circunferentiã portionis minoris in



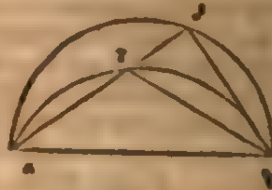
puncto e, & ducatur linea e a. Eritq́ per eandem decimamsextam primi, angulus a e b, consistens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo sunt portiones similes. ¶ Simili quoque modo probabis, quod super eandem lineam non fiet portio similis portioni a c b, minor ea: posito c, in loco d, & d in loco c, in figura cũ omnibus prædictis, erit enim per præmissas & per 21 primi, & per 16 eiusdẽ & præmisso modo angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt similes.

Et nota, quod licet proponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes inæquales ex eadem parte: uerum est tamẽ quod neq; ex diuersis partibus. Quod libet probare, minore quæ est ex una parte superposita maiori quæ est ex altera. Necesse enim erit per communem scientiam, ipsam a maiori excedi, non ergo sunt similes per hanc ...

Eucli. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 23.*

23 Super eadem recta linea, duo segmẽta circulorum similia, & inæqualia non constituentur ad easdem partes.

THEON ex Zamb. *Si enim possibile: super eandem recta linea α β, duo circulorum segmenta similia & inæqualia constituantur ad easdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primũ postulatum) α γ δ, & coniungantur (per 1 postulatũ) γ β & δ β. Quoniã igitur segmentũ α γ β, simile est segmẽto α δ β, similia q́; circulorũ segmẽta sunt quæ æquales angulos suscipiũt. (per diffinitionẽ 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, est æqualis, exterior interiori. quod (per 16 primi) est impossibile super eadẽ igitur recta linea: duo circulorũ segmẽta similia & inæqualia nõ constituentur ad easdẽ partes, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 23.*

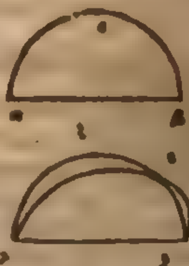
23 DI circulorum similes portiones supra lineas æquas fuerint, ipsas portiones æquas esse oportet.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, super quas sunt duæ portiones circulorum a c b, c f d, quæ sunt similes. Dico quod ipsæ sunt æquales, Si enim non sunt æquales, altera earum superposita alteri, excedet maior minorem. sed linea a b, non excedet lineã c d, nec excedetur ab ea: cũ sint æquales. Quare accidet contrarium præmissæ, quod est impossibile. Erit enim a b & c d linea una.

Eucli ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 24.*

24 Super æqualibus rectis lineis similia circulorũ segmenta constituta sibi inuicem sunt æqualia.

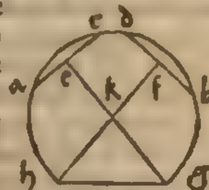
THEON ex Zamberto. *Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ. similia circulorum segmenta α ε β, & γ ζ δ, constituantur. Dico quod æquum est segmentum α ε β, segmento γ ζ δ. Congruente namque segmento α ε β, ipsi γ ζ δ, segmento, & posito signo α, super signo γ, recta uero linea α β, ipsi rectæ lineæ γ δ, congruente, & β, signum congruet ipsi δ, signo, quoniam æqualis est α β, ipsi γ δ. Congruente autem α β, recta lineæ ipsi γ δ, congruit α ε β, segmentum ipsi γ ζ δ. Si enim α β, recta linea ipsi γ δ, congruit, segmentum autem α ε β, ipsi γ ζ δ, non congruit, sed differt sicut γ η δ, circulus autem circulum (per uicesimam tertij) non secat in pluribus signis duobus. Sed γ η δ, ipsum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus signis hoc est γ η δ, secat, quod (per eandem) est impossibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipsi γ δ, non congruit quoque & segmentum α ε β, segmento γ ζ δ. Congruit igitur & et est æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis similia circulorum segmenta constituta: sibi inuicem sunt æqualia, quod erat demonstrandum.*

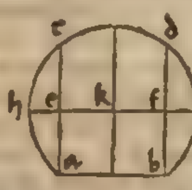


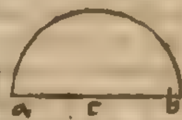
Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 **D**Ati semicirculi, siue semicirculo maioris siue minoris portionis: circulum perficere.

CAMPANVS. Intentio per hanc conclusionem, est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protraham in eo duas lineas qualitercunque contingat, quæ sint a c, & b d: quas diuidā per æqualia, a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g

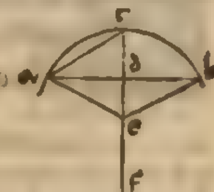






perpendicularē ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ secent se in puncto k. Eritq; per correllarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare cētrum est punctum k. Si autem e g non secet f h, sed sint linea una, quemadmodum erit si duæ lineæ a c & b d sint æquidistantes: tunc ipsa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte, ipsa igitur diuisa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidistantes autē non erunt e g & f h, quia cum in utraq; sit centrū circuli per dictum correllarium essent eiusdē circuli duo centra. Sic potest de omni arcu siue de omni portione communiter demonstrari: qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamē auctor uidetur hanc conclusionem uariare secundū diuersas species arcuum, omnium portionum enumerando species: demōstrabimus diuisim per species, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur.





Sit ergo primū a b portio data: semicirculus, eritque per diffinitionem semicirculi, linea a b diameter, ea igitur diuisa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. Sit rursus portio a c b semicirculo maior, cuius chorda sit a b, quam diuido per æqualia in pūcto d, a quo duco d c perpendicularem ad ipsam: quæ transibit per centrum, per correllarium primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b est minor diametro, cum sit a c b portio maior semicirculo: erit a d minor semidiametro, sed d c est maior semidiametro, ergo d c est maior quam a d: ergo per 19 primi angulus c a d est maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ secet lineam c d in puncto e, eritq; per sextā primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c sunt æquales, ergo per 6 huius e est centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor semicirculo: cuius chorda sit a c quam diuido per æqualia in puncto d, a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ secet circunferentiam in puncto c, hanc manifestum est transire per centrum per correllarium primæ huius. Produco iterum lineam a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si est æqualis: erit portio a c b semicirculus, & si minor, erit maior semicirculo: positum est autem quod sit minor. Produco igitur lineam a e. quæ cum linea a c faciat: angulum æqualem angulo c, & secet lineam c f in puncto e, & manifestum est quod punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b & quia angulus a totalis est æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi, linea e b est æqualis lineæ e a: erit per 9 huius punctum e, centrum circuli, quare patet propositum: secundum omnes species portionum circuli.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 25.

25 Circuli segmento dato, describere circulum cuius est segmentum.





THEON ex Zamberto. *Sit datum segmentum circuli α β γ. Oportet iam segmenti α β γ, circulum cuius est segmentum describere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in δ, Excitetur que (per 11 eiusdem) à signo δ, ipsi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum postulatum) α β. Angulus igitur α β δ, angulo β α δ, comparatus aut eo est maior, aut ei æqualis*

aut eo minor. Sit prius maior, & constituatur (per 23 eiusdem) ad ipsam β α, rectam lineam ad signum in ea α, ipsi angulo α β δ, æqualis angulus β α ε. Et extendatur (per 2 postulatum) β δ, in ε. Et coniungatur (per 1 postulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis est angulo β α ε, æqualis igitur est (per 6 primi, recta linea ε β, ipsi α ε. Et quoniam æqualis est α δ, ipsi δ γ, communis autem δ ε, duæ igitur α δ, & δ ε, duabus γ δ, & δ ε, sunt æquales altera alteri. Et angulus α δ ε, (per quartum postulatum) angulo γ δ ε, est æqualis, rectus enim uterque. Et basis igitur α ε, (per quartam primi,) basi γ ε, est æqualis. Sed α ε, ipsi β ε, ostensa æqualis est. Igitur β ε, ipsi γ ε, est æqualis. Tres igitur α ε, ε β, & ε γ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spatio autem (per 3 postulatum) aut α ε, aut ε β, aut ε γ, circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est. & manifestum est, quod segmentum α β γ, minus est semicirculo, quoniam ε, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus α β δ, æqualis fuerit angulo β α δ, ipsa α δ, æquali existente utrique ipsarum β δ, & δ γ, tres igitur δ α, δ β, & β γ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrum δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus α β γ.



Si autem α β δ, minor fuerit β α δ, constituemus (per 23 primi) ad β α, rectam lineam & ad signum in ea α, angulo α β δ, æqualem intra α β γ, segmentum. Segmenti centrum cadet super δ β, & erit, uidelicet, segmentum α β γ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 SI in æquis circulis seu super centra, seu super circunferentias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est.

CAMPANVS Sint duo circuli æquales a b c cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales, Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipsorum, consistentes, supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum semidiametri æquales, & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus, b, æqualis angulo f, cum d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes, & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales: ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quod si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erūt per diffinitionem, portiones similes, & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas igitur & arcus æquales. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 26.

26 In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistūt siue si ad centra siue si ad circunferentias consistunt.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli α β γ, & δ ε ζ, & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub β η γ, & ε θ ζ, ad circunferentias autem, qui sub β α γ, & ε δ ζ. Dico quod circunferentia β κ γ, æqualis est circunferentiæ ε λ ζ. Coniungantur (per primum postulatum) β γ, & ε ζ. Et quoniam circuli α β γ & δ ε ζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β η, & η γ, duabus ε θ, & θ ζ, sunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ est æqualis, Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ, est æqualis Et quoniam angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad δ, segmentum igitur β α γ, (per 24 tertij simile est segmento ε δ ζ, & sunt in æqualibus rectis lineis β γ, & ε ζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentū igitur β α γ, æquale est ipsi ε δ ζ, segmēto. Est autē totus circulus α β γ, æqualis toti circulo δ ε ζ.





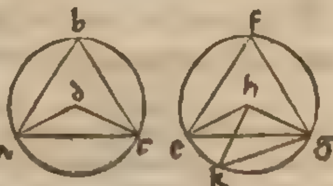
Reliqua

Reliqua igitur β α γ circunferentia (per 3 cõmunem sententiam) reliquæ ε δ ζ circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistunt: siue si ad circunferentias, siue si ad centra consistant, quod demonstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 26.

26 SI in æquis circulis æqui sumãtur arcus, infra illos, formatos angulos qui supra centra eorum seu supra circunferentias constituantur, æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales: a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrũ h: sintq; duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq; super ipsos arcus, duo anguli in centro qui sint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq; super eosdẽ arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui sint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem esse æquales: itemq; duos b & f: ad inuicem esse æquales. Et est hæc cõuersa prioris. Si enim non sunt d & h anguli ad inuicem æquales: sit ergo h maior, à quo abscindatur angulus k h g, qui sit æqualis angulo d, eritq; per præmissam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g, positi sunt æquales: accidet ergo partem esse æqualem toti: quod est impossibile. Quare anguli d & h totales, sunt æquales. Simili quoq; modo probabis angulos b & f, esse æquales: uel si mauis, probato quod anguli d & h sint æquales: sequitur b & f esse æquales per 19 huius, & è conuerso.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 21. Propositio. 26. Conuersa præcedentis.

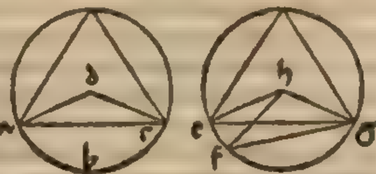
25 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs insistunt, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferẽtias fuerint constituti.

THEON ex Zamberto. In æqualibus enim circulis α β γ, & δ ε ζ, super æqualibus circunferẽtijs β γ & ε ζ, ad centra η θ: anguli consistant β η γ & ε θ ζ: ad circunferentias aũt β α γ & ε δ ζ. Dico quod angulus β η γ æqualis est angulo ε θ ζ: & angulus β α γ æquus est angulo ε δ ζ. Siquidem angulus β η γ æquus est angulo ε θ ζ: manifestum est quod angulus etiam β α γ æquus est angulo ε δ ζ per 20 tertij. Si uero non, alter eorum maior est: sit maior angulus β η γ: & constituatur per 23 primi, ad lectam lineam β η, ad datumq; in ea signum η: angulo ε θ ζ æqualis angulus β η κ. Anguli autem æquales super æqualibus circumferentijs consistunt, per 26 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur est circunferẽtia β κ circunferentiæ ε ζ. Sed ε ζ, ipsi β γ est æqualis: & β κ igitur, ipsi β γ est æqualis: minor maiori, quod est impossibile. Angulus igitur β η γ, angulo ε θ ζ inæqualis non est: æqualis igitur. Et est ipsius quidem anguli β η γ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. Ipsius autẽ ε θ ζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur est angulus qui ad α, angulo qui ad δ. In æqualibus igitur circulis anguli super æqualibus circunferentijs consistentes, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferentias fuerint constituti, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. propositio. 27.

27 SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus resecent, arcus quoq; æquos esse: si autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoq; inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uero minorem abscindi necessarium est.

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales, a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq; corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis resecãt, esse æquales. Quod si chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g esse maiorem arcu a b c. Primum quidem sic probatur. Ducantur à centris



lineæ ad extremitates chordarum: quæ sint d a, d c, h e, h g: & quia circuli positi sunt fore æquales: erunt hæ semidiametri æquales: & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: sicq́ patet primum. Secundum sic. Sit e g maior a c: eritq́ per 25 primi, angulus h maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq́ per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, est maior arcu a b c, quod est secundum propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 28.*

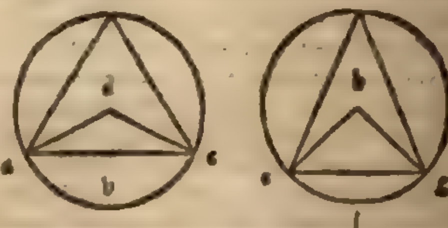
28 In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori.



THEON *ex Zamberto.* *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis sint æquales rectæ lineæ β γ & ε ζ circunferentias β α γ & ε δ ζ maiores auferentes, circunferentias autem β η γ & ε θ ζ minores. Dico quod circunferentia β α γ maior, æqualis est circunferentiæ ε δ ζ maiori: circunferentia vero β η γ minor, æqualis est circunferentiæ ε θ ζ minori. Suscipiantur enim circulorum centra (per primã tertij): sintq́ κ λ, & coniungantur κ β, κ γ, λ ε & λ ζ. Et quoniam circuli sunt æquales, æquales quoq; sunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ sunt æquales. Et basis β γ (per hypothesin) basi ε ζ est æqualis: angulus igitur β κ γ (per 8 primi) angulo ε λ ζ est æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs insistunt: etiam quando ad centra fuerint constituti. Circunferentia igitur β η γ, æqualis est circunferentiæ ε θ ζ: est autem totus circulus α β γ, toti circulo δ ε ζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia β α γ (per 3 communem sententiam) reliquæ circunferentiæ ε δ ζ est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp *Propositio 28.*

28 Irculorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere necesse est.



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq́ arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quod chorda a c, est æqualis chordæ e g. Et est est hæc cõuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntq́ per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod est propositũ. Quæcunq́ autem probatæ sunt passiones de diuersis circulis æqualibus: intellige multo fortius ueras esse de eodem.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 29.* *Conuersa præcedentis.*

29 In æqualibus circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.



THEON *ex Zamberto.* *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis æquales sumantur circunferentiæ β η γ & ε θ ζ, coniunganturq́; β γ & ε ζ rectæ lineæ. Dico quod æqualis est recta linea β γ ipsi ε ζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per 1 tertij) circulorum centra: sintq́; κ & λ, & coniungantur β κ & κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circunferentia β η γ æqualis est ipsi ε θ ζ circunferentiæ: æqualis est angulus β κ γ angulo ε λ ζ (per 10 diffinitionem tertij). Et quoniã circuli α β γ & δ ε ζ sunt æquales: & quæ ex centris quoq; sunt æquales (per 1 eiusdem diffinitionem. Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ sunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ est æqualis. In æqualibus igitur circulis, æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29  Atum arcum per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit datus arcus a b c cui subtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipsam, quæ sit d b: secans circunferentiam dati arcus in puncto b: quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c, quod est propositum.



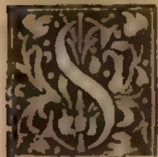
Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 30.

Datam circunferentiam, bifariam secare.

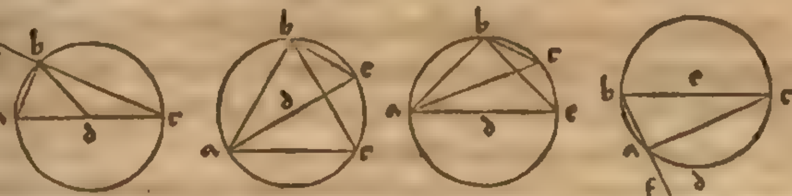
THEON ex Zamberto. Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipsam circunferentiam α δ β, bifariam secare. Coniungatur α β, seceturq; (per 10 primi) bifariam in γ signo: & ab ipso γ, ipsi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ sunt æquales: & angulus α γ δ (per 4 postulatum) angulo β γ δ est æqualis: rectus enim uterq; est. Basis igitur α δ (per 4 primi) basi δ β est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferunt, maiorẽ maiori, minorem autem minori (per 28 tertij). Et utraq; ipsarum circunferentiarum α δ & δ β: semicirculo minor est: æqualis igitur est circunferentia α δ, ipsi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariam secta est, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 30.

30  I rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est. Si uero in portione semicirculo minore, recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Itemq; omnis portionis angulus semicirculo maioris, recto maior, minoris uero, recto minor de necessitate erit.

CAMPANVS. Sit in circulo a b c cuius centrũ d & diameter a d c, semicirculus a b c, in



cuius semicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrum, linea b d: eritq; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipse erit duplus ad angulũ d b a. Eadẽ ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b: dupli sunt ad totalem angulum a b c: sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorum, quare rectus: quod est primum propositum.

IDEM aliter. Protrahatur c b usq; ad e, eritq; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a est æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circunferentiã angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea c b: eritq; per primã partem huius b totalis: rectus, quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem scientiam, cum sit pars eius, sicq; patet secundum. Tertium sic. Sit rursus in circulo a b e cuius centrũ d, portio a b c cuius chorda a c, quæ sit semicirculo minor. & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producãtur enim diame-

ter a d e & linea b e, eritq; per primā partē huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod est tertiū propositū. Quartum & quintum sic. Sint in circulo a b c d cuius centrū e, portio a b c, cuius chorda a c maior semicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor semicirculo. Dico angulū contentū ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorē recto: & angulum contentū ab arcu c d a & chorda a c, esse minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, usq; ad f, eritq; per primā partem huius, angulus b a c, rectus, quare p̄ ?? primi, angulus f a c, est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi, & secundus pars recti: euidenter patet utrunq; quare tota liquet hæc pentamembris conclusio.

CAMPANI additio. Ex istis duabus ultimis partibus, nota instantiam contra illas duas argumētationes: ad quas tulimus instantiā in 15 huius. Transitur enī ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimā partem huius, ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli sit aut semicirculus, aut maior semicirculo aut minor, sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15 quā angulus portionis minoris per ultimā partem huius minor recto, portionis uero maioris sit maior recto: non tamē erit alicuius portionis angulus, nec simpliciter aliquis contentus a circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrū d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secās ex ipso b portionē semicirculo minorē: eritq; per ultimā partem huius, minor recto. Huius circuli sit diameter a d c, & imaginetur linea a b: moueri ad partē c super punctum a: quæ quādiu fuerit citra c, uel in ipso c, cooperiēs diametrū a d c: faciet cum arcu angulum minorē recto. In omni autē puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimā partem huius, angulum maiorem recto. Transitur ergo a minori ad maius, non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorē angulo semicirculi & minorē, non tamē æqualem ut demonstratū est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorē recto & minorē, non tñ æqualē, ut patet ex ista demonstratione.



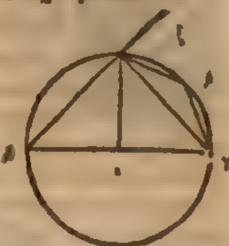
Eucli. ex Zamb. Theorema. 17. Propositio. 31.

31 In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui aūt in maiore segmento, minor recto: qui uero in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ: dimetiens aūt eius sit β γ, centrū uero ε. Sumaturq; in semicirculo signū utcūq;, sitq; illud δ & coniungātur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quod angulus in β α γ semicirculo, rectus est. Angulus aūt in α β γ segmento maiore semicirculo, qui est sub α β γ, recto minor est. Angulus uero in α δ γ minore semicirculo segmento, qui est sub α δ γ, recto maior est. Coniungantur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniā æqualis est β ε ipsi ε α, ex centro enim in circunferentiā: æqualis est angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rursus quoniam æqualis est α ε ipsi ε γ, æqualis est per eandē, angulus qui sub α γ ε ei qui sub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis. Angulus aūt qui sub ζ α γ extra ipsum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur est angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; est. In semicirculo igitur β α γ, angulus qui sub β α γ, rectus est. Et quoniā trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis sunt minores, angulus aūt β α γ rectus est: angulus igitur qui sub α β γ, recto minor est, & est in segmento α β γ, maiore semicirculo. Et quoniā in circulo inest quadrilaterū α β γ δ, in circulis aūt quadrilaterorū cōsistentiū (per 22 tertij) anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis sunt æquales. At angulus α β γ recto minor est. Reliquus igitur angulus α δ γ, maior est recto, & in segmēto minore semicirculo est. Dico iam etiā quod angulus segmēti maioris, cōprehensus sub α β γ circūferentia & α γ recta linea, recto maior est: angulus autē minoris segmenti comprehensus sub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto est minor, manifestumq; illinc est. Quoniam enim angulus comprehensus sub β α & α γ rectis lineis, rectus est: angulus igitur cōprehensus sub α β γ circūferentia & α γ recta linea, maior est recto: quoniā totū sua parte maius est (per 9 cōmunē sententiā). Rursus quoniā angulus cōprehensus sub α γ & α ζ rectis lineis, rectus est: angulus igitur γ α recta linea & α δ γ circūferētia cōprehensus, recto minor est. In circulo igitur angulus in semicirculo existens, rectus est: qui uero in maiore segmento, recto est minor, in minori autem, recto est maior. Et insuper angulus*

lus maioris segmenti, maior est recto: minoris autem segmenti, recto minor, quod demonstrasse oportuit.

ALIA ostensio, quod angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniã angulus α ε γ, eius qui sub β α ε duplus est (per 32 primi) æqualis nanq; est duobus interioribus ex opposito interiores aut (per 5) sunt æquales: angulus aũt α ε β eius qui sub ε α γ duplus est: anguli igitur α ε β & α ε γ, ipsius β α γ dupli sunt. Sed anguli α ε β & α ε γ: duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur q sub β α γ, rectus est q erat demonstrãdum.

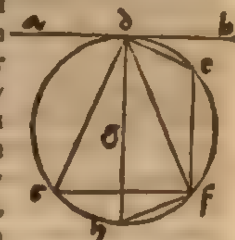


CORRELARIVM. Hinc manifestum est, quod si trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit, rectus est: eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulum fit) eisdem est æqualis, sed quãdo utrobiq; æquales fuerint, recti sunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 I circulum linea recta contingat, & à cõtactu in circulum quædam circulum secans recta linea, præter centrum ducatur, quousq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus cõsistũt portionibus, æquales sunt. 19

CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo ducatur in circulum præter centrum, linea d f: secans ipsum: fiantq; angulus, d c f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducatur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primã partem præmissæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales. Posito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cum angulo h, sunt æquales duobus rectis per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 21 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundũ sic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonstratum est: sed angulus e cũ angulo h, æquiualet duobus rectis per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f, quod est propositum.



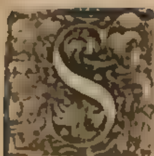
Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 32.

32 Si circulum tetigerit aliqua recta lines, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangentẽ, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis.

THEON ex Zamberto. Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ε ζ in ϐ signo: & à signo ϐ, ducatur recta linea quædam in circulum α β γ δ, eum secãs, sitq; β δ. Aio quod anguli quos ϐ δ simul cum ε ζ tangente conficit: angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales: hoc est quod angulus ζ β δ: æqualis est angulo existenti in ϐ α δ segmento: & angulus ε ϐ δ, æqualis est angulo existenti in β γ δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso ϐ ipsi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in ϐ δ circunferentia, signum utcunq; sitq; illud γ, & connectatur α γ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ε ζ in ϐ, & ex ϐ contactu ducta est ipsi cõtingenti ad angulos rectos β α in ipsa ϐ α igitur centrum est circuli α ϐ γ δ (per 19 tertij) Angulus igitur α δ ϐ in semicirculo existens (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α δ & α ϐ δ, uni recto sunt æquales. Angulus autem α ϐ ζ, rectus est. Angulus igitur qui sub α ϐ ζ, est æqualis eis qui sunt sub ϐ α δ & α ϐ δ angulis. Communis auferatur angulus α ϐ δ. Reliquus igitur angulus δ ϐ ζ, æqualis est angulo ϐ α δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniã in circulo quadrilaterum est α ϐ γ δ, eius anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur δ ϐ ζ & δ β ε, eis qui sunt sub ϐ α δ & ϐ γ δ anguli sunt æquales. Quorũ angulus ϐ α δ, ostensum est quod æqualis est ipsi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub δ β ε, angulo δ γ β, in alterno segmento δ γ β existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis æquales, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 

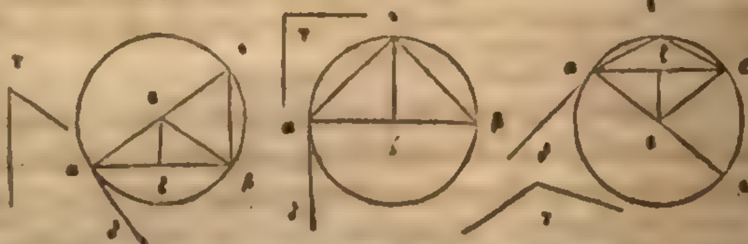
SVper datã lineã, circuli portionem describere: capientẽ angulũ dato angulo æqualẽ, seu rectũ, seu maiorẽ, seu minorẽ recto.

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineã a b uolo describere unã circuli portionẽ, recipientẽ in circũferẽtia rectilineũ angulũ æqualẽ angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuisa a b per mediũ, describã sup eam semicirculũ, factumq; erit propositum, per primam partem 30 huius. Si autem sit obtusus: ducam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e, perpendicularem super lineam a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi æqualem angulo e a b, in quo obtusus excedit rectum, ducta linea b f usq; ad perpendicularem a e: eruntq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a d, contingens circulum: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a h b, est æqualis d a b, quare & angulo c, quod est propositum. Si aũt angulus c sit acutus: producã lineã a g, cõtinentem cum linea a b, continentẽ angulũ æqualẽ angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & super punctum b faciam angulũ æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f usq; ad perpendicularẽ a e, erũtq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a g cõtingens circulũ: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a k b, est æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod est propositum.

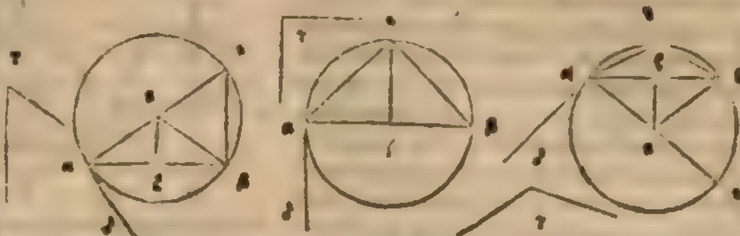
Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 33.

33 Super data recta linea, describere segmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea αβ, datus uero angulus rectilineus sit γ: oportet iam super data recta linea αβ: describere segmentum circuli suscipiens angulum æqualẽ ipsi angulo qui ad γ.*



Angulus igitur qui ad γ, aut est acutus, aut rectus, aut obtusus. Sit primum acutus, sicut in prima descriptione, & constituatur (per 23 primi) ad αβ rectam lineam & ad in ea signum α, ipsi angulo γ æqualis angulus δαβ. Angulus igitur δαβ, acutus est. Excitetur (per 11 eiusdem) igitur ipsi αδ ad angulos rectos αε, seceturq; per 10 primi, bifariã αβ, in signo ζ. Et à signo ζ, ipsi αβ ad angulos rectos excitetur ζη (per 11 eiusdem) & connectatur ηβ. Et quoniam æqualis est αζ ipsi ζβ, communis autem ζη: duæ igitur αζ & ζη, duabus ζβ & ζη sunt æquales, & angulus qui sub αζη (per 4 primi) æqualis est ei qui sub βηζ. Basis igitur αη (per 4 eiusdem) basi ηβ est æqualis. Centro igitur η, spatio uero ηα (per 3 postulatum, circulus descriptus: ueniat etiam per β, describatur, & sit αβε, & connectatur εβ. Quoniam igitur ab extremitate ipsius αε diametri, ab α signo ipsi αε ad angulos rectos est αδ: igitur αδ tangit circulũ αβε (per correlariũ 16 tertij. Et quoniam circulũ αβε tangit quædam recta linea αδ, & ab α contactu in ipsum circulum αβε ducta est recta linea quædam αβ: angulus igitur δαβ (per 32 eiusdem) angulo αεβ, existenti in alterno circuli segmento est æqualis. Sed angulus δαβ, et qui est ad γ angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad γ: æqualis est ei qui sub αεβ est angulo. Super data igitur recta linea αβ, segmentũ circuli descriptũ est suspiciens angulũ αεβ æqualem dato angulo qui ad γ. [illegible] *Sed iam rectus sit angulus qui ad γ, & † opportunum sit: rursus super αβ describere segmẽtum circuli suscipiens angulũ æqualem ei qui est ad γ recto. Constituatur enim rursus ad ipsam αβ rectã lineã, ad signumq; in ea α, dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui sub βαδ (per 23 primi) sicut in secũda habetur descriptiõe. Seceturq; (per 10 primi) αβ, bifariã in ζ, & centro ζ, spatio uero ζα aut ζβ: circulus describatur αεβ (per 3 postulatũ) Tangit igitur recta linea αδ, circulũ αεβ: quoniã angulus qui ad α, rectus est. Et angulus βαδ æqualis*



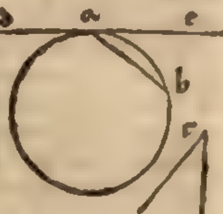
æqualis est angulo qui est in segmento α ε β: rectus etenim & ipse est qui in semicirculo existit (per 31 tertij. Sed angulus β α δ, ei qui ad γ est angulo æqualis est. Descriptum est igitur iterum super α β: segmentum circuli α ε β, capiens angulum æqualẽ ei qui ad γ est angulo. Sed iam esto angulus qui ad γ, obtusus, & constituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α signum: æqualis angulus β α δ (per 23 primi) sicut habet tertia descriptio. & ipsi α δ: ad angulos rectos (per 11 eiusdem) excitetur α ε, seceturq; rursus α β bifariam in signo ζ (per 10 eiusdem) & ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et rursus quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, & communis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ η sunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 postulatum) angulo β ζ η est æqualis: basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi β η est æqualis. Centro igitur η, spatio autem η α (per 3 postulatum) circulus descriptus, transibit per β, transeat sicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata est α δ: igitur (per correlarium 16 tertij) α δ tangit ipsum circulum α ε β & à contactu α extenditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiusdem) æqualis est angulo α θ β existenti in alterno segmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui est ad γ est æqualis. Igitur angulus qui est in α θ β segmẽto æqualis est ei qui est ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, descriptum est segmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo, quod fecisse oportuit.

33 Eucli. ex Camp. Propositio 33.



A dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem portionẽ abscindere.

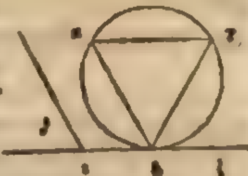
CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus, uolo ergo à circulo a b, abscindere portionẽ unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, cõtingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq́ per 31 huius, portio a b existens a parte lineæ a d: recipiens angulũ æqualem angulo c, quod est propositum.



34 Eucli. ex Zamb. Problema. 6. Propositio. 34.

A dato circulo, segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. *Esto datus circulus α β γ: datus uero angulus rectilineus qui ad δ: oportet iam ab α β γ circulo, segmẽtum abscindere capiens angulum æqualem ei qui ad δ est angulo. Excitetur enim (per 17 tertij, linea tangens circulũ sitq; illa ε ζ, & tangat in β signo. Et constituatur (per 23 primi) ipsi ε ζ rectæ lineæ & in ea signo β, angulo qui ad δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in ε, & à contactu β ducta est β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis est angulo β α γ consistenti in alterno segmento. Sed angulus ζ β γ: ei qui est ad δ est æqualis. Igitur angulus existens in β α γ segmento, æqualis est ei qui est ad δ angulo. A dato igitur circulo α β γ segmentum abscissum est β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo, quod fecisse oportuit.*



34 Eucli. ex Camp. Propositio. 34.



I intra circulum duæ rectæ lineæ sese inuicem secent, quod sub duabus partibus unius earum procedit, æquum est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, secãtes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico quod illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d transibunt per centrũ circuli: aut altera tantũ, aut neutra. Quod si ambæ transeãt per centrũ, erit e centrũ circuli, omnesq́ quatuor lineæ æquales, quare liquet propositũ. Quod si altera earũ tantũ trãsit per centrũ, sit illa b d, centrũq́ circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia

aut

quæ fiunt ex ε ι, & ι ζ, æquũ est id quod fit ex ζ ε, (per 47 primi, eis autẽ quæ fiunt ex γ ι & ι ζ, æquũ est id quod fit ex ζ γ. (per eandem.) Quod igitur continetur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ γ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β. Ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ι ζ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur sub δ ι, & ι β, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ β. Ostensum autem continetur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ β. Quod cõtinetur igitur sub α ι, & ι γ, una cũ eo quod fit ex ζ ι, æquũ est ei quod continetur, sub δ ι, & ι β, una cum eo quod fit ex ζ ι. Commune auferatur id quod fit ex ζ ι. Reliquum igitur rectangulum comprehensum sub α ι, & ι γ, æquum est rectangulo comprehenso sub δ ι, & ι β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est rectangulo comprehenso sub segmentis alterius, quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 SI extra circulum punctus signetur, ab eo autem ad circulum alia linea secans, alia contingens duæ rectæ lineæ ducãtur, quod sub tota secante atque parte sui extrinseca continetur, æquũ est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.

CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d. cuius cẽtrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens & a d c, secans. Dico quod illud quod fit ex a c in d a, æquum est quadrato lineæ a b. Autenim a d c, trãsit per centrum, aut nõ. Transeat ergo primo per centrum quod est e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius perpendicularis erit super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a, erit per sextam secundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, est rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d. æquale lineæ a b, quod est propositum. Quod si linea a d c non transit per centrum: sumatur a f e g, transiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & sit e h. perpendicularis ad a d c, eritque per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d, erit per 6 secundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinque quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, est rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f sunt æquales, æquale quadratis duarum linearũ a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per sextam secundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo utrumque eorum quæ fiunt ex c a, in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, est æquale quadrato lineæ a e, ipsa erunt inter se æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d est æquale quadrato lineæ a b. Quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quod puncto extra circulum signato, si ab ipso ad circulum quodlibet secantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur sub totis & earum portionibus extrinsecis, adinuicem sunt æqualia, quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod si a quolibet puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad circulum ipsum ducantur, ipsæ erunt adinuicem æquales, Erit enim quadratum utriusque earum, æquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulũ in partẽ eius extrinsecã. Hoc autẽ euidentius patet per penultimã primi.

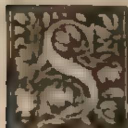
Sit

Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingẽtes circulum in punctis b, d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritque per 17 huius uterque angulorũ b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b, & b e, similiter quoque & duobus duarũ a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, sunt æqualia quadratis duarũ a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ sunt b e & e d sunt æqualia, erunt quadrata duarũ quæ sunt a b & a d, æqualia: ergo est a b, æqualis a d. quod est propositum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e b d, propter id quod linea e b, est æqualis lineæ e d. Et quia uterque duorum angulorum b & d est rectus, erit per communem scientiã angulus a b d residuus, æqualis angulo a d b residuo, per sextã ergo primi: est linea a b, æqualis lineæ a d. Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 36.

36 Si extra circulum sumatur signum aliquod, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum dispescat, altera uero tangat, quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangẽte quadrato.

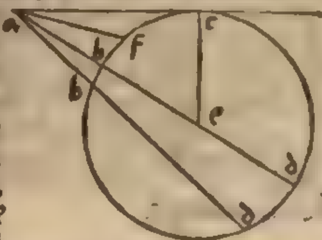
THEON ex Zamb. Extra enim circulum α β γ, sumatur signum aliquod, sitq; illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, secet autem circulum α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quod rectangulum comprehensum sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut est per centrum extensa, aut non. Sit primũ extensa per centrum, sitq; (per primam tertij) ζ, centrum circuli α β γ, & coniũgatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus est. Et quoniam recta linea α γ bisariam dissecta est in ζ, adiaceatq; ei recta linea γ δ, quod continetur igitur (per 6 secundi) sub α δ & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ γ, æquũ est ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem est id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, per 47 primi, rectus enim est angulus qui est sub ζ β δ. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non sit extensa per centrum circuli α β γ, sitque (per primam tertij) centrũ circuli α β γ, & ab ε, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur est angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandam non extensam per centrum α γ, ad angulos rectos secat, etiam bifariam eam secat. Igitur α ζ, ipsi ζ γ, est æqualis. Et quoniam recta linea α γ, bifariam diuiditur in ζ signo, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit sub ζ γ, æquũ est ei quod fit ex ζ δ, (per 6 secũdi). Commune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur cõtinetur sub δ α, & δ γ, una cum eis quæ fiunt ex ε ζ, & æqualia sunt eis quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε. Eis autẽ quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε, æquum est id quod fit ex ζ δ, (per 47 primi) angulus namque qui est sub ε ζ δ, rectus est. Eis uero quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε, (per eandem) æquum est id quod fit ex γ ε. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε γ, æquum est ei quod ex ε δ. Aequalis autem est ε γ, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ fiunt ex ε β, & β δ, angulus enim qui sub ε β δ, rectus est. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β, reliquum igitur quod continetur sub α δ & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β. Si extra circulum igitur sumatur signũ aliquod, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 36

36 I fuerit punctus extra circulum signatus à quo duæ lineæ ad circunferentiam ducantur altera secans, altera circunferentiæ applicata, fueritq; quod ex ductu totius secantis in partẽ sui extrinsecã æquum

æquum ei quod ex ductu applicatæ in seipsam fit, erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

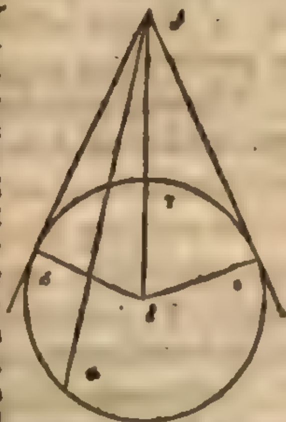
CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d. cuius cētrum e. à quo ducātur ad circulum linea a b d, secans ipsum. & linea a c, applicata circunferentiæ, & esto ut quod fit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, esse contingentē. Et est hæc conuersa prioris. Si enim non est contingens, sit ergo contingens linea a f, eritq; per præmissam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f. quare quadratū lineæ a f, est æquale quadrato lineæ a c, ergo a c, est æqualis a f, quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod est propositum. Idem ostensiue probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si linea a b d, transit per centrum ducatur linea c e, erit per 6 secundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b, positū est æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, est æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c est rectus. Ergo per correlarium 15 huius, linea a c, est contingens circulum, quod est propositum. Si autem a b d, non transit per centrum, ducatur à puncto a, linea transiens per cētrum. Et quia qđ fit ex hac tota in eius partē extrinsecam, est æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmissam, ipsum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 37. Conuersa præcedentis.

37 Si extra circulum sumatur signum aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ inciderint, & earum altera circulum secet, altera uero incidat, sit autem quod fit sub tota secāte, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamberto. *Extra circulum igitur α β γ, sumatur signū sitq; illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulū secet, & δ β, incidat. Sit autē quod cōtinetur sub α δ, & δ γ æquum ei quod fit ex δ β. Dico quod δ β, ipsum tangit circulū α β γ. excitetur enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, sitq; illa δ ε. Sitq; (per primam eiusdem) ζ, centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ, rectus est. Et quoniam recta linea δ ε, ipsum circulum α β γ, tāgit, & recta linea δ γ α, secat: quod cōtinetur igitur sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ ε. Ponitur autem quod id quod continetur sub α δ, & δ γ, æquum sit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum est ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur est δ ε, ipsi δ β. Est autem & ζ ε, æqualis ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, sunt æquales, & basis communis est ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, est æqualis. Rectus autem est angulus δ ε ζ, rectus igitur est, & qui sub δ β ζ. Et ζ β, circita dimetiens est, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit (per 16 tertij. Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiterq; ostēdetur, si centrum super α γ, fuerit. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, & reliqua quæ sequūtur, quod demonstrasse oportuit.*



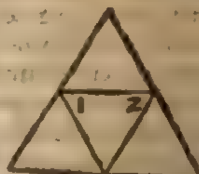
TERTII LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVARTVS

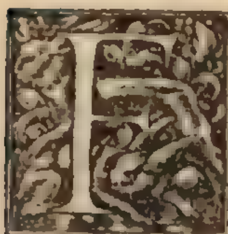
Ex Campano. Diffinitiones



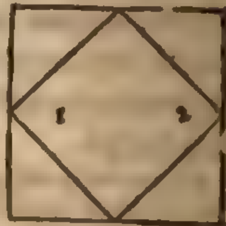
Igura intra figuram dicitur inscribi, quando ea quæ inscribitur eius in qua inscribitur latera unoquoque suorum angulorum ab inreriore parte contingit. 2 Circunscribi uero figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunscribitur omnibus omnes angulos contingit.



Ex Zamberto. Diffinitiones.

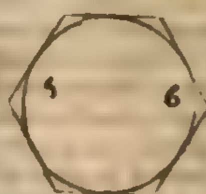


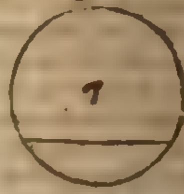
Igura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur, quando unusquisque inscriptæ figuræ angulus, unumquodque latus eius in qua describitur tangit. 2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur, quando unumquodque latus circunscriptæ unumquenq; angulum eius circum quē describitur tangit. 3 Figura rectilinea in circulo describi dicitur, quādo unusquisque angulus inscriptæ circuli circunferentiam tangit.



4 Circulus uero circa figuram rectilineam describi dicitur, quando circuli circunferētia unumquenq; eius circum quam describitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circunferentia unumquodque latus eius in qua describitur tangit. 6 Figura uero rectilinea circa circulum describi dicitur, quando unumquodq; latus circūscriptæ circunferentiā tangit. 7 Recta linea in circulū coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.







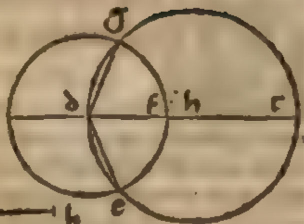
Eucli. ex Camp. Propositio 1.

1 

Ntra datum circulum, datæ lineæ rectæ quæ diametro minime maior existat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulúsque datus c d e, cuius diameter c d. qua non est maior linea a b, uolo intra datum circulum, coaptare lineam æqualem a b. quæ si fuerit æqualis diametro, constat propositum. Si autem minor. ex diametro sumatur d f, ei æqualis, & super punctum d, secundum quand

quantitatem lineæ d f, describatur circulus f e g, secans datum circulum in punctis g & e. ad alterū quorū ducatur linea à puncto d, ut d e, uel d g, eritq; utralibet earum æqualis lineæ a b, eo quod utraque earum est æqualis lineæ d f, per diffinitionem circuli. quare habemus propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1

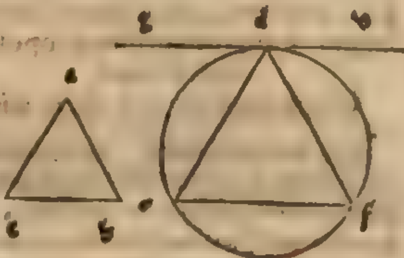
1 In datum circulum, duæ rectę lineæ quæ circuli diametro maior non est, æqualem rectam lineam coaptare.

THEON ex Zamb. *Esto datus circulus α β γ, data uero recta linea nō maior circuli diametro, esto δ, oportet iam in datū circulum α β γ, ipsi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ, dimetiens, sitque β γ. Si β γ, æqualis est ipsi δ, iam factum est id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata est, recta linea β γ, æqualis ipsi δ. Si autem nō: maior est β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi, ipsi δ, æqualis γ ε. Et centro quidē γ, spatio uero γ ε, (per 3 postulatum) circulus describatur ε α ζ, & connectatur γ α. Quoniam igitur centrum circuli ε α ζ, est signum γ,) per 15 diffinitionē primi) æqualis est γ α, ipsi γ ε. Sed ipsi δ, æqualis est ipsa γ ε. Igitur (per primam communem sententiam & δ, æqualis est ipsi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata est γ α, quod oportebat facere.*

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 INtra assignatum circulum, triangulum triangulo assignato æquiangulum collocare.

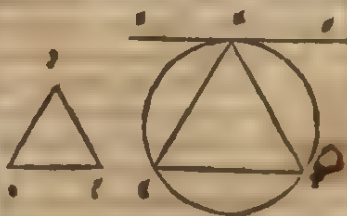
CAMPANVS Sit assignatus trangulus a b c, assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triāgulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium esse, sed est possibile. Produco g d h, contingētem circulum in puncto d, super quem facio angulum h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualē angulo b, & protraho lineam e f, eritque per 31 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterque est æqualis angulo h d f c. quidem, per positionem. e uero per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 2

2 In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipsum circulum α β γ, sitque η α θ, & tangat in α, & constituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam α θ, & ad signum in ea α, angulo qui est sub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uero lineam α η, & ad signum in ea α, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, æqualis angulus η α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea η α θ, & ab α contactu in circulum ducitur recta linea α γ, angulus igitur est sub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis angulo qui in alterno est circuli segmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui sub δ ε ζ, est æqualis, angulus igitur α β γ, ei qui sub δ ε ζ. est angulo est æqualis. Et per hoc, angulus α γ β, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, est æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo, & descriptum est in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum descriptum est, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 3

quæ concurrent in puncto d, a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli d e, quidem, ad a b d f. ad a b c, & d g. ad a c. Et quia duorum triangulorum e a d. & g a d, angulus a unius, est æqualis angulo a alterius, & uterque angulorũ e & g. rectus, & latus a d, cõmune, erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cũ duorũ triangulorũ e b d, & f b d, angulus b, unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorũ e & f, rectus, latus quoque d b cõmune, erit per eandẽ, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e. d f. d g, sunt æquales. Posito ergo cẽtro in d, descriptus circulus secũdũ quãtitatem unius earũ trãsibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæque linearum a b, b c. c a. erit contingens circulum: patet perfectum esse propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 4

4 In dato triangulo, circulum describere.

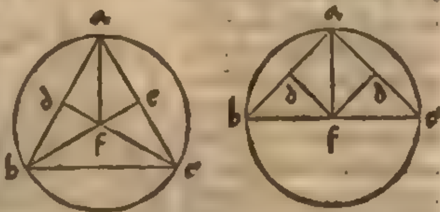
THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ. oportet iam in triangulo α β γ. circulum describere. Secentur (per 9 primi. anguli α β γ. & α γ β, bifariam, per rectas lineas β δ. & γ δ. quæ concurrant adinuicem in signo δ. Excitenturque (per 12 primi) ab ipso δ. in ipsas α β, β γ. & γ α. rectas lineas: perpendiculares δ ε. δ ζ. & δ η. Et quoniam æqualis est angulus α β δ, angulo γ β δ, & angulus β ε δ, rectus æqualis est angulo β ζ δ, recto: duo iam triangula sunt ε β δ, δ ζ β. duos angulos duobus angulis habẽtia æquales. & unũ latus uni lateri æquale β δ. scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorum subtendẽs unũ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt. æqualis igitur est δ ε. ipsi δ ζ. & per hoc etiam δ η. ipsi δ ζ. est æqualis, quare & δ ε. ipsi δ η. est æqualis, tres igitur δ ε. δ ζ. & δ η. sibi inuicem sunt æquales (per 1 cõmunem sententiam.) Cẽtro igitur δ. spatio uero aut δ ε. aut δ ζ. aut δ η. circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas α β. β γ. & γ α. quoniam anguli ad ε ζ η. signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens, quod esse impossibile. patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur descriptus centro δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, rectas lineas α β, β γ & γ α, non secat, tanget igitur, & erit circulus descriptus in triangulo α β γ. In dato triãgulo igitur α β γ. circulus descriptus est ε ζ η. Quod facere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 5



5 Circa trigonum assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium: circulum describere.

CAMPANUS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum describere circulum. Hæc est quasi conuersa terræ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem, in puncto d & a c, in puncto e, à quibus productis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque cõcurrant in puncto f, sintque d f. & e f. Concurrent enim, quoniam cũ uterque angulorum d & e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionẽ, igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quẽ dico esse cẽtrum circuli quæsiti protraho



lineas ad singulos angulos, quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f. duo latera a d & d f, sunt [illegible] alia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, & angulus d unius angulo d alter[illegible] uia uterque rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis [illegible] omparatis lateribus angulis duorum triãgulorum a c f. & c e f. ergo per 9 tertij. p[illegible] ctũ f, erit centrum circuli quæsiti. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorũ sigillatim est demonstrãdũ. Sit ergo trigonus propositus orthogonus, sitque angulus a, rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem di

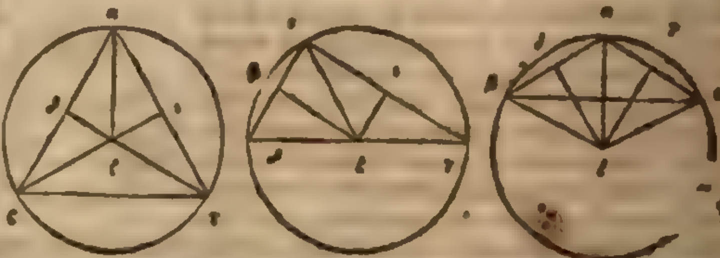
co esse centrum circuli, ad medium punctum utriusque duorũ reliquorum laterũ qđ sit d, duco lineã f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c triãguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertio uidelicet lineæ a c, hoc enim demonstratũ est, supra 29 primi. Et quia angulus a positus est rectus, erit per secundam partem & per tertiã 29 primi, uterque angulorũ qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritq́ per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triãgulorum a d f, b d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales. quare per 9 tertij, erit f, centrũ circuli quæsiti. Sit rursus trigonus a b, amblygonius, sitq́ angulus a, obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum, diuido per æqualia in puncto h, a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ sunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq́ d h æquidistans a c, & e h æquidistans a b. propter id quod demonstratum est, supra 29 primi, uidelicet quod linea secans duo latera alicuius triãguli per æqualia tertio est æquidistans, quare per secundam partem 29 primi, erit uterque duorũ angulorũ b d h & c e h, æqualis augulo a, & ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f, ad lineam a c, quousque concurrant in pũcto f quem dico esse centrum, circuli (manifestũ est enim eas concurrere, propter causam prius dictam) secabit utraque earum, lineam b c quæ respicit obtusum, & concurrent extra triangulum a b c. igitur a puncto f qui est punctus concursus earũ, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorũ a e f, c e f. quare per 9 tertij f, est centrum circuli quæsiti. Esto iterum ut trigonus a b c, sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c, in pũcto e, & b c in pũcto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq́ d h, æquidistãs a c, & e b ipsi a b. propter id quod demõstratum est super trigesimam nonam primi, quare per secũdam partem 29 primi, uterque anguloum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpẽdicularibus d f ad lineã a b, & e f, ad lineam a c, manifestum est eas concurrere intra triangulum a b c, sitque punctus concursus f, quem dico esse centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis assumptam ut prius erunt æquales. quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæsiti.

CORRELARIVM Per prædicta patet quod si triangulus fuerit orthogonius, centrũ circuli circunscribẽdi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto si fuerit amblygonius. centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cadet intra triangulum.

Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 5

5 Circa datum triangulum, circulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triãgulum α β γ, circulum describere. Secetur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ bifariam, in δ, & ε, signis, & ab ipsis δ ε, signis, ipsis α β, & α γ. (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ, & ε ζ. Concurrũt autẽ, aut intra ipsum triangulũ α β γ, aut in ipsa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur*



primũ intra ipsum triangulũ, in ζ, signo: cõnectanturq́ (per 1 postulatũ) ζ β, ζ γ, & ζ α. Et quoniã [illegible] lis est α δ, ipsi δ β, cõmunis autẽ δ ζ, & ad angulos rectos, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis, S[illegible] ostẽdemus quod etiã γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis, quare ζ β, ipsi ζ γ, est æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, sibi in[illegible] æquales. Cẽtro igitur ζ, spatio uero aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus, trãsibit per reliqua signa & [illegible] ulus descriptus circa triangulum α β γ, describatur iam sicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, cõcurrant super β γ, rectã lineã in signo ζ, sicut secunda habet descriptio, & cõnectatur α ζ, similiter quoq; ostẽdemus quod ζ, signũ centrũ est circuli descripti circa α β γ, triãgulũ. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, cõcurrãt extra ipsum triãgulũ α β γ, in signo ζ. Rursus sicut habet tertia descriptio, coniungantur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ, & quoniã rursus æqualis est α δ, ipsi

δ β

δ β, cōmunis autē & ad angulos rectos δ ζ, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi β ζ, est æqualis. Similiter quoq; ostendemus, quod & γ ζ, ipsi ζ, est æqualis. Centro rursus igitur ζ, spatio uero aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α β γ, triangulum, describatur sicut α β γ. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. Et manifestum est quod quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli, angulus β α γ, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autē in β γ, rectā lineam, in semicirculo existēs angulus, rectus est. Quādo uero extra ipsam β γ, rectā lineā centrū cadit, angulus β α γ, existēs in minore circuli segmēto, recto maior est. Quare & quādo minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrūt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autē rectus: super β γ. Quando uero maior recto: extra ipsam β γ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 **I**Ntra datum circulum quadratum describere.

CAMPANVS Sit datus circulus a b c d, cuius cētrū e: uolo intra ipsum describere quadratū. Protraho in ipso duas diametros a c & b d. secantes se orthogonaliter supra centrū e, quarū extremitates cōiungo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratū quæsitū, ipsæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter assumptā, propter id quod quatuor lineæ e a: e b, e c, & e d, sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e, recti: sed unusquisq; quatuor angulorū a b c & d, est rectus, per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur a b c d: quadratū per diffinitionē. Quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 6

6 In dato circulo, quadratum describere.

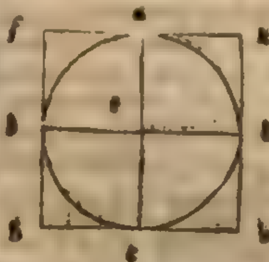
THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ oportet iam in circulo α β γ δ quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli α β γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; α γ & β δ. & coniungātur α β, β γ, γ δ & δ α. Et quoniā æqualis est β ε, ipsi ε δ, (per diffinitionē 15 primi) centrū enim est ε, cōmunis autē & ad angulos rectos ε α, basis igitur α β, (per 4 primi) basi α δ est æqualis: & per hoc etiā utraq; ipsarum β γ, & γ δ, utrique ipsarum α β & α δ est æqualis: æquilaterum igitur est quadrilaterum α β γ δ. Dico quod etiam rectangulum quoniā enim recta linea β δ, dimetiens est circuli α β γ δ: semicirculus igitur est β α δ rectus igitur est angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisque angulorum contentorum sub α β γ, β γ δ: & γ δ α, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterum α β γ δ, ostensum autem est quod & æquilaterū: quadratum igitur est (per 30 diffinitionem primi) & descriptum in circulo α β γ δ quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 **C**Irca propositum circulum quadratum describere.

CAMPANVS Sit propositus circulus a b c d: cuius centrū e, uolo circa ipsum, describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d: secantes se orthogonaliter super centrum e, a quarum extremitatibus duco in utramq; partē lineas orthogonaliter quousq; quælibet earū concurrat cū duabus lateralibus: sintq; puncta cōcursus earū f g h k, eritq; per correlariū 15 tertij, uterque angulorū qui sunt ad unūquodq; quatuor punctorū b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres āguli a h & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f, rectus: habet eīm quodlibet quadrilaterū, quatuor angulos æquales quatuor rectis ut demonstratum est supra 32 primi. Eadē ratione quilibet angulorum g h k, erit rectus: ergo per secundam partē 28 primi duæ lineæ f g & k h, itēq; duæ f k & g h, sunt æquidistantes, ergo per 34 primi f k est æqualis g h, & f g, ipsi k h. Et quia per eandem f k est æqualis b d, & f g ipsi a c: at uero a b d est æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k, & g h, & k h, æquales. Sed & quatuor anguli f g k h sunt recti: ut probatum est prius, ergo f g k h, est quadratum per diffinitionē. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipsum α β γ δ circulū: quadratum describere. Excitentur ipsius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicē sintque α γ & β δ: & per signa

quoque modo probabitur quælibet partialiū angulorū à prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorū, esse medietatē recti. Quia igitur angulus e a d, est æqualis angulo e d a. erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b. & e c. æqualis e d, quare: quia quatuor lineæ e a. e b, e c, e d, sunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæsiti, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 9

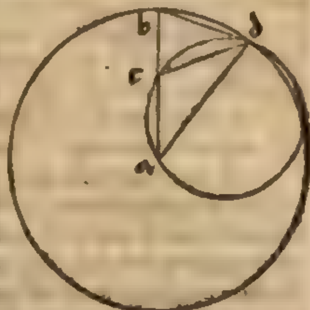
9 Circa datum quadratum, circulum describere.

THEON ex Zamberto. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ, quadratum, circulum describere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, se se inuicem secent in ε. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, & α γ, sunt æquales, altera alteri, & basis δ γ, (per 4 primi) basi β γ, est æqualis angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui sub β α γ, est angulo æqualis est. Angulus igitur δ α β, bifariam diuisus est, per lineam α γ. Similiter iam ostendemus quod & unusquisque angulorum qui sunt sub α β γ, β γ δ, & γ δ α, bifariam diuisus est per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis est angulo α β γ, & anguli δ α β. angulus ε α β, dimidium est, & anguli α β γ, dimidium est angulus ε β α, angulus igitur ε α β, angulo ε β α, est æqualis, quare (per 6 primi) & latus ε α, lateri ε β, est æquale. Similiter iam ostendemus quod & utraque ipsarum ε γ & ε δ, rectarum linearum, utrique ipsarum ε α, & ε β, est æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, sibi inuicem sunt æquales. Cētro igitur ε, spatio uero aut ε α, aut ε β aut ε γ, aut ε δ, circulus descriptus, trāsibit per reliqua signa & erit descriptus circa α β γ δ, quadratum, describatur sicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus descriptus est. quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 Duum æqualium laterum triangulum designare cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet reliquo duplus existat.



CAMPANVS Intentio est describere unum triangulū duum æqualium laterū & tertij inæqualis, cuius uterque angulorum qui superlatus quod est reliquis inequale. existunt. ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumatur linea quælibet quæ sit a b, quæ diuidatur secundum quod docet 11 secundi, in pūcto c. ita quod illud quod fit ex a b. in b c sit æquale quadrato a c. Factóque puncto à centro, secundum ipsius quantitatem describatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a. d c, Dico triangulum a b d, esse qualis proponitur. Circunscribatur circulus qui sit d c a, per 5 huius: triangulo d c a. Quia ergo linea d b, est æqualis lineæ a c, erit quod fit ex a b. in b c. æquale quadrato lineæ b d. quare per ultimam tertij b d, linea, est contingens circulum d c a, & per 31 eiusdem, angulus c d b, est æqualis angulo c a d. Posito ergo communi angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duobus angulis c a d, c d a, sed per 32 primi, angulus b c d est æqualis eisdem. quia extrinsecus ad ipsos, ergo b d a, est æqualis angulo b c d, & quia angulus a d b. est æqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quod latera a b. & a d sunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi, linea c d. est æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a. ergo per 5 primi, angulus c a d. est æqualis angulo c d a. Quia ergo uterque angulorum c d b, & c d a, est æqualis angulo c a d, erit totus angulus b d a, duplus ad angulum d a b. & ideo angulus a b d, sibi æqualis, duplus est etiam ad angulum b a d. quod est propositum.



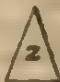
CAMPANI additio. Forsan dicet aduersarius circulum d c a, circunscriptum trigono partiali, secare circulum b d e in aliquo pūcto arcus b d: ita quod simul secabit lineam b d unde ipsa nō erit circulo applicata sicut in demōstratione supponitur, sed ipsum secās. Sit ergo si possibile est, ut ponit aduersarius, & à puncto b, ducatur ad ipsum circulū minorē, cōtingens b f, & ducātur lineæ f a, f d, eritque per penultimā tertij, quod fit ex a b. in b c, æquale quadrato

(per 5 primi) est æqualis, quoniam latus α δ, (per 15 diffinitionem primi) lateri α δ, est æquale, quare & angulus δ β α, (per 1 communem sententiam,) angulo β γ δ, est æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α, & β γ δ, sibi inuicē sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus δ β γ, angulo α γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α, est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur, ipsi γ δ, est æqualis. Quare & angulus γ δ α, (per 5 primi) angulo δ α γ, est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autem sub ε γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, est æqualis. Et angulus igitur β γ δ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autem est angulus β γ δ, utrique ipsorum sub β δ α, & δ ε α, angulorū. Et uterque igitur eorū qui sunt sub β δ α, & δ β α, angulorum, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α β δ, habens unū quemque eorum qui ad basin δ ε, sunt angulorum, duplicem reliqui, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 Ntra datum circulum: æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

CAMPANVS Sit datus circulus a b c. Volo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulum unum qualem præmissa proponit, qui sit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius, qui sit a b c. sitque uterque angulorū a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrumque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntque per 21 tertij, quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem æquales, propter id quod quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pentagonus a d b c e, inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 28 tertij, cum quinque arcus quorum eius quinque latera sunt chordæ, sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 25 eiusdem, eo quod quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadunt, sunt adinuicem æquales. Sicque constat propositum.





Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 11

11 In dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulū describere. Sumatur, (per 10) triangulū isosceles, sitque illud ζ η θ, duplum habens unumquenque eorū qui sunt ad η θ, angulorum, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulū triangulū α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterque eorū qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorū, utrique eorū angulorū qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterque igitur eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi,) uterque eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariam per γ ε, & δ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariam per rectas lineas γ ε, & δ β, quinque igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circumferentijs consistunt (per 26 tertij) quinque igitur circumferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circūferentijs, (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ subtenduntur, quinque igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum α β γ δ ε. Dico iam quod & æquiangulum. Quoniam enim circumferentia α β, circumferentiæ δ ε, est æqualis, communis apponatur β γ δ, tota igitur circumferentia α β γ δ, toti circumferentiæ ε δ γ β, est æqualis, & consistit quidem super α β γ δ, circumferentia, angulus α ε δ, & super ε δ γ β, circumferentia, consistit angulus β α ε, & angulus igitur qui sub β α ε, ei qui sub α ε δ, est angulo, æqualis est, & ob idunusquisque eorū qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, utricuique eorum qui sunt sub β α ε, & α ε δ, angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est pentagonum α β γ δ ε: ostensum autem est quod & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.





Eucli. ex Camp. Propositio 12

Circa

Circa propositum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum designare.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipsum designare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiam ipsius circuli (quasi secundum doctrinā præmissæ sibi inscripsissem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ sint a d b c e, ad quæ à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranque partem, quousque concurrant in punctis g h k l m, eruntq; hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta concursus, ducam à centro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monstratum est super penultimam tertij, quod si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad ipsum circulum ducantur, quod ipsæ erunt æquales, erit linea g a, æqualis lineæ g d, & h d, ipsi h b, & sic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulū, sunt adinuicē æquales, erūt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, consistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicem æquales. Sūt aūt duo latera a g, & f a, triāguli f g a, æqualia duobus lateribus d g & f d, triāguli f g d, & latus g f cōmune ergo per 8 primi, duo anguli eorum qui sunt ad f, itemq; duo anguli qui sunt ad g, sunt adinuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui sunt ad f, in triāgulis d f h, & h f b, itemq; duo qui sunt ad h, sunt adinuicem æquales. Similiter quoque singuli trium reliquorū angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a: & singuli trium qui sunt k l m, diuidantur per æqualia, primi quidem: per lineam f k, secūdi per lineam f l, tertij uero per lineā f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi inuicem æquales, & alijs duobus qui sunt a f d, & d f b, æquales: erunt eorum dimidia quæ sunt decem anguli facti in centro f, adinuicem æqualia. Quia igitur duo anguli a, & f, trianguli g a f, sunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, cōmune, erit per 26 primi angulus g, unius æqualis angulo m, alterius, & latus g a, æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d, æquale lateri d h. Quare, quia g a, est dimidium g m, & g d, dimidium h g, & g a, & g d, sunt æqualia, erunt per communem sciētiam g m, & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, esse equale m l, & m l, ipsi l k, & l k, ipsi k h, quare pentagonus g h k l m est æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cum enim duo anguli qui sunt ad g, sint adinuicem æquales, & duo qui sunt ad m, similiter adinuicem æquales, & g, partialis, sit æqualis m, partiali (utrunque enim probatum est prius) erit per eandem communem scientiam g, totalis æqualis m, totali. & eadem ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare est æquiangulus. Sicque constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 12 Propositio 12

12 Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti (per 11 quarti,) pentagoni angulorum signa α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circumferentiæ sint æquales. & per α β γ δ ε, excitatæ sint (per 17 tertij, ipsum circulum tangentes rectæ lineæ, κ θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ κ. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε, sitq; (per primam tertij,) ζ, & connectantur rectæ lineæ ζ β, ζ ε, ζ γ, ζ λ, & ζ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipsum α β γ δ ε, tangit in signo γ, & à centro ζ, in ipsum γ, contactū ducta est ζ γ, igitur, (per 18 tertij,) ζ γ, super κ λ, perpēdicularis est, rectus igitur est uterque eorum qui ad γ sunt angulorū. Et per hoc, anguli qui sunt ad δ β, signa, recti sunt. Et quoniam angulus qui sub ζ γ κ, rectus est, quod fit igitur ex ζ κ, æquum est eis quæ fiunt ex ζ γ, & γ κ, (per 47 primi, & per hoc eis etiam quæ fiunt ex ζ β, & β κ, æquū est id quod fit ex ζ κ, (per eādē.) Quæ sunt igitur ex ζ γ, & γ κ, eis quæ fiūt ex ζ β, & β κ, sunt æqualia, quorum quod fit ex ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ est æquale. æqualis igitur est β κ, ipsi γ κ. Et quoniam æqualis est ζ β, ipsi ζ γ, & communis ζ κ,*

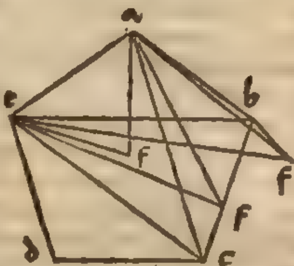
duæ

duæ igitur β κ & ζ κ, duabus θ ζ & ζ κ sunt æquales. Et basis β κ, basi θ κ est æqualis. Angulus igitur β ζ κ (per 8 primi) angulo κ ζ γ est æqualis: & angulus β κ ζ (per 4 primi) angulo ζ κ γ. Duplus igitur est angulus β ζ γ, eius qui sub κ ζ γ est anguli, & angulus β κ γ, eius qui est sub ζ κ γ. Et ob id etiã & angulus γ ζ δ, eius qui est sub γ ζ λ duplus est: & angulus γ λ δ, eius qui sub γ λ ζ. Et quoniam circumferentia β γ æqualis est circumferentiæ γ δ, æqualis est (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ δ. & angulus quidẽ β ζ γ, eius qui est sub κ ζ γ duplus est: & qui sub δ ζ γ, eius qui sub λ ζ γ: angulus igitur κ ζ γ, angulo λ ζ γ est æqualis. Duo igitur iam triãgula sunt ζ κ γ & ζ λ γ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum cõmune ζ γ, scilicet quod commune ipsis est: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est κ γ recta linea ipsi γ λ, & angulus ζ κ γ, angulo ζ λ γ. Et quoniam æqualis est κ γ ipsi γ λ: dupla igitur est κ λ ipsius κ γ: & per hoc etiam ostendetur, quod θ κ, ipsius β κ dupla est. Et quoniam ostensum est, quod β κ ipsi κ γ est æqualis, & κ λ ipsius β γ dupla est, & θ κ ipsius β κ: igitur θ κ ipsi κ λ est æqualis. Similiter iam ostendetur, quod unaquæq; ipsarum η θ, η μ, & μ λ, unicuiq; ipsarum θ κ & κ λ est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum η θ κ λ μ. Aio etiam quod & æquiangulum: quoniã æqualis est angulus ζ κ γ angulo ζ λ γ, & ostensum est ipsius quidem anguli ζ κ γ duplũ eum esse qui est sub θ κ λ, eius autem qui est sub ζ λ γ duplum eum esse qui est sub κ λ μ: angulus igitur qui est sub θ κ λ, angulo qui est sub κ λ μ est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quod unusquisq; eorum qui sunt sub κ θ η, & θ η μ, & η μ λ, unicuiq; eorũ qui sunt sub θ κ λ, & κ λ μ est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub η θ κ, θ κ λ, κ λ μ, λ μ η, & μ η θ, sibi inuicẽ sunt æquales. Aequiangulũ igitur est pentagonum η θ κ λ μ: ostensum autem est quod & æquilaterum: & descriptum est circa circulum α β γ δ ε: quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13.

13 **INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatũ, circulum describere.**

CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e. Volo ei inscribere circulum. Hæc est quasi cõuersa 11. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec cõcurrant in puncto f intra ipsum pentagonum, quem dico centrum esse circuli. Concurrẽt enim propter id quod dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli e, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non cõcurrent, aut extra ipsum pentagonũ, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primo extra in puncto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera e a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Cõcurrant ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmisso modo, angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Quod si forsan cõcurrãt in angulo c: erit per easdẽ & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. Quod quia esse nõ potest: sit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonũ: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualẽ f m: sumptis duobis triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia erit etiã b totalis diuisus per æqualia. Eodẽ modo probabis d totalẽ diuisum per æqualia, propter æqualitatẽ d partialis & a partialis: sumptis triangulis e a f & e d f.





Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b sunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: sumptus triangulis l f d, k f d. Quoniã igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m sunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum describemus secundum quantitatem unius earum: & tanget omnia latera pentagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum secabit: per primam partem 15 tertij: sicq; constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 13. Propositio 13.

13 In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere.

THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam in pentagono α β γ δ ε: circulum describere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per rectas lineas γ ζ & ζ δ: & ab ζ signo in quo concurrunt ad inuicem ipsæ rectæ lineæ γ ζ & δ ζ, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α, & ζ ε. Et quoniã æqualis est β γ ipsi γ δ, communis autem γ ζ: duæ iam β γ & γ ζ, duabus δ γ & γ ζ sunt æquales: & angulus β γ ζ, angulo δ γ ζ est æqualis: basis igitur β ζ (per 4 primi) basi δ ζ est æqualis: & triangulum β γ ζ triangulo δ γ ζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus γ β ζ, angulo γ δ ζ. Et quoniam angulus γ δ ε, eius qui sub γ δ ζ est anguli, duplus est: æqualis autem est angulus γ δ ε ei qui sub α β γ est angulo, & angulus γ δ ζ angulo γ β ζ: angulus igitur γ β α: anguli γ β ζ duplus est: æqualis igitur est angulus α β ζ, angulo ζ β γ. Angulus igitur α β γ, bifariam diuisus est per β ζ rectam lineam. Similiter quoq; ostendetur quod & uterq; eorum qui sunt sub β α ε & α ε δ angulorum, bifariam diuisus est per utrãq; rectarum linearum ζ α & ζ ε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ signo in α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α rectas lineas perpendiculares ζ η, ζ θ, ζ κ, ζ λ, & ζ μ. Et quoniã æqualis est angulus θ γ ζ angulo κ γ ζ: est autẽ angulus ζ θ γ rectus, angulo ζ κ γ recto æqualis: duo iam sunt triangula ζ θ γ & ζ κ γ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum: commune enim eorum ζ γ subtensum sub uno æqualium angulorum. & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur est perpendicularis ζ θ: ipsi ζ κ perpendiculari. Similiter quoq; ostendetur, quod & unaquæq; ipsarum ζ λ, ζ μ & ζ η, unicuiq; ipsarum ζ θ & ζ κ est æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ ζ η, ζ θ, ζ κ, ζ λ, & ζ μ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, spatio uero aut ζ η aut ζ θ aut ζ κ aut ζ λ aut ζ μ, circulus descriptus: per reliqua quoq; ueniet signa. Et tanget rectas lineas α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α (per correlarium 16 tertij): quoniam anguli qui sunt ad η, θ, κ, λ, μ, signa recti sunt. Si enim non tanget eas, sed seccabit: continget quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipsum circulum cadet: quod esse impossibile ostensum est (per 16 tertij. Igitur centro ζ, spatio uero uno ipsorum η, θ, κ, λ, μ, signorum descriptus circulus, rectas lineas α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α minime secabit: tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) describatur sicut η θ κ λ μ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus descriptus est, quod facere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.



14 Circa datum pentagonum quod sit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit ut prius datus pentagonus, æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e: uolo circa ipsum, describere circulum. Hæc est quasi conuersa 13. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quousq; concurrãt intra ipsum pentagonum in puncto f: cõcurrent enim & intra pentagonũ, ut probatum est in præmissa. Et a puncto concursus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint f b, f c, f d: & quia duo latera a f & a b triãguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali, & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuisum esse per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales: quare per 9 tertij erit centrũ circuli. Sicq; patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 14. Propositio 14.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datum pentagogonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum describere. Secetur iam (per 9 primi) uterque eorum qui sunt sub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per utramque ipsarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ, ad signa β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti ostendetur, quod & unusquisque eorũ qui sunt sub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariam secatur per unamquanque ipsarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis est angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium est angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiũ est angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ est æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ est æquale. Similiter iam ostendetur, quod & unaquæque ipsarum ζ β, ζ α, ζ ε, utrique ipsarum ζ γ & ζ δ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε sibijnuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, & spatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus descriptus: ueniet per reliqua signa, & descriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum quod æquilaterum & æquiangulum est. Describatur & sit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum quod est æquiangulum & æquilaterum, circulus descriptus est, quod facere oportebat.



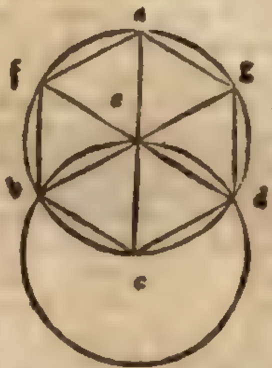
Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 

Ntra propositum circulum, hexagonum æquilaterum atque æquiangulum describere.

Ex hoc itaque manifestum est quod latus hexagoni, æquũ est dimidio diametri circuli qui inscribitur.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e: uolo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. Produco diametrũ a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c, facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantẽ priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duas diametros in circulo primo, quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæsitum. Erit enim ut demonstrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiusdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, sunt æquales duobus rectis: propter id quod quisque eorũ est tertia duorum rectorũ: sed ipsi per 13 eiusdem, cum angulo d e g, sunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, est æqualis utrique eorum, quare per 15 eiusdem, sex anguli qui sunt ad e sunt adinuicem æquales: ergo per 26 tertij, arcus in quos cadunt, sunt æquales: quare & eorũ chordæ per 29 eiusdem, quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod sex arcus in quos angularis puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini sumpti sunt adinuicẽ æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f qui consistit in primo, est æqualis angulo b qui consistit in secundo, idem in cæteris, quare constat propositũ.



Correlarium ex hoc patet, quod dimidiũ diametri & latus hexagoni, sunt latera eiusdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.

CAMPANI additio. Et nota quod non proponitur circa propositum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum designare. Nec intra talem hexagonũ aut circa talem circulum describere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo, extra & circulum sibi intra & extra, ijsdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus: describemus. Nota etiam quod

omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circumscripta est etiam necessario æqui/angula: de inscripta patet per 27 & 6 tertij sumptis arcubus circuli: quibus latera in/scriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus ipsius figuræ anguli ca/dunt. De circumscripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, si plene intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenien tes per æqualia diuidant: sumptis itaque quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentũ, & cum duobus ad eorum extremitates à cen/tro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 pri mi esse probabis. Sicque faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia tota quoque esse æqualia.

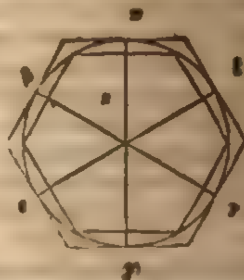
Eucli. ex Zamb. Problema 15. Propositio 15.

15 **In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.**



THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ ε ζ: oportet iam in dato cir/culo α β γ δ ε ζ hexagonum æquilaterum æquiangulumque describere. Erecitetur ipsius α β γ δ ε ζ circuli dimetiens, sitque α δ. Sumaturque (per 1 tertij) centrum circuli: sitque illud η, & centro δ, spatio uero δ η (per tertium postulatũ) circulus describatur γ η ε θ: & coniunctæ rectæ ε η & γ η extendantur in β, ζ, signa, & connectantur α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, ζ α. Dico quod α β γ δ ε ζ hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim η signum, centrum est circuli α β γ δ ε ζ, æqualis est (per diffinitionem 15 primi) η ε ipsi η δ. Rursus quoniam δ signum, centrum est circuli γ η ε θ: æqualis est (per eandem) δ ε ipsi δ η. Sed η ε ipsi η δ ostensum est quod est æqualis. Igitur η ε, ipsi ε δ est æqualis (per primam communem sententiam. Aequilaterum igitur est ε η δ triangulum: & tres igitur eius anguli ε η δ, scilicet η δ ε & δ ε η, sibijnuicem sunt æquales. Quoniam per 5 primi isoscelium triangulorum anguli qui ad basim sibijnuicem sunt æquales, & trian guli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) angulus igitur ε η δ, duorum rectorum tertium est. Similiter quoque ostendemus, quod & angulus δ η γ, duorum recto rum tertium est. Et quoniam recta linea γ η super ε β stans (per 13 primi) † utrobique angulos ε η γ & γ η β duobus † ig. sunt *rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γ η β, tertium est duorum rectorum: anguli igitur ε η δ, δ η γ & γ η β, sibijnuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticẽ, hoc est, β η α, α η ζ & ζ η ε, eisdem ε η δ, δ η γ & γ η β sunt æquales (per 15 primi). Sex igitur anguli ε η δ, δ η γ, γ η β, β η α, α η ζ, & ζ η ε, sibijnuicem sunt æquales. Aequales autem anguli super æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij). Sex igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, sibijnuicem sunt æquales. At sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eius dem), sex igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, sibijnuicem sunt æquales: æquilaterum igitur est α β γ δ ε ζ hexagonum. Aio quoque, quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α ζ æqualis est circunferentiæ ε δ: communis apponatur circunferentia α β γ δ. Tota igitur ζ α β γ δ, toti ε δ γ β α est æqualis. Et super circunferentia ζ α β γ δ, consistit angulus ζ ε δ: super autem ε δ γ β α circunferentia, consistit angulus α ζ ε. Aequalis igitur est an gulus α ζ ε, angulo δ ε ζ. Similiter quoque ostendetur quod & reliqui anguli ipsius α β γ δ ε ζ hexagoni, hoc est, unus quisque eorum qui sunt sub ζ α β, α β γ, β γ δ, & γ δ ε, unicuique eorum qui sunt sub α ε ζ & ζ ε δ angulorũ, sunt æqua les. Aequiangulum igitur est hexagonum α β γ δ ε ζ. Ostensum autem est quod & æquilaterum, & descriptum est in circulo α β γ δ ε ζ. In dato circulo igitur α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptũ est: quod facere oportebat.*

CORRELARIVM. Hic manifestum est quod hexagoni latus ei qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa α, β, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex prædictis in pentagono. Et insuper per ea quæ si militer in pentagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus & cir cumscribemus, quod facere oportebat.



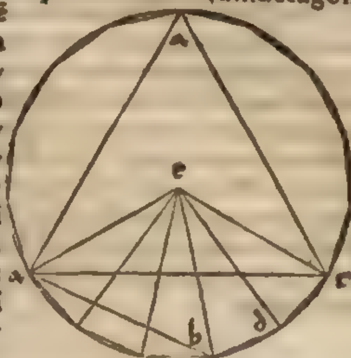
Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 Ntra datũ circulum, quindecagonũ æqui/laterum atque æquiangulum designare.

Deinde circa quemlibet circulum assignatum, qui decagonũ æquilaterum atque æquiangulum, atque intra datum quindecanonum, cir culum describere.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunscribere, atq; intra talem quindecagonũ propositum, circulum describere. Non proponit autẽ circa talem quindecagonũ, circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atq; æquianguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b est quinta: erit superfluũ inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferẽtiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintã in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius.



Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15: eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam quæ est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta, uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintædecimæ ipsius 15 qui est totũ. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunq; duorum arcuũ c d, & d b, esse tertiã arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis, chordis c d, & d b, coaptatisq; cõtinue intra datum circulum sibi æqualibus per primam huius, complebitur figura proposita. Cætera uero duo quæ proponit cũ tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonũ circulo circunscribere, ac circulum quindecagono inscribere, ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

CAMPANI additio. Et nota quod quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere, & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quæ scitur inscribi subtenduntur, per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterũ ipsius figuræ ductis lineis, fiet intra circulũ figura duplo pluriũ laterũ quæ erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc eñ demonstratũ est, supra 11 huius, q'd omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere: sciemus cætera tria per 12, 13, 14 huius. Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonũ, ac per dodecagonum figuram 24 laterum, & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulũ possit, ut diximus, inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimum perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoq; sciemus decagonum & figuram 20 laterum: sicq; continue duplando. Idem quoq; intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figuræ 30 & 60, & omnium continue duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum de quibus ista nõ docet, uel quæ per has non habentur: difficilis est scientia & parum utilis, ut sunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quod si sciemus triangulum duum æqualium laterum designare, cuius uterq; angulorum ad basin triplus esset ad reliquum: sciremus heptagonum, ut supra pentagonum circulo inscribere: quod si uterq; quadruplus esset ad reliquum, sciremus nonagonum: & si quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, posito utroq; angulorum ad basin multiplici ad reliquum per eum numerum qui est medietas maximi paris sub impari numero laterum ipsius figuræ contenti.

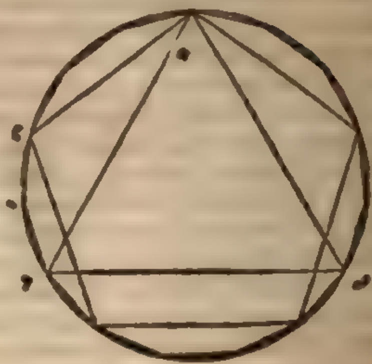
Eucli. ex Zamb. *Problema 16.* *Propositio 16.*

16 **In dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.**

THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonũ æquilaterum & æquiangulum describere. Describatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uero æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur est circulus α β γ δ, æqualium segmentorum quindecim: talium quidem circumferentia α β γ, tertium existens ipsius circuli erit quinq;. Circumferentia autem α β, existens quintum cir*

 culi

culi, erit trium: reliqua igitur ε γ, duorum æqualiū. Secetur (per 30 tertij) β γ, bifariam in ε: utraq; igitur ipsarum β ε, & ε γ, circunf. portionum, quintadecimum erit ipsius α β γ δ, circuli. Si igitur contingentes rectas lineas β ε, & ε γ, ipsis æquales in cōtinuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α β γ δ: erit in eo descriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono si per circuli diuisionem, tangentes circulum ducemus: describetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per ostensionem similiter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describemus & circumscribemus.



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 

Pars, est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; sumitur propriè: & hæc est quæ aliquoties sumpta, suum totum præcise constituit: sine diminutione uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerū, secundum quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem autem partem quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; sumitur communiter: & hæc est quælibet quātitas minor, quæ quotiescunq; sumpta, suo toto minus aut maius constituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quod cum alia quantitate diuersa totum suum constituat, per se autem quotiescunq; sumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, est maior minoris quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars, relatiue dicitur ad totum, & in istis duobus extremis, consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius: uocat autem

autem ipsum, multiplex: propter hoc quod minus aliquoties sumptum, ipsum constituat. erunt igitur relatiue dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, submultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

3 Proportio, est habitudo duarum quantæcunque sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicē, in eo quod earum altera maior aut minor est reliqua uel sibi æqualis. Nō enim solum in quantitatibus reperitur proportio, sed in ponderibus, potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo esse proportionem: ubi elemētorum numerum ostendit. In sonis autem esse proportionem, liquet ex musica. Nam (ut uult Boetius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipsarum partium suorumque sonorum, eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscunque proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemque quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, nisi in eo quod earum una est reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, est secundum ipsam æquale uel inæquale dici, ut uult Aristoteles in prædicamentis: unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri, & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus est, quod proportio est habitudo duarum quātitatum adinuicem, quæ attenditur in eo quod una earum est maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quod oportet eas esse eiusdem generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas superficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim potest dici linea: maior aut minor superficie, aut corpore: nec tempus, loco: sed linea, linea, & superficies, superficie. Sola enim uniuoca, comparabilia sunt. Quod autem dicit certa habitudo, non sic intelligas quasi nota uel scita, sed quasi determinata, ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita, inquam, determinata: quod hæc & non alia. Non enim est necessarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum sit scita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam est discretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor: est pars aut partes maioris, ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At uero in continuis, est proportio magis larga: est enim in ea, ubi minor quantitas est, pars aut partes maioris: & talium omnium: mediantibus numeris est proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturque omnes tales quantitates, commmunicantes. quia eas una & eadem necessario metitur: unde & omnes numeri sunt communicantes: omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam, ubi minor non est pars aut partes maioris: & in talibus non est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturque hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, incōmunicantes: unde fit ut quæcunque portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorū, ut in lineis, superficiebus, corporibus & temporibus: nō aūt ē conuerso: infinitæ eñ sunt proportiones in cōtinuis repertæ: quas numerorū natura nō sustinet. Sed quæcūque proportio reperitur in uno genere continuorū: eadē reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercūque se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquā aliā, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, similiter & tēpus: sed nō sic: quilibet numerus ad aliquē alium: unde magis est larga proportio in cōtinuis, quàm in discretis. Ex quo manifestum est proportionē geometricam esse

Plato.

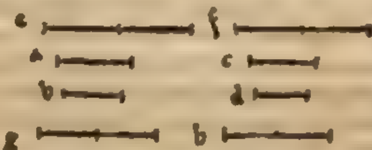
Boetius.

Aristoteles.

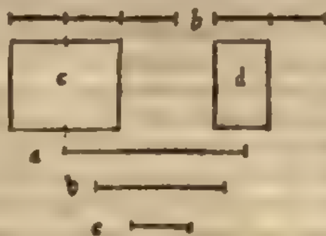
excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatē excessus, nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales: immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt, quantum ad proportionem, sed solum quantū ad quantitatem excessus, est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs se excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut 2, 3, 4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt: dupli quidem binario, tripli ternario, & sic de cæteris: non tamen sunt 2, 3, 4 continue proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sesquialtera & maiorum sesquitertia, quia ergo inter eos non est similitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas: & ideo neque continua neque incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: erit itaque sensus diffinitionis præmissæ. Continue proportionalia, sunt quorum omnia multiplicia æqualia sunt continue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibijnuicem æqualia sint, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo, Si enim a, & b essent diuersorum generū, essent etiam d & e ipsarum a & b multiplicia, eorundem diuersorum generum, propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare d non esset æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuersorum generum, non sunt adinuicem comparabiles.

6 Quantitates quæ dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam & tertia ad quartam, sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus secundæ & quartæ æqualibus fuerint similes, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine sumptæ.

CAMPANVS. Posita superius diffinitione quantitatum continue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: & est quod quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint, itemque secundæ & quartæ æque multiplicia fueritque multiplex primæ, sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatem sicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad secundam, sicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d: sumanturque ad primam & ad tertiam quæ sunt a & c: æque multiplicia utpote dupla quæ sint e & f. Itemque ad secundam & quartam quæ sunt b & d: sumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ sint g & h: sitque ut hæc 4 multiplicia sic sumpta comparata adinuicem secundum ordinem primarum quatuor quantitatum, ita, uidelicet, quod e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: sint similia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quod si e addit supra g & similiter f addat supra h, aut si e minuit à g, & f similiter minuat ab h: aut si e est æqualis g, & similiter f sit æqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d: similitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionaliū, uidelicet nō quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptæ, intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplicia nō referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia assumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ, sed referatur secundum primum ordinem ipsarum 4 quantitatum, uidelicet multiplex primæ ad multiplex secūdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaque sensus istius diffinitionis. Incontinue proportionales: sunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemque æque mul-



istorum 4 modorum maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartã. Quatuor aũt modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quam tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumẽtur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinẽ habet ad istos 4 modos prædictos, & ipsos cõprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secũdam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem sub hac forma, propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & non multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris improportionalitatis, proprie accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quod multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secũdam quam tertiæ ad quartam: propter hoc autem nõ posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ 4 quatuor quantitatũ ad secundã quam tertiæ ad quartam: quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiã reperiri: quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartã, ut demonstrabimus infra supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates improportionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinue proportionales si intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quam c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas: erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quàm b ad c.



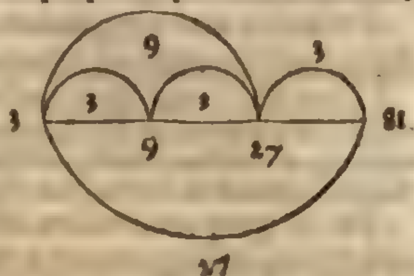
9 Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

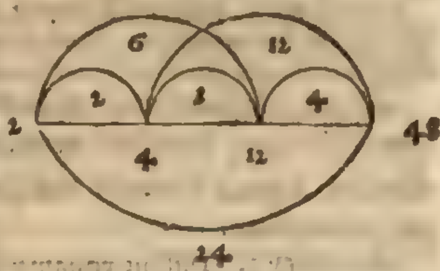
CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales & improportionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem nõ ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes, eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autẽ proportio habet antecedens & consequẽs: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequẽtia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quam in 4, eo quod in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

10 Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad secundam duplicatam.

CAMPANVS. Diffinit proportionẽ quæ est inter extremos terminos cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis consitutæ, & dicit quod si fuerit proportio primi ad secun-

nus uno. Similiter quoque si proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata. in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, siue ut multiplicationes sint æquales medijs extremis interpositis. Et nota quod etiam in proportionalitate cõtinua extremorũ, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, &. quod proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uero terminis cõstitutæ denominatur à cubo. quorum quidem quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuæ proportionales qui sint continue tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad secundum, denominatur à ternario. est enim tripla, primi uero ad tertium, à nouenario qui est quadratus ternarij, nã ipsa est nõcupla. At uero proportio primi ad quartũ: denominatur à 27 qui est cubus denominationis proportionis primi ad secũdũ uidelicet ternarij. ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis constitutæ, denominatur à superficiali nõ quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarũ proportionum, in quatuor uero terminis cõstitutæ: denominatur à solido nõ cubo, cuius tria latera sunt denomationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui sint 2, 4, 12, 48. in quibus proportio primi ad secundum est dupla, secũdi ad tertium tripla. & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uero ad quartum quadrupla. & Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3 quæ sunt denominationes duarum primarum proportionum. 24 uero qui est denominatio proportionis primi ad quartum, est solidus cuius latera sunt 2, 3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.





11 Quantitates quæ sunt in proportione una, antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem, dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Itémque permutatim sicut antecedens ad antecedentem, sic etiam consequens ad consequentem.

CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex. uidelicet conuersa, permutata. disiuncta. euersa, & æqua. Sũt autem hæ species, quasi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam. in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in disiuncta, coniuncta, aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur ut inequa. Vocat autem antecedens, primũ extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionẽ, quod si fuerit proportio a ad b sicut c ad d. & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d. ergo a ad c sicut b ad d. uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata



mutata,& in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis, consequens primæ,& consequens primæ, antecedens secundæ.

13 Coniuncta uero proportionalitas dicitur, quoties sicut antecedens cũ consequente ad consequens, sic etiam antecedens cum consequente ad cõsequens.



CAMPANVS. Diffinit coniunctam, disiunctam, & euersam, in quibus etiam nihil extra sumitur, sed termini non manent in ipsis ijdem secundum substantiam,& uult quod si ita fuerit ut sit a ad b, sicut c ad d,& ego ex hoc cõcludam ergo totius a b ad d b sicut totius c d ad d, quod iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

14 Disiuncta uero proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentiũ supra consequentia æqua comparatio.



CAMPANVS. Vult quod si fuerit proportio totius a b ad b sicut totius c d ad d,& ex hoc ego concludam ergo a ad b sicut c ad d, quod iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

15 Euersa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentiũ ad augmẽta sui supra consequentia sua similitudo proportionũ.



CAMPANVS Vult quod si fuerit a b ad b, sicut c ad d,& ex hoc ego cõcludam ergo a b ad a sicut c d ad c, quod iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

16 Aequa proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propositis, alijsque secundum eundem numerum in una proportione applicatis mediorum æquali numero remoto, utrorumque summorum similitudo proportionum.

CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quæ ad probandum propositum ad extra sumitur.& uult quod si sumãtur quotlibet quantitates, ut a b c, itemque totidem aliæ, siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius ut d e f, fuerintque secundæ in proportione primarum siue eodem ordine ut si dicatur a ad b sicut d ad e,& b ad c sicut e ad f, siue ordine conuerso ut si dicatur a ad b, sicut e ad b.& b ad c sicut d ad e.& ex hoc concludatur ergo a ad c sicut d ad f, quod iste modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem sex modorum arguendi qui dicuntur species proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infra in isto quinto. Permutatam quidem proportionalitatẽ, probat in 16 huius, disiunctam uero, in 17, coniunctam in 18, æquam uero proportionalitatem, demonstrat in 22 & 23, sed in 22, cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales, in 23 uero: cum & sunt proportionales ordine conuerso. Conuersam uero proportionalitatem aut euersam non demonstrat, eo quod conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euersa autem patet ex permutata adiuuante 19 ut super eandem 19 sumus dicturi. Qualiter autem cõuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinue proportionalium manifesta sit, demonstremus nũc. Sit ergo proportio a ad b, sicut c ad d. uolo ergo demõstrare qđ erit b a d a, sicut d ad c. Sumãtur e ad a,& f ad c, æque multiplicia. similiter quoque g ad b,& h ad d. æque multiplicia, eritque per conuersionẽ diffinitionis quãtitatum incontinue proportionalium, ut e,& g itemque f & h similiter se habeant in additione diminutione & æqualitate: intelligo tunc b primum, a secundũ, d tertium, c quartum, sumptaque sunt ad primum & tertiũ, g & h æque multiplicia. Itemque ad secundũ & quartũ, e & f, æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multiplicia



plicibus tertij, & quarti quæ sunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate, erit per dictā diffinitionē proportio b primi ad a secundū, sicut c tertij ad d, quartum, quod est propositū. Cōstat itaq; modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima esse uidentur. & quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat, magis ab intellectu distantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere, quàm quòd duarum quarūlibet quantitatum æqualium sit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinti septima demonstrat, ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis. quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum esse remota, quis enim nō facilius duarū quātitatū æqualiū ad aliquā tertiā, eādem esse proportionē cōcedat: quàm quatuor quātitatum si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secūdæ & quartæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione, diminutione & æqualitate, esse proportionē primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartam? Verū si subtiliter intuemur liquido constabit non posse uniri intellectui quod proportio duarum quantitatum æqualiū ad tertiā sit una, nisi per quid est esse proportionē unam, si enim quis ignoret quid est esse proportionē unā eandē proportionē alteri, quomodo cognoscet duarū quantitatū æqualiū esse eandē proportionē ad tertiā? Indiget igitur proculdubio intellectus antequam illam quæ uidebatur cōceptibilis propositio, apprehendat, huius rei quæ per ipsius diffinitionē habebitur cognitione. postmodū utrū ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cōueniat pertractatione. quod si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire, concludetur propositum, sin autem oppositum. Nō est igitur immediata propositio, quàm superficialis apprehensio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehensio adhærere intellectui quod duarū quantitatū inæqualium maior est proportio maioris earum ad aliā quàm minoris ad eandem, quàm demonstrat 8 huius, quàm quod 4 quantitatum sit maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiā æqualiter sumptis, itemq; alijs ad secundā & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundæ, & multiplex tertiæ non addit super multiplex quartæ, ex quo quæ prædicta est propositio demōstratur, sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionem maiorem. Igitur oportuit Euclidē: quæ quantitates dicūtur proportionales, & quæ improportionales diffinire. Proportionales autem, sunt quarū proportio una est, & improportionales, quarum proportiones diuersæ. Itaque diffiniuit quantitates quarū proportio una est, & eas in quibus connectuntur extrema non dissociatis medijs, quas uocauit continue proportionales. & dixit hanc proportionalitatem, in tribus terminis ad minus existere, propter hoc quod unum saltem bis sumendum est medium, & eas in quibus accidit interruptio mediorum, & hæc sunt incōtinue proportionales, & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medij sumptionē. Et diffiniuit etiā quātitates quæ sunt improportionales, quarū est maior una proportio quā sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis, tūc facile esset intellectu cognoscere quæ proportiones essent una & quæ diuersæ. Quæ enim haberent unam denominationē, essent una: quæ autē diuersas, diuersæ. hæc autem facilitas manifesta est ex arithmetica, quoniā omniū numerorū proportio scita & ratiōalis est. Vnde Iordanus in secūdo arithmeticæ suæ diffiniens quæ proportiones sunt eædem & quæ diuersæ, dicit easdem esse quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uero, quæ maiorem, & minorē, quæ minorē. Sed infinitæ sunt proportiones irrationales, quarum denominatio scibilis non est, quare cum Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales quoniam considerat proportionem repertam in continuis quæ communis est ad istas, non potuit diffinire identitatē proportionū. idētitatē denominationū, sicut arithmeticus. eo quod multarū proportionum (ut dictū est) sunt denominationes simpliciter ignotæ. diffinitionē autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionū irrationaliū, coegit Euclidē tales diffinitiones ponere. Quia ergo nō potuit (ut patet ex præmissis) diffinire proportionalitatem siue identitatem proportionum per identitatem habitudinum siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & in conuenientiam terminorum: coactus est refugere ad terminorū multiplicia, ut ex illorū habitudinibus quantum ad excessum & æqualitatem consideratis æquis numerositatibus sumptorū, per quod ad naturam irrationalitatis reducūtur, propo-

sitã diffinitionẽ uehetur, nihil enim in quocũq; inæqualitatis genere, terminis magis idẽ, q̃ eorũ multiplicia, nec terminorũ habitudinibus, quã multipliciũ habitudo. Et quia proportio est duarũ quãtitatũ eiusdẽ generis certa habitudo cõsiderata in eo q̃ sunt æquales, aut altera maior, ideo idẽtitas proportionũ existentium inter primam 4 quantitatum ad secundam, & tertiam ad quartam, est similis æqualitas primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam aut similis maioritas, aut similis minoritas hæc autem similis æqualitas, aut similis maioritas, aut similis minoritas tunc est inter quatuor quaslibet quantitates, cum est inter omnes earum æqualiter multiplices.

Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quãtitates quæ dicũtur cõtinuã proportionalitatẽ habere, sunt quarũ æque multiplicia aut æqua sunt aut æque sibi sine interruptione addũt aut minuũt: est ac si diceret, omnes illas quantitates uoco continue proportionales (qđ est eas similiter esse æquales cõtinue, & similiter cõtinue esse maiores, & similiter cõtinue esse minores) quarũ omnes æque multiplices, aut sibi inuicẽ sunt, similiter cõtinue æquales, uel similiter cõtinue maiores. uel similiter cõtinue minores quod est etiã ipsas multiplices esse cõtinue proportionales, quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat, eas dico nõ esse cõtinue proportiõales. Quod autẽ dicit in sexta diffinitiõe. Quãtitates quæ dicũtur esse secundũ proportionẽ unã prima ad secundã & tertia ad quartã &c. est ac si diceret omnes 4 quãtitates uoco incontinue proportionales, & se habere primã ad secundã, sicut tertia se habet ad quartã (quod est primã ad secundã. & tertiã ad quartã similiter se habere in æquando aut addẽdo aut minuendo) quarũ omnes æque multiplices primæ & tertiæ ad omnes æque multiplices secundæ & quartæ similiter se habent aut in æquando aut addendo aut minuẽdo, quod est etiam multiplices primæ in eadẽ proportione se habere ad multiplices secũdæ, in qua multiplices tertiæ se habẽt ad multiplices quartæ, quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus, dico non esse proportionẽ primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartã. Quod autem dicit in s diffinitione, est ac si diceret, maiorẽ proportionẽ uoco 4 quãtitatũ primæ ad secundã quàm tertiæ ad quartã (quod est primã magis excedere secũdã quam tertia excedat quartã) quarũ aliqua ex multiplicibus primæ addit super aliquam ex multiplicibus secũdæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundũ numerationem multiplicis primæ, non addente super aliquẽ ex multiplicibus quartæ sumpta secũdũ numerationem multiplicis secundæ, quod est esse maiorem proportionẽ multiplicis primæ ad multiplicem secũdæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

Diffinitiones autẽ istas nisi sunt aliqui demonstrare. quorũ Ametus filius Ioseph temtauit eas demõstrare in epistola sua quã de proportiõe & proportionalitate cõposuit, & accepit tria per modũ positionis tanquã principia, quæ dicit esse per se nota & probatiõe non indigere. Quorũ primũ est qđ si fuerint 4 quantitates. quarũ sit proportio primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartã. erit econuerso proportio secũdæ ad primã sicut quartæ ad tertiã: & hic est modus arguẽdi, quẽ uocauit superius Euclides cõuersam proportionalitatẽ. Et errauit, quoniã dixit propositionẽ esse per se notã: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionẽ primæ quãtitatis ad secũdam sicut tertiæ ad quartam, quare hoc ignoto posito, impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoque quia consequens est ignotum, impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. Secundum principium eius fuit, quod si fuerint 4 quantitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, si prima sit maior secunda, erit tertia maior quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Tertium fuit quod si fuerint 4 quãtitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartã, erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ, sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum. quod accidebat in primo, accepit enim in omnibus ignota similiter tanquam nota: quare non demonstrauit. peccauit etiam in secunda demonstratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex s uel ex 10



huius quæ probantur ex diffinitione incõtinuæ proportionalitatis. Arguit enim sic, si proportio a b ad e est maior quàm g ad d. sit ergo ut n b partis a b ad e, sicut g ad d. per quod apparet ipsum supponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualiũ relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam obtinet proportionem, uel quod quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quã habeat a b, erit minor

nor a b, quorum primum demonstrat 8 huius, & secundum 10. Nam cum uult is sumere quantitatem quæ se habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut uoluero. quare aut non demonstrat aut accidit sibi circulus. & principia esse ignotiora conclusionibus. Supponenda sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota. & non ipsa ex conclusionibus. sed cõclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Zamberto. *Diffinitiones.*



Ars est magnitudo magnitudinis minor maioris quando minor metitur maiorẽ. 2 Multiplex autẽ, maior minori, quãdo eã metitur minor. 3 Ratio, est duarũ magnitudinũ eiusdem generis* aliquatenus adinuicem quædã habitudo, 4 Proportio uero est rationũ* identitas 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicũtur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quãdo primæ tertiæ æque multiplices, secundæ & quartæ æque multiplices, iuxta quãuis multiplicationẽ utraq; utrãq; uel una excedũt, uel una æquales sunt, uel una deficiũt sumptæ adinuicem. 7 Eandẽ autẽ habentes rationem magnitudines, proportionales uocẽtur, 8 Quando uero æque multipliciũ multiplex primæ excesserit multiplicem secundæ, multiplex autem tertiæ nõ excesserit multiplicem quartæ, tunc prima ad secundam maiorem rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad quartã. 9 Proportio autẽ in tribus terminis,*minima est. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationẽ habere dicetur quàm ad secundam. Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicẽ rationẽ habere dicetur quàm ad secundã Et semper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedẽtis ad antecedẽs, & cõsequentis ad consequens, 13 *Cõuersa ratio, est acceptio cõsequentis tanquã antecedẽtis ad antecedẽs tanquam ad consequẽs. 14 Cõpositio rationis, est acceptio antecedẽtis cũ cõsequẽte, sicut unius, ad ipsum consequẽs. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus quo excedit antecedẽs ipsum cõsequẽs, ad ipsum cõsequẽs. 16 Cõuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum quo excedit antecedens ipsum cõsequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus magni

*κατὰ πηλικότητα, id est quod ad quantitatem uel quod ad quantitatem pertinens

*ὁμοιότης

*ad minimum

*ὁμόλογα

*ἀνάπαλιν λόγος e contra uersa alibi

*ἀναστροφὴ λόγου

Pro. No.i.bini gnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine* una sumptis & in eadem ratione quando fuerit sicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic in secundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per subtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, est cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedēs ad cōsequēs & consequens ad rem aliam, sicut cōsequens ad rem aliā. 19 Inordinata proportio, est cū fuerit antecedēs ad cōsequens sicut antecedēs ad cōsequēs, & cōsequens ad rem aliam sicut res alia ad antecedēs. 20 Extēsa proportio, est quādo fuerit sicut antecedēs ad cōsequens sic antecedens ad consequens, fuerit autem & sicut consequens ad rem aliam, sic consequens ad rem aliam.

21 Perturbata autem proportio, est quando tribus existentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit sicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad consequens sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequens, sicut autem in primis magnitudinibus cōsequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 I fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquæ multiplices, aut singulæ singulis æquales, necesse est quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

CAMPANVS Sint quotlibet quantitates quæ sint a b, c. aliarū totidem quæ sint d e f, æque multiplices, unaquæque ad sui comparem. aut singulæ sint singulis æquales, ita uidelicet quod sicut a est multiplex d, ita b est multiplex e, & c, multiplex f, uel si a est æqualis d. quod similiter b sit æqualis e, & c æqualis f, dico quod sicut se habet a ad d, ita se habet aggregatum ex omnibus quæ sunt a b c. ad aggregatum ex omnibus quæ sunt d e f. Quod si singulæ singulis sint æquales, patet propositum per hanc commuuem scientiam, si æqualibus æqualia addantur, tota quoque erūt æqualia. Si autem sint omnes suis cōparibus æque multiplices, diuisis eis secundum quantitatem suarum submultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f, per prædictam communem scientiam adiuuante hac, quæ eidem sunt æqualia inter se sunt æqualia. Similiter quoque aggregatū ex secundis partibus quantitatum a b, erit æquale aggregato ex d e f. sicque de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens cōtineatur in aggregato ex a b c, quotiens d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quod sicut a est multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

THEON ex Zamb. Sint quodcunque magnitudines α β, γ δ, quotcunque magnitudinū ε, ζ, æqualiū numero, æque multiplices, singulæ singularū. Dico quod quotuplex est α β, ipsius ε, totuplices erunt α β, & γ δ, ipsarū ε, ζ

Quot

Quoniam enim æque multiplex est α ε, ipsius ε, & γ δ, ipsius ζ, quotcunque igitur magnitudines sunt in α ε, æquales ipsi ε, totidẽ & in γ δ, sunt æquales ipsi ζ. Diuidatur quidẽ α β, in magnitudines æquales ipsi ε, hoc est α η, & η ε, & γ δ, ipsi ζ, æquales magnitudines, hoc est γ θ, & θ δ. Erit nimirũ multitudo ipsarum γ θ, & θ δ, multitudini ipsarum α η, & η β, æqualis. Et quoniam æqualis est α η, ipsi ε, & γ θ, ipsi ζ, & α η, & γ θ, ipsis ε ζ, sunt æquales, & per hoc quoniam æqualis est η β, ipsi ε, & θ δ, ipsi ζ, & γ ε, & θ δ, ipsis ε ζ. Quotcunque igitur sunt in α β, æquales ipsi ε, tot & in ipsis α β, & γ δ, sunt æquales ipsis ε ζ, quotuplex igitur est α ε, ipsius ε, totuplices sunt α β, & γ δ, ipsarũ ε ζ. Si fuerint igitur quotcunque magnitudines quotcũque magnitudinum æqualiũ numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI fuerint sex quantitates quarum prima ad secũdam atque tertia ad quartam æque multiplices, quinta uero ad secundam atque sexta ad quartam æque multiplices, totum primæ & quintæ ad secundam totumque tertiæ & sextæ ad quartam æque multiplicia esse conueniet.

CAMPANVS Sint sex quantitates, a prima, b secunda, c tertia, d quarta, e quinta, f sexta. Sintq́ a & c, æque multiplices ad b, & d. Itemque e, & f, sint æque multiplices ad easdẽ. Dico quod sicut totum aggregatũ ex a & e, est multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a, est æqualis numero secundum quem d continetur in c, similiter quoque numerus secundũ quem b continetur in e, est æqualis numero secundum quẽ d continetur in f, erit per communẽ scientiam quæ est si æqualibus æqualia addãtur & tota quoque erunt æqualia, numerus secũdum quẽ d continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare sicut aggregatũ ex a & e, est multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, est multiplex ad d, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si prima secundæ æque fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secũdæ æque multiplex & sexta quartæ, & cõposita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

THEON ex Zamb. Prima enim α β, secundæ γ, æque multiplex esto, & tertia δ ε, ipsius ζ, quartæ. sit autẽ & quinta β η, secundæ γ, æque multiplex, & sexta ε θ, ipsius ζ, quartæ. Dico quod composita prima & quinta α η, ipsius γ, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta δ θ, ipsius ζ, quartæ. Quoniam enim æque multiplex est α β, ipsius γ, δ ε, ipsius ζ, quot magnitudines igitur sunt in α β, æquales ipsi γ, totidem magnitudines sunt & in δ ε, æquales ipsi ζ. ac per hoc, & quot sunt in β η, æquales ipsi γ, tot etiam sunt in ε θ, æquales ipsi ζ. Quot igitur sunt in tota α η, æquales ipsi γ, tot sunt in tota δ θ, æquales ipsi ζ. Quotuplex igitur est α η, ipsius γ, totuplex est δ θ, ipsius ζ. Et composita igitur prima & quinta α η, ipsius γ, secundæ æque erit multiplex & tertia & sexta δ θ, ipsius ζ, quartæ. Si prima igitur secundæ æque fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secũdæ æque multiplex & sexta quartæ, etiam composita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ, quod demõstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI fuerint primum secundi & tertiũ quarti æque multiplicia, ad primum uero & tertium multiplices sumantur æquales, erunt multiplex primi ad secundum, atque multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

CAMP. Sit sex quãtitates, a pria, b scđa, c tertia, d quarta, e quĩta, f sexta, sintq́ a ad b & c ad d, itemq́ e ad a & f ad c, æque multiplices. Dico quod sicut e est multiplex ad b, ita f ad d

Diuidatur enim e secundū quantitatem a sui multiplicis,& f secundum quantitatem c, eritq; propter æqualitatem partium e ad a,& partium f ad c,ut quælibet partium e sit ita multiplex ad b, sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b ita prima pars est multiplex ad d,itemque sicut secunda pars e est multiplex ad b, ita secunda f ad d.ergo erit per præmissam ut aggregatum ex duabus primis partibus e sit ita multiplex ad b,sicut aggregatum ex duabus primis partibus e f ad d.Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars)est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d,erit per eandem ut totū aggregatū ex tribus primis partibus e sit ita multiplex ad b,sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d.Sicq;(si plures fuerint partes e & f)componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus,concludes quod sicut e est multiplex ad b ita f ad d per præmissam totiens sumptā quot fuerint partes in e aut in f,minus una,sicq; patet propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si primum secundi æque fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur autem æque multiplicia primi & tertij,etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunque utriusque æque erit multiplex,alterum quidem secundi,alterum autem quarti.

THEON ex Zamb. *Primum enim α secūdi β,æque sit multiplex,& tertiū γ,ipsius δ,quarti,sumanturq; ipsorū α γ,æque multiplicia ε ζ,& η θ.Dico quod æque multiplex est ε ζ,ipsius β,& η θ,ipsius δ.Quoniā enim æque multiplex est ε ζ,ipsius α,& η θ,ipsius γ, quot igitur sunt magnitudines æquales in ε ζ,ipsi α,tot etiā sunt magnitudines in η θ,æquales ipsi γ. Dirimatur quidē ε ζ.in magnitudines æquales ipsi α,hoc est ε κ & κ ζ,& η θ,in æquales ipsi γ,hoc est η λ, & λ θ,erit utiq; æqualis multitudo ipsorū ε κ,& κ ζ,multitudini ipsorū η λ, & λ θ.Et quoniā æque multiplex est α,ipsius β,& γ,ipsius δ,æqualis autē est ε κ,ipsi α,& η λ,ipsi γ,æque igitur est multiplex ε κ,ipsius β,& η λ,ipsius δ.Ac per hoc iam æque multiplex est κ ζ,ipsius β,& λ θ,ipsius δ. Quoniā igitur primū ε κ,ipsius β,secundi æque est multiplex & tertiū η λ,ipsius δ, quarti: est autem & quintū κ ζ,ipsius β,secundi æque multiplex & sextū λ θ,ipsius δ,quarti,& compositū igitur(per 2 quinti)primum & quintū ε ζ,ipsius β,secundi æque est multiplex,& tertium & sextum η θ,ipsius δ quarti.Si primum igitur secundi æque fuerit multiplex & tertiū quarti, sumanturq; primi & tertij æque multiplicia,etiā ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrumq; utriusq; æque erit multiplex,alterum secundi,alterum autem quarti,quod oportebat demonstrare.*

Eucli.ex Camp. Propositio 4

4 SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum,ad primum autem & tertium æque multiplicia assignétur itemque ad secundum & quartum multiplices æquales , erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundi. sicut c tertij ad d quartū,sumanturq; e ad a,& f ad c, æque multiplicia: itéque g ad b.& h ad d, æque multiplicia. Dico quod proportio e ad g,est sicut f ad h. Sumam k ad e,& l ad f,æque multiplicia,itemque m ad g:& n ad ad h,æque multiplicia.Et quia e & f,sunt æque multiplicia ad a,& c,itemq; k & l æque multiplicia ad e & f. erunt per præmissam k & l,æque multiplicia ad a & c,per eandem quoq; erunt m & n,æque multiplicia ad b,&d.Quare per cōuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis,k ad m,& l ad n.similiter se habebunt in addendo,diminuendo & æquādo.Quia ergo k & l sunt æque multiplicia ad e & f,itemq; m & n,æque multiplicia ad g & h,erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis proportio e ad g,sicut f ad h,quod est propositum. Eucli.ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si primum ad secundum eandem habuerit rationē, & tertium ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationē sumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationem, quam tertiū γ, ad quartū δ. Et sumantur quidē ipsorū α γ, æque multiplicia ε ζ, & ipsorū β δ, alia utcunq; multiplicia η θ. Dico quod sicut se habet ε, ad ipsum η, sic se habebit ζ, ad ipsum θ. Sumantur enim ipsorū ε ζ, æque multiplicia κ & λ, & ipsorum η θ, alia quomodocunq; æque multiplicia, hoc est μ, & ν. Et quoniam æque multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius γ, & sumpta sunt ipsorū ε ζ, æque multiplicia κ & λ, igitur κ. (per 3 quinti) æque multiplex est ipsius α, & λ, ipsius γ. & propterea, æque multiplex est quoq; μ, ipsius β, & ν, ipsius δ. Et quoniam est ut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumpta sunt ipsorū α γ, æque multiplicia κ λ, ipsorum autem β δ, alia quomodocunq; æque multiplicia, hoc est μ ν, si igitur excedit κ, ipsum μ, excedit & λ, ipsum ν, & si æquale, æquale, & si minus, minus, (per 6 diffinitionem tertij) Sunt autem κ λ, ipsorum ε ζ, æque multiplicia, & μ ν, ipsorū η θ, alia quomodocunq; æque multiplicia. Est igitur ut ε, ad η, sic ζ, ad θ. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertiū ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem eandem rationē habebunt sumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti. Quod oportebat demonstrare.*

LEMMA *siue assumptio.* *Quoniā igitur demōstratū est quod si excedit κ, ipsum μ, excedit quoq; & λ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: manifestū est quod si μ, ipsum κ, excedit & ν, excedit ipsum λ: & si æquale, æquale: & si minus, ac per hoc erit ut η, ad ε, sic θ, ad ζ.*

CORRELARIVM *Hinc manifestū est quod si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contra quoque proportionales erunt.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 5*

5 SI fuerint duæ quantitates quarum una sit pars alterius, minuaturque ab utraque ipsarum ipsa pars, erit reliquū reliquo atque totum toti æque multiplex. Vel sic, minuaturq; ab utraque ipsarum ipsa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

CAMPANVS Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b, minuaturq; a b ex quātitate c d, & sit residuū f c. eritq; f d, æqualis a b, similiter quoq; minuatur e b ex quātitate a b. sitq; residuum e a. Dico quod quota pars est quātitas a b quantitatis c d tota est quantitas a e quantitatis c f. Cū enim f d sit æqualis a b, erit f d. ita multiplex e b, sicut c d est multiplex a b, ponā itaq; d g ita multiplicē a e, sicut f d, est multiplex e b, eritq; ex prima huius quātitas f g, ita multiplex a b, sicut f d, est multiplex e b, & quia sic fuit c d, multiplex a b, sicut f d. fuit multiplex e b erit utraque duarū quantitatū c d f. g, æque multiplex quātitatis a b, quare per cōmunem scientiam. c d & f g sunt æquales adinuicem, dempta igitur ab utraq; earū. quātitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b. & ideo sicut a b, e b. quare & sicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, sicut tota c d totius a b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 5* *Propositio 5*

5 Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius est.

THEON ex Zamb. *Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æque multiplex esto, atque & ablata α ε, ablatæ γ ζ. Dico quod & reliqua ε β, reliquæ δ ζ, æque erit multiplex atq; tota α β, totius γ δ, est multiplex. Quotuplex est α ε, ipsius γ ζ, totuplex fiat ε β, ipsius γ η. Et quoniā (per 1 quinti, æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius η ζ, ponitur autē æque multiplex α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius γ δ, æque igitur est multiplex α β, utriusq; ipsorū η ζ, & γ δ, æqualis igitur est η ζ, ipsi γ δ. Cōmunis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, est æqualis. Et quoniā æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius η γ, æqualis β autem est η γ, ipsi δ ζ, æque igitur est multiplex α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius ζ δ. Aeque autem ponitur multiplex*

tiplex

tiplex. α ε, ipsius γ ζ. & α β, ipsius γ δ, æque igitur est multiplex ε β, ipsius ζ δ, & α β, ipsius γ δ. Et reliqua igitur ε β, reliquæ ζ δ, æque multiplex erit: quotuplex est tota α β, totius γ δ. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit, quotuplex est tota totius. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. *Propositio 6*

6 SI fuerint duæ quantitates ad alias duas æque multiplices duæq; minores à duabus maioribus utraque à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia, aut eis æqualia.

CAMPANVS Sint quantitates a b ad c. & d e ad f, æque multiplices, subtrahantur que c ex a b, & c f ex d e, & sint residua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq; g b. æqualis c. & h e æqualis f, dico quod duo residua a g & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æque multiplicia. Sit ergo primo a g, æqualis c. dico quod d h est æqualis f. Sumam enim quantitatē e k. equalē f. eritque per præmissas hypotheses, ut toties f sit in h k. quoties c in a b. quare sicut a b est multiplex c. ita h k, est multiplex f, sed sic etiam d e, erat multiplex eiusdem f, erit igitur per communē scientiam, h k æqualis d e, dēpta igitur cōmuni earum quātitate h e, erit d h, æqualis f, quod est propositū. Si autē a g sit multiplex c, ponam ut e k sit æque multiplex f, eritque ut prius, ut toties f sit in h k, quoties c in a b, sed toties erat etiā in d e, erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k, quare sicut a g est multiplex c, ita d h est multiplex f, quod est propositum. Aliter idem. Cum secundum eundem numerū contineat quantitas a b quantitatem c. secundū quem quantitas d e quantitatē f, demptáque ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g, continet c, & secundū quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, esse æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 6* *Propositio 6*

6 Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æque fuerint multiplices, etiam reliquæ eisdem uel æquales, sunt, uel æque ipsarum multiplices, :

THEON ex Zamb. *Duæ enim magnitudines α β γ δ, duarum magnitudinū ε, & ζ, æque multiplices, & ablatæ aliquæ α η, & γ θ, earundem ε, & ζ, æque sint etiam multiplices. Dico quod & reliquæ η β, & θ δ, eisdem ε, & ζ aut sunt æquales, aut earum æque multiplices. Sit enim primum, η β, ipsi ε, æquale. Dico quod & θ δ, ipsi ζ, est æquale. Ponatur enim ipsi ζ, æqualis γ κ. Et quoniam æque multiplex est α η, ipsius ε, & γ θ, ipsius ζ, æqualis autem est η β, ipsi ε, & κ γ, ipsi ζ, æque igitur est multiplex α β, ipsius ε, & κ θ, ipsius ζ. Aeque autem ponitur multiplex α β, ipsius ε, & γ δ, ipsius ζ. Aeque igitur est multiplex κ θ, ipsius ζ, & γ δ, ipsius ζ. Quoniam igitur utraque ipsarū κ θ, & γ δ, ipsius ζ, æque est multiplex, æqualis igitur (per 1 cōmunem sententiā.) est κ θ, ipsi γ δ. Cōmunis auferatur γ θ, reliqua igitur κ γ, reliquæ θ δ, est æqualis. Sed ζ, ipsi κ γ, est æqualis. θ δ, igitur, ζ, est æqualis, Quare si η β, æqualis est ipsi ε, & θ δ, ipsi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; ostendemus quod & si multiplex fuerit η β, ipsius ε, tam multiplex erit & θ δ, ipsius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarū magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earūdē æque fuerint multiplices, & reliquæ eisdē aut æquales, aut earū æque multiplices erunt. Quod demūstrare oportebat.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 7*

7 I duæ quantitates inæquales ad quālibet comparētur, earū ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una est.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a b, æquales, quæ comparentur ad quālibet tertiā ut ad c, dico q eadē est proportio a ad c, & b ad c. itēq; eadem c ad a. & c ad b. Primū sic probatur. Cum enim c sit consequens ad a primā, & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam æque multiplices, & sumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarum sunt æque multiplices d e, positæ sunt æquales, erit ut si d diui-

datur

datur secundum quantitatem a,& e secundum quantitatem b,quod partes utrobique sunt numero & quantitate æquales,numero quidem,per hypothesin propter æqualitatem multiplicationis utrobique:quantitate autẽ per hanc communem scientiam quoties oportuit repetitam,quæ eidem sunt æqualia sibiinuicem sunt æqualia.



Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e,& secunda secundæ, & cæteræ ceteris,suntq; tot partes in d quot sunt in e,erit per primam huius, d æqualis e.Quare per communem scientiam. si duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f,aut similiter minores,aut sibi æquales,igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis,quæ est proportio a primæ ad c secundam,eadem est tertiæ ad c,quartam. quod est propositum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerso,ut c ponatur prima & tertia:a uero secunda, b quarta. Cum uero quantitas f,quæ est æque multiplex primæ & tertiæ,sit aut similiter maior quantitatibus d & e quæ sunt æque multiplices secundæ & quartæ, aut similiter minor,aut eis æqualis:erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a secundam sicut c tertiæ ad b,quartam. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 **Aequales,ad eandem,eandem habent rationem,& eadem,ad æquales**

THEON ex Zamb. *Sint æquales magnitudines α β. alia autem utcunque magnitudo γ. Dico quod utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem habet rationem, & γ, ad utramque ipsarũ α β. Sumantur (per 3 quinti,) ipsarum α β, æque multiplices, sintq; δ ε, ipsius autem γ, alia utcũque multiplex, sitq; ζ. Quoniam igitur æque multiplex est δ ipsius α, & ε ipsius β, æqualis autẽ est α, ipsi β, æqualis igitur est (per primam cõmunem sententiam.) & δ, ipsi ε. Alia autem quæcũque ζ, multiplex ipsius γ. si excedit igitur δ ipsum ζ, excedit & ε, ipsum ζ. & si æqualis, æqualis & si minor, minor. Et sunt quidem δ ε, ipsarum α β, æque multiplices. & ζ, ipsius γ, alia quæcũque multiplex. Est igitur ut α, ad γ, sic β, ad γ. dico iam quod & γ, ad utramq; ipsarum α β, eandẽ habet rationem. Eisdem namque dispositis, similiter ostẽdemus quod æqualis est δ ipsi ε, alia autem quædam est ζ. Si igitur excedit ζ, ipsum δ, excedit quoque ipsum ε, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. At ζ, ipsius γ, multiplex est, & δ ε, ipsarum α β, aliæ quæuis sunt æque multiplices. Est igitur sicut γ ad β, sic etiam γ, ad α. Aequales igitur ad eandem habent rationem, & eadem, ad æquales, quod fuerat demonstrandum.*

Eucli.ex Camp. Propositio 8

8 **SI duæ quantitates inæquales ad unam quantitatem proportionẽtur,maior quidem maiorem,minor uero minorem obtinebit proportionem. Illius autem ad illas,ad minorem quidẽ proportio maior,ad maiorem uero minor erit.**

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates inæquales a & b c,sitque maior b c.& proportionentur ad eandẽ quãtitatẽ quæ sit d,dico qđ maior est proportio b c ad d.quàm a ad d,& quod ecõtrario maior est d ad a quàm d ad b c. Primũ sic probatur. Ponã c b,æqualẽ a,& multiplicabo totiẽs e c,quod proueniat quantitas maior d sitque f g,& sumam k f,ita multiplicẽ b e, & similiter h ita multiplicẽ a,sicut f g,est multiplex e



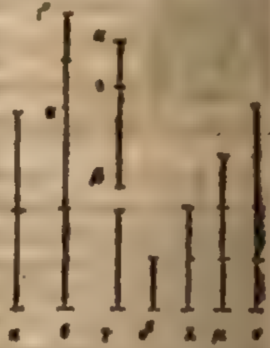
c,eritq; per primã huius h ita multiplex a:sicut k g,est multiplex b c,erit etiã h æqualis k f:propter hoc quod earum submultiplices que sunt a & b e, positæ sunt æquales. Ponã quoq; quod h nõ sit minor d.sed æqualis aut maior. toties enim multiplicabo unã quanq; triũ quantitatũ e c.b e.& a.æqualiter,quod f g multiplexe c proueniat maior d,& quod h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ.deinde totiesmultiplicabo d,quod proueniat quãtitas maior h.sitq; in prima quãtitas multiplicũ d quæ sit maior h.sub qua sumam maximam multiplicẽ d,aut sibi æqualẽ si m est prima in ordine multiplicĩũ d,que sit leritq; uel, nõ sit maior h.& constabit m ex d & h propter id quod omne multiplex cõstat ex proximo precedenti multiplici & simplo,ut triplum ex duplo & simplo excepto primo multiplici quod cõstat ex bis simplo. Quia ergo h est equalis.

k f, non erit k f minor l, itaque k f & d non efficient minus quam l & d, quare non efficient minus quàm m, & quia f g, est maior d, erit k g maior quam m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam, d secundam, a tertiam, d quartam, & quia ad primam & tertiã sumpta sunt æque multiplicia uidelicet k g & h, similiter quoque ad secundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorũ quod est m, & addit k g, multiplex primæ super m multiplex secundæ, non addit autẽ h multiplex tertiæ super m multiplex quartæ, erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertiæ ad d quartam, quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine, ut d sit prima & tertia, a secunda b c quarta, addit enim m multiplex primæ, super h multiplicem secundæ, non addit autem m multiplex tertiæ super k g, multiplicẽ quartæ, quare maior est proportio d ad a quàm d ad b c quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo, patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam posuit author in principio huius quinti. Nusquam enim est maior, proportio primæ quatuor quantitatũ ad secundam quam tertiæ ad quartam: quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã & reperiri, quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ, non autẽ multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Hæc autẽ multiplicia sic reperiemus, sicut demõstrabitur infra supra 11 huius.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 8* *Propositio 8*

8 **In æqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor, & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.**

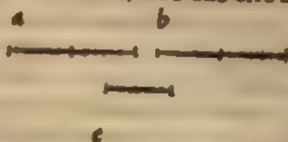
THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, α β, & γ, & sit maior α β, quàm γ. Alia autem quæuis, sit δ. Dico quod α β, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad α β. Quoniam enim maior est α β, quàm γ, ponatur ipsi γ, æqualis β ε, minor iam ipsarum α ε, & ε β, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum α ε, minor quàm ε β. Et multiplicetur α ε, quoad quod fiet, maius sit ipso δ, & sit illius multiplex ζ η, quod maius est quàm δ. Et quàm multiplex est ζ η, ipsius α ε, tam multiplex esto η θ, ipsius ε β, & κ, ipsius γ, & sumatur ipsius δ duplum, sitque illud λ, triplum postmodũ: sitque illud μ, & deinceps uno plus, quoad sumptum multiplex fiat ipsius δ, primo maius quàm κ, sumaturque, & sit ν, quadruplum quidem ipsius δ, primo autem maius quàm κ. Quoniam igitur κ, ipso ν, primo est minor κ, igitur ipso μ, non est minor. Et quoniam æque multiplex est ζ η, ipsius α ε, atque æque multiplex est η θ, ipsius ε β, æque igitur est multiplex, (per 1 quinti,) ζ θ ipsius α β. Sed æque multiplex est ζ η ipsius α ε, & κ ipsius γ, æque igitur multiplex est ζ θ, ipsius α β, & κ, ipsius γ. Igitur ζ θ, & κ, ipsarum α β, & γ, æque sunt multiplices, (per eandẽ.) Rursus quoniã æque est multiplex η θ, ipsius ε β, & κ ipsius γ, æqualis autẽ est ε β, ipsi γ, æqualis igitur est & η θ, ipsi κ. At κ, non est minor quàm μ, neque igitur η θ, est minor quàm μ. Maior autẽ est ζ η, quàm δ, tota igitur ζ θ, simul ambabus δ & μ, maior est, Sed ambæ δ & μ, ipsi ν, sunt æquales: quandoquidẽ μ, ipsius δ triplũ est, ambæ autẽ μ, & δ, ipsius δ quadruplices sunt, est autem ν, ipsius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipsi ν sunt æquales. Sed ζ θ, ipsis μ & δ maior est, igitur ζ θ, ipsum ν excedit. Sed κ, ipsum ν, nõ excedit, & sunt quidẽ ζ θ & κ æque multiplices ipsarum α β, & γ, & ν, ipsius δ, alia quæuis est multiplex. Igitur α β, ad δ maiorem rationem habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quod & δ, ad γ, maiorem rationẽ habet, quàm δ ad α β. Nam illis sic descriptis similiter ostẽdemus quod ν, maior quidem est quàm κ, non uero maior quàm ζ θ: & est quidẽ ν ipsius δ, multiplex. Ipsæ uero ζ θ, & κ ipsarum α β & γ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur δ ad γ, maiorem rationem habet: quàm δ ad α β. Sed iam α ε: maior est quàm ε β, iam minor ε β multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & esto η θ, multiplex quidem ipsius ε β, tam multiplex fiat & ζ η ipsius α ε, & κ, ipsius γ, similiter ostendemus quod ζ θ, & κ ipsarum α β, & γ, æque sunt multiplices. Sumaturque similiter ν multiplex quidem ipsius δ, primo autem maior quàm ζ η quare rursus ζ η nõ est minor quàm μ, maior autem est η θ, quàm δ. Tota igitur ζ θ, ipsas δ μ, hoc est ipsam ν, excedit, & κ ipsam ν, non excedit. Quoniam & ζ η, quæ maior est quàm η θ, hoc est quàm κ ipsam ν, non excedit: pariter superiora consequuti demonstrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem. Quod demonstraße oportuit.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 9*

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quātitatem proportio una, ipsas esse æquales, si uero unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas esse æquales. & si econuerso fuerit eadem proportio c ad utrāq; earum, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmissæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod est contra hypothesin. Secundum quoque patet, quia si a est maior b, erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b, quam ad a, quod est etiam contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraque ipsarum α β, ad γ, eandē rationem. Dico quod æqualis est α, ipsi β. Si autem non utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β. Habeat rursus γ, ad utrāq; ipsarum α β, eandem rationē. Dico quod æqualis est α, ipsi β. si autem non, ipsa γ, ad utramq; ipsarum α β, non haberet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β. Quæ ad eandem igitur, eandē habēt rationem, adinuicem sunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales. Quod demonstrandum fuerat.*

α β γ

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uero unius ad eandem proportio maior, minorem esse necesse est.

CAMPANVS. Quod si fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a esse maiorem b, & si fuerit maior c ad b quam c ad a, adhuc dico a esse maiorem b. Hæc est conuersa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secūdum uero patet ex secundis partibus earundem.

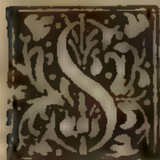
a b c

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est, ad quam autem eadem maiorem rationē habet, illa minor est.

THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationem, quàm β, ad γ. Dico quod α, maior est quàm β. Si autem non, aut est α, ipsi β, æqualis, aut ea minor, æqualis autem minime est α, ipsi β, utraque etenim ipsarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autem, igitur α, ipsi β minime æqualis est. Neque etiam minor est α, quam β, nam α, ad ipsum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β, minor non est. Ostēsum autem est, quod neque est æqualis, maior igitur est α, quàm β. Habeat rursus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quod minor est β, quàm α. Si autem non, aut est ei æqualis aut ea minor, æqualis quidem non est, β ipsi α. Nam γ, ad utramque ipsarum α β, eandem haberet rationem, (per 6 quinti,) non habet autem, igitur α, ipsi β, minime est æqualis. Neque etiam maior est β, quàm α, nam γ, ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti,) non habet autem. Igitur maior nō est β quàm α: patuit autem quod neque æqualis est, minor igitur est β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habentium, maiorem rationem habens, maior est, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.*

α γ β



Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipsas quoque proportiones sibi inuicem æquales esse necesse est.

CAMPANVS Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones, quæ eidem sunt æqualia sibi quoque sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demōstrat prout proportionibus accōmodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ sunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d, sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices, itēque l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad f est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d, erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis sumptam si k addit super n, quod g addat super l, & h super m, & si k minuit ab n, quod g minuat ab l, & h ab m, & si k est æqualis n, quod g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia ergo g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo, diminuendo & æquando, mediantibus k n, & erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b sicut c ad d. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem.

THEON ex Zamberio. Sint enim sicut α ad β, sic γ ad δ, sicut uero γ ad δ, sic ε ad ζ. Dico quod est sicut α ε, sic ε ad ζ. Sumantur enim ipsarum α γ ε, æque multiplices, sintque η θ κ, ipsarum uero β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, sintque λ μ ν. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æque multiplices η θ, ipsarum autē β δ, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, si igitur excedit η ipsum λ, excedit & θ ipsum μ, & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per conuersionē 6 diffinitionis quinti.) Rursus quoniā sicut est ε ad ζ, sic est γ ad δ, & sumptæ sunt ipsarum γ ε, æque multiplices θ κ, & ipsarum δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices μ, & ν, si igitur excedit θ ipsum μ, excedit quoque κ ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus, (per eandē.) Sed si excedit θ ipsum μ, excedit quoque & η ipsum λ, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem cōuersionē.) Quare si excedit η ipsum λ, excedit & κ ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η κ ipsarum α ε, æque multiplices, & λ ν ipsarū β ζ aliæ quæuis æque multiplices. Est igitur sicut α ad ζ, sic est ε ad ζ. Quæ igitur eidem eædem sunt rationes, & adinuicem sunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 
SI fuerit proportio primi ad secūdum sicut tertij ad quartum, tertij uero ad quartum maior quàm quinti ad sextum, erit proportio primi ad secundum maior, quàm quinti ad sextum.

CAMPANVS Sicut in præcedenti, quod hic demōstrat in proportionibus, cōceptibile est in quantitatibus, uidelicet quòd si duæ quantitates fuerint sibi inuicem æquales, quæcunque fuerit una earum maior, eadē maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, c uero ad d, sit maior quàm e ad f, erit quoque a ad b, maior quā e ad f. Sumā enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices. Itēque l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis si h addit super m, ut g addat super l, & per cōuersionē diffinitiōis maioris improportionalitatis, quod non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, nō est necesse k addere super n: erit per diffinitionē maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod est propositum.

CAMPANI additio. Simili quoque modo probabis, quod si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d, minor quàm e ad f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim sit c ad d minor quā e ad f: erit e ad f maior quam c ad d, per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis

proportiõalitatis, si k addit super n, nõ est necesse q̃ h addat super m, sed si h nõ addit super m, g non addit super l, ergo si k addit super n, nõ est necesse ut g addat super l, per diffinitionẽ igitur maioris improportiõalitatis, maior erit proportio e ad f, q̃ a ad b, ergo econuerso minor erit a ad b quàm e ad f, q̃d est propositũ. Ex modo autẽ demõstrationis octauæ huius, & hac fiet manifestũ q̃d si fuerit primæ quatuor quãtitatũ ad secũdam maior proportio quàm tertiæ ad quartam, cõtinget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ, quæ cum cõparabũtur ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Quod sic patet. Sit enim maior proportio a b ad c, quam d ad e. Ponam ergo ut sit proportio a f ad c, sicut d ad e, eritque per hanc n & per 10, a f minor a b & sit minor in quantitate f b, quam multiplicabo toties, quod proueniat quãtitas maior c, quæ sit g h, hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem nõ minorem e, quæ sit k, tunc ponam ut l g sit ita multiplex a f, sicut g h est multiplex f b, aut k p, eritq; per primam huius l h, ita multiplex a b, sicut k d. Deinde ponam quod m sit prima quãtitas multiplex e, quæ sit maior k, & ponam n ita multiplicem c, sicut m est multiplex e, eritque per præmissas hypotheses & conuersionem diffinitiõis incontinuæ proportionalitatis quantitas n prima, multipliciũ c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi æqualem si forsan n sit prima multiplicium eius, quæ sit o, constabitque n, ex o, & c, quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c, erit l h, maior n, quare cum k sit minor m, patet propositum.

Conuersam quoque huius demonstrare possumus, uidelicet, quod si contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ, & multiplex tertiæ nõ addat super multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, quod sic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b secunda, c d tertia, e quarta, sintq; f ad a, & g ad c d, æque multiplicia, similiter h ad b & k ad e, æque multiplicia, & addat f super h, non addat autẽ g super k, dico quod maior est proportio a ad b quam c d ad e. Si enim æqualis, per conuersionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis addet g super k, quod est contra hypothesin. Si autem minor, sit c l ad e sicut a ad b, eritque per huius 10, c l minor c d & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, sicut f est multiplex a, eritque per primam huius m, p ita multiplex c d, sicut f est multiplex a, utraque igitur duarum quantitatum m p & g, est æque multiplex quantitatis c d, ergo ipsæ sunt æquales, nam hæc illatio, demonstrata est in 7 huius. Et quia g non est maior k, non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis m n est maior k, eo q̃d f est maior h, ergo m n, est maior m p, quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 13*

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio una, erit quoque quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima proposuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hæc est cõmunior illa, eo quod omnis multiplicitas est pro

portio, non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio, dico quòd quæ est proportio a ad b, eadem est compositi ex a c e, ad compositum ex b d, f. Sumã g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq́ l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritque per primam huius. compositum ex g h k, ita multiplex compositi ex a c, e, sicut g est multiplex a, similiter per eandem, compositum ex l m n, erit ita multiplex compositi ex b d f, sicut l est multiplex b, & per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam si g addit super m, & h addit super m, & k super n, & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: ergo per communem scientiã: si g addit super l, compositum ex g h, k, addit super compositum ex l m n, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionẽ incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, est sicut compositi ex a c e, ad compositum ex b d f, quod est propositum.

Hæ sequentes duæ propositiones 12 scilicet & 13 ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpostero ordine respondent 12 unius 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedẽtes ad omnes consequentes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, sicut α ad β, sic γ ad δ, & ε ad ζ, Dico quod est sicut α ad β, sic est α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æque multiplices ipsarum α γ ε, sintq́ η θ κ, & ipsarum β δ ζ, aliæ quævis æque multiplicas, sintq́ λ μ ν. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, & ε ad ζ, & sumptæ sunt, ipsarum α γ ε, æque multiplices η θ κ, & ipsarũ β δ ζ, aliæ quævis æque multiplices hoc est λ μ ν, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per cõversionẽ 6 diffinitionis quinti.) Quare & si excedit η, ipsum λ, excedunt & η θ κ, ipsas λ μ ν, & si æqualis, æquales: & si minor, minores, (per eãdem. Et est η quidem, & η θ κ, ipsius α, & ipsarum α γ ε, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti,) si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularũ æque multiplices, quàm multiplex est una unius magnitudinis, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipsius β, & β δ ζ, æque sunt multiplices. est igitur sicut α ad β, sic α γ ε, ad β δ ζ. (per 6 diffinitionem quinti.) Si fuerint igitur quotcunque magnitudines proportionem habẽtes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, quod demonstrandum fuerat.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam, prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad sextam.

THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad secundam β, eandem habeat rationẽ & tertia γ, ad quartam δ, tertia vero γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad sextam ζ. Dico quod & prima α, ad secundã β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad sextã ζ. Quoniã γ, ad δ, maiorem rationem habet quàm ε ad ζ, sunt enim ipsarũ γ ε, quædã æque multiplices, & ipsarũ δ ζ, aliæ quævis sunt æque multiplices, ac multiplex ipsius γ, excedit multiplicẽ ipsius δ, multiplex autem ipsius ε, non excedit multiplicem ipsius ζ. sumantur igitur, & sint ipsarum γ ε, æque multiplices η θ, ipsarum autem δ ζ, aliæ quævis æque multiplices κ λ. Ita quidem ut η, excedat ipsum κ, & θ, ipsum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem est η, ipsius γ, tam multiplex esto & μ, ipsius α, quàm multiplex autem est κ, ipsius δ, tam multiplex esto & ν, ipsius β, & quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, &*

sumptæ

sumptæ sunt ipsarũ α γ, æque multiplices μ ν, ipsarũ autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices ν ξ: si excedit igitur μ, ipsam ν, excedit & ν, ipsam ξ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: (per cõuersionem sextæ diffinitionis quinti.) Excedit autem (per constructionem) ipsam ν, excedit igitur & μ, ipsam ν, at ι, ipsam λ, non excedit, sunt autem μ θ, æque multiplices ipsarum α ι, & ν λ, ipsarum β ξ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad ε, maiorẽ habet rationẽ, quàm ι, ad ξ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorẽ rationẽ habeat quàm quinta ad sextam, prima ad secundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam, quod demonstrare oportebit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque prima maior tertia, necesse est secundam quarta esse maiorem. Quod si minor, & minorem, si uero æqualis, & æqualem esse.

CAMPANVS Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quod si a est maior c, b erit maior d, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Si enim a sit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm ad b, ergo per secũdam partem 10 huius, b erit maior d, quod est propositum. Quod si a sit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d, per secundam ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a sit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d sicut c ad d. Quare a ad d, sicut ad b, itaque per secundam partem 9, b erit æqualis d, sicque patet propositum.

a c
b d

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & tertia quartam, prima uero tertia maior fuerit, & secunda, quarta maior erit, & si æqualis, æqualis. & si minor, minor.

THEON ex Zamberto. Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationem, & tertium γ, ad δ, quartum, maius autem esto α, quàm γ. Dico quod & β, maius est quàm δ. Quoniam enim α, est maior quàm γ, est autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad β. Sicutque α, ad β, sic γ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus est (per 10 quinti,) minus igitur est δ, quàm β. quare maior est β, quàm δ. Similiter quoque ostendemus quod & si æquale fuerit α, ipsi γ, æquale erit quoque & β, ipsi δ, & si minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.

α β γ δ

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ, erit ipsarum multiplicium atque submultiplicium una proportio.

CAMPANVS Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quod quæ est proportio a ad b, eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a, & d secũdum quantitatem b, suntque tot partes c, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d se habet sicut a ad b, erit per 12 huius, c ad d, sicut a ad b, quod est propositum.

c d
a b

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

THEON ex Zamberto. Sit igitur æque multiplex α β, ipsius γ, & δ ε, ipsius ζ. Dico quod est sicut γ, ad ζ, sic est α β, ad δ ε. Quoniam enim æque est multiplex α β, ipsius γ, & δ ε, ipsius ζ, quot igitur magnitudines sunt in α β, ipsi γ, æquales, tot sunt in δ ε, æquales ipsi ζ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipsi γ, hoc est α η, η θ, θ β, ipsum autẽ δ ε, in magnitudines æquales ipsi ζ, hoc est δ κ, κ λ, & λ ε, erit iam magnitudo ipsorum α η, η θ, & θ β, æqualis multitudini

α δ η κ θ λ β γ ε ζ

ipsorum δ κ, κ λ, & λ ι. Et quoniam α η, η θ, & θ β, sibi inuicem sunt æquales, & δ κ, κ λ, & λ ι, quoque sibi inuicem sunt æquales, est igitur sicut α η, ad δ κ, sic est η θ, ad κ λ, & β θ, ad λ ι, erit igitur (per 12 quinti.) sicut unum antecedentium ad unum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut α η, ad δ κ, sic est α β, ad δ ι, æqualis autem est α η, ipsi γ, ipsum autem δ κ, ipsi ζ, est igitur sicut γ, ad ζ, sic est α β, ad δ ι. Partes igitur eodem modo multiplicum, eandem habent rationem sumptæ adinuicem, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 
I fuerint quatuor quãtitates proportiõales, permutatim quoq; proportionales erunt.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quod erit a ad c sicut b ad d. Et iste est modus arguendi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demõstratio sic patet. Sumã e ad a, & f ad b, æque multiplices: itẽq; g ad c & h ad d, æque multiplices, eritq; per præmissam e ad f, sicut g ad h, quare per 14 si e addit super g, & f addit super h, & si minuit, minuit & si æquat, æquat: per diffinitionẽ igitur incõtinuæ proportionalitatis erit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositũ. Necesse est autem, ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates, eiusdem generis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

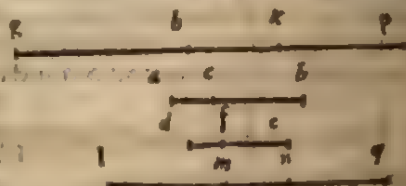
16 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, sicut α, ad β, sic γ, ad δ. Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α, ad γ, sic β, ad δ. Sumantur quidem ipsarum α β, æque multiplices ε ζ, & ipsarũ γ δ, & aliæ quæuis, æque multiplices η θ, & quoniam æque multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius β, partes aũt eodem modo multipliciũ eandẽ habent rationẽ sumptæ adinuicem (per præcedentem, est igitur sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. Sicut autem α, ad β sic & γ, ad δ, & sicut igitur γ, ad δ, sic ε, ad ζ, (per 11 quinti. Rursus quoniam η θ, ipsarum γ δ, æque sunt multiplices, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem sumptæ adinuicem (per 15 quinti.) est igitur sicut γ, ad δ, sic est η, ad θ. Sicut autem γ, ad δ, sic ε, ad ζ, & sicut igitur ε, ad ζ, sic η, ad θ. (per 11 quinti.) Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint, prima uero tertia maior sit, & secunda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε, ipsum η, excedit & ζ, ipsum θ: & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per 6 diffinitionem quinti.) Sunt autem ε ζ, ipsarum α β, æque multiplices, & η θ, ipsarum γ δ: aliæ quæuis æque multiplices. Est igitur sicut α, ad γ, sic est β, ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17. 
I fuerint quantitates coniũctim proportionales, easdem disiũctim quoque proportionales esse.

CAMPANVS. Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, demonstrat illum qui dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaque proportio a b ad b c, sicut d e ad e f. Dico quod erit a c ad c b, sicut d f ad f e. Sumam enim g h ad a c, & h k ad c b, itemque l m ad d f, & m n ad f e, æque multiplices. Eritque per primam huius, g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c, & l n, ita multiplex d e sicut l m est multiplex d f. & ideo per præmissas hypotheses, g k, est ita multiplex a b, sicut est l n, d e. Ponam iterum k p ad c b, & n q, ad f e, æque multiplices, eruntque per secundam, h p ad c b, & n q ad f e, æque multiplices, per conuersionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. si g k addit super h p, l n, addit super m q, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: demptis itaque com-



mu-

munibus h κ & m n: erit per communem scientiam, ut si g h addit super κ p, quod l m addit super n q: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, est sicut d f ad f e, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 17.

17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt.

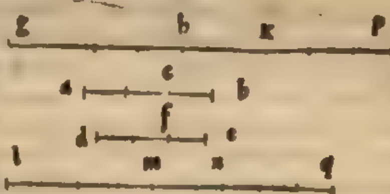


THEON ex Zamberto. *Sint compositæ magnitudines proportionales α β, β ε, γ δ, δ ζ, sicut α β ad β ε, sic γ δ ad δ ζ. Dico quod & diuisæ, proportionales erunt: sicut α ε ad ε β, sic γ ζ ad ζ δ. Sumãtur enim ipsarum α ε, ε β, γ ζ, ζ δ, æque multiplices η θ, θ κ, λ μ & μ ν: ipsarum autem ε β & ζ δ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc est κ ξ & ν π. Et quoniam æque multiplex est η θ ipsius α ε, & θ κ ipsius ε β: æque igitur est multiplex η θ ipsius α ε, & η κ ipsius α β (per primam quinti). Aeque autem est multiplex η θ ipsius α ε: & λ μ ipsius γ ζ: æque igitur est multiplex η κ ipsius α β, & λ μ ipsius γ ζ (per 11 eiusdem. Rursus quoniam æque est multiplex λ μ ipsius γ ζ, & μ ν ipsius δ ζ: æque igitur est multiplex λ μ ipsius γ ζ, & λ ν ipsius γ δ (per primam eiusdem: æque autem erat multiplex λ μ ipsius γ ζ: & η κ ipsius α β. Aeque igitur est multiplex η κ ipsius α β, & λ ν ipsius γ δ: igitur η κ & λ ν, ipsarum α β & γ δ æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est θ κ ipsius ε β, & μ ν ipsius ζ δ: est autem & κ ξ ipsius ε β æque multiplex, & ν π ipsius ζ δ: & compositum igitur (per 11 eiusdem) θ ξ ipsius ε β æque multiplex est, & μ π ipsius ζ δ. Et quoniam est sicut α β ad β ε, sic est γ δ ad δ ζ. & sumptæ sunt ipsarum quidem α β & γ δ æque multiplices η κ & λ ν: ipsarum autem ε β & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices, hoc est, θ ξ & μ π: si igitur excedit η κ ipsam θ ξ, excedit & λ ν ipsam μ π: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per conuersionem 6 diffinitionis quinti). Excedat nempe η κ, ipsam θ ξ: & igitur cõmuni ablata θ κ, excedit η θ ipsam κ ξ. Sed si excedit η κ ipsam θ ξ, excedit & λ ν ipsam μ π: excedat igitur λ ν, ipsam μ π: & communi ablata μ ν, excedit & λ μ ipsam ν π. Quare si excedit η θ ipsam κ ξ: excedit & λ μ ipsam ν π. Similiter iam ostendemus quod & si æqualis fuerit η θ ipsi κ ξ: æqualis erit & λ μ ipsi ν π: & si minor, minor: sunt autem η θ & λ μ, ipsarum α ε & γ ζ æque multiplices, & κ ξ & ν π, ipsarum ε β & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices: est igitur sicut α ε ad ε β: sic est γ ζ ad ζ δ (per 6 diffinitionem quinti. Si compositæ magnitudines igitur proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.*

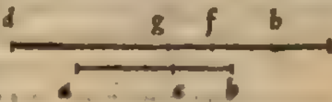
Eucli. ex Camp. Propositio 18.

18 

SI fuerint quantitates disiunctim proportionales, coniunctim quoq; proportionales erunt,



CAMPANVS. Demonstrat modum arguẽdi quid dicitur proportionalitas coniuncta: & est modus cõuersus prioris. Ad cuius demonstrationem, resumatur dispositio præmissæ, & maneant omnes eius hypotheses: excepto quod ponatur esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e: dico quod erit proportio a b ad b c, sicut d e ad f e: sequitur enim ex hac hypothesi & aliis hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis, per conuersionem diffinitionis incontiuuæ proportionalitatis, si g h addit super k p, quod l m addat super n q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: ergo positis cõmunibus h & κ & m n: sequitur per cõmunem scientiam, si g κ addit super h p, quod l n addat super m q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: quare per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f, quod est propositum. Aliter idem indirecte sic. Cũ sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, nõ est autẽ a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: si enim ei esset æqualis, constaret propositum. Sit itaq; primo maior, & sit e g: eritq; per præmissam a c ad c b, sicut d g ad e g: quare d g ad e g, est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14, q̃ cum d g prima sit minor d f tertia: erit ergo g e secũda minor e f quarta: sed erat propositũ q̃ esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ sit e h, sicut a b ad b c: eritq; per præmissã a c ad c b sicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, sicut d f ad f e: & q̃a d h prima



 est maior d f

d f. tertia erit per 14 e h secunda, maior e f, quarta. quod quia est impossibile, sequitur propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18 Cõuersa praecedentis.

18 Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoque proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint disiunctæ magnitudines proportionales α ε, ε β, γ ζ, & ζ δ, sicut α ε ad ε β, sic γ ζ ad ζ δ. Dico quod & compositæ proportionales erunt, sicut α β ad β ε, sic γ δ, ad δ ζ. Si autem non est, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad ζ δ, erit sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorẽ δ η. Et quoniam est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ η, compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuisæ proportionales erũt. (per 17 quinti. Est igitur sicut α ε, ad ε β, sic γ η, ad η δ, supponitur aũt sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Et sicut igitur (per 11 quinti.) γ η, ad η δ, sic γ ζ, ad ζ δ, maior autẽ est prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur est (per 14 quinti.) secũda η δ, ipsa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ. Similiter quoque ostendemus quod neque ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 i à duobus totis duæ portiones abscindãtur, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquũ quantum totum ad totum.

CAMPANVS Quod quinta proponit de multiplicibus: hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sitque proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e. abscisæ ad d f abscisam. dico quod eadem erit a e residui ad c f, residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d, & iterũ permutatim a e ad c f, sicut e b, ad f d & quia sic erat a b ad c d, patet propositum.

CAMPANI additio. Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euersa. ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quod erit b a ad a e sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f, quare per hanc 19, b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e. sicut c d ad c f, quod est propositum. Cõuersa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonstrauimus in exponendis principijs huius quinti, potest hic quoque demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius. ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, dico quod erit b ad a sicut d ad c. sin autem sit d ad e. sicut b ad a, & quia a ad b est sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, & quia iterum b ad a. sicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d sicut a ad e, quare erit a ad e. sicut a ad c, si igitur e non sit æquale c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9. si autem æqualis, erit b ad a sicut d ad c, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 19

19 Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.

THEON ex Zãb. Esto sicut totũ α β, ad totũ γ δ, sic ablatũ α ε, ad ablatũ γ ζ. Dico quod & reliquũ ε β, ad reliquũ ζ δ, erit sicut totũ α β, ad totũ γ δ. Quoniã enim est sicut totũ α β, ad totũ γ δ, sic α ε, ad γ ζ, & uicissim quoque (per 16 quinti) sicut α β, ad α ε, sic & δ γ, ad γ ζ. Et quoniã cõpositæ magnitudines proportionales sunt. (per 17 & 15 quinti) etiã disiunctæ proportionales erũt, sicut igitur β ε, ad ε α, sic δ ζ, ad γ ζ, & uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut β ε, ad δ ζ, sic ε α, ad ζ γ. Sicut autẽ α ε, ad γ ζ, sic supponitur totũ α β ad totũ γ δ, & reliquũ igitur ε β, ad reliquũ ζ δ, erit sicut totũ α β, ad totũ γ δ. Si fuerit igitur sicut totũ ad totũ sic ablatũ ad ablatũ, & reliquũ ad reliquũ erit sicut totũ ad totũ, quod demõstrandum erat. Et quoniã ostensum est quod sicut est α β, ad γ δ, sic est ε β, ad ζ δ, & uicissim sicut α β, ad β ε, sic γ δ ad δ ζ, cõpositæ igitur magnitudines proportionales sunt (per 18 propositionem quinti.) ostensum est autem quod sicut β α, ad α ε, sic δ γ, ad γ ζ, & est conuertendo.

tendo. Hinc manifestum, quòd si compositæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt, quod demonstrandum erat.

Eucli. ex Camp. *Propositio 20*

20 SI fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum quarum quæque duæ priorum secundum proportionem duarum postremarum necesse est in proportionalitate quidẽ, æqualitatis ut si fuerit prima priorum ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quod si minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proportionentur: præmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria. per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas cum quantitates duorũ ordinum directe proportionantur. secundum autem cum proportionantur peruersim proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus: quæcunque fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobique quantitatibus secundum quẽcũq; numerum ueritatem habent, non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino sufficiens est ad propositum. de pluribus autem quibusq; patebit per æquam proportionalitatem cum ipsa demõstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f. & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f. dico quod si a est maior e, c erit maior f. & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8 maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 11 maior erit c ad d, quàm e ad b. & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaque per primam partẽ 10 c est maior f. quod est propositũ. Quod si a sit minor e, per easdem & eodem modo probabitur c esse minorem f. erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8, ideo per 11 & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10, erit c minor f. quod est propositum. Si autem a sit æqualis e: erit per primã partem 7 proportio a ad b sicut e ad b sicut e ad b, & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatẽ, erit c ad d, sicut f ad d, quare per primam partẽ 9, c est æqualis f, quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Quidam autẽ hanc conclusionẽ demõstrauerũt per proportionalitatẽ permutatim, hoc modo. proportio a ad b, est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f. sed erat b ad d, sicut a ad c, ergo per 11 erit a ad c, sicut e ad f, itaq; per 14, si a prima est maior e tertia, erit c, secũda maior f, quarta. & si minor, minor, & si æqualis, æqualis, quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione. quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmittere hanc cõclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem. si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis ad quam deuẽtum est, quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quod sit a ad e sicut c ad f. & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum cõclusio non sequitur nisi omnes quantitates amborũ ordinũ fuerint generis unius. Si enim a b e, sint lineæ & c d f, superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones. peccant igitur uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 20* *Propositio 20*

20 Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autẽ prima tertia maior fuerint, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ & in eadem ratione, sicut quidem α, ad ε, sic δ ad ε, sicutque β, ad γ, sic ε, ad ζ. Ex æquali autē sit maior α, quàm γ. Dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 tertij) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α, ad β, maiorē rationem habet quàm γ, ad β. Sed sicut est quidem α, ad β, sic est δ, ad ε, sicutque γ, ad ε, rursus sic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε, (per corrolarium 4 quinti. Ad eandem autem rationem habentium, maiorē rationem habens, maior est (per 10 quinti.) maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod si æqualis est α ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ. & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod oportebat demonstrare.

α β γ ε γ δ ε ζ ζ

Eucli, ex Camp. Propositio 21

21 I fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum, quarum quæque duæ ex prioribus quibusque duabus ex posterioribus peruersim comparatæ secundum proportionem earum fuerint, necesse quoque est ut si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & posteriorum prima ultima esse maiorem, si autem minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Secundum antecedens, sint tres quantitates a b e, sumanturque aliæ tres quæ sunt f c d & sit proportio a ad b, sicut c ad d & b ad e, sicut f ad c. dico quod si a est maior e, f erit maior d, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis, hoc autem probatur per easdem & eodem modo, quo præcedens, si enim a sit maior e, erit maior proportio a ad b quam e ad b, quare maior c ad, quā e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per secundam partem 10 quod est propositum. Quod si a sit minor e, erit tandem minor c ad d quam ad f, quare per eandē partē eiusdē f, erit minor d. Si autē a sit æqualis e, sequitur ut sit proportio c d sicut c ad f, igitur per secundam partem 9 erit f æqualis d, quod est propositum

a f b c e d a f b c e d a f b c e d

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 21

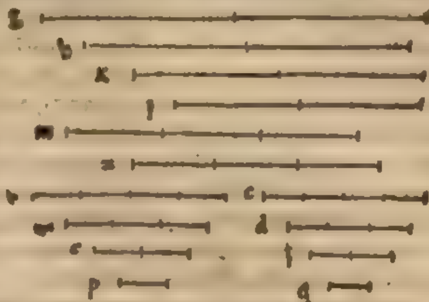
21 Si fuerint tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione. fuerit autem perturbata earū proportio, ex æquali uero prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

THEON ex Zamberto. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem numero æquales δ ε ζ, binæ sumptæ, & in eadē ratione, sit autē earū proportio perturbata sicut quidē α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutque β, ad γ, sic δ, ad ε, ex æquali autē, α, quàm γ, sit maior. dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti.) α, ad β, maiorem habet rationem quàm γ, ad β. Sed sicut quidem α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutque γ, ad β, rursus sic ε, ad δ. & ε, igitur ad ζ, maiorem rationem habet, quàm ε, ad δ. (per corrolarium quartæ quinti.) Ad quā autem eadem maiorem rationē habet illa, minor igitur est ζ, quàm δ, maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod & si æqualis fuerit α, ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ. & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ & in eadem ratione, fueritque perturbata earum proportio, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.

α β γ γ γ δ δ δ ε ζ

22 I fuerint quotlibet quantitates aliæq́ secundum earum numerum quarum quæque duæ secũdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

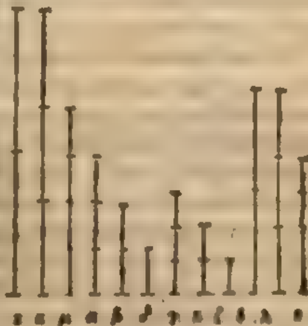
CAMPANVS Demonstratis antecedẽtibus ad æquam proportionalitatem, hic demonstrat eam, & primo, cum quãtitates duorum ordinum sunt directe proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur, nisi cum in utroque duorũ ordinũ sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter sequitur in utroque ordine fuerint quatuor quãtitates, & deinceps, & ideo etiam nõ oportuit eius antecedens demonstrari, non solũ cum in utroque ordine sunt etiã tres quãtitates. Sint igitur tres quantitates, a b e, sumanturq́ tres aliæ quæ sunt c d f & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quod erit a ad e, sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, æque multiplicia. Itẽque k ad b, & l ad d, æque & rursus m ad e, & n ad f, æque eritq́ per 4. g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n, quare per 20. si g est maior m, erit h maior n, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis: igitur per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut c ad f. q. e. est propositum. Potest quinque hoc demõstrari per 15 huius, sumptis g k m, ad a b e, & h l n, ad c d f, æque multiplicibus, erit enim per 11, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l, ad n. Cætera pertracta ut prius. Quod si fuerint quantitates plures tribus in utroque ordine utpote quatuor, additis p & q, ita quod sit e ad p, sicut f ad q, erit iterum a ad p, sicut c ad q, erit enim a ad e, sicut ad f: hoc enim demonstratum est, sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a, e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, sicut c ad q. Sicutq́ demonstratur de quatuor per tres, sublato uno medio, eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic de cæteris.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 22

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ in eadem ratione, sicut quidem α, ad β, sic δ, ad ε, sicutq; β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod etiam ex æquali in eadem ratione erunt, sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Sumantur quidem ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarũ autẽ β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, & insuper ipsarũ γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic δ, ad ε, & sumptæ sunt ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, est igitur (per 4 quinti) sicut η, ad κ, sic θ ad λ, & per hoc sicut κ, ad μ, sic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt η κ μ, & aliæ eisdem æquales numero θ λ ν, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) si excedit η, ipsam μ, excedit & θ, ipsam ν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Sunt autem η θ, ipsarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipsarum γ ζ, aliæ quæuis æque multiplices: est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 I fuerint quotlibet quantitates aliæq́ secundum earum numerum, quarum ex prioribus quæque duæ secundum proportionem duarũ ex prioribus indirecte proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

Camp.

CAMPANVS Demonstrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorũ ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse quod demonstretur, nisi cum in utroque quorum ordinum sunt tantum tres quantitates, per hoc enim euidenter sequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, sicut in præmissa de directe proportionatis demõstratum est. Sint igitur tres quantitates a b c, sumanturq; aliæ tres quæ sint f c d, & sit proportio a ad b. sicut c ad d, & b ad c, sicut f ad c, dico quod erit a ad c, sicut f ad d. Sumam enim g ad a. & h ad c. & k ad f, æque multiplicia. itemq; l ad b, & m ad c, & n ad d, æque eritq; per 4. d, ad l, sicut h ad n, & per 15. l ad m, sicut k ad h, quare per 21, si g addit super m. & k cadit super n: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad c, est sicut f ad d, quod est propositum.

g k l h m n a f b c e d

Potest quoque & hoc demonstrari per decimamtertiã huius, sumptis g l m ad a b c, & k, h, n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, sicut h ad n & l ad m, sicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Cõuenientius tamen demonstrantur hæc & præmissa, secundum primum modum.

Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quod sit a ad b sicut d ad q, & b ad c, sicut c ad d, & c ad p sicut f ad c, erit iterum a ad p, sicut f ad q. erit enim per prædemonstrata a ad c, sicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a c p, & aliæ tres f c q. ut proponitur, quare a ad p, sicut f ad q Sic igitur demõstratur de quatuor per tres, sublato uno medio Eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus. & sic in cæteris.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 **Si fuerint tres magnitudines aliæ que eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiã ex æquali in eadem ratione erunt.**

THEON ex Zamberto. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadẽ ratione δ ε ζ, sit autem perturbata ipsarum proportio, sicut quidem α ad β sic ε ad ζ. sicutq; β ad γ, sic δ ad ε. Dico quod est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Sumãtur, inquam, ipsarũ α β δ, æque multiplices η θ κ, ipsarũ autẽ γ ε ζ. aliæ quæuis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque sunt multiplices η θ, ipsarum α β, partes autem eodem modo multiplicium eandẽ habẽt rationẽ (per 15 quinti.) est igitur sicut α ad β, sic η ad θ. Ac per hoc, etiam sicut ε ad ζ, sic μ ad ν, & est sicut α ad β, sic ε ad ζ. & sicut igitur η ad θ, sic μ ad ν, (per 11 quinti.) Et quoniam est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, & sumptæ sunt ipsarum quidem β δ, æque multiplices θ κ, ipsarum autẽ γ ε, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, est igitur sicut θ ad λ, sic κ ad μ, & uicissim (per 16 quinti,) sicut β ad δ sic γ ad ε. Et quoniam θ κ, ipsarum β δ, æque sunt multiplices, partes autẽ æque multiplicium eandẽ habent rationẽ (per 15 quinti) est igitur sicut β ad δ, sic θ ad κ. Sed sicut β ad δ, sic γ ad ε, & sicut igitur θ ad κ, sic λ ad μ, (per 11 quinti) Rursus quoniam λ μ, ipsarũ γ ε, æque sunt multiplices, est igitur γ ad ε, sic λ ad μ, Sed sicut γ ad ε, sic θ ad κ, & sicut θ ad λ, sic κ ad μ, & uicissim) per 16 quinti) sicut θ ad λ, & κ ad μ. Ostensum autem quod sicut η ad θ, & sic μ ad ν. Quoniã igitur tres magnitudines sunt proportionales η θ λ, & aliæ eisdem æquales numero κ μ ν, binæ sumptæ in eadẽ ratione, & est earũ perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) si excedit η, ipsum λ, & excedit κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus. Sunt autem η κ, ipsarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipsarum γ ζ, æque sunt multiplices, est igitur sicut α ad γ, sic δ ad ζ,) per 6 diffinitionem quinti. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipsarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. Quod demõstrasse oportuit.*

η θ κ α β γ δ ε ζ λ μ ν

Eucli. ex Camp. Propositio 24

Si fue-

24 
Ifuerit proportio primi ad secundum tanquam tertij ad quartum: proportio uero quinti ad secũdum tanquã sexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum, tanquam sexti & tertij pariter accepto ra ad quartũ.

CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde hæc est illa tanto communior, quãto multiplicitate proportio & se habet ad illam, quemadmodum 11 ad primã.



Sit igitur proportio a b ad c, sicut d e ad f: & item b g ad c, sicut e h ad f: dico quod proportio a g ad c, est sicut d h ad f. Erit enim per cõuersam proportionalitatem, c ad b g, sicut f ad e h: quare per 11. erit in æqua proportionalitate a b ad b g: sicut e d ad e h: ergo cõiunctim per 11, a g ad g b, sicut d h ad h e: itaque per 11, erit in æqua proportionalitate a g ad c, sicut d h ad f, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Theorema 24. Propositio 24.

24 Si primum ad secundum eandem habuerit rationẽ & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartũ: etiam composita primum & quintum ad secundum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

THEON ex Zamberto. *Primum etiam αβ, ad secundum γ eandem habeat rationem, & tertium δε ad quartum ζ, habeat autem & quintum βη, ad secundum γ: eandem rationem & sextum εθ ad quartum ζ. Dico quod etiam composita primum & quintum αη ad secundum γ eandem habebunt rationem: ac tertium & sextum δθ ad ipsum ζ quartum. Quoniam enim est sicut βη ad γ, sic est εθ ad ζ: conuersim quoque sicut γ ad βη, sic ζ ad εθ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γ, sic δε ad ζ, sicut autem γ ad βη, sic ζ ad εθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut αβ ad βη, sic δε ad εθ. Et quoniam disiunctæ magnitudines proportionales sunt, compositæ quoque proportionales erunt (per 18 quinti: sicut igitur αη ad ηβ, sic δθ ad θε: est autem & sicut βη ad γ, sic εθ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut αη ad γ, sic δθ ad ζ. Si primũ igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit aũt quintũ ad secundum eandem rationem, & sextum ad quartum: etiam composita primum & quintum ad secundũ eandẽ habebunt rationẽ & tertiũ & sextum ad quartũ: quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 
I fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque prima earum maxima, & ultima minima, primam & ultimam pariter acceptas cæteris duabus maius esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Quod hic proponitur, nõ habet locum: nisi cum omnes quatuor quantitates sunt eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatũ eiusdem generis, proportio a b ad c d, sicut e ad f: sitque a b, maxima. Neque oportet ponere quod f sit minima: quia ipsum ex hoc sequitur, quod a b posita est maxima:



unde non posuit hoc auctor in conclusione tanquam positionẽ: sed potius tanquam præcedentis positionis conclusionẽ. Dico quod cum ita fuerit, maius erit aggregatum ex a b & f, quam ex c d & e. Cum enim a b sit maior e, abscindã ex a b, g b æqualem e: similiter quoque quia c d est maior f, abscindam ex c d, h d æqualem f. Eritque per hypothesin a b ad c b, sicut g b ad h d, quare per 19, a g residuum ad c h residuum: sicut totum a b ad totum c d. Cum ergo a g se habet ad c h sicut a b ad c d, sed a b est maior c d: quare a g maior est c h: additis igitur utrique duabus quantitatibus g b & h d, erit per cõmunem scientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h posita est æqualis f, & g b e: maius erit aggregatum ex a b & f, quã m aggregatũ ex c d & e: quod est propositum.

25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales αβ, γδ, ε, ζ: sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ. Sit autem maxima earum αβ, minima uero ζ. Dico quod ipsæ αβ & ζ, ipsis γδ & ε maiores sunt. Ponatur, inquã, (per tertiã primi) ipsi ε æqualis αη, & ipsi ζ æqualis γθ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ: æqualis autem est ε ipsi αη, & ipsi ζ æqualis γθ: est igitur sicut αβ ad γδ, sic αη ad γθ, & quoniam est sicut totum αβ ad totum γδ, sic ablatum αη ad ablatum γθ: & reliquum igitur ηβ (per 19 quinti) ad reliquũ θδ, erit sicut totũ αβ ad totum γδ. Maior autem est αβ, quàm γδ: maior igitur est ηβ, ipsa θδ. Et quoniam æqualis est αη ipsi ε, & γθ ipsi ζ: igitur αη & ζ sunt æquales ipsis γθ ε. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur tota inæqualia fient (per quartam communem sententiam: cum igitur ηβ & θδ sint inæquales, & ηβ maior sit, & ipsi quidem ηβ addantur αη & ζ: ipsi uero θδ addantur γθ & ε, producentur αβ & ζ maiores ipsis γδ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt, quod demonstrare oportebat.*



Nouem sequentes propositiones quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis respondens habent: nec plures 25 in uetustioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani esse uidentur.

26 I fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secũdam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conuersim è contrario secundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam.

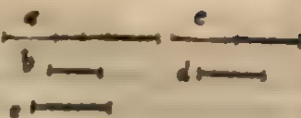


CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d: dico quod erit è conuerso, modo contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c: erit è conuerso a ad b ut c ad d: sed non est, immo maior. At uero si est b ad a maior quam d ad c, sit e ad a, ut d ad c: eritq; ex duodecim, e ad a minor quàm b ad a: quare ex prima parte decimæ e est minor b. Ideoq; ex secũda parte 8, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per cõuersam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad d: erit ex duodecima, proportio c ad d maior quàm a ad b, sed erit minor, relinquitur ergo propositum. Possumus quoq; (si libet) astruere propositum ostensiue: manifestum enim est ex prima parte decimæ, quod illa quantitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d. illa ergo quantitas sit e: cum sit igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerso b ad e, ut d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ, quod proportio b ad a: minor est quàm proportio b ad e. Itaq; per duodecimam, proportio b ad a: est minor quàm d ad c. Quod uolumus.

27 Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm secundæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit hic quoq; proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quod erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoq; esset permutatim a ad b, sicut c ad d. Neq; minor: nam si hoc ponatur: sit itaque, e ad c,

e ad c, ut b ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ, e est maior a. Itaq; per primam partem octauæ, proportio e ad b, est maior quam a ad b. Et quia positum est ut sit e ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b, sicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, sed positum erat oppositum, uerum ergo est propositum. Ostensiue quoq; idem, quemadmodum in præmissa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d: erit ex prima parte decimæ, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quam e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, est e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima a ad c: est maior quàm b ad d, quod est propositum.



28 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam: erit quoq; coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quod maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipsa neq; erit æqualis, neq; minor. Si enim æqualis tunc erit disiunctim, a ad b ut c ad d. Si autem est minor, sit e b ad b, ut c d ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b: itaq; ex prima parte decimæ, e b, est maior quam a b: & per conceptionem, e maior quàm a, quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b, quàm a ad b: sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem: eo quod erat e b ad b: ut c d ad d: ergo per duodecimam, c ad d, est maior quàm a ad b: hoc autem est contra hypothesin. Idem etiam ostensiue. Cum enim propositum sit quod maior sit proportio a ad b, quàm c ad d: sit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq; ex communi scientia, e b erit minor quàm a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uero proportio e b ad b, est per coniunctam proportionalitatem, sicut c d ad d: positum enim est, ut sit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior est a b ad b, quàm c d ad d: quod est propositum.



29 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundã sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam: erit quoq; disiunctim proportio primæ ad secundam maior quàm tertiæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quod erit disiũctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quod si æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b, ut c d ad d. Si aũt minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmissam, maior erit c d ad d, quàm a b ad b quod est incõueniens, quia positũ est quod minor: uerũ est ergo quod dicitur. Quod etiam ostensiue astruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, sit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10: e b minor quàm a b: quare ex communi scientia e est minor quàm a: minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm sit a ad b: sed proportio e ad b, est sicut c ad d, ex disiuncta proportionalitate: itaq; ex 11, proportio a ad b, est maior quàm sit c ad d, quod est propositum.





30 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundã sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quod euersim minor erit proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim disiũctim ex præmissa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 16, erit è conuerso minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmissam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c, quod est propositum.



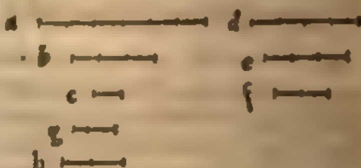
31 Si fuerint tres quãtitates in uno ordine, itemq́ tres in alio, fueritq́ primæ priorum ad secundam maior proportio quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq́ secundæ priorum ad tertiam maior quàm secundæ posteriorum ad tertiam: erit quoq; primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primę posteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates, a, b, c, itemq́ aliæ tres, d e f: sitq́ maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq́ maior b ad c, quàm e ad f: dico quod maior erit proportio a ad c, quam d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq́ ex prima parte 10, g minor b: quare ex secunda parte 8, proportio a ad g, est maior quàm a ad b: multo maior ergo est proportio a ad g, quàm d ad e: sit itaq; h ad g, ut d ad e: eritq́ ex prima parte 10. a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior est quàm proportio h ad c. At uero proportio h ad c, est per æquam proportionalitatem, sicut d ad f: est enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 11, proportio a ad c, est maior quàm d ad f, quare constat propositum.



32 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq́ tres in alio, fueritq́ proportio secundæ priorum ad tertiam maior quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq́ primæ priorum ad secundam maior quàm secũdæ posteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ posteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemq́ tres in alio, d, e, f, quemadmodũ in præmissa: sitq́ maior proportio b ad c: & maior a ad b, quàm e ad f: dico quod maior erit a ad c, quam d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq́ g minor b, per primam partem 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per secundam partem 8: igitur multo maior est a ad g, quàm e ad f. Sit itaque h ad g, ut e ad f: eritq́ a maior h, ex prima parte 10: quare proportio a ad c, maior est quam h ad c, ex prima parte 8. At uero ex 11, proportio h ad c, est tanquã d ad f: eo quod est g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 11 maior est proportio a ad c, quàm d ad f, quod est propositum.



33 Si fuerit proportio totius ad totũ, maior quàm abscisi ad abscisum, erit residui ad residuum, maior proportio quàm totius ad totum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a, & b, a quibus abscindatur c & d: & residua sunt e & f: sitq́ maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quod maior erit proportio e ad f, quam a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quam b ad d: quare ex 30, erit euersim minor proportio a ad e, quàm b ad f, igitur rursus ex 27, permutatim minor erit a ad b: quam e ad f, quod est propositum.



Si quotlibet

34 Si quotlibet quantitates ad totidem alias cõparentur, fueritq; cuiuslibet præcedẽtis ad suã relatiuã maior proportio ꝙ alicuius subsequẽtis ad suã, erit omniũ harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio ꝙ alicuius subsequentiũ ad suã parẽ, aut etiam ꝙ omniũ pariter acceptarũ ad oẽs pariter acceptas, minor aũt quàm primæ ad primam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates a,b,c, relatæ ad totidem alias quæ sint d,e,f, sitq; maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior ꝙ c ad f: dico qđ proportio a,b,c, pariter acceptarum ad d,e,f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cũ enim sit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmissam a ad d: est maior quam a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaq; maior proportio est a ad d, quam b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: & coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f, quod est propositum.

SEXTI LIBRI FINIS.

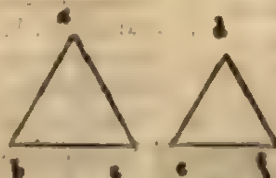
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEXTVS.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.



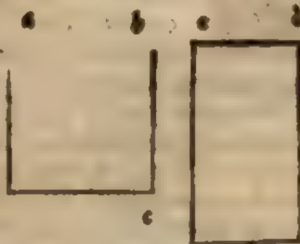
1 Vperficies similes dicũtur, quarũ anguli unius angulis alterius æquales, lateraq; æquos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.



2 Superficies mutuorũ laterum, sunt inter quarũ latera, incontinua proportionalitas retransitiue habetur.

CAMPANVS. Vt si duorũ quadrilaterorũ a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d e latus secundi fuerit sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterum siue mutekesia.



3 Linea dicitur diuidi secundũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema, quando eadẽ est proportio totius ad maiorẽ sui sectionẽ quæ est maioris ad minorẽ.

Eucli. ex Zamb. Diffinitiones.

Κατὰ μίαν sigillatim.



Similes figuræ rectilineæ, sunt quæ & angulos æquales habent† ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ, sunt quãdo in utraq; figura antecedentes & consequẽtes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus. 4 Altitudo uniuscuiusq; figuræ, est à uertice ad basin perpẽdicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquã efficiunt quantitatem.

THEON ex Zamb. *Sit enim $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$ rationem habens datam, ueluti duplam aut triplam aut quamlibet aliam. & $\gamma\delta$ ad $\varepsilon\zeta$, eandem quoq; datam. Dico quod ipsius $\alpha\beta$ & $\varepsilon\zeta$ ratio, constat ex $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$, & ex $\gamma\delta$ ad $\varepsilon\zeta$. Vel quod ipsius $\alpha\beta$ ad $\gamma\delta$ rationis quantitas multiplicata in ipsius $\gamma\delta$ ad $\varepsilon\zeta$ rationis quantitatem, efficit ipsius $\alpha\varepsilon$ ad $\varepsilon\zeta$ rationem. Sit enim primum $\alpha\varepsilon$ quàm $\gamma\delta$ maior, & $\gamma\delta$ ipsa $\varepsilon\zeta$: & sit quidẽ $\alpha\varepsilon$, ipsius $\gamma\delta$ dupla, & $\gamma\delta$ ipsius $\varepsilon\zeta$ tripla quoniã igitur $\gamma\delta$ ipsius $\varepsilon\zeta$ tripla est, ipsius autẽ $\gamma\delta$, dupla est $\alpha\beta$: igitur $\alpha\beta$ ipsius $\varepsilon\zeta$ sexicupla est: quoniam si triplum alicuius duplicamus, fit sexicuplum. hoc enim est proprie cõpositio. Vel sic. Quoniam $\alpha\beta$ dupla est ipsius $\gamma\delta$, diuidatur $\alpha\varepsilon$ in ipsi $\gamma\delta$ æqualia, hoc est $\alpha\kappa$, & $\kappa\beta$. Et quoniã $\gamma\delta$ ipsius $\varepsilon\zeta$ tripla est: æqualis autem est $\alpha\kappa$ ipsi $\gamma\delta$: & $\kappa\alpha$ igitur ipsius $\varepsilon\zeta$ tripla est. Id propterea, & $\kappa\varepsilon$ ipsius $\varepsilon\zeta$ tripla est. Tota igitur $\alpha\beta$, ipsius $\alpha\zeta$ sexicupla est. Ipsius igitur $\alpha\varepsilon$ ad $\varepsilon\zeta$ ratio connectitur per $\gamma\delta$ medium limitem, composita ex ipsius $\alpha\varepsilon$ ad $\gamma\delta$ & $\gamma\delta$ ad $\varepsilon\zeta$ ratione. Similiter autem & si minor fuerit $\gamma\delta$, utraq; ipsarum $\alpha\varepsilon$ & $\varepsilon\zeta$, idipsum colligitur. Sit enim rursus $\alpha\beta$ ipsius $\gamma\delta$ tripla, at $\gamma\delta$ ipsius $\varepsilon\zeta$ sit dimidia: & quoniam $\gamma\delta$ ipsius $\varepsilon\zeta$ dimidia est, ipsius autem $\gamma\delta$ tripla est $\alpha\varepsilon$: igitur $\alpha\varepsilon$ sesquialtera est ipsius $\varepsilon\zeta$: si enim alicuius dimidiũ triplicamus, habebit ipsum semel & dimidium. At quoniam ab ipsius $\gamma\delta$ tripla est, & $\gamma\delta$ ipsius $\varepsilon\zeta$ dimidia est, qualiũ est $\alpha\varepsilon$ æqualium ipsi $\gamma\delta$ trium, taliũ est $\varepsilon\zeta$ duorum. Quare sesquialterum est $\alpha\varepsilon$ ipsius $\varepsilon\zeta$. Igitur ratio ipsius $\alpha\beta$ ad $\varepsilon\zeta$: connectitur per $\gamma\delta$ medium limitem: composita ex ipsius $\alpha\varepsilon$ ad $\gamma\delta$, & $\gamma\delta$ ad $\varepsilon\zeta$ ratione. Sed iam rursus sit $\gamma\delta$ utraq; ipsarum $\alpha\beta$ & $\varepsilon\zeta$ maior, & sit quidem $\alpha\beta$ ipsius $\gamma\delta$ dimidium, & $\gamma\delta$ ipsius $\varepsilon\zeta$ sequitertium. Quoniam igitur qualium est $\alpha\beta$ duorum, talium est $\gamma\delta$ quatuor, qualium autem $\gamma\delta$ quatuor, talium $\varepsilon\zeta$ trium: & qualium igitur $\alpha\varepsilon$ duorum, taliũ $\varepsilon\zeta$ trium: connectitur igitur rursus ratio ipsius $\alpha\varepsilon$ ad $\varepsilon\zeta$, per $\gamma\delta$ mediũ limitem. quæ duorum est ad tria: similiter quoq; & in pluribus, & in reliquis casibus. Et manifestum est quod si à composita ratione quæuis una compositarum auferatur: uno simplicium excesso, reliqua compositarum assumetur.*

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

1 

Si duarum rectilinearum superficierum æquidistantium laterũ siue triãgulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earũ ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f: æqualis altitudinis: dico esse proportionem eorum sicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogramma sup lineã unã, quæ sit g m: erũtq; propter hoc quod sunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidistantes, quarũ sit altera k n, deinde ex linea g m, sumam g c multiplicẽ secundũ quemcũq; numerũ uoluero, ad b c, & diuidã eam in partes æquales b c, in punctis h & b, a quibus & puncto g, ducã æquidistantes lineæ a b, quæ sunt g k & h l: & cõplebo supficies æquidistantiũ laterũ, k h & l b: eritq; unaquæq; earũ



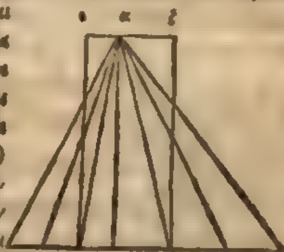
per

per 16 primi: æqualis a c: quare ficut linea g c eft multiplex lineæ b c: ita fuperficies c x, fuperficiei a c. Si fimiliter quoq; ad lineã e f fumã ex linea g m, lineã f m multiplicē fecundū quencūq; numerū uoluero ad e f, & cōplebo. fuperficiē æquidiftātiū laterū ducta linea m n æquidiftāter lineæ d e, eritq; fuperficies n f ita multiplex fuperficiei d f, ficut linea m f lineæ e f. Et quia per 16 primi fi linea g c eft maior linea f m, fuperficies K c eft maior fuperficie f, & fi minor, minor. & fi æqualis, æqualis, erit per diffinitionē incōtinuæ proportiōalitatis, eadē proportio bafis b c ad bafin e f, quæ eft fuperficiei a c ad fuperficiē d f, quod eft propofitū. De triangulis unius altitudinis idē probabis & eodem modo per 38 primi: ductis lineis ab extremitatibus earū quas ad bafes fumes multiplices, ad uertices triangulorum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propofitio 1.*

1 Triangula & parallelogramma, quæ fub eadem funt altitudine, ad fe inuicem funt ut bafes.

THEON ex Zamberto. *Sint triangula quidem α β γ, & α γ δ, parallelogramma uero ε γ, & γ ζ, fub eadē altitudine exiftentia perpendiculari fcilicet ab α, in ε δ, ducta. Dico quod eft ficut β γ, bafis ad γ δ, bafin: fic eft α β γ, triangulū ad α γ δ, triangulum, & ε γ, parallelogrammū ad γ ζ, parallelogrammū. Producatur inquã (per 2 poftulatum) δ β, ex utraque in θ λ, figna. & ponantur (per 2 primi) ipfi quidem β γ, bafi, æquales, quotcunq; β η, η θ, ipfi autem γ δ, bafi æquales quotcunq; δ κ, & κ λ. Connectanturq; α η, α θ, α κ, & α λ. Et quoniam γ β, β η, & η θ, fibyinuicem funt æquales, & triangula quoque α θ η, α η β, & α β γ, fibyinuicem funt æqualia (per 38 primi,) Quod multiplex igitur eft θ γ, bafis, ipfius β γ, bafis, tam multiplex eft & triangulum α θ γ, trianguli α β γ. Id propterea, quam multiplex eft λ γ, bafis, ipfius δ γ bafis, tam multiplex eft & α λ γ, triangulum, ipfius α δ γ, trianguli, & fi æqualis eft θ γ, bafis, ipfi α λ, bafi, æquum eft (per 38 primi, triãgulum α θ γ, triangulo α γ λ. & fi bafis θ γ, excedit bafim γ λ, excedit & triangulum α θ γ. triangulum α γ λ, & minor: minus, (per 6 diffinitionem quinti.) Quatuor iam exiftentibus magnitudinibus duabus quidem bafibus hoc eft β γ, & γ δ, duobus autē triangulis hoc eft α β γ, & α γ δ, fumptæ funt æque multiplices, ipfius quidem β γ, bafis, & ipfius α β γ, triãguli, bafis uidelicet θ γ, & triangulum α θ γ. ipforum autem γ λ, bafis & α δ γ, trianguli: aliæ quæuis æque multiplicia, hoc eft bafis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonftratum eft quod fi excedit bafis θ γ, bafim γ λ, excedit quoque & triangulum α θ γ, triangulū α λ γ, & fi æqualis: æquale, & fi minor, minus. Eft igitur ficut bafis β γ, ad bafim γ δ, fic triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, (per fextam diffinitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi ipfius quidem trianguli α β γ, duplum eft parallelogrãmum ε γ, ipfius autem α γ δ, trianguli duplum eft (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: eft igitur ficut triangulū α β γ, ad triangulū α γ δ, fic parallelogrammū ε γ, ad parallelogrammum γ ζ. Quoniam igitur patuit ficut quidem bafis β γ, ad bafin γ δ, fic triangulū α β γ ad triangulum α γ δ, ficutque triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, fic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ, & ficut igitur (per 11 quinti) bafis β γ, ad bafin γ δ, fic parallelogrammum ε γ, ad parallelogrammum ζ γ. Triangula igitur & parallelogramma fub eadem altitudine exiftentia, ad fe inuicem funt ficut bafes, quod demõftrare oportebat.*

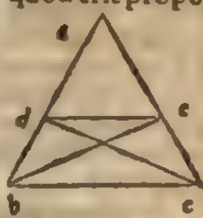


Eucli. ex Camp. Propofitio 2



2 I linea recta duo trianguli latera fecans, reliquo fuerit æquidiftans, eam duo illa latera proportionaliter fecare. Si uero proportionaliter fecet, eam reliquo lateri æquidiftare neceffe eft.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b, & a c fecet linea d e, æquidiftãter tertio lateri quod eft b c, dico quod erit proportio a d ad d b ficut a e ad e c. & econuerfo, fi fuerit proportio a d ad d b ficut a e ad e c, linea d e erit æque diftãs lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritque per 37 primi, triangulus e d b, æqualis triangulo d e c, propter id quod ipfi funt ambo fuper lineam d e, inter lineas æquidiftantes, itaque per fecundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrumque illorum, erit una, fed proportio eius per præmiffam ad triangulum e d b, eft ficut lineæ a d ad lineam d b, & ad triãgulū d e c, ficut lineæ a e ad lineã e c



Nam ipfe cū utroq; illorū eft æqualis altitudinis. quare erit proportio a d ad d b, ficut a e ad e c, quod eft primū. Et fi hoc fuerit: erit per præmiffam, ipfius a d e ad utrūq; illorū proportio una, quare per fecundã partē 9 quinti, ipfi funt adinuicē æquales, & quia ipfi funt fuper eandem bafin, uidelicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi,

 linea

linea d e æquidiſtans lineæ b c, quod eſt ſecundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea parallelus proportionaliter ſecat ipſius triãguli latera, & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiones connectẽs recta linea, parallelus ad reliquum erit ipſius trianguli latus.

THEON ex Zamberto. Trianguli enim α β γ. parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quod eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic eſt γ ε, ad ε α. Cõnectantur enim β ε, & γ δ, æquale igitur eſt (per 37 primi) triãgulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, in eadem enim ſunt baſi δ ε, & in eiſdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddam triangulum α δ ε, æqualia autem (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationem. Eſt igitur ſicut triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed ſicut quidem triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic eſt β δ, ad δ α, ſub eadem namque altitudine perpẽdiculari ſcilicet ab ε, in α β, ducta cũ ſint, ad ſeinuicẽ ſunt ſicut baſes (per 1 ſexti.) Ac propterea ſicut triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic γ ε, ad ε α, & ſicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α. Sed iam ipſius α β γ, trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter ſecentur, ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α, & cõnectatur δ ε. Dico quod parallelus eſt δ ε, ipſi β γ. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α. ſed ſicut quidẽ β δ, ad δ α, ſic triãgulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε, (per 1 ſexti) ſicut aũt γ ε, ad ε α, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε, (per eandem,) & ſicut igitur (per 11 quinti,) triangulum β δ ε, ad triangulũ α δ ε, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulũ α δ ε. Vtrũq; igitur ipſorũ β δ ε, & γ δ ε, triãgulorũ, ad α δ ε, eandem habet rationẽ (per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandẽ) eſt triangulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, & in eadem ſunt baſi δ ε, æqualia autem triãgula & in eadem baſi exiſtentia, etiã in eiſdem ſunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur eſt δ ε, ipſi β γ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter ſecat triãguli latera, & ſi triãguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiões contiñgens recta linea, parallelus erit ad reliquũ trianguli latus. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad baſin ducta, angulum illum per æqualia ſecet, duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdem trianguli lateribus proportionales eſſe. Si uero duæ partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit, reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint, lineam illã angulum per æqualia diuidere neceſſario comprobatur.

CAMPANVS Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia, dico quod proportio b d ad d c. eſt ſicut b a ad a c, & econuerſo, protraham enim b e, æquidiſtantẽ a d, & producam c a, quo uſque concurrat cum b e, in puncto e, eritque per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d. & per ſecundam partem eiuſdem, angulus c, angulo d a c, quare angulus e. eſt æqualis angulo e b a. ergo per ſextam primi, e a, eſt æqualis a b. & ideo per primam partem ſeptimi quinti, proportio e a ad a c. eſt ſicut b a ad a c, ſed per præmiſſam, e a, ad a c, eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c. ſicut b d ad d c, qđ eſt primum. Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis, probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione, ſi fuerit proportio b a ad a c, ſicut b d ad d c. quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c. quæ eſt b a ad a c, ergo per primã partem 9 quinti e a & a b ſunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e & e b a. ſunt æquales. igitur per primam & ſecundam partem 29 primi angulus b a d, eſt æqualis angulo d a c, quod eſt ſecundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3

3 Si trianguli angulus bifariam ſecetur, diſpeſcens autem angulum recta linea ſecuerit & baſin, baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis ipſius trianguli lateribus, & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius trianguli lateribus, a uertice ad ſectionem con

iuncta

iuncta recta linea bifariam dispescit ipsius trianguli angulum.

THEON ex Zamberto. Sit triangulum αβγ, seceturque (per 9 primi,) angulus βαγ, bifariam per rectā lineam αδ. Dico quod est sicut βδ, ad γδ, sic est βα, ad αγ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipsi δα, parallelus γε, & extensa βα, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos αδ, & εγ, recta linea αγ, cecidit, angulus igitur αγε, (per 29 primi,) æqualis est angulo γαδ. Sed angulo γαδ, is qui est sub βαδ, supponitur æqualis, & angulus igitur βαδ, ei qui sub αγε, est angulo, est æqualis. Rursus quoniam in parallelos αδ, & εγ, recta linea cecidit βε, (per 28 primi,) angulus exterior βαδ, æqualis est angulo interiori αεγ, ostensum autem est quod angulus αγε, angulo βαδ, est æqualis. & angulus αγε, igitur, angulo αεγ, est æqualis, quare & latus αε, lateri αγ, (per 6 primi,) est æquale. Et quoniā trianguli βγε, ad unū latus εγ, parallelus acta est αδ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti, & per 11 quinti.) sicut βδ, ad δγ, sic βα, ad αε. Aequalis autem est, αε, ipsi αγ. est igitur sicut βδ, ad δγ, sic βα ad αγ. Sed esto sicut βδ, ad δγ, sic βα, ad αγ, & connectatur αδ. Dico quod bifariam secatur angulus βαγ, per rectam lineam αδ. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut βδ, ad δγ, sic est βα, ad αγ, sed sicut βδ, ad δγ, sic βα, ad αε, (per secundā sexti,) trianguli enim βγε, ad unū latus εγ. acta est parallelus αδ, & sicut igitur βα, ad αγ, sic βα, ad αε, (per 9 quinti,) æqualis igitur est αγ, ipsi αε, quare & angulus qui sub αεγ, (per quintā primi,) ei qui est sub αγε, est æqualis. Sed qui est sub αεγ, (per 29 primi) exteriori qui est sub αβδ, est æqualis, angulus autē αγε, ei qui uicißim est sub γαδ, angulo est æqualis: igitur βαδ, æqualis est angulo γαδ. Angulus igitur βαγ, bifariam discinditur sub αδ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam secetur eum autem dispescens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus. & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad basim coniūcta recta linea bifariam secat ipsius trianguli angulum, quod erat demonstrandum.

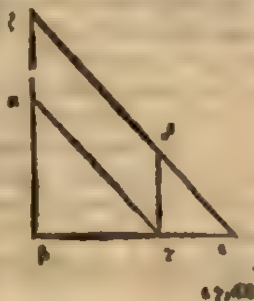
Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 OMnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt proportionalia,

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: sitq́ angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c angulo f: dico quod proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos super lineam unā quæ sit e c: ita quod duo anguli unius qui erūt super hanc lineam, sint æquales duobus alterius qui erunt super eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq́ a f c: ipse idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c est æqualis angulo e, angulus d f e angulo c per hypothesim: erit per primam partem 28 primi, linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c: complebo igitur superficiem æquidistantium laterum: quæ sit g f: eritq́ per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c, sicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c sicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, sicut e f ad f c, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera: quæ circū æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.



THEON ex Zamberto. Sint triangula æquiangula αβγ & δγε æquum habentia angulum qui sub αβγ ei qui sub δγε est angulo, & angulum qui sub βαγ ei qui sub γδε, & insuper angulum qui sub αγβ ei qui sub δεγ. Dico quod triangulorum αβγ & δγε latera sunt proportionalia, quæ circum æquales sunt angulos: eiusdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam βγ, ipsi γε. Et quoniam anguli αβγ & αγβ duobus rectis sunt minores (per decimamseptimam primi) æqualis autem est angulus αγβ ei qui est sub δ

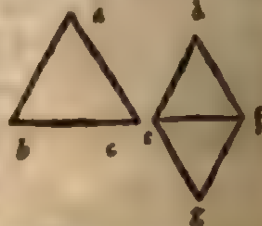
εγ, αδ

ε γ, angulo: anguli igitur α ϐ γ & δ ε γ, duobus rectis sunt minores. Igitur β α & ε δ, productæ, in congressum ueniunt. Congrediantur conueniantq; in ζ: & quoniam per hypothesin angulus δ γ ε angulo α β γ est æqualis, parallelus est (per 28 primi) β ζ ipsi γ δ. Rursus quoniam per hypothesin, angulus α γ ϐ æqualis est angulo δ ε γ: parallelus est (per 28 primi) α γ ipsi ζ ε. Parallelogrammum igitur est, ζ α δ γ. Aequalis igitur est ζ α, ipsi δ γ, & α γ ipsi ζ δ. Et quoniam (per 2 sexti) trianguli β ζ ε ad latus unum ζ ε parallelus acta est α γ: est igitur sicut ϐ α ad α ζ, sic ϐ γ ad γ ε. Aequalis autem est α ζ ipsi γ δ. Sicut igitur (per 11 quinti) β α ad γ δ, sic β γ ad γ ε: & uicissim (per 16 quinti) sicut α ϐ ad β γ, sic δ γ ad γ ε. Rursus quoniam parallelus est γ δ ipsi β ζ: est igitur (per 2 sexti) sicut β γ ad γ ε, sic ζ δ ad δ ε. Aequalis autem est ζ δ ipsi α γ. Sicut igitur β γ ad γ ε, sic α γ ad δ ε: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut ϐ γ ad γ α, sic γ ε ad ε δ. Quoniam igitur demonstratum est quod sicut α β ad ϐ γ, sic δ γ ad γ ε: sicut autem β γ ad γ α, sic γ ε ad ε δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut β α ad α γ, sic γ δ ad δ ε. Proinde æquiangulorum triangulorũ proportionalia sunt: quæ circũ æquales angulos sunt latera: eiusdemq; rationis: quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, quod fuit demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 Mnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui sibi inuicem esse probantur.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa unam conclusionem, sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem medijs demonstratur quibus præcedẽs. Sint itaq; duo triãguli a b c, d e f, sitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quod angulus a est æqualis angulo d, & angulus b, angulo e, & angulus c, angulo f. Constituã super lineã e f in opposita parte triãguli d e f, angulum f e g, æqualem angulo b, & angulum e f g, æqualẽ angulo c, eritque per 32 primi, angulus g, æqualis angulo a: ergo per præmissam, proportio a b ad e g, & a c ad f g sicut b c ad e f. quare a b ad d e, sicut ad e g, & a c ad d f, sicut ad f g, igitur per secundam partem 9 quinti, d e, est æqualis e g, & per eandem d f, æqualis f g, quare per 8 primi, duo triangули d e f, & g e f, sunt æquianguli, quia ergo triãgulus g e f, est etiã æquiangulus triangulo a b c, constat propositum.



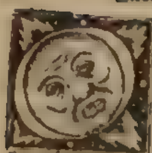
Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

5 Si duo triãgula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erũt triangula, & æquales habebũt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

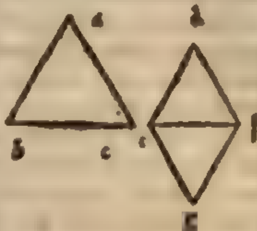


THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia habentia: sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ: sicutq; ϐ γ ad γ α, sic ε ζ ad δ ζ. Et præterea sicut β α ad α γ: sic ε δ ad δ ζ. Dico quod æquiangulum est α ϐ γ triangulum, triangulo δ ε ζ: æqualesq; habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtendũtur: hoc est, angulum α ϐ γ angulo δ ε ζ: & angulum ϐ γ α angulo ε ζ δ: & insuper angulum β α γ, angulo ε δ ζ. Constituatur (per 23 primi) enim ad rectam lineam ε ζ, ad signaq; in ea ε, ζ: angulo quidem α β γ æqualis angulus ζ ε η, angulo autem α γ β æqualis qui est sub ε ζ η. Reliquus igitur angulus qui sub ϐ α γ: reliquo qui sub ε η ζ est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo ζ ε η. Triangulorum igitur α β γ & ε η ζ proportionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos (per 4 sexti) eiusdemq; triangulis latera subtenduntur. Est igitur sicut α ϐ ad β γ, sic η ε ad ε ζ. Sed sicut α β ad ϐ γ, sic supponitur δ ε ad ε ζ. Igitur sicut δ ε ad ε ζ, sic η ε ad ε ζ: utrunq; igitur ipsorum δ ε & η ε, ad ε ζ eandem habet rationem. Aequalis igitur (per 9 quinti) est δ ε, ipsi ε η. Id propterea, & δ ζ, ipsi ζ η est æqualis. Quoniam igitur æqualis est δ ε ipsi ε η, communis autem ε ζ: duæ igitur δ ε & ε ζ duabus η ε & ε ζ sunt æquales: & basis δ ζ basi ζ η est æqualis. Angulus igitur δ ε ζ (per 8 primi) angulo η ε ζ est æqualis, & triangulum δ ε ζ (per 4 primi) triangulo η ε ζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ ε angulo η ζ ε, & angulus ε δ ζ angulo ε η ζ. Et quoniam angulus ζ ε δ angulo η ζ ε est æqualis, sed angulus η ε ζ angulo α β γ: & angulus α β γ igitur ei qui sub ζ ε δ angulo est æqualis. Id propterea, & angulus α β γ, angulo δ ζ ε est æqualis: & insuper angulus qui ad α, et qui ad δ. Aequiangulum igitur est triangulum α γ ϐ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 Omnes duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq́ʒ illos duos æquos angulos continentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquianguli.

CAMPANVS. Maneat prior dispositio, & sit solū angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f: dico adhuc duos triãgulos a b c, d e f esse æquiangulos. Cū sit prima per 4 huius propter hypotheses præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f: erit a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secũdam partem nonæ quinti d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartã primi, æquianguli: & quia e g f est etiã æquiangulus a b c, patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

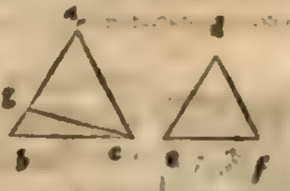
6 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & circũ æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triangula & æquales habebũt angulos sub quibus eiusdẽ rationis latera subtendũtur.

THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui sub β α γ, uni angulo qui sub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ. Dico quod triãgulum α β γ, æquiangulum est ipsi triangulo δ ε ζ, & æqualẽ habebit angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum α γ β, angulo δ ζ ε. Cõstituatur enim (per 23 primi.) ad rectam lineam δ ζ, ad signaq́ʒ in ea δ ζ, utriq; ipsorum β α γ & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autem α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ α β γ, triãgulo δ η ζ. Proportionaliter igitur est, sicut β α, ad α γ, sic η δ, ad δ ζ, (per 4 sexti. Receptum autem est, quod sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, sic η δ, ad δ ζ. Aequalis igitur est (per 9 quinti) ε δ, ipsi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ: sunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypothesim) angulo η δ ζ, est æqualis. Basis igitur ε ζ, (per 4 primi,) basi η ζ, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui sub δ ζ η, ei qui sub α γ β, est æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui sub δ ζ ε, est æqualis. Receptum autẽ est, quod angulus β α γ, ei qui sub ε δ ζ, est angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, est æqualis, æquiãgulum igitur est triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulũ uni angulo æqualem habuerint, circum uero æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 Si fuerint duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duóque suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti duorum uero demum reliquorũ uterque aut neuter recto angulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq́ʒ angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, sicut c b ad f e, & uterque duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse æquiangulos. Si enim angulus c unius est æqualis angulo f alterius, patet propositum per præmissam. Sin autem, sit c maior, fiatq́ʒ angulus a c g, æqualis eidem, eritque per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c, ad d f: sicut g c, ad e f, sed sic fuit b c ad



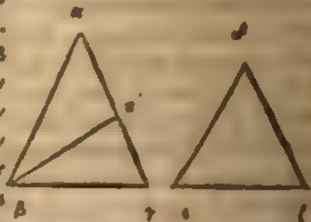
ef

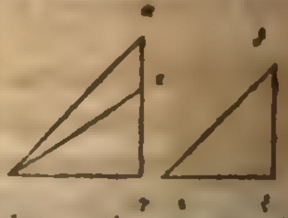
e f. ergo per 9 quinti, g c & b c. sunt æquales, ergo per quintã primi angulus b. est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis, quod esse non potest per 17 primi. Quod si uterq; fuerit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e sibi æqualis, est etiam recto maior, quod est contra hypothesin: quare destructo opposito remanet propositum. Oportet autem utrunq; angulorũ reliquorum, aut neutrum, esse minorem recto: possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo a b c, lineam g c esse æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius sit æqualis uno angulo alterius, imo idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout est latus magni ad a c prout est latus parui: sicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc est, propter hoc qđ angulus g minoris, est maior recto: & angulus b maioris, minor: Nam in omni triangulo duum æqualium laterum, uterq; angulorum qui sunt ad basin, est minor recto.

Eucli. ex Zamb *Theorema 7.* *Propositio 7.*

7 **Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uero utrunq; simul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erũt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera.**

THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ: unum angulum uni angulo æqualem habẽtia, eum scilicet qui sub ϐ α γ ei qui est sub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uero qui ad γ, ζ. primo utrunq; simul maiorem recto. Dico quod æquiangulum est α β γ triangulũ, ipsi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis est angulus α ϐ γ ei qui sub δ ε ζ est angulo, alter eorum maior est: sit maior angulus α β γ: & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam ad signumq; in ea β, ipsi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β η. Et quoniã æqualis est angulus qui ad α ei qui est ad δ, & angulus α β η ei qui sub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α η β reliquo angulo δ ζ ε est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ α β η, triangulo δ ε ζ. Est igitur (per 4 sexti) sicut α β ad ϐ η, sic δ ε ad ε ζ. Sicutq; δ ε ad ε ζ: * recipitur, sic α ϐ ad ϐ γ. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β ad ϐ γ, sic α ϐ ad β η. Igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunq; ipsorum ϐ γ & β η, eandem habet rationem: æqualis igitur est β γ ipsi ϐ η. Quare per quintã primi, & angulus qui ad ϐ η γ, angulo qui sub β η γ est æqualis: sed minor recto subijcitur angulus qui ad γ: minor igitur recto est angulus qui sub β η γ. Quare (per 13 primi) & * altrinsecus ipsi angulus α η β, maior est recto: & ostensum est quod æqualis est ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur, maior est recto. Subijcitur autem minor recto, quod est absurdum. Igitur inæqualis minime est angulus α ϐ γ, angulo δ ε ζ. Aequalis autem est & qui ad α signum ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α ϐ γ, triangulo δ ε ζ. Sed rursus supponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rursus quod & sic est æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eisdem nempe dispositis, similiter demonstrabimus quod æqualis est β γ, ipsi β η: quare & angulus qui ad γ, ei qui sub β η γ est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto est angulus qui est sub ϐ η γ. Trianguli igitur β η γ (per 17 primi, duo anguli duobus rectis nõ sunt minores, qđ est impossibile. Non igitur rursus inæqualis est angulus α ϐ γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: est autẽ angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uero utrunq; simul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera, quod oportuit demonstrasse.*

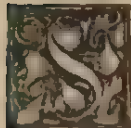




* ὑπόκειται

* ἐφεξῆς

Eucli. ex Camp. *Propositio 8.*

8 **I ab orthogonij angulo recto, ad basin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales, toti triangulo & sibijunicem similes.**

CORRE-

CORRELARIUM

Vnde etiam manifestum est, quia in omni triangulo rectangulo, si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur, erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemque utrumque latus inter totam basin atque sibi conterminalem basis portionem.

CAMPANUS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusque angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad basin, dico quod uterque duorum triangulorum partialium qui sunt a b d, a d c, similis est totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: est enim uterque ipsorum æquiãgulus totali per 32 primi, eo quod uterque est orthogonius & in uno angulo cõmunicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquianguli, ita quod angulus b est æqualis angulo d a c. & angulus b a d, angulo c, & duo anguli qui sunt ad d, sibi inuicem & angulo a totali æquales, quare per 4 huius latera æquos eorum angulorum angulos respicientia: sunt proportiõalia, ergo per diffinitionem sunt similes, quod est propositum. Vtrumque correlarium ex his euidenter apparet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti & adinuicem.

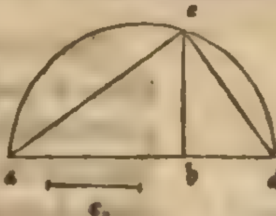
THEON ex Zamb. Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens eum qui sub β α γ, angulum, & excitetur (per 12 primi) ab α, in ε γ, perpendicularis α δ. Dico quod simile est utrumque ipsorum α ε δ, & α δ γ, triangulorum, toti α β γ, & insuper adinuicem. Quoniam enim (per 4 postulatum.) æqualis est angulus ε α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque est, communis autem est ipsorum duorum triangulorum α β γ, & α ε δ, angulus qui ad ε, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo ε α δ, est æqualis (per 32 primi. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo α ε δ. Est igitur (per 4 sexti) sicut γ β, subtendens angulum rectum, α β γ, trianguli ad β α, subtendentem rectum angulum ipsius α β δ, trianguli. sic eadem α β, subtendens angulum qui ad γ, trianguli α ε γ, ad β δ, subtendentem æqualem angulum β α δ, ipsius α β δ, trianguli, & insuper α γ, ad α δ, subtendentem angulum qui ad ε, communem duorum triangulorum. Triangulum igitur α ε γ, triangulo α β δ, æquiangulum est (per 7 sexti) & quæ circum æquales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulum α β γ, triangulo α ε δ, (per 1 diffinitionem sexti. Similiter iam ostendemus quod & triangulo α δ γ, simile est triangulum α β γ, utrumque igitur ipsorum α β δ, & α δ γ, triangulorum simile est toti α β γ. Dico etiam quod & adinuicẽ sunt similia: triangula α β δ, & α δ γ, Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, est æqualis (per 4 postulatum) sed & angulus β α δ ei qui ad γ ostensum est quod est æqualis: reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui sub δ α γ, est æqualis.. Aequiangulum igitur est triangulum α ε δ, triangulo α δ γ, est igitur sicut ε δ, ipsius α β δ, trianguli subtendens angulum qui sub β α δ, ad δ α ipsius α δ γ, trianguli subtendentẽ angulũ qui ad γ, æqualem ei qui sub β α δ, sic ipsa α δ, trianguli α ε δ, subtendens angulum qui ad β, ad δ γ, subtendentẽ angulũ qui sub δ α γ, ipsius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad ε, & insuper β α ad α γ, subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem similia sunt toti & adinuicem, quod demonstrasse oportuit.

CORRELARIUM. *Ex hoc manifestum est, quod si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta, ipsius basis segmentis media proportionalis est. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusque segmentorum, latus quod ad segmentum, medium proportionale est, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 DVabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

CAMPANUS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri, sitque tota ex eis composita, a d, ita quod b d, sit æqualis c, & super totam describo semicirculum a e d, & produco b e usque ad circũferentiam, perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, esse quam quærimus, produco enim li-



neas e a & e d, eritque per 30 tertij angulus e totalis rectus, quare per primam partem correlarij præmissæ, proportio a b ad b e, sicut b e ad b d, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 10*

10 Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b, sitque a d: ei æqualis. & produco lineã a b usque ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam sibi æquidistantem. quam & lineã a d: produco quousque concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, esse quam quærimus. est enim per secundã huius, proportio a b ad b e: sicut a d ad d f, e d a ab ad b e: est sicut a b ad a d. per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: sicut a d ad d f. quod est propositum.

CAMPANI additio. Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundã: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositæ tertia angulariter adiungatur. & a communi termino primæ & secundæ: ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousque concurrat cum tertia in cõtinuum rectũque protracta eritque per secundam huius, linea quã hæc æquidistans abscindet: quæ quæritur. quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. *Propositio 11.*

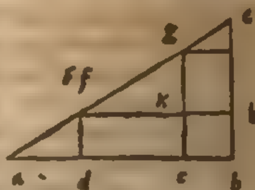
11 AB assignata linea, quotamcumque iubearis, partem abscindere.

CAMPANVS. Sit a b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ sit a c, a qua releco tres æquas portiones: quæ sunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f: sibi æquidistãtes, dico a f esse tertiam a b, est enim per secundam huius, proportio c d ad d a, sicut b f ad f a, quare cõiunctim. c a ad d a: sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a: patet a f esse tertiam a b, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 12.*

12 DVabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa, indiuisam quidẽ ad modum diuisæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut cõtinget coniungam a b & a c, sitque a b diuisa in tres uel qualescũque portiones: signatus in ea punctis d & e, uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c, cum igitur ipsas angulariter coniunxero: protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g. dico istas æquidistantes diuidere lineam a c: in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidistãtem a b. quæ secet e g in puncto k, eritque per secundã huius, proportio g f ad f a: sicut e d ad d a. & c g ad g f: sicut h k ad k f. quare & sicut b e ad e d per 34 primi & secundã partem 7 quinti, quod est propositum. Oportet autem secundã huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uero 34 primi & 7 quinti, minus duabus.

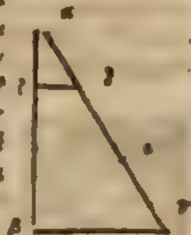


Quinque sequentes ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine quatuor ex Campano præcedentibus respondent, nona undecimæ, decima duodecimæ. undecima & duodecima decimæ cũ additione, decimatertia nonæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 9

9 Data recta linea, imperatam partem abscindere.

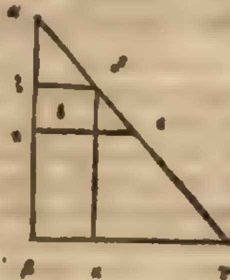
THEON ex Zamberto. Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipsa α β, imperatam partem abscindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & sumatur contingens signum super α γ, sitque illud δ. & ponatur ipsi α δ, (per 2 primi,) aequalis δ ε, & ε γ, & connectatur β γ, & per δ, ipsi β γ, (per 31 primi,) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est ζ δ, parallelus, proportionaliter igitur est (per 2 sexti,) sicut γ δ, ad δ α, sic β ζ, ad ζ α, dupla autem est γ δ, ipsius δ α, dupla est igitur & β ζ, ipsius ζ α. Tripla igitur est β α, ipsius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata est α ζ, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 10

10 Datam rectam lineam nō sectam, datae rectae lineae sectae similiter secare.

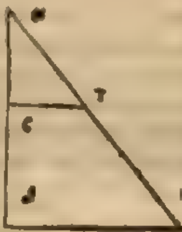
THEON ex Zamberto. Sit quidem data recta linea non secta α β, secta uero sit α γ, oportet iam lineam α β, non sectam, secare similiter lineae α γ, sectae. Sit linea α γ, secta in signis quidem δ ε, & sitae sint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per δ, ipsi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi,) & per δ, ipsi α β, parallelus excitetur δ θ κ, (per eandem) parallelogrammum igitur est utrumque ipsorum ζ θ, & θ β, aequalis igitur est quidem δ θ, ipsi ζ η, & θ κ, ipsi η β. & quoniam triāguli δ κ γ, ad unum laterum κ γ, recta linea acta est θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γ ε, ad ε δ, sic κ θ, ad θ δ, aequalis autem est κ θ, ipsi β η, & θ δ, ipsi η ζ. Est igitur (per 2 quinti) sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Rursus quoniam trianguli α η ε, ad unum latus ε η, parallelus acta est ζ δ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti) sicut ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α, patuit autē quod sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Est igitur sicut quidem γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ, sicut autem ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non secta α β, datae rectae lineae sectae α γ, similiter secta est, quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 11

11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.

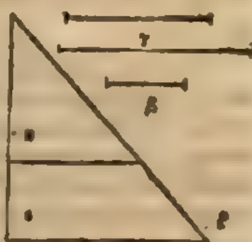
THEON ex Zamberto. Sint duae datae rectae lineae, β α, & α γ, & sitae sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis β α, & α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α β & α γ, ad signa δ ε, & ponatur (per 2 primi,) ipsi α γ, aequalis β δ, & cōnectatur β γ, & per δ, (per 31 primi) ipsi β γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniam igitur trianguli α δ ε, ad unum latus δ ε, acta est parallelus β γ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut α β, ad β δ, sic α γ, ad γ ε, aequalis autem est β δ, ipsi α γ, est igitur sicut α β, ad α γ, sic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuenta est γ ε, quod oportebat facere.



Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 12

12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.

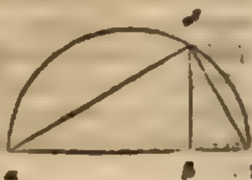
THEON ex Zamberto. Sint datae tres rectae lineae α β γ, oportet ipsis α β γ, quartam proportionalē inuenire. Ponantur duae rectae lineae δ ε, & δ ζ, angulū contingentem comprehendentes eum qui est sub ε δ ζ, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidem α, aequalis δ η, ipsi autem β, aequalis η ε, & insuper ipsi γ, aequalis δ θ, & connexa η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, sitq; ε ζ. Quoniam igitur trianguli δ ε ζ, ad unum latus ε ζ, acta est parallelus η θ, igitur (per 2 sexti,) est sicut δ η, ad η ε, sic δ θ, ad θ ζ, aequalis autem est δ η, ipsi α, & η ε, ipsi β, & δ θ, ipsi γ: est igitur sicut α ad β, sic γ, ad θ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α β γ, quarta proportionalis inuenta est θ ζ, quod oportebat facere.



Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalē inuenire.

THEON ex Zamberto. Sint duae rectae lineae α β & β γ, oportet iam ipsarū



α β, & β γ, mediam proportionalem inuenire. Disponantur (per 14. primi,) rectas lineas, describaturque super α γ semicirculus α δ γ, & excitetur (per 11 primi,) à signo β, ipsi α γ, ad angulos rectos β δ, & connectantur α δ, & δ γ. Quoniam (per 31 tertij.) in semicirculo angulus est, qui sub α δ γ, rectus est, & quoniam in rectangulo triangulo α δ γ, à recto angulo in basin perpendicularis deducta est δ β, igitur (per correlariũ octauæ sexti) δ β, ipsius basis segmẽtis α β, & β γ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & β γ, media proportionalis inuẽta est δ β, Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 I duæ superficies æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos æquos angulos cõtinentia mutekesia esse. Si uero latera duos æquos angulos continentia, mutekesia fuerint, duas superficies esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duæ superficies b c d & c e f g, æquidistantium laterum & æquales, sitque angulus c unius, æqualis angulo c alterius. dico proportionem b c ad c g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas super æquidistantium laterum, esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius cum angulo c alterius, ita quod duo latera earum quæ sunt b c & c g fiant linea una eruntque similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentem hypothesin, quæ est angulum c unius esse æqualem angulo c alterius, & per 13 primi, partem esse æqualem toti, complebo itaque superficiem æquidistantium laterum, productis lineis a d & f g, quousque cõcurrant in h, eritque per primam partem 7 quinti, utriusq; superficiem c h proportio una, & quia per primam huius, proportio superficiei a c ad superficiẽ c h, sicut lineæ e c ad lineã c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h. sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h, & e c ad c d, sicut c f ad eandem c h, & quia positũ est quod proportio b c est ad c g sicut e c ad d: erit utriusque duarum superficierum a c & c g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicque patet secunda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 13

13 Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrãmorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum augulum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. *Sint æqualia parallelogramma α β, & ε γ, æquales habentia angulos qui ad ε, & constituantur (per decimamquartam primi in rectas lineas, δ ε, & ε γ, in rectas lineas igitur sunt ζ ε, & ε η, Dico quod ipsorum α β, & ε γ, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, hoc est quod sicut est δ ε, ad ε η, sic est η ε, ad ε ζ. Compleatur namque parallelogrammum ζ η. Quoniam igitur (per hypothesin æquum est α β, parallelogrammum ipsi β γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ζ η, est igitur (per septimam quinti,) sicut α ε, ad ζ η, sic β γ, ad ζ η. Sed sicut quidem α β, ad ζ η, sic δ ε, ad ε η, sicutque β γ, ad ζ η, sic η ε, ad ε ζ. & sicut igitur (per primam quinti,) δ ε, ad ε η, sic η ε, ad ε ζ, ipsorum igitur α β, & ε γ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.*



Verũ sint latera reciproca, quæ circũ æquales sunt angulos, estoq; sicut δ ε, ad ε η, sic η ε, ad ε ζ. Dico quod æquale est parallelogrammũ α ε, ipsi ε γ, parallelogrammo. Quoniam enim est sicut δ ε, ad ε η, sic η ε, ad ε ζ. sed sicut quidem δ ε, ad ε η, sic (per 1 sexti) α β, parallelogrammum ad ζ η, parallelogrammũ, sicut aũt η ε, ad ε ζ: sic ε γ: parallelogram-

logrammum ad ζ ε, & ut igitur (per 11 quinti) α β, ad ζ ε, sic β γ, ad ζ ε, æquum igitur est α β, parallelogrammum, ipsi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 Si duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint. latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si uero latera duos æquos angulos cõtinentia fuerint mutekesia, duo trianguli æquales esse comprobantur.

CAMPANVS Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, sitque angulus c. unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, esse sicut d c ad c b, & si fuerit proportio a c ad c e. sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos esse æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quod latera a c & c e, fiant linea una eruntq́ similiter b c, & c d, linea una, aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius. primi eorum ad ipsum est, sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundem sicut d c ad c b, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars econuerso probatur, quia a c ad c e est sicut primi triãguli ad triangulum b c e, & d c ad c b, sicut secundi ad eũdem (per primã huius,) & quia positum est ut ita c ad c e, sicut d c ad c b, erit utriusque dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipsi sunt æquales. sicque patet secũda pars.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 15

15 Æqualium & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. ea quoque sunt æqualia.

THEON cũ Zamberto. Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulum, eũ scilicet qui sub β α γ: ei qui sub δ α ε. Dico quod ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Constituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas, γ α, ipsi α δ, in directum igitur est ε α, ipsi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ, est igitur (per 7 quinti) sicut triangulum β α γ, ad ipsum β α δ, triangulum sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed sicut quidem γ α β, ad β α δ, sic γ α, ad α δ, sicut autem (per primam sexti,) ε α δ, ad β α δ, sic ε α, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, sic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Verum reciproca sint latera ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, estq́; sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Dico quod æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rursus β δ, quoniam est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. sed sicut quidem γ α, ad α δ, sic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ. sicut autẽ ε α, ad α β, sic triãgulũ ε α δ, ad triangulũ β α δ, sicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrumque igitur ipsorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem, Aequum igitur est (per nonam quinti,) triangulum α β γ, triangulo ε α δ, Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulũ triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia, quod demonstrare oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 Si fuerint quatuor lineæ proportionales, quod sub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod sub duabus reliquis. Si uero quod sub prima & ultima continetur, æquum fue-

rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales esse conuenit.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d, proportionales, sitque proportio a ad b, sicut c ad d, dico quod superficies contenta sub a & d, æqualis est superficiei contētæ sub b & c, & superficies cōtēta sub a & d, est æqualis superficiei contentæ sub b & c. Et si superficies cōtenta sub a & d est æqualis superficiei cōtētæ, sub b & c, dico quod proportio a ad b est sicut c ad d. Fiāt enim superficies cōtēta sub a & d, & superficies cōtenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarū superficierū erūt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; est rectorum angulorū, quare per secundā partē 15, huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secūdū patet per primā partem eiusdem. si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earū sunt recti: latera earum erūt mutekesia, quare proportio a ad b, sicut c ad d, quod est secūdū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 16

16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectāgulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulū æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

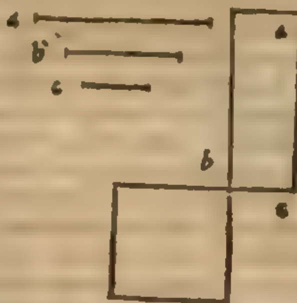
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ ε ζ, sicut α β, ad γ δ, sic ε ad ζ. Dico quod sub ipsis α β, & ζ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi,) ab α γ, signis, ipsis α β, & γ δ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ, & ponatur (per secundam primi,) ipsi ζ, æqualis α η, ipsi autem ε, æqualis γ θ, compleanturq; η β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam est sicut α β ad γ δ sic est ε, ad ζ, æqualis autem est ε, ipsi γ θ, & ζ, ipsi α η, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α η. Igitur (per 14 sexti β η, & δ θ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. Aequum igitur est parallelogrammum β η, ipsi δ θ, parallelogrammo, & est β η, id quod sub α β, & ζ, æqualis enim est α η, ipsi ζ. At δ θ, id est quod sub γ δ, & ε, æqualis enim est γ θ, ipsi ε. Igitur quod sub α β, & ζ, continetur rectangulum: æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod sub α β, & ζ, comprehenditur rectangulum, æquum esto ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Dico quod quatuor rectæ lineæ proportionales erūt, sicut α β, ad γ δ sic ε, ad ζ. Eisdem namque constructis quoniam quod sub α β, & ζ, æquum est ei quod sub γ δ, & ε, est quidem quod sub α β, & ζ, ipsum β η, æqualis enim est α η, ipsi ζ, quod autem sub γ δ, & ε, est ipsum δ θ, æqualis enim est γ θ, ipsi ε, igitur β η, æquū est ipsi δ θ, & æquiangula sunt. Aequaliū autem & æquiangulorū parallelogrammorū (per 14 sexti) reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur (per 10 quinti,) sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α η, æqualis autem est γ θ, ipsi ε, & α η, ipsi ζ est igitur sicut α β, ad γ δ, sic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis cōprehensum rectangulū, æquum est ei quod sub medijs comprehenditur rectangulo, & si quod sub extremis comprehenditur rectangulū æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fuerint tres lineæ proportionales, quod sub prima, & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secunda quadrato describitur. Si uero quod sub prima & tertia continetur æquum ei quadrato quod à secūda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt.

CAM-

CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b, sicut lineæ b ad lineam c. dico quod superficies contenta sub a & c. æqualis est quadrato b. & si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b, dico quod proportio a ad b est sicut b ad c. hoc autem est euidens per præcedentem, posita alia linea quæ sit æqualis b, ita quod b sit in ratione secundæ & tertiæ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 17

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, sicut α, ad β, sic β, ad γ. Dico quod sub α γ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Ponatur (per 2 primi,) ipsi β, æqualis δ. Et quoniam est (per hypothesin,) sicut α, ad β, sic β ad γ, æqualis autem est β, ipsi δ, est igitur (per 7 quinti,) sicut α, ad β, sic δ, ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod sub mediis continetur rectangulo) per 16 sexti. Igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Sed quod sub β δ, id est quod fit ex β, æqualis enim est β, ipsi δ. Igitur quod sub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod sub α γ, esto æquale ei quod ex β. Dico quod est sicut α, ad β, sic β, ad γ. Eisdem namque constructis, quoniam quod sub α γ, æquum est ei quod ex β, sed quod ex β, id est quod sub β δ, æqualis enim est β, ipsi δ, igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Si autem quod sub extremis æquum fuerit ei quod sub mediis, quatuor rectæ lineæ proportionales sunt (per 16 sexti. Est igitur sicut α, ad β, sic δ, ad γ. At qualis autem est β, ipsi δ, sicut igitur α ad β, sic β, ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehenditur rectangulũ, æquũ est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis comprehenditur rectangulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erũt, quod oportebat demonstrare.

α β δ γ

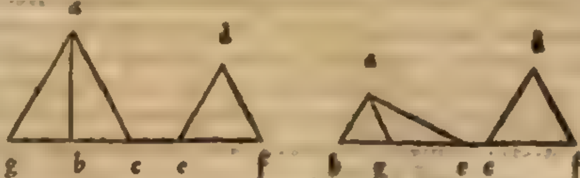
Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 SI fuerint duo trianguli similes. proportio alterius ad alterum est tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc, quia omnium trium linearũ continue proportionalium quanta est prima ad tertiam, tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam cum fuerit ei similis in lineatione & creatione.

CAMPANVS Sint duo trianguli a b c & d e f similes, eruntque per primam diffinitionem, æquianguli, & laterũ proportionalium. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritque pportio a b ad d e. & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quod proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad e f. duplicata. Subiungatur enim secũdũ doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cõtinua proportionalitate: quæ sit c g, protracta aut resecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a. eritque per secundam partẽ 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod



proportio a c ad d f est sicut e f ad c g,& angulus c æqualis angulo f: quare per secundā partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorū, erit una proportio, sed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triāgulum a g c, est sicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, sicut b c ad e f duplicata, per 10 descriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad d f duplicata, quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c, erit per secundam partem 14 huius: triangulus a b c æqualis triangulo d e f æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotienscunque sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistātium laterum similibus, sumpta solum 15 præsentis, loco 14. Non demonstrat autem eam, quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlarium quod uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus, non dum patet nisi de triangulis. sed demonstrata sequente, patēs erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente: quia est correlarium huius, non autem sequentis, ex modo enim demonstrationis huius, sua ueritas manifestata est: non ex modo illius.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 Mnes duæ superficies similes multiangulæ, sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero æquales, estq; proportio alterius earum ad alteram, sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius, proportio duplicata.

CAMPANVS Sint gratia exēpli, duo pentagoni a b c d e, f g h k, l similes, dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero æquales, & quod proportio alterius eorum ad alterū: est sicut a b ad f g proportio duplicata, ducātur enim lineæ duæ a c & a d, itémque f h & f k, eritque per præsentem hypothesin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoque per hanc communem scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua sunt. erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k. Nam ipsi pētagoni, positi sunt æquianli, & laterum proportionalium. & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli, ut probatum est: erunt etiam & similes per 4 huius. & diffinitionem similium superficierum, quare cum ipsi sint numero æquales, patet primum. Secundum sic: protrahantur b d quæ secet a c in puncto m, & g k quæ secet f h in puncto n, eritq; triangulus b c d, æquiāgulus triāgulo g h k per 6 huius & præsentem hypothesin, quare & triāgulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n est sicut a m ad f n, & a m ad f n, sicut m d ad n k: quare per 11 quinti, b m ad g n, sicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, sicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d, & b c m ad c m d, sicut b m ad m d. & per eādem f g n ad f n k, & g n h ad h n k. sicut g n ad n k, ergo per 11 quinti, a b c ad a c d, sicut f g h ad f h k, quare permutatim a b c ad f g h, sicut a c d ad f h k. Eadem ratiōe probabis quod & sicut a c d ad f l k, ergo per 11 quinti totius pentagoni ad totum pentagonū. sicut a b c ad f g h, per præmissam igitur est proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, sicut proportio a b ad f g duplicata: quod est propositum. Ex quo rursus patet correlarium præcedentis. Aliter potest demonstrari secundum, cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint ad inuicem similes, erit per præcedētem proportio a b c ad f g h sicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, sicut c d ad h k duplicata, & a e d ad f l k: sicut d e ad k l duplicata, quia igitur omnes hæ proportiones duplicatæ sunt æquales propter hoc quod positum est simplas esse æquales: erit per 11 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, sicut lateris unius ad suum relatiuū latus alterius proportio duplicata.

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 Supra datam lineam, datæ superficiei similem superficiem describere.

CAMPANVS Sit data linea a b, supra quam uolo constituere superficiem similem datæ superficiei quæ sit pentagona, & sit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos

los ductis lineis d f, & d g, & super pūctum a constituo angulum æqualē angulo c, ducta linea a h, & super punctum b, constituo alium angulum, qui sit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h quousque concurrat cū a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d, & ideo per 4 huius latera duorum triangulorū g c d & h a b, proportionalia. Facio quoque angulum h b k, ducta linea b k: æqualem angulo g d f, & angulum k b l: ducta linea b l, æqualem angulo d g f, & angulum b k l ducta linea k l, æqualē angulo d f e, eritque perfectus pentagonus qui constituendus erat super lineam a b, est enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triāgulorum, in quos est uterque diuisus, sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum, quæ ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem similium superficierum, pentagonus cōstitutus super lineam a b, est similis pentagono dato, quod est propositum.

Tres ex Zamberto sequentes propositiones, tribus præcedentibus ex Cāpano, conuerso ordine respondent prima ultimæ: media primæ & ultima mediæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

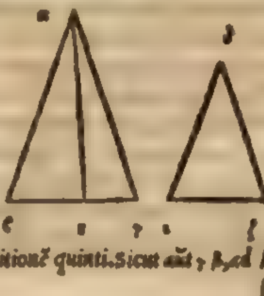
18 A data recta linea, dato rectilineo simile similiterq; positū rectilineum describere.

THEON ex Zamberto. Sit data quidem recta linea α β, datum uero rectilineum γ ε. oportet iam à data α β recta linea, ipsi γ ε, rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere. Connectantur δ ζ, & constituatur (per 23 primi) ad α β, rectam lineam, ad signaque in ea α β, ei qui ad γ, est angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui est sub γ δ ζ, æqualis angulus α β η, reliquus igitur qui sub γ ζ δ, ei qui sub α η β, est æqualis, æquiangulū igitur est ζ γ δ, triangulum, ipsi η α β, triangulo (per 4 sexti.) proportionaliter igitur est sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β. Rursus constituatur (per 23 primi) ad β η, rectam lineam ad signaq; in ea β η, ei qui sub δ ζ ε, est angulo æqualis angulus β η θ, ipsi autem ζ δ ε, qui est sub η β θ. Reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui ad θ, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum ζ δ ε, triangulo η β θ. proportionaliter igitur est (per 4 sexti.) sicut ζ δ, ad η β, sic ζ ε, ad η θ, & ε δ, ad θ β, ostensum autem est quod sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ζ, ad α η, sic γ δ, ad α β, & ζ ε, ad η θ, & insuper ε δ, ad θ β. Et quoniam æqualis est angulus γ ζ δ, angulo α η β, & angulus δ ζ ε, angulo β η θ, totus igitur qui sub γ ζ ε, toti qui sub α η θ, est æqualis. Id propterea, & qui sub γ δ ε: ei qui sub α β θ æqualis. Est aūt & qui ad γ, ei qui ad α, æqualis, & qui ad ε, ei qui ad θ, æquiangulum igitur est α θ, ipsi γ ε, & ea quæ circum æquales angulos sunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur est (per primam diffinitionem sexti α θ, rectilineum, ipsi γ ε, rectilineo. A data igitur recta linea α β, dato rectilineo γ ε, simile, similiterq; positum rectilineū descriptum est α θ, quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 19

19 Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON ex Zamberto. Sint similia triangula α β γ, & δ ε ζ, æqualem habentia eum qui ad β, angulum ei qui ad ε, sicutque α β, ad β γ, sic δ ε, ad ε ζ, ita ut β γ, & ε ζ, similis rationis sint. Dico quod triangulum α β γ, ad triangulum δ ε ζ, duplicem habet rationem, quàm β γ, ad ε ζ. Sumatur namque (per 10 sexti,) ipsarū β γ, & ε ζ, tertia proportionalis β η, ut sit sicut β γ, ad ε ζ, sic ε ζ, ad β η, connectaturque α η. Quoniam igitur est sicut α β ad β γ, sic δ ε, ad ε ζ, uicissim igitur (per 16 quinti,) sicut α β ad δ ε, sic β γ, ad ε ζ. Sed sicut β γ ad ε ζ, sic est ε ζ, ad β η, & sicut igitur (per 11 quinti.) α β, ad δ ε, sic ε ζ, ad β η. igitur (per 11 sexti.) α β η, & δ ε ζ, triangulorum reciproca latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoque sunt æqualia (per eandem) Aequale igitur est triangulum α β η, triangulo δ ε ζ, & quoniam est sicut β γ, ad ε ζ, sic ε ζ, ad β η, si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem habebit rationē, quàm ad secūdā, igitur β γ, ad β η, duplicē rationē habet: q; ad ε ζ. (per 10 diffinitionē quinti. Sicut aūt γ β, ad β η sic



sic (per 1 sexti) αβγ triangulum ad αβε triangulum. Triangulum igitur αβγ ad αβε (per eandem diffinitionem) duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Aequale autem est triangulum αβε, triangulo δεζ. Igitur & triangulum αβγ, ad triangulum δεζ duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Similia igitur triangula, adinuicem in dupli ratione sunt similis rationis laterum, quod oportebat demonstrare.

CORRELARIVM. Ex hoc utriq; manifestum est, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: sicut prima ad tertiam, sic quod à prima triangulum ad id quod est a secunda simile similiterq; descriptum: quoniã ostensum est quod sicut γβ ad βε, sic triangulum αβγ ad triangulum δεζ, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 20.

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & + æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

ὁμόλογα



THEON ex Zamberto. Sint similia polygona, αβγδε & ζηθκλ: similis autem rationis, esto αβ ipsi ζη. Dico quod αβγδε & ζηθκλ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm αβ ad ζη. Connectantur βε, βδ, ηλ, & ηθ: & quoniam polygonum αβγδε (per hypothesin) simile est polygono ζηθκλ: æqualis est angulus βαε ei qui sub ηζλ est angulo, & est sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Quoniã igitur duo triangula sunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulum αβε triangulo ζηλ: quare & simile. Aequalis aũt est & angulus αβε, angulo ζηλ: est autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis, propter similitudinẽ polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ est æqualis: & quoniam ob similitudinem ipsorũ αβε & ζηλ triangulorũ, est sicut εβ ad βα, sic λη ad ζη. sed & propter similitudinem polygonorum est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut εβ ad βγ, sic λη ad ηθ: & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia sunt: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipsi triangulo ληθ est simile. Id propterea etiam (per 3 sexti diffinitionem, triangulum εγδ, simile est triangulo λθκ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in similia triangula diuisa sunt, & æqualia numero.

Dico insuper quod similis rationis sunt totis, hoc est, quod sunt proportionalia, & quidem antecedentia αβε, εβγ & εγδ: sequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quod polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ: & quoniam propter similitudinem polygonorum, æqualis est angulus αβγ angulo ζηθ, & est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: æquiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur est angulus βαγ, angulo ηζθ: & qui sub βγα, ei qui sub ηθζ: & quoniam æqualis est angulus βαμ angulo ηζν: patuit autẽ quod angulus αβμ angulo ζην est æqualis: & reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη est æqualis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; ostendemus quod & triangulum βμγ, æquiangulum est triangulo ηνθ, proportionaliter igitur est (per 3 sexti) sicut quidem αμ ad μβ, sicut ζν ad νη. Sicut autem βμ ad μγ, sic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. Sed sicut αμ ad μγ, sic triangulum αβμ ad triangulum μβγ, & αμε ad εμγ, ad seinuicem enim sunt: sicut bases (per 1 sexti). Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium (per 12 quinti) sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut igitur (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) triangulum αμβ ad triangulum βμγ, sic αβε ad γβε. Sed sicut αμβ ad βμγ, sic αμ ad μγ: & sicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ: sic triangulum αβε ad triangulum εβγ. Id propterea, & sicut ζν ad νθ, sic triangulum ζηλ ad triangulum ηλθ. Estq; sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. & sicut igitur (per 11 quinti, triangulum αβε ad triangulum βεγ, sic triangulum ζηλ ad triangulum ηλθ & uicissim (per 16 quinti) sicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ: sic triangulum βεγ ad triangulum ηλθ. Similiter quoq; ostendemus connexis βδ & ηκ. quod & sicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, sic triangulum εγδ ad triangulum λθκ. Et quoniam est sicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ, sic triangulum εβγ ad triangulum ληθ, & etiam triangulum εγδ ad triangulum λθκ, & sicut igitur (per 12 quinti, unum antecedentium ad unum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur triangulũ αβε ad triãgulum ζηλ, sic polygonũ αβγδε ad polygonũ ζηθκλ. Sed triangulum αβε ad triangulum ζηλ, duplam rationẽ habet, quam αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratione sunt similis ratiõis laterũ (per 19 sexti) & polygonũ igitur αβγδε ad polygonũ ζηθκλ: duplam habet rationẽ, quã αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & æqua ratione totis. & polygonum ad polygonum ὁμόλογον duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, quod demonstrare oportebat.

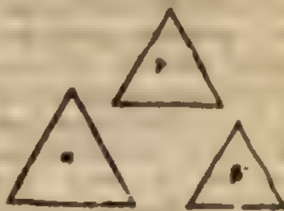
PRIMVM CORRELARIVM Proinde in uniuersum manifestum est, quod similes recti lineæ figuræ adinuicem in dupla sunt ratione, similis rationis laterum, & si ipsarum α β & ζ η propor tionalem accipiamus ξ, ipsa α β ad ξ duplam habet rationem quàm α β ad ζ η: habet autem & poligonũ siue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, α β ad ζ η: patuit autem hoc in triangulis. Similiter autem & in similibus quadratis ostendetur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterũ, patuit autem & in triangulis. Proinde etiam in uniuersum est manifestum, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: erit sicut prima ad tertiam: sic quæ à prima species ad eam quæ à secunda similis & similiter descripta est.

ALITER. Demonstrabimus aliter & expeditius, similis rationis esse triangula. Instituantur enim rursus α β γ δ ε, & ζ η θ κ λ polygona: & connectantur β ε, ε γ, η λ, & λ θ. Dico quod est sicut triangulum α β ε ad ζ η λ: sic ε β γ ad η λ θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim simile est triangulum α β ε triangulo ζ η λ: igitur (per 19 sexti, triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationem quàm β ε ad η λ. Id propterea & triangulum β ε γ, ad triangulum η λ θ duplam habet rationem, quàm β ε ad η λ. Est igitur sicut triangulum α β ε ad triangulum ζ η λ, sic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rursus quoniam triangulum ε β γ, simile est triangulo λ η θ: igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quam γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea, & triangulum ε γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Est igitur sicut triangulum β ε γ ad λ η θ, sic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & sicut ε β γ ad λ η θ: sic α β ε ad ζ η λ: & sicut igitur (per 11 quinti) α β ε ad ζ η λ sic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ κ: & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequẽtium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia: & reliqua ut in priore demonstratione: quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 I fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibijnuicem similes esse est.

CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c, d e f, similis pentagono g h k: dico eos esse similes sibijnuicẽ. Est enim uterq; eorum æquiangulus pentagono g h k: per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffinitionis, proportio a b ad g h. sicut a c ad g k. & g h ad d e, sicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e. sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos: esse proportionalia. Per diffinitionem itaque similium superficierum: ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 21.

21 Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

THEON ex Zamberto. Sit utrunq; ipsorum α, β, rectilineorum, simile ipsi γ. Dico quod & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ, æquiangulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) & quæ circum æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β simile est ipsi γ: æquiangulum igitur est & ei per eandem, & quæ circum æquales sunt angulos latera proportionalia habet: utrunq; igitur ipsorum α, β, ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti: & quæ circa æquales sunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipsi β æquiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est β ipsi α, quod oportebat demonstrare.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 21.

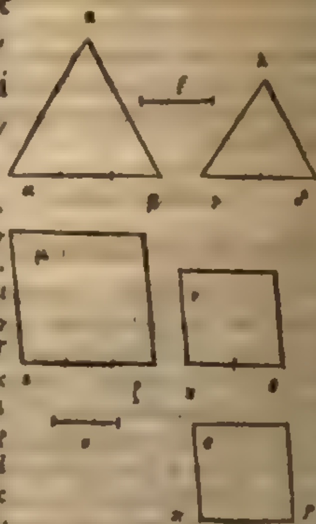
21 I fuerint quotlibet lineæ proportionales, atque super binas & binas similes superficies designentur, ipsæ quoq; superficies erunt proportionales. Si uero super binas & binas, similes superficies constitutæ fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

CAMPANVS. Si quatuor lineæ proportionales, a, b, c, d, sitq́; proportio a ad b, sicut c ad d: dico quod si superficies similes constituantur super a & b, utpote duo pentagoni similes, & aliæ similes constituātur super c & d, utpote duo anguli similes, erit ꝓportio pentagonorum sicut triangulorum. Quod si fuerint pentagoni similes & similiter triāguli similes, fueritq́; proportio pentagoni ad pentagonum sicut trianguli ad triangulū: dico quod erit ꝓportio a ad b sicut c ad d.

Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cōtinua proportionalitate, sicut docet 10 huius: eritq́; per 11 quinti, & per æquam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad f: quia ergo per correlarium 17 huius, proportio pentagonorum, est sicut a ad e & triangulorum sicut c ad f: erit ꝓportio pentagonorū sicut triangulorum: & hoc est primū. Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitq́; proportio pentagonorum, sunt triangulorum: dico quod proportio a ad b, est sicut c ad d. Sit enim c ad g, sicut a ad b, hoc enim qualiter fiat, dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quæ est constituta super lineā c: eritq́; per præmissam, similis ei quæ constituta est super lineam d: eritq́; etiam per primā partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triāgulum g: sed eadem erat etiā trianguli c ad triangulum d: ergo per secundam partē 9 quinti, triangulus d, est æqualis triangulo g. Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 7 huius, cum super lineas c d & g sint trianguli: uel secundum partē 18: cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim nō producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quoteslibet sumpta, nisi ex æquali; erit itaq; c ad d sicut a ad b: quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 22.

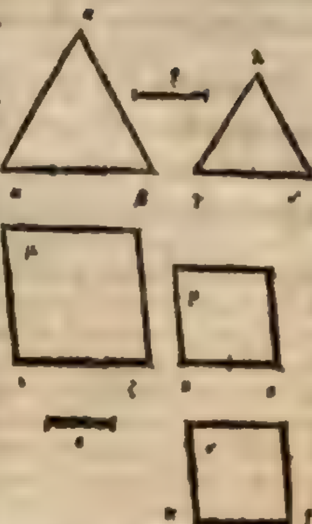
22 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint etiam quæ ab eis rectilinea similia similiterq́; descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, & ηθ. sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Describanturq́; (per 18 sexti) ab ipsis αβ & γδ, similia similiterq́; posita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipsis autem εζ & ηθ, per eandem similia similiterq́; posita rectilinea μζ & νθ. Dico quod est sicut καβ ad λγδ, sic est μζ ad νθ. Sumatur enim inq́; (per 11 sexti) ipsarū αβ & γδ tertia proportionalis ξ: ipsarum autem εζ & ηθ tertia proportionalis ο. & quoniam est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, sicut autem γδ ad ξ, sic ηθ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti, sicut αβ ad ξ, sic εζ ad ο. Sed sicut quidem αβ ad ξ, sic & καβ ad γδ (per correlarium secundum 20 sexti. Sicut autem εζ ad ο, sic μζ ad νθ. Sed iam esto, sicut καβ ad λγδ, sic μζ ad νθ. Dico quod est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 12 sexti) sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & describatur (per 18 sexti) ex πρ, utriq; ipsorum μζ & νθ simile, similiterq́; positum σρ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & de-*

scripta

pta sunt, ab ipsis quidē α β, & γ δ, similia similiterq; posita κ α β, & λ γ δ, ab ipsis autem ε ζ, & π ρ, similia similiterq; posita μ ζ, & σ ρ, est igitur sicut κ α β, ad λ γ δ, sic μ ζ, ad σ ρ, positū aūt est quod sicut κ α β, ad λ γ δ, sic μ ζ, ad ν θ, & sicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad σ ρ, sic μ ζ, ad ν θ, igitur (per 9 quinti) μ ζ, ad utrūq; ipsorū ν θ, & σ ρ, eādē habet rationē, æquale igitur est ν θ, ipsi σ ρ. Est aūt ei & simile similiter positū: æqualis igitur est η θ, ipsi π ρ. Et quoniā est sicut α β, ad γ δ, sic ε ζ, ad π ρ. æqualis autem est π ρ, ipsi η θ, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic ε ζ, ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erūt, & si ab ipsis rectilinea similia similiterq; descripta proportionalia fuerint, & ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt, quod demonstraſse oportuit.

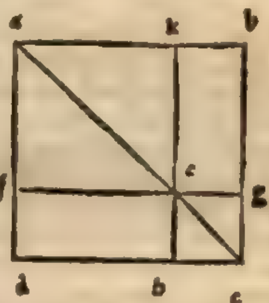


LEMMA. Quod autem si rectilinea æqualia & similia fuerint similis rationis latera ipsorum æqualia inuicem sunt, sic demonstrabimus, sint æqualia & similia rectilinea ν θ, & σ ρ, sitq; sicut θ η, ad θ ν, sic ρ π ad π σ. Dico quod æqualis est ρ π, ipsi η θ. Si autem inæquales sunt, earum altera maior est, sit maior ρ π, quàm θ η, & quoniam est sicut ρ π, ad π σ, sic θ η, ad η ν, & uicissim quoque (per 16 quinti,) sicut ρ π, ad θ η, sic π σ, ad η ν, maior autem est ρ π, ipsa θ η, maior igitur & π σ, quàm η ν. Quare & ρ σ, maius est ipso θ ν, sed & æquale (per hypothesin, quod est impoßibile, inæqualis igitur minime est π ρ, ipsi θ η, æqualis igitur. Quod demonstraſſe oportuit.

Eucli, ex Camp. Propositio 22

22 Vnctæ superficies æquidistantium laterum, quæ circa diametrū consistunt, toti parallelogrammo atque sibi inuicem sunt similes.

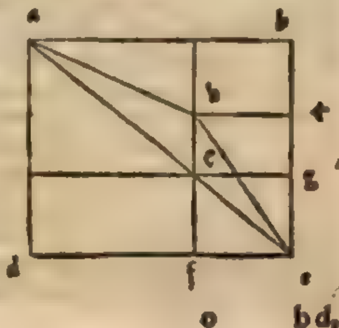
CAMPANVS. Sicut in parallelogrammo b d cuius diameter a c, consistant superficies g h & f k æquidistantium laterum circa diametrum dico eas esse similes toti parallelogrammo & sibi inuicem. est enim per secūdā huius, b g ad g c & d h ad h c, sicut a e ad e c. ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h. sicut a c ad c e, quare per 11 quinti. b c ad c g: sicut d c ad c h. sed etiā sicut a b ad e g cū a b sit æqualis d c. & e g. h c, eodē modo erit a d ad e h, sicut a b ad e g, & d c ad h c, quia ergo ista parallelogrāma sunt æquiangula. cōstat per diffinitionem similium superficierum g h esse simile b d. Simili quoque modo probatur f k esse simile eidem, propter hoc qd' b a ad a k & d a ad a f. est sicut c a ad a e per secundam huius & coniūctam proportionalitatem, quare per 21 huius f k, est etiam simile g h, sitq; patet totum.



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 Si in suo spatio parallelogrammum partiale distinctum toti parallelogrammo simile atque secundum suum illius esse fuerit, circa eiusdem diametrum consistit.

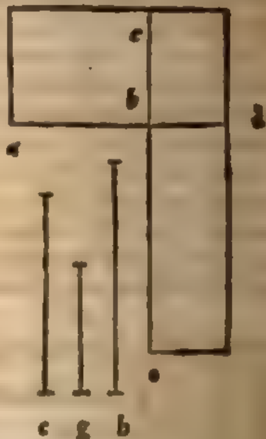
CAMPANVS Sit ut in parallelogrammo b d sit distinctum parallelogrammum f g, quod sit ei simile & secūdum suū esse id est participās cum eo in angulo c. dico quod parallelogrammum f g consistit circa diametrum parallelogrāmi b d, & est hæc conuersia præcedentis, producam enim a e c, quæ si fuerit diameter parallelogrāmi b d, constat propositū. Sin autem sit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidistās f c, eritque per præmissam parallelogrammum f k, simile parallelogrammo b d. ergo per conuersionem diffinitionis similium superficierum proportio b c ad k c, est sicut d c ad f c: sed per eandem conuersionē dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c est sicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, positum est simile parallelogrāmo



b d, ergo per 11 quinti proportio b e ad g e, est sicut b e ad k e, utraque enim est sicut d e ad f e, quare per secundã partẽ nonæ quinti, g e est æqualis k e pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis proportio alterius ad alteram, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterũ duos æquos angulos continentiũ.

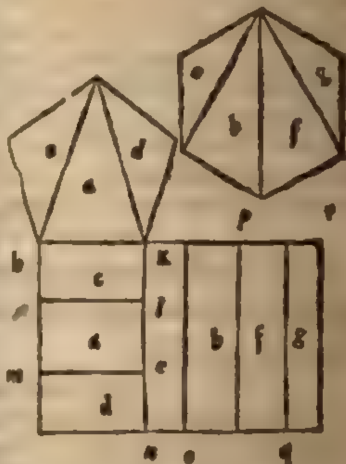


CAMPANVS Sint duæ superficies æquidistãtium laterum, a c & c d, sitque angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quod proportio unius ad alterã producta ex proportione a b ad b d. & c b ad b e, disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 11 huius adiuncto ad utranque parallelogrammo c d. & ponã ut proportio lineæ f ad lineam g, sit sicut a b ad b d, & g ad h sicut c b ad b e, qualiter enim hoc fiat, dictum est supra 8. huius, eritque per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, sicut f ad g, & c d ad d e, sicut g ad h, quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: sicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c ad d e, producatur ex eisdem. quare constat propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 Datæ superficiei similem, aliĳq; propositæ æqualem designare.

CAMPANVS Sint propositæ duæ superficies rectilineæ. A. pentagona. B. hexagona: uolo facere unam superficiem similem A, & æqualem B, utramq; propositarum superficierum resoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uero, in triangulos e b f g. & super basin trianguli a, quæ sit h k: cõstituo secũdũ doctrinã 44 primi superficiẽ æquidistãtiũ laterũ rectãgulã, æqualẽ c: quæ sit h l, & l m æqualẽ d, ut sit tota superficies: æquidistãtiũ laterũ h n, cõstituta super basin k: æqualis pentagono A. Eodem modo super lineam k n quæ est secundũ latus huius superficiei h n, constituo aliã superficiem rectangulam æqualem hexagono B: quia facio k o æqualem e: & o p: æqualem b: & p q, æqualem b f: & q r, æqualẽ g: ut sit tota rectangula superficies n r, æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineã s t, proportionalẽ inter lineã h k & lineã k r, & super eam secundũ doctrinã 19 huius, constituo superficiem u similem superficiei A, dico ipsam esse quã quærimus, & æqualẽ superficiei B. Cum enim tres lineæ h k s t, & k r sint continue proportionales, & super primã & secundam sint constitutæ superficies similes uidelicet A & u, erit per correlariũ 17 huius. A ad u, sicut h k ad k r, quare (per primã huius) sicut h n ad n r. & ideo per primam partẽ 7 quinti, sicut A ad n r. & propter hoc per secundã partẽ eiusdẽ, sicut A ad B. itaque per secundã partẽ 9 quinti: u est æqualis B: quod est propositum. Hoc etiam possumus ex permutata proportionalitate facile probare: quia cũ sit A ad u sicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n sicut u ad n r. & quia A est æqualis h n: erit u æqualis n r: quare u est etiam æqualis B per hanc cõmunẽ scientiã: quæcũq; uni & eidẽ sunt æqualia, inter se sunt æqualia. Nõ est autem necessarium ut superficies h l, l m: & m n æquidistantium laterũ æquales triangulis c a d: aut superficies k o, o p, p q & q r æquales triangulis e b f h, sint rectangulæ: sed ut angulus ex





trin

trinsecus superficiei l m, sit æqualis angulo intrinseco superficiei l h: & extrinsecus m n intrinseco m l. Similiter quoque ut extrinsecus superficiei k o, sit æqualis intrinseco superficiei h n. & extrinsecus o p, intrinseco k o, sicq; de cæteris. Cũ enim sic fuerit erit unaquaque linearum k n & sibi opposita h m, itemque h r, & sibi opposita n q, linea una per ultimam partem 29 primi & per 14 eiusdem quoties oportuerit æqualiter repetitas, propter id quod omnes superficies h l, l m, & m n, itemq; k o, o p, p q, & q r, sunt æquidistantium laterum, & angulus extrinsecus cuiusque sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis. quare duæ superficies h n & n r, erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistãtes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto sequentes propositiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerso respondent, prima tertiæ, secunda primæ, tertia quartæ, quarta secundæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 23

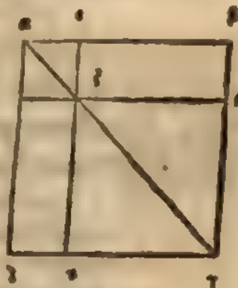
23 Æquiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zamberto. Sint æquiangula parallelogramma α γ, & γ ζ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ η. Dico quod parallelogrammũ α γ, ad parallelogrammũ γ ζ, rationẽ habet compositã ex lateribus, hoc est ex ea, quam habet β γ, ad γ η, & ex ea, q̃; habet δ γ, ad γ ε. Ponatur enim, (per 14 primi,) ut sit in rectas lineas β γ, ipsi γ η, in rectas lineas igitur est (per eãdẽ) δ γ, ipsi γ ε. Cõpleaturq; parallelogrãmũ δ η, & ponatur quædã recta linea κ, & fiat (per 12 sexti,) sicut quidẽ β γ, ad γ η, sic κ, ad λ. sicutq; δ γ, ad γ ε, sic λ ad μ. proportiões igitur ipsius κ, ad λ, & ipsius λ, ad μ, eædẽ sunt ipsis ratiõibus laterum β γ, ad γ η, & ipsius δ γ, ad γ ε. Sed ipsius κ, ad μ, ratio, componitur ex ratione ipsius κ, ad λ, & ipsius λ, ad μ. Quare & κ ad μ, rationẽ habet compositã ex lateribus. Et quoniã est sicut β γ, ad γ η, sic α γ, parallelogrãmum ad γ θ (per primam sexti,) sed sicut β γ, ad γ η, sic κ, ad λ, & sicut igitur (per 11 quinti,) κ, ad λ, sic α γ, ad γ θ. Rursus quoniã est sicut δ γ, ad γ ε, sic γ θ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammum, sed sicut δ γ, ad γ ε, sic λ, ad μ. & sicut igitur (per eandẽ) λ ad μ, sic γ θ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammũ. Quoniã igitur ostensum est quod sicut quidẽ κ ad λ, sic α γ, parallelogrammũ ad γ θ, parallelogrammũ, sicut autẽ λ ad μ, sic γ θ, parallelogrãmũ, ad γ ζ, parallelogrãmũ: ex æquo igitur (per 22 quinti) sicut κ ad μ, sic α γ parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrãmũ. At κ ad μ, rationem habet compositam ex lateribus, & α γ, parallelogrammum igitur ad γ ζ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationem habent compositam ex lateribus, quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 24

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma, similia sunt toti. & adinuicem.

THEON ex Zamberto. Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uero illius α γ, circum autem α γ parallelogramma sint ε η, & θ κ. Dico quod utrumque ipsorum ε η, & θ κ, parallelogrammorum, simile est toti α β γ δ, & adinuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est parallelus ε ζ, proportionaliter est (per 2 sexti,) sicut γ ζ, ad ζ α, sic β ε ad ε α. Sed sicut γ ζ, ad ζ α, sic ostensa est & β ε, ad ε α. Et sicut igitur (per 11 quinti) β ε, ad ε α, sic δ η, ad η α, & componendo igitur (per 18 quinti) sicut β α, ad ε α, sic δ α, ad α η, & per 16 quinti) sicut β α, ad α δ, sic ε α, ad α η: parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η: proportionalia sunt latera, quæ circum communẽ angulum β α δ sunt: & quoniam parallelus est η ζ, ipsi δ γ, æqualis est (per 29 primi) angulus α η ζ, angulo α δ γ, & qui sub η ζ α, ei qui sub δ γ α, & communis duorum triãgulorũ α δ γ, & α ζ η: angulus qui sub δ α γ. Aequiangulũ igitur est triangulũ δ α γ, triangulo α η ζ. Idq; propterea, & triangulũ α β γ, æquiãgulum est triangulo α ε ζ, & totum α β γ δ, parallelogrammum ipsi ε η, parallelogrãmo æquiangulum est. proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut α δ, ad δ γ, sic α η, ad η ζ, sicutq; δ γ, ad γ α, sic η ζ, ad ζ α. Sicut autem α γ, ad γ β, sic α ζ, ad ζ ε, & insuper sicut γ β, ad β α, sic ζ ε, ad ε α. & quoniam ostensum est sicut quidem δ γ ad γ α, sic η ζ, ad ζ α, sicut uero α γ, ad γ β, sic α ζ ad ζ ε: ex æquo igitur est (per 22 quinti) sicut δ γ ad γ β, sic η ζ, ad ζ ε. Parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia sunt latera:



quæ circum æquales angulos. Simile igitur est (per primam diffinitionẽ sexti) parallelogrammũ α ϐ γ δ. parallelogrammo ι η. id propterea, & parallelogrammum α β γ δ. parallelogrammo α θ, est simile, utrumq; igitur ipsorum θ η & θ α, parallelogrammorum ipsi α ϐ γ δ. parallelogrammo simile est. Quæ autem eidem rectilineo similia, & sibi inuicem sunt similia (per 21 sexti) igitur & ι η, parallelogrammum ipsi θ α, parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogrãma, similia sunt toti & adinuicem, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 25

25 Dato rectilineo simile, & aliȷ dato æquale idem constituere.

ΘΕΟΝ ex Zamberto. *Sit quidem datum rectilineum cui oportet simile constituere, α ϐ γ, cui autem oportet æquale, δ, oportet iam ipsi α β γ. simile, ipsi autem δ æquale, idem constituere. prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ. ipsi triangulo α ϐ γ, æquale: parallelogrammum ϐ ε, & ad γ ε. ipsi δ, æquale parallelogrammum γ μ, in angulo qui sub ζ γ ε. qui æqualis est ei qui sub γ ϐ δ. In rectam lineam igitur est (per 14 primi, ϐ γ, ipsi γ ζ: & λ ε, ipsi ε μ. Sumatur q; (per 13 sexti,) ipsarum β ι, & γ ζ, media proportionalis η θ. describaturq; (per 18 sexti, ex η θ. ipsi α ϐ γ, simile, similiterq; positum α η θ. Et quoniam est sicut ϐ γ, ad η θ. sic η θ, ad γ ζ. si autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam sic quæ à prima est species ad eam quæ à secũda similis similiterq; descripta: est igitur (per correlarium secundũ 20 sexti) sicut β γ, ad γ ζ, sic triangulum α β γ, ad triangulum α η θ. Sed sicut ϐ γ, ad γ ζ. sic ϐ ε, parallelogrãmum ad ε ζ, parallelogrammum. Et sicut igitur (per primam sexti) triangulum α β γ, ad triangulum α η θ, sic ϐ ε, parallelogrammum ad ε ζ. parallelogrammum: uicissim quoque igitur (per 16 quinti) sicut triangulum α ϐ γ, ad ϐ ε, parallelogrammum, sic triangulum α η θ, ad parallelogrammum ε ζ, æquale autem est triangulum α β γ. parallelogrammo ϐ ε, æquale igitur est triãgulum α η θ, ipsi ε ζ, parallelogrammo: sed parallelogrammum ε ζ. ipsi δ est æquale, & α η θ, igitur, ipsi δ est æquale, est autem α η θ. ipsi α β γ simile, Dato igitur rectilineo α β γ, simile, & aliȷ dato δ, æquale, idem α η θ, constitutum est, quod facere oportebat.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 26

26 Si à parallelogrãmo parallelogrammũ auferatur, simile toti & similiter positum, communem angulũ habẽs ei, circũ eundẽ dimetientem est toti.

ΘΕΟΝ ex Zamberto. *A parallelogrammo enim α β γ δ, parallelogrãmum auferatur α ζ, simile ipsi α β γ δ, & similiter positum, cõmunem angulũ habens ei qui sub δ α β. Dico quod circum eandem diametrum est α ϐ γ δ, ipsi α ζ. Non enim: at si possibile est, sit eorum dimetiens α η γ. & excutetur (per 31 primi, ab θ utrique ipsarum α δ, & ϐ γ, parallelus θ κ. Quoniã igitur circum eandem dimetientem est α β γ δ, ipsi κ η, simile est (per 24 sexti,) α ϐ γ δ, ipsi κ η, est igitur sicut δ α, ad α ϐ sic θ α, ad α κ, (per conuersionem 1 diffinitionis sexti. Est autẽ propter similitudinem ipsorũ α β γ δ, & ε η, sicut δ α, ad α β, sic η α, ad α ε. Igitur per 9 quinti,) θ α, ad utrãque ipsarum α κ, & α ε, eandem habet rationem, æqualis igitur est α κ, ipsi α ε, minor maiori, quod absurdum est. Igitur α ϐ γ δ, non est circa eandem dimetientem ipsi α η Circa eandem igitur dimetientem est α ϐ γ δ. parallelogrammum, ipsi α ζ, parallelogrammo. Si à parallelogrammo igitur parallelogrãmũ auferatur, simile toti & similiter positum cõmunem angulũ habens ei, circa eandem dimetientem est toti. Quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 

Vper dimidium datæ lineæ parallelogrammum designatum. maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deest ad completionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

CAMPANVS Sit data linea a b, super cuius dimidium c b, constituatur parallelogrammũ c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrãmũ a f. cuius unũ latus secet e c in pũcto g ita quod a 1 complementũ totius lineæ a b desit superficies f b quæ sit similis superficiei c d, & cõsistens circa diametrũ eius dico tũc q parallelogrãmũ c d est maius parallelogrãmo a f. Est enim per 1 huius, a g: æquale g b, & per 43 primi, c f æquale f d, ergo per hãc cõmunẽ sciẽtiã si æqualibus æqualia addas tota quoq; fient æqua-

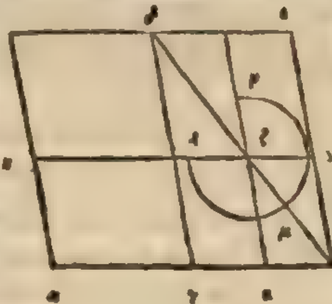


æqualia, erit gnomo constans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrãmo a f, quare parallelogrammũ c d, est maius parallelogrãmo a f, in parallelogrammo e f, quod est propositũ. Idẽ etiã esset si superficies a f fieret altior superficie c d: ut uidere potes in secũda figura in qua etiã per primã huius a g: est æquale g b: demptis itaq; utrinq; duobus supplemẽtis superficiei f b: excedet parallelogrammum c d, parallelogrammũ a f in parallelogrammo f e.

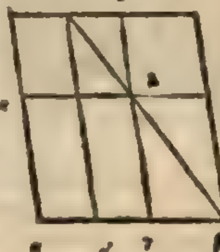
Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 27

27 Omnium parallelogrammorũ ad eandem rectam lineã* proiectorum deficiẽtiumq́;* specie parallelogrammis, similibus, similiterq́; positis ei quod à dimidia descriptum est, maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum simile existẽs* sumpto. παραβαλλομένων applicatorum. εἴδει, id est figuris. ἐλλείπουσι, id est deficienti.

THEON ex Zãb. *Sit recta linea αβ, & secetur (per 10 primi,) bifariam in γ, prætenditur quoque (per 28 sexti,) ad αβ, rectam lineam, parallelogrammũ αδ, deficiens specie parallelogrammo δβ, simili, similiterq́; descripto ei quod à dimidia ipsius αβ, hoc est γβ. Dico quod omniũ ad αε, comparatorum parallelogrammorum & deficiẽtium specie parallelogrammis similibus similiterq́; positis ipsi δε, maximum est αδ. Prætendatur enim ad αβ, rectam lineam parallelogrãmũ αζ, deficiens specie parallelogrãmo ζε, simili similiterque posito ipsi δε. Dico quod maius est αδ, ipso αζ. Quoniã enim simile est δβ, parallelogrammũ ipsi ζβ, parallelogrãmo: circũ eandẽ igitur sunt demetientẽ (per 26 sexti,) excitetur eorũ dimetiens δε, & describatur figura. Quoniam igitur (per 42 primi) æquũ est ζγ, ipsi ζι, cõmune apponatur ζβ, totũ igitur γε toti ει, est æquale. Sed γθ, ipsi γη, est æquale (per 36 primi) quoniã & recta αγ, rectæ γβ æqualis. Igitur ηγ, ipsi ει, est æquale. Cõmune apponatur γζ, totũ igitur αζ, toti λμν, gnomoni est æquale. Quare parallelogrãmũ δε, hoc est αδ, hoc est αδ, ipso αζ, parallelogrãmo maius est, omnium igitur ad eandem lineam consistentium parallelogrammorũ & deficientium specie parallelogrammis, similibus, similiterque positis ei quod à dimidia describitur: maximũ est quod à dimidia comparatum est, quod oportebat demonstrare.*

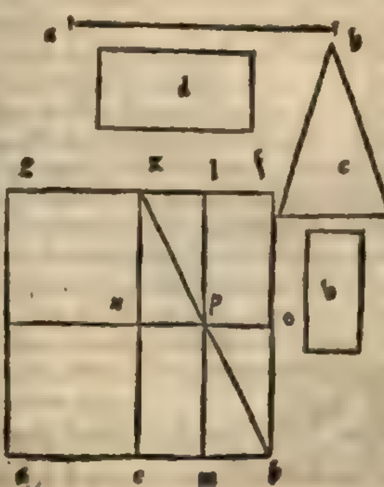


ALITER *Sit enim rursus αβ, dissecta bifariam in γ, & comparatũ αλ, deficiens specie ipso λε. Comparetur q́; rursus ad αβ, parallelogrammũ αι, deficiens ipso ιβ, simili similiterq́; posito ipsi λε, quod à dimidia fit ipsius αβ. Dico quod à dimidia comparatum, αλ maius est ipso αι. Quoniã enim simile est ιε: ipsi λε, circum eãdem dimetientem sunt (per 26 sexti. Sit eorum demetiens ιε, describaturq́; figura, & quoniã æquũ est λζ, ipsi λθ, quoniã & recta ζη, rectæ ηθ, est æqualis: maius igitur est λζ, ipso ηι, æquũ autem est λζ ipsi δλ, maius igitur est & δλ ipso ηι, commune esto αδ, totum igitur αλ, toto αζ, maius est quod demonstrare oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 TRilatera superficie ꝓposita æquũ ei super quãlibet assignatã lineam parallelogrãmũ designare, cui desit ad cõplendã lineã alij superficiei propositæ simile parallelogrammũ quod secundum eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datæ lineæ collocato minime maius existat.



CAMPANVS Sit assignata linea a b. & propositus triangulus c, propositumq́; parallelogrammũ d. uolo super lineam a b: designare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quod desit ad cõplendam

dam lineam a b parallelogrammũ simile d:& sit ita conditionatum quod triangulus c non sit maior parallelogrãmo simili d.collato super dimidium lineæ a b. alioquin ad impossibile laboraretur.per præmissam. Diuido igitur lineã a b per æqualia in pũcto e & secũdũ doctrinã 19 huius super eius eius medietatẽ b e cõstituo parallelogrammũ e f simile d,& cõplebo super totã lineã a b:parallelogrãmũ b g. Quia igitur c nõ est maior parallelogrãmo e f,sed æqualis ei aut minor sicut positũ est.si fuerit ei æqualis.erit parallelogrãmũ e g quale intẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte 9.& per diffinitionẽ similiũ superficierũ & 10 huius. Si aũt minor,sit minor in superficie aliqua, cui æqualis & similis d fiat secũdũ doctrinã 25 huius quæ sit h.eritque h similis e f per 20 huius.quare per cõuersionẽ diffinitionis,æquiangula sibi & proportionaliũ laterũ.protrahã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k,& resecabo latera k f,& e k superficiei e f,ad mẽsurã laterũ superficiei h. protractis lineis l m & n o æquidistantibus lateribus superficiei e f.secantibus se in pũcto p,ut superficies k p sit æqualis & similis superficiei h eritq́ per 23,huius pũctũ p,in diametro k b:protracta itaq́ o n usq́ ad a d.dico parallelogrãmũ a p esse quale proponitur. Deest enim sibi ad cõplementũ lineæ a b parallelogrammũ p b,quod per 22 & 23 huius est simile parallelogrãmo d. Sed ipsum etiã parallogrãmũ a p est æquale triãgulo c Est enim per primã huius,a n æquale n b,ergo per 43 primi,& hãc cõmunẽ scientiã si æqualibus æqualia addas,tota quoque fient æqualia. parallelogrãmũ a p:est æquale gnomoni n b l,& quia iste gnomo est æqualis triãgulo c propter id quod parallelogrammum e f positum fuit esse maius triangulo c in parallelogrammo h,quod est æquale parallelogrammũ k p,patet propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 8 Propositio 28

28 Ad data rectã lineã dato rectilineo æquale parallelogrãmũ cóparare,deficiẽs specie parallelogrãmo simili dato. Oportet iã datũ rectilineũ cui expedit æquũ cóparare,nó maius esse eo qđ à dimidia cóparatũ similibus existẽtibus sũptis & eius quod à dimidia & cui expedit simile deficere,

THEON ex Zãb. Sit quidẽ data recta linea α ϐ. datũ uero rectilineũ cui oportet æquũ prætẽdere ad α ϐ.sit illud γ,nõ maius existẽs eo quod à dimidia cõparatũ est similibus existẽtibus sũptis,cui autẽ expedit simile deficere, δ,oportet iã ad datã rectã lineã α ϐ,dato rectilineo γ æquale parallelogrãmũ prætẽdere deficiẽs specie parallelogrãmo simili existẽte ipsi δ. Secetur(per 10 primi) α ϐ bifariã in signo ε. Describaturq́(per 18 sexti,ab ε ϐ,ipsi δ,simile similiterq́ positũ ε ϐ ζ η. Cõpleaturq́ α η.parallelogrãmũ. Iã α η, aut æquũ est ipsi γ,aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ est α η,ipsi γ,quod quærimus factũ iam est. Cõparatũ siquidẽ esset ad datã rectã lineã α ϐ, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ α η deficiẽs specie parallelogrãmo η ϐ,simili ipsi δ. Si aũt nõ est maius θ ε,ergo γ,æquale autẽ θ ε, ipsi η ϐ,maius igitur & η ϐ,quã γ Quo aũt maius est η ϐ,quã γ,tali excessui(per 25 sexti) æquale,ipsi δ,simile similiterq́ positũ idẽ cõstituatur κ λ μ ν. Sed ipsi η ϐ.ipsum δ est simile. & κ μ,igitur,ipsi η ϐ,est simile. Esto igitur similis rationis κ λ,ipsi η ε,& λ μ,ipsi η ζ. Et quoniã æquũ est η ϐ,ipsis γ κ μ,maius igitur est η ϐ,quàm κ μ. Maior igitur est η ε,quàm κ λ,& η ζ,quàm λ μ,ponatur(per 11 primi) ipsi quidẽ κ λ æqualis η ξ,ipsi aũt λ μ,æqualis η ο,& cõpleatur parallelogrãmũ ξ η ο π. Aequũ igitur est & simile η π ipsi κ μ. Sed κ μ,ipsi η ϐ.est simile,& η π igitur ipsi η ϐ,est simile. Circũ eãdẽ dimetientẽ.(per 26 sexti) igitur,est η π,ipsi η ϐ, Sit eorũ dimetiẽs η π ϐ,& describatur figura. Quoniã igitur æquũ est ϐ η,ipsis γ & κ μ quorũ η π ipsi κ μ,est æquale reliquus igitur υ φ χ,gnomon reliquo γ est æqualis,& quoniam æquum est ο ρ. Totum igitur ο ϐ,toti α ϐ,est æquale. Sed ξ ϐ.ipsi τ ε,est æquale: quoniã & latus α ε,lateri ε ϐ,est æquale,& τ ε,igitur,ipsi ο ϐ.est æquale. Cõmune applicetur ξ ζ,totum igitur τ σ toti φ χ υ,gnomoni æquũ est. Sed φ χ υ gnomon ipsi γ,ostẽsum est quod est æqualis,& τ σ igitur:ipsi γ æquũ est. Ad datam rectã lineã igitur α ϐ,dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ comparatum est τ σ deficiens specie parallelogrãmo π ϐ,simili existẽti ipsi δ,quoniam π ϐ,ipsi η π,simile est. Quod erat propositum.

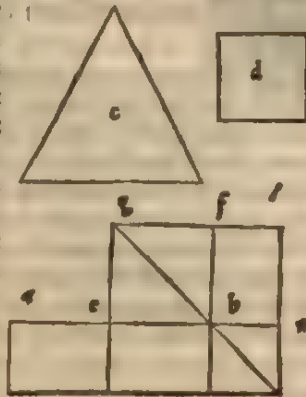
Eucli.ex Camp. Propositio 30



30 SVper datã lineã datæ superficiei trilateræ æquũ parallelogrãmũ cóstituere,quod addat super cópletionẽ datæ lineæ superficiem æquid-

quidistantium laterum datæ superficiei æquidistantium laterū similem.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triāgulus c, datūq́ parallelogrāmum d, uolo super lineā a b cōstituere parallelogrammū æquale triāgulo c. quod addat super totā lineā a b, parallelogrāmū simile d. Diuido lineā a b per æqualia in puncto e. & super eius medietatē e b. facio e f similē d, secundū quod docet 19 huius, & secundum doctrinā 25 huius, facio k l cuius diameter g h, similē d & æqualē duabus superficiebus e f & c. eritq́ per 20 huius k l similis e f. Superposita igitur superficie k l superficiei e f ita quod ambæ cōmunicent in angulo g: erit per 25 huius superficies e f, cōsistēs circa diametrū superficiei k l: quare punctū b est in diametro g h, cōplebo igitur parallelogrāmū a h: quod dico esse quale proponitur. quod cōstat protractis linea f b usque ad m. & linea e b, usque ad n. Est enim per primā partē huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi est etiā æquale n f, addito ergo utriq́ e h. erit per cōmunē sciētiā a h æquale gnomoni e h f, sed iste gnomo est æqualis triāgulo c. quia parallelogrāmū k l positum fuit æquale duabus superficiebus c & e f. ergo parallelogrammum a h est æquale c, & addit ad cōplementum lineæ a b parallelogrammum m n, quod per 24 & 20 huius est simile parallelogrāmo d, quare cōstat perfectum esse quod uolumus.

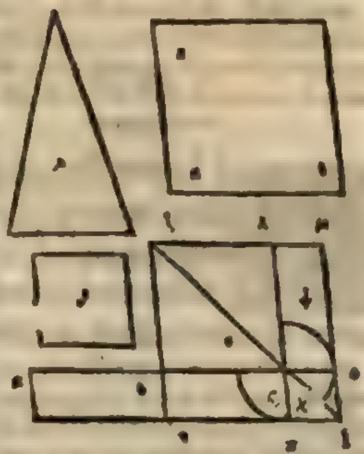


CAMPANI additio Possumus aut ad lineam datam adiūgere parallelogrammum æquale nō solū trilateræ superficiei positæ, sed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propositæ quæcūq́ ipsa fuerit: cui desit ad cōplendā lineā datā superficiei æquidistātiū laterū propositæ sicut docet præmissa, obseruata cōditione eius ne laboretur ad impossibile per ante præmissam. uel qđ addat super cōpletionē lineæ superficiē æquidistantiū laterū similē superficiei propositæ sicut proponit cōclusio præsens Propositā enim superficiem cui æquale parallelogrāmum debet ad lineā datā adiūgi quod addat aut diminuat ad cōpletionē lineæ parallelogrammū simile parallelogrāmo dato: resoluemus in triāgulos, & ipsis mediātibus describemus superficiē æquidistātiū laterum. totali superficiei propositæ æqualē, hoc autē qualiter fiat & si scire uolueris: require 25 huius. Dehinc super duplū basis eius æqualis altitudinis triāgulū cōstituemus, quē (si 41 primi diligēter inspexeris) parallelogrammo prius designato inuenies esse æqualē, quare & superficiei propositæ, huic ergo triāgulo si æquale parallelogrāmū ad lineam datā adiūxeris quod addat ad cōplementum lineæ aut minuat parallelogrammū simile parallelogrāmo dato secundū qđ docet hæc & præmissa: quod propositū erat te perfecisse non dubites.

Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 29

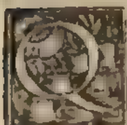
29 Ad datā rectā lineam, dato rectilineo æquale parallelogrāmū prætēdere, excedēs specie parallelogrāmo simili dato.

THEON ex Zāb. Sit quidē data recta linea α β, datū uero rectilineū cui expedit ad α β, æquale parallelogrāmū prætēdere γ. Cui aūt oportet simile prætēdere δ, oportet iā ad α β, rectā lineā ipsi γ, rectilineo æquum parallelogrāmū prætēdere excedēs specie parallogrāmo simili ipsi δ. Secetur (per 10 primi,) α β, bifariā in ε, & describatur (per 6 sexti) ex ε β ipsi δ simile similiterq́; positū parallelogrāmū β ζ, & ambobus qdē β ζ γ æquale, ipsi aūt δ, simile similiterq́; positū, idē cōstituatur η θ. Simile igitur est η θ, ipsi β ζ. Similis aūt ratiōis esto κ θ, ipsi ζ λ, & η κ, ipsi ζ ε. Et quoniā maius est η θ, ipso ζ β, maior igitur est quidē κ θ, ipsa ζ λ. & κ η, ipsa ζ ε. Extendātur ζ λ, & ζ ε, & ipsi quidē κ θ, æqualis esto ζ λ μ, ipsi autē κ η, æqualis esto ζ ε ν. Cōpleaturq́; μ ν. Igitur μ ν, ipsi η θ, æquū est & simile, sed η θ, ipsi ε λ est simile. Igitur (per 26 sexti) μ ν ipsi ε λ est simile, circum igitur eādē diametrū cōsistūt ε λ & μ ν. Excitetur eorū dimetiēs ζ ξ, & describatur figura. Quoniā igitur æquū est ζ θ ipsis ε λ et γ. sed η θ, ipsi μ ν, est æquale, & μ ν igitur ipsis ε λ γ, est æquale. Cōmune auferatur ε λ, reliquus igitur ψ χ φ gnomō ipsi γ est æqlis. Et quoniā α ε, ipsi ε β: est æqlis æquū est per 36 primi et α ν ipsi ν β hoc est (per 43 primi) ipsi λ ο. Cōe apponatur



ponatur ι ζ, totum igitur α ζ, æquum est ipsi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis est ipsi γ. Igitur α ζ, ipsi γ est æquale. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum est α ζ, excedens specie parallelogrammo π ο simili existente ipsi δ. Igitur δ, simile est ipsi β ζ, & β ζ, ipsi ο π, est simile, circum enim eandem dimetientem consistunt, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 Vamlibet lineam propositam, secundum proportionem habentem medium duóque extrema secare.

CAMPANVS Sit proposita linea a b: quam uolo diuidere secundũ proportionem habentẽ mediũ & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum b c: & ad eius latus a c adiungo secundũ quod docet præmissa, parallelogrammũ c d æquale quadrato b c: quod sit simile b c, sitque latus parallelogrãmi c d. quod æquidistat a c: d e, & secet lineã a b in puncto f. Dico, lineã a b esse diuisam in puncto f sicut proponitur. Est enim a d quadratũ, propter id quod est simile b c, quare a f, est æquale f d, sed & f e est æqualis a b: propter id quod est æqualis a c per 34 primi, & quia c d æquale b c: dempto ab utroque c f erit a d æquale e b, & angulus f unius angulo f alterius, ergo per 15 huius latera sunt mutekesia: ergo e f ad f d sicut a f ad f b: & quia e f est æqualis a b, & f d: erit a b ad a f sicut a f ad f b: ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idẽ etiã potest demõstrari ex 11 secũdi. Diuidatur enim a b in puncto f: secundũ quod docet 11 secundi, sitque e b quod continetur sub tota a b & eius parte f b: ita quod f e sit æqualis a b & a d sit quadratum a f: est itaque per prædictã 11 secũdi e b: æquale a d. Quod restat arguere ut prius per 15 huius, uel sic: cum A b sit diuisa in puncto f secundum quod docet 11 secundi: quod fit ex a b prima in f b tertiam est æquale quadrato a f secundæ: ergo per secundã partem 16 huius proportio a b primæ ad a f, secũdam est sicut a f secundæ ad f b tertiã: per diffinitionem itaque diuisa est a b ut proponitur.

Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 30

uel secare Datam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione dispescere.

THEON ex Zamberto. Sit data recta linea terminata α β, oportet iam ipsam α β. rectam lineam extrema & media ratione *dispescere. Describatur enim, (per 46 primi) ex α β, quadratum β γ. Comparetur que (per 29 sexti,) ad α γ, ipsi β γ, æquum parallelogrammũ γ δ excedens specie α δ, simili ipsi β γ. Quadratũ autẽ est β γ, quadratũ igitur est & α δ, & quoniã æquũ est β γ, ipsi γ δ, cõmune auferatur γ ε, reliquum igitur β ζ, reliquo α δ est æquale, est autẽ & æquiangulũ. Igitur (per diffinitionem 1 tertij, & per 14 sexti) ipsorum β ζ, & δ α, reciproca sunt latera: quæ circũ æquales angulos. Est igitur sicut ζ ε, ad ε δ, sic α ε, ad ε β. Aequalis autem est ζ ε, ipsi α γ, hoc est ipsi α β. Ipsa autẽ ε δ, ipsi α ε. Est igitur sicut β α, ad α ε, sic α ε, ad ε β, maior autem est (per 34 primi,) α β, quàm α ε: maior igitur est & α ε, quàm ε β. Igitur α β, recta linea extrema & media ratione secta est, in ε, & maius segmentum ipsius est α γ, quod fecisse oportuit.

*uel

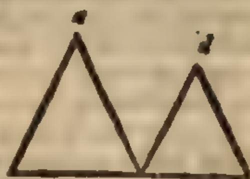
ALITER Sit data recta linea α β, oportet ipsam iã α β, extrema, & media ratione secare, secetur enim α β, in γ. (per 11 secundi): ut quod sub α β, & β γ, æquum sit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniã igitur quod sub α β & β γ. æquũ est ei quod ex γ α, est igitur (per 17 huius) sicut β α, ad α γ sic α γ, ad γ β. Igitur α β, media & extrema diuisa est ratione in γ, quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 I fuerint duo anguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistet, fuerintq́ illa quatuor latera secundum æquidistantiam relata, proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

CAMPANVS Sint duo anguli a b c, d c e constituti super angulum a c d, sitque a c æquidistans d e & d c: a b, & sit proportio a c ad d e, sicut a b ad d c, dico quod duæ bases eorũ b c & c e, sunt linea una. Est enim angulus a æqualis angulo d: quia uterq́ eorũ est æqualis angulo a c d per primam partem 29 primi, igitur per præsentem hypothesin

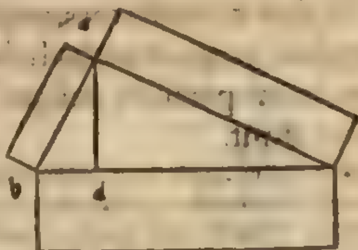
sin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli, & angulus b, est æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 32 primi tres anguli qui sunt ad c, sunt æquales duobus rectis, ipsi enim æquãtur tribus angulis utriusli-bet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, est linea una quod est propositũ.



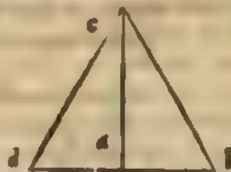
Eucli. ex Camp. *Propositio 31*

31 N omni triãgulo rectãgulo superficies lateris quod subtẽditur angulo recto, æqualis est superficiebus duorũ laterũ angulũ rectum continentiũ pariter acceptis, cũ fuerint similes ei in lineatione & creatiõe.

CAMPANVS Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis, proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus, unde hæc est illa tanto uniuersalior, quanto superficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod superficies constituta super latus b c, est æqualis duabus superficiebus constitutis super a b & a c, cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpẽdicularẽ a d, ad lineam b c, eritq́ per secundam partẽ correllarij 8 huius, proportio b c ad c a, sicut c a ad d c, & c b ad b a, sicut b a ad d b. Si itaque super quãlibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ, erit per correllarium 17 huius proportio superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super c a secũdam, sicut b c primæ ad d c tertiam: & itẽ eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secundã: sicut b c primæ ad d b tertiam per idẽ correlariũ. Quare per conuersam proportionalitatẽ superficiei a c ad superficiẽ c b, sicut c d ad c b, & similiter superficiei a b ad superficiem b c, sicut b d ad superficiẽ b c, & ponatur a c prima & c b secunda & quarta: & c d superficies tertia, & a b superficies quinta, & b d superficies sexta, & arguatur per 24 quinti quod proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cõstitutas super c a & c b simul: est sicut b c ad c d & d b simul: quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis, erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.



CAMPANI additio Conuersam quoq́ huius possumus facile demonstrare per modũ demõstrationis ultimæ primi, sit enim triãgulus a b c, sitq́ superficies cõstituta b c æqualis duabus superficiebus cõstitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico quod angulus a est rect9, ponã enim angulum c a d rectũ & lineã a d æqualẽ a b, & claudo superficiem ducta linea d c, eritq́ per hanc 31 superficies constituta super c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d similibus, quare etiam constitutæ super b c sibi simili, hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus, erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi angulus a est rectus. Quod est propositum.

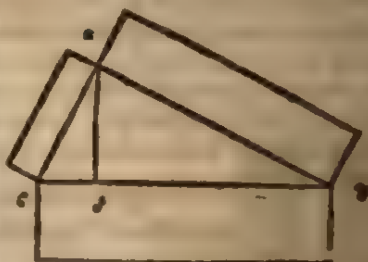


Sequentes duæ ex Zamberto propositiones, duabus præcedẽtibus ex Campano præpostero ordine respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 31* *Propositio 31*

31 In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq́ descriptis. *Vide figura*

THEON ex Zamberto. *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum qui sub β α γ. Dico quod quæ ex β γ species, æqualis est eis quæ ex β α, & α γ, speciebus similibus similiterque descriptis. Excitetur (per 11 primi,) perpendicularis α δ, Quoniã igitur in triangulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in basin perpendicularis acta est α δ, triangula α β δ, & α δ γ, quæ ad perpendicularem, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicem (per 8 sexti.) quoniam simile est α β γ, ipsi α β δ, est igitur sicut γ β, ad β α, sic α β, ad β δ. At quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt est igitur (per correlarium secundum 20 sexti,) sicut prima ad tertiam sic quæ à prima species ad eam quæ à secunda*



ad secūda similis similiterq; descripta est. Sicut igitur γ β, ad β δ, sic species quæ ex β γ, ad eā quæ ex β α, similis similiterq; descripta est. Id propterea & sicut β γ, ad γ δ, sic species quæ ex β ad eā quæ ex γ α. Quare sicut β γ, ad β δ, & δ γ, sic quæ ex β γ, species ad eas quæ ex β α, & α γ, similes similiterq; descriptæ sūt. Aequalis aūt est β γ, ipsius β δ, & δ γ, æqualis igitur est species quæ ex β α, & α γ, sunt speciebus similibus similiterq; descriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulū subtendentē species, æqualis est eis quæ ad rectum angulum cōprehendentibus speciebus similibus similiterq; descriptis, quod demōstrasse oportuit.

ALITER. Quoniam (per correlarium primū 20 sexti.) similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterum, igitur quæ ex β γ, est species ad eam quæ ex β α, duplā rationem habet quàm γ β, ad β α, habet autem & quod ex β γ, quadratū ad id quod ex α, quadratum duplā rationem quàm γ α, ad β α, & sicut igitur quæ ex γ β, species ad eam quæ ex β α, speciem: sic quadratum quod ex γ β, ad quadratum quod ex β α. Id propterea & sicut species quæ ex β γ, ad speciem quæ ex γ α, sic quadratū quod ex β γ ad quadratum quod ex γ α, Quare & sicut species quæ ex β γ, ad species quæ ex β α, & α γ, sic quadratū quod ex β γ, ad quadrata quæ ex β α, et α γ. Quadratū aūt quod ex β γ, æquū est eis quæ ex β α, & α γ, quadratis (per 47 primi,) æqualis igitur est species quæ ex β γ, eis quæ ex β α, & α γ, speciebus similibus similiterq; descriptis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 32

32 Si duo triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiusdem rationis eorum latera sint etiam parallela, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.

THEON EX Zamberto. Sint bina triangula α β γ, & δ γ ε, duo latera β α, & α γ, duobus lateribus δ γ, & δ ε, proportionalia habentia, sicut quidem α β, ad α γ, sic δ γ, ad δ ε, parallelum autem α β, ipsi δ γ, & α γ, ipsi δ ε. Dico quod in rectam lineam est β γ, ipsi γ ε. Quoniam enim parallelus est α β, ipsi δ γ, & in eas incidit recta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi.) *utrobiq; qui sub β α γ, & α γ δ, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ε, angulo α γ δ, est æqualis. Quare angulus β α γ, angulo ε δ γ, est æqualis, & quoniam duo triangula sunt α β γ, δ γ ε, unum angulum qui ad α, uni angulo qui ad δ, æqualem habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, sicut quidem β α, ad α γ, sic γ δ, ad δ ε, æquiangulum igitur est (per 6 sexti, triangulum α β γ, triangulo δ γ ε. Aequalis igitur est angulus α β γ, angulo δ γ ε, patuit autē quod angulus α γ δ, æquus (per 29 primi) angulo β α γ. Totus igitur angulus α γ ε, duobus α β γ, & β α γ, est æqualis. Communis apponatur angulus α γ β. Igitur anguli α γ ε, & α γ β, eis qui sunt sub γ α β, α γ β, & γ β α, sunt æquales. Sed anguli β α γ, γ β α, & α γ β, (per 32 primi) duobus rectis sunt æquales, & anguli igitur α γ ε, & α γ β, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam α γ, ad signū que in ea γ, duæ rectæ lineæ β γ, & γ ε, non ad easdem partes ductæ, æquos *utrobique sub α γ ε, & α γ β, duobus rectis æquales efficiunt angulos, (per 14 primi,) in rectam lineam igitur est β γ, ipsi γ ε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habentia, ut eorum similis rationis latera etiam parallela sint, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonstrasse oportuit.

ἐναλλάξ

ἐφεξῆς

Eucli. ex Camp. Propositio 32

32 I in circulis æqualibus supra centrum siue supra circunferentiā anguli cōsistant, erit angulorū proportio tanquam proportio arcuū illos angulos suscipientium.

CAMPANVS Sint circuli, a b c cuius centrū d, & e f g cuius centrū h: æquales, super quorū centra fiant duo anguli b d c & f h g, & super eorum circunferentias alij duo qui sint b a c &, f e g, dico quod proportio angulorū tam eorū qui sunt super centra quā eorū qui super circūferētias: est sicut arcus b c ad arcū f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: siue secundū eundē numerū siue secundum diuersos, sitq; arcus k b: æqualis b c, & uterque duorum arcuum l m & f l, æqualis f g, & producā lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e, erūtque per 26 tertij: anguli qui sunt ad d adinuicem æquales, similiter quoque & qui sunt ad h, adinuicē æquales, Idē, etiā de ijs

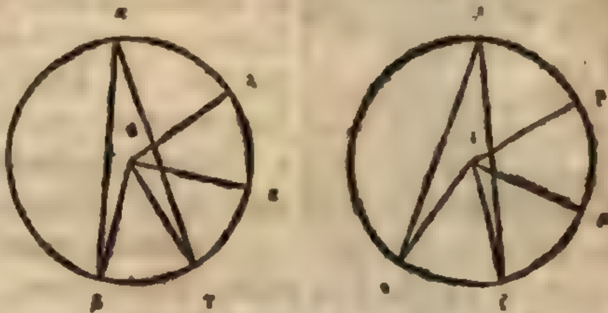
qui

qui sunt ad a,& de ijs qui sunt ad e,sicut igitur arcus K c est multiplex arcus b c,ita angulus K d c anguli b d c.& angulus K a c anguli b a c,similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g,& angulus m e g anguli f e g,sed si arcus K c est æqualis arcui m g,angulus K d c est æqualis angulo m h g, & angulus K a c angulo m e g,& si maior,maiores,& si minor,minores per 26 tertij: per diffinitionem itaque incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcū f g,est sicut anguli b d c ad angulum f h g,& sicut anguli b a c ad angulū f e g, quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo,

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 33

33 In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus consistunt,& si ad centra & si ad circunferentias fuerint constituti,tum etiam sectores,ut puta ad centra constituti.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli α β γ,& δ ε ζ,ad eorūq; centra η θ,anguli sint β η γ,et ε θ ζ,ad eorū circunferentias uero,anguli qui sub β α γ,& ε δ ζ. Dico quod est sicut circunferentia β γ,ad circunferentiam ε ζ,sic est angulus β η γ,ad angulum ε θ ζ,& angulus β α γ,ad angulum ε δ ζ,& insuper η β γ,sector ad θ ζ ε,sectorem. Ponatur (per 28 tertij,ipsi quidem β γ,circunferentiæ æquales quotcunque ordine hoc est γ κ,& κ λ,ipsi autem ε ζ, quotcunque æquales circunferentiæ ζ μ,& μ ν. Connectanturque η κ,η λ,θ μ,& θ ν. Quoniam igitur æquales sunt β γ, γ κ,& κ λ,circunferentiæ ad inuicem,æquales (per 27 tertij,) quoque sunt anguli β η γ,γ η κ,& κ η λ. Quotuplex igitur est β λ,circūferētia ipsius β γ,circūferētiæ,totuplex est & angulus β η λ,anguli β η γ. Id propterea etiã quotuplex est ν ε,circūferētia ipsius ε ζ,circunferētiæ,totuplex est & angulus ν θ ε,ipsius ε θ ζ. Si igitur æqualis est circūferētia β λ,ipsi circunferentiæ ε ν,æqualis est & angulus β η λ,angulo ε θ ν,& si maior est β λ,circunferentia quàm ε ν,circunferentia, maior est & angulus β η λ,angulo ν θ ε,& si minor,minor. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus,inquam,circunferentijs β γ,& ε ζ,binisque angulis hoc est β η γ,& ε θ ζ,suscipiuntur quidem ipsius β γ, circunferentiæ atque ipsius anguli β η γ,æque multiplices hoc est β λ circunferentia & angulus β η λ,ipsius autem ε ζ circunferentiæ & anguli ε θ ζ,circunferentia ε ν,& angulus ε θ ν. Ostensum autem est quod si circunferentia β λ,excedit circunferētiam ε ν, angulus quoque β η λ excedit angulum ε θ ν,& si æqualis,æqualis: & si minor,minor. Est igitur (per 6 diffinitionē quinti.) sicut β γ, circunferentia ad ε ζ, circunferentiam: sic angulus β η γ ad angulum ε θ ζ. Sed sicut angulus β η γ,ad angulum ε θ ζ,sic angulus β α γ,ad angulum ε δ ζ,duplus enim est (per 20 tertij,) uterq; utriusq;. Et sicut igitur β γ,circunferentia ad ε ζ circunferentiam,sic angulus β η γ, ad angulum ε θ ζ,& angulus β α γ,ad angulum ε δ ζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandē habēt rationē ipsis circūferentijs,& si ad centra & si ad circunferētias cōstituti fuerint,quod demonstrasse oportuit. Dico etiã quod & sicut β γ,circūferentia ad ε ζ, circunferentiã,sic η β γ,sector ad θ ε ζ,sectorē. Cōnectantur β γ & γ κ,& assumptis super β γ,& γ κ,circūferentijs ξ ο,signis,cōnectãtur β ξ,ξ γ,γ ο,& ο κ. Et quoniã (per 15 diffinitionē primi) duæ β η,& η γ,duabus γ η,et η κ,sunt æquales, æqualesq; angulos cōprehendũt,et basis β γ,ipsi γ κ,est æqualis,triãgulũ igitur η β γ, (per 4 primi) triãgulo η γ κ,est æquale. Et quoniã æqualis est β γ,circūferentia ipsi γ κ,circūferētiæ,& reliqua igitur quæ in totũ circulũ α β γ,circũferentia reliquæ quæ in eundē totũ α β γ,circulũ circūferentiæ est æqualis. Quare et angulus β ξ γ,ipsi γ ο κ,est æqualis. Simile igitur (per 10 diffinitionē tertij) est β ξ γ,segmentũ,ipsi γ ο κ,est segmēto,& in æqualibus sunt rectis, lineis β γ & κ γ. Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta consistunt,ea adinuicem sunt æqualia (per 24 tertij: segmentum igitur β ξ γ,ipsi γ ο κ,segmento est æquale, est autem & triangulum η β γ, triangulo η γ κ,æquale. Totus igitur sector η β γ,toti η γ κ,sectori est æqualis. Id propterea & η κ λ, sector, utrique ipsorum η β γ,& η γ κ, est æqualis. Tres igitur sectores η β γ,η γ κ,& η κ λ,sibi inuicem sunt æquales. Id propterea



pterea & θ ι ζ, θ ζ μ, & θ μ ν. sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est β λ. circumferentia ipsius ε γ circumferentiæ, totuplex est & λ α β. sector ipsius α β γ. sectoris. Id propterea & quotuplex est ι ν. circumferentia ipsius ι ζ. circumferentiæ, totuplex est & θ ι ν sector ipsius θ ι ζ. sectoris. Si igitur æqualis est β λ. circumferentia ipsi ι ν circumferentiæ, æqualis est & β α λ. sector ipsi ι θ ν. sectori. Et si excedit ε λ. circũferentia ipsam ι ν. circumferentiã, excedit quoq; & β α λ. sector ipsum θ ι ν. sectorẽ. & si deficit: deficit. Quatuor iam existẽtibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ι ζ. circumferentiis, duobusque α ε γ, & ι θ ζ. sectoribus, suscipiũtur æque multiplices ipsius quidem β γ circumferentiæ & ipsius α β γ sectoris, hoc est β λ. circũferentia & α β λ. sector ipsius autẽ ι ζ: circumferentiæ & ipsius θ ι ζ. sectoris, circumferentia nempe ι ν. & sector θ ι ν. Et ostensum est quod si circumferentia ε λ excedit ipsam circumferentiam ι ν. excedit quoque & β α λ. sector ipsum ι θ ν. sectorem, & si æqualis, æqualis: & si deficit deficit. Est igitur (per conuersionem diffinitionis sexti, sicut circũferentia ε γ. ad ι ζ. sic α ε γ. sector ad θ ι ζ. sectorem.

CORRELARIVM Et manifestum est quod sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Ex Campano triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.



Nitas, est qua unaquæq; res una dicitur. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus composita. 3 Naturalis series numerorum, dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4 Differentia numerorum, appellatur numerus quo maior abundat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metitur. 6 Numerus compositus dicitur quẽ alius numerus metitur. 7 Numeri contra se primi dicuntur, qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicem compositi siue cõmmunicantes dicuntur, quos alius numerus quàm unitas metitur, nullusque eorum est ad alium primus. 9 Numerus per alium multiplicari dicitur, qui toties sibi coaceruatur, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uero dicitur, qui ex eorum multiplicatione crescit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui secundũ aliquẽ multiplicatus illũ producit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cum minor maiorẽ numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13 Denomiuans, est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14 Similes dicuntur partes, quæ ab eodẽ numero denominantur.

Prima

15 Prima simpla numeri pars, est unitas. 16 Quãdo duo numeri partem habuerint cõmunem, tot partes maioris dicetur esse minor, quoties eadem pars fuerit in minore, totæ uero, quoties ipsa fuerit in maiore.

17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod est maioris pars uel partes. Maioris uero ad minorem, secundum quod eum continet & eius partem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri cõtinue proportionales, dicetur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, ad quartum uero triplicata.

19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuersæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus composita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorẽ, pars, uel partes ipsius minoris quæ in maiore sunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totũ & pars uel partes, prout maior superfluit. 21 Similes siue unæ alij eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationẽ recipiũt. Maior uero, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uero quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini siue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores sumi impossibile est.

Petitiones.

1 Cuilibet numero, quotlibet posse sumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantũlibet sumere posse maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum posse procedere.

4 Nullum numerum in infinitum posse diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor est suo toto. 2 Quicunq; eiusdẽ siue æqualium fuerint æque multiplices, ipsi quoq; erũt æquales. 3 Quibus idem numerus æque multiplex fuerit, siue quorum æque multiplices fuerint æquales, & ipsi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars est unitas, ab ipso denominata. 5 Omnis pars est minor, quæ maiorẽ habet denominationẽ, maior uero, quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus est ab unitate, quota pars ipsius est unitas. 7 Quicunque numerus in unitatem ducitur, seipsum producit. & in seipsum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compositum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratũ ab illo. 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat residuum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Euclidis ex Zamberto. *Diffinitiones.*



Nitas, est qua unumquodque eorum quæ sunt unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus composita multitudo. 3 Pars, est numerus numeri minor maioris, quãdo dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uero, maior minoris, quando eum metitur minor. 6 Par numerus, est qui bifariã diuiditur. 7 Impar uero, qui bifariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus, est quem par numerus metitur per numerũ parem. 9 Pariter autem impar, est quem par numerus metitur per imparem numerum.

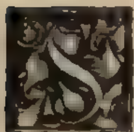
10 Impariter uero par, est quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uero impar numerus est, quem impar numerus metitur per imparem numerũ. 12 Primus numerus, est quem unitas sola metitur. 13 Primi adinuicem sunt numeri, quos unitas sola dimetitur cõmunis mensura. 14 Compositus numerus, est quem numerus aliquis metitur. 15 Compositi autem adinuicem numeri, sunt quos numerus aliquis cõmunis dimensor metitur. 16 Numerus numerum multiplicare dicitur, quãdo quotæ sunt in ipso unitates toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uero illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 18 Quando uero tres numeri sese multiplicãtes adinuicem fecerint aliquem, factus solidus appellatur, latera uero illius, multiplicantes sese inuicem numeri.

19 Quadratus numerus, est qui æque æqualis, uel qui sub duobus æqualibus numeris continetur. 20 Cubus uero, qui æque æqualis æque uel qui sub tribus æqualibus numeris continetur. 21 Numeri proportionales, sunt quando primus secundi, & tertius quarti æque fuerit multiplex, uel eadem pars uel eædem partes.

Similes plani & solidi numeri, sunt qui proportionalia habent latera.

Perfectus numerus, est qui suiipsius partibus est æqualis.

Eucli. ex Camp. *Propositio 1.*



I à maiore duorum numerorũ minor detrahatur donec minus eo supersit, ac deinde de minore ipsum reliquũ donec minus eo relinquatur, itemque à reliquo primo reliquum secundum quousque minus eo supersit, atque in huiuscemodi continua detractione nullus fuerit

fuerit reliquus qui ante relictum numeret usq; ad unitatem, eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturq; c d ex a b quoties potest, & sit residuũ e b, qui erit minor c d, alioqui posset ex ipso adhuc detrahi c d, detrahatur & ipse e b ex c d, quoties potest, sitq; residuũ f d, sed & f d detrahatur ex e b quoties potest, & sit residuum g b, quod sit unitas, dico tunc numeros a b & c d, esse contra se primos. Si enim sunt compositi, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui sit h, & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimã conceptionẽ, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionẽ: ergo & c f per penultimã, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimã. ergo & g b per ultimam, & quia g b est unitas, sequitur numerũ esse partem unitatis uel sibi æqualem, quod est impossibile. Erunt igitur a b & c d, contra se primi, quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . . f . . . d
h . .

CAMPANI additio. Quod si duo numeri a b & c d sunt contra se primi, non erit in hac mutua detractione status anteq; ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status antequam perueniatuur ad unitatem, sit ut g b sit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil sit residuum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam conceptionem, numerat & e g, & quia etiam numerat seipsum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed ostensum est prius quod numerat f d, ergo per antepenultimam numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e, & quia ostensum est prius quod etiam numerat e b, sequitur per antepenultimã ut etiam numeret a b: quia igitur numerus g b numerat utrumq; duorum a b & c d, numeri a b & c d sunt compositi: non igitur contra se primi, quod est contra hypothesin. Per hanc ergo uiam, propositis quibuscunq; duobus numeris, inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq; perueniatur ad unitatem, ipsi sunt compositi.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . f . . . d

Eucli. ex Zamb. *Theorema 1* *Propositio 1*

1 Si duobus numeris inæqualibus expositis, sublato semper minore, à maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb.* *Duobus namq; inæqualibus numeris propositis αβ & γδ, sublato semper minore à maiore, reliquus minime metiatur præcedentem quoad sumpta fuerit unitas. Dico quod ipsi αβ & γδ, primi adinuicem sunt, hoc est quod ipsos αβ & γδ unitas sola dimetitur. Si autem αβ & γδ non sunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur, metiatur, estoq; ε, & γδ ipsum βζ metiens, relinquat se minorem ζα: at αζ ipsum δη metiens, relinquat se minorem ηγ, & ηγ ipsum ζθ metiens, relinquat unitatem θα. Quoniam igitur ε ipsum δγ metitur, & γδ ipsum βζ metitur, igitur & ε ipsum βζ metitur: metitur autem & totum βα, & reliquum igitur αζ metietur. At αζ ipsum δη metitur, & ε igitur ipsum δη metietur: metietur autem & totum δγ, & reliquum igitur γη metietur. At ηγ ipsum ζθ metitur, & ε igitur ipsum ζθ metietur: metitur autem & totum ζα, & reliquã igitur αθ metietur unitatem, numerus existens, quod est impossibile. Igitur ipsos αβ & γδ, nullus numerus metietur. Igitur αβ & γδ, primi adinuicem sunt, quod demonstrare oportebat.*

ε . .
δ . . . η . . γ
β . . . . . ζ . . θ . α

Eucli. ex Camp. *Propositio 2*

2 PRopositis duobus numeris adinuicem compositis, maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compositi a b & c d, minor, c d, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximũ numerum eos cõmuniter numerantẽ. Secundum modum & similitudinẽ prioris, minuo minorem de maiori, quoad possum, uidelicet c d de a b, & sit residuum e b: itemq; e b de c d quoad possum,

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

& sit residuum f d, & quia huius diminutio non potest fieri infinities per ultimam petitionem, nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per præcedentem, quia tunc essent numeri propositi contra se primi, quod est contra hypothesin, sit ut cum detraxero f d ex e b quo ad potero, quod nihil sit residuũ: dico tunc f d esse maximum numerum numerantem a b & c d. Quod enim numeret eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionẽ, alternatim quoties oportuerit repetitas, sicut in demonstratione conuersæ præcedentis. Numerat enim f d, e b, quia cum ab ipso detrahitur quoad potest, nihil fit residuum, ergo & c f per penultimam conceptionem, ergo & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimam. Quod autem nullus maior f d, numeret a b, & c d, sic patet. Si enim fieri potest, sit numerus g maior f d, numerans utrumque duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e, & quia numerat a b, numerabit per ultimam e b, ergo per penultimam numerat c f, & quia etiam numerat c d, numerabit per ultimam f d, maior, uidelicet, minorem, quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlarium.

a . . . . e . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimensionem inuenire.

THEON ex Zamberio. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, α β & γ δ: oportet iam ipsorum α β & γ δ, maximam dimensionem inuenire. Si quidem γ δ ipsum α β metitur, metitur autem & seipsum. Igitur γ δ, ipsorum γ δ & α β communis dimensio est, & manifestum est quod maxima, nullus enim maior ipso γ δ, ipsum γ δ metietur. Si autem γ δ non metitur ipsum α β, ipsorum α β & γ δ sublato (per primam septimi) semper minore à maiore, sumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non sumetur. Si autem non, erunt α β & γ δ primi adinuicem, quod non supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem. & γ δ quidem ipsum α β metiens, (per primam septimi) relinquat se minorem α ε: α ε autem ipsum γ δ metiens, relinquat se minorem γ ζ & γ ζ, ipsum α ε metiatur. Quoniam igitur γ ζ ipsum α ε metitur, & α ε ipsum δ ζ metitur: igitur γ ζ ipsum δ ζ metietur, metitur & seipsum, & totum igitur γ δ metietur. At γ δ ipsum β ε metitur, & ε ζ igitur ipsum β ε metitur: metitur autem & ε α, igitur & totum β α metietur: metietur quoque ipsum γ δ, igitur γ ζ ipsos α β & γ δ metitur. Igitur γ ζ ipsorum α β & γ δ cõmunis dimensio est. Dico enim quod & maxima. si γ ζ ipsorum α β & γ δ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α β & γ δ numeros aliquis numerus maior existens ipso γ ζ metiatur, estque η. Et quoniam η ipsum γ δ, & γ δ ipsum β ε metitur, & η igitur ipsum β ε metitur. Metitur autem & totum α β, & reliquum igitur α ε metietur: at α γ ipsum δ ζ metitur, & η igitur ipsum δ ζ metietur: metietur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ metietur, maior minorem, quod est impoßibile. Igitur ipsos α β & γ δ numeros numerus non metietur, maior existens ipso γ ζ. Igitur γ ζ ipsorum α β & γ δ maxima est cõmunis mensura, quod oportebat facere.*

β . . . . α
δ . . . . γ
β . . . . . . ε . . . . . α
δ . . . . . ζ . . γ
β . . . . . . ε . . . . α
η . . . .
δ . . . . ζ . . γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est quod si numerus binos numeros metitur, & maximam communem eorum dimensionem metietur.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 

Propositis tribus numeris adinuicem compositis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

CAMPANVS. Priusquam hanc tertiam conclusionem demonstremus, demonstrandum arbitramur ipsius antecedens, uidelicet, propositis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. Sint itaque tres numeri a, b, c, de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem cõpositi: per primam igitur inquiro an duo primi qui sunt a & b sint adinuicẽ primi, quod si sic, non erunt a, b, c, adiuuicẽ compositi per diffinitionem. Si autem a & b sunt adinuicẽ compositi, sit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui si numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compositi. Si autem non numerat ipsum, sed ipsi c, & d quidem sunt contra se primi, non erunt a, b, c, adinuicem cõpositi, nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, sicque essent d & c compositi, quod est contra

a . . . .
b . . . .
c . . .

a . . . . d . . . .
b . . . . e . .
c . . . .
c . . . .
c . . . . . .

contra hypothesin. Si autem c & d sunt cōpositi, erūt etiam a, b, c adinuicem compositi. Sic enim per præmissam, e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a, b, c, sunt adinuicem compositi. Simili quoque modo scietur, propositis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaque tribus qui sunt adinuicem compositi, qui etiam sint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ, d maximum numerantē a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlarium præcedentis & diffinitionem: sit igitur maximus eos numerans e, dico e esse maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quod nullus eo maior numeret eos, sic patet: sit enim si potest fieri, f maior e, qui numeret a, b, c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium e, maior, uidelicet, minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a, b, c, quod est propositum.

CAMPANI additio. Simili quoque modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

CORRELARIVM. Vnde manifestum est quod omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos, numerat maximum numerantē eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 3

3 Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.

THEON ex Zamberto. *Sint dati tres numeri non primi adinuicem α, β, γ, oportet iam ipsorum α, β, γ, maximam communem dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum α, β, maxima communis mensura δ, (per secundam septimi.) Iam ipse δ, ipsum γ aut metitur aut non metitur. Metiatur primum: metitur autem ipsos & α, β. Igitur δ metitur ipsos α, β, γ. Igitur δ, ipsorum α, β, γ communis dimensio est. Dico iam quod & maxima. Si autem δ ipsorum α, β, γ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α, β, γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α, β, γ, metietur igitur & ipsos α, β. Igitur & ipsorum α, β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α, β, maxima cōmunis mensura est δ. Igitur ε ipsum δ metitur, maior minorem, quod est impossibile (per constructionem.) Ipsos igitur α, β, γ, numeros, numerus aliquis non metietur maior existens ipso δ. Igitur δ, ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est. Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quod primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α, β, γ, (per hypothesin) non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α, β, γ, metiens, metietur & ipsos α, β, & ipsorum α, β, maximam mensuram δ, metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ, γ, numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per primam septimi) igitur ipsorum δ, γ, maxima communis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α, β, metitur, & ε igitur ipsos α, β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α, β, γ, metitur. Igitur ε ipsorum α, β, γ, communis dimensio est. Dico autem quod & maxima. Si autem ε ipsorum α, β, γ, non est maxima mensura, ipsos α, β, γ, numeros metietur aliquis numerus maior existens ipso ε, metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α, β, γ, metitur, & ipsos α, β, metitur, & ipsorum α, β, igitur communem maximam*

mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) ipsorum autem α, β, maxima communis mensura est δ. Igitur ε ipsum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos δ, γ, metitur. & ipsorum δ, γ, maximam communem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum δ, γ, maxima communis mensura est ε. Igitur ε ipsum ε metitur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsos igitur α, β, γ, numeros numerus aliquis non metitur maior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est, quod fecisse oportuit.

CORRELARIVM. Proinde manifestũ est, ꝙ si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximã eorum cõmunem dimensionẽ metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicẽ, maxima cõmunis dimensio inuenietur.

Eucli. ex Camp. *Propositio 4*

4 Omnium duorum numerorũ inæqualium, minor, maioris aut pars est, aut partes.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b, minor, dico quod b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non, si numerat, pars eius est per diffinitionẽ. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adinuicem primi, aut non, si non sunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionẽ: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 2* *Propositio 4*

4 Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri α, βγ, & sit minor βγ. Dico quod βγ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α, βγ, aut primi adinuicem sunt, aut non: sint primum α, βγ, primi adinuicem. Diuiso etenim βγ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæq; unitas earum quæ in βγ, pars aliqua ipsius α, proinde partes est βγ, ipsius α. Non sint autem ipsi α, βγ, primi adinuicem. Iam βγ ipsum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur βγ ipsum α metitur, pars est βγ ipsius α. Si autem non, sumatur (per secundam septimi) ipsorum α, βγ, maxima communis mensura, sitq; δ. Diuidatur βγ in æquales ipsi δ, hoc est βε, εζ & ζγ. Et quoniã δ ipsum α metitur, pars est δ ipsius α: æqualis autem est δ unicuiq; ipsorum βε, εζ & ζγ: & unusquisq; igitur ipsorum βε, εζ & ζγ, ipsius α est pars. Quare partes est βγ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes, quod demonstrare oportebat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 5*

5 Si fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi.

CAMPANVS. Volens Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentiũ non indigere, sed per seipsos stare, partem eius quod proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d, sitq́ꝫ b tota pars a, quota d, c: dico quod b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b est a: diuisis enim a & c secũdum quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti: erit enim ut totidem sint partes a, quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit æquale aggregato ex b & d: similiter quoq; & aggregatum ex secunda parte a & secunda c, & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties cõtinetur b in a, sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a, quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 3* *Propositio 5*

5 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim α, numeri βγ esto pars, & alter δ alterius εζ eadem pars, quæ est α ipsius βγ. Dico quod uterque α, δ, utriusq; βγ & εζ eadem pars est, quæ &*

α ipsius

α ipsius ϐγ. Quoniam enim α pars est ipsius βγ, eademq; pars est δ ipsius εζ, quot igitur sunt in ipso βγ numeri æquales ipsius α, tot sunt & in ipso εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in æquales ipsi α, hoc est βη & ηγ, & εζ in æquales ipsi δ, hoc est εθ & θζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum βη & ηγ, multitudini ipsorũ εθ & θζ. Et quoniã æqualis est βη ipsi α, & εθ ipsi δ, igitur βη & εθ, α, δ sunt æquales. Id propterea etiam ηγ ipsi α est æqualis, & θζ ipsi δ: ipsi igitur ηγ θζ ipsis α δ æquales sunt. Quot igitur sunt in ipso βγ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ϐγ & εζ æquales ipsis α, δ. Quotuplex igitur est βγ ipsius α, totuplex est & uterque ϐγ & εζ, utriusq; α, δ. Quæ igitur pars est α ipsius ϐγ, eadem pars est, & uterque α, δ, utriusq; βγ & εζ, quod oportebat demonstrare.

β . . . . . η . . . . . . γ
δ . . . .
ε . . . . . θ . . . . . ζ

Euclides ex Campano. Propositio 6

6 I fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes secundi & quarti pariter acceptorum, quotæ primus secundi.

a . . . . c . . . .
b . . . . . d . . . .
g
e . . f . . . .
h . .   k . . .

CAMPANVS. Quod proposuit præmissa de parte, proponit ista de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, sitq; ut b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c: dico quod b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ, quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator, ut cum dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b est partes a, sit ut sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k, eritq; similiter per positionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b sit e, & una partium d sit f, eritq; per hypothesin, e pars b denominata ab h, & pars a denominata a k. Similiter quoq; & f erit pars d secundum h, & pars c secũdum k. Compositus igitur ex e & f fit g, eritq; per præmissam, g pars b & d pariter acceptorum, secundum h, itemq; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, secundum k: quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ ab h & denominatæ a k, eo quod eorum communis pars est g minoris secundum h & maioris secundum k, & quia sic erat b, a, constat propositum.

CAMPANI annotatio. Potes autem & per hanc & præmissam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quot si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq; singuli singulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus secũdi, erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorũ, quota uel quotæ primus secundi, quod facile probatur per hanc & præmissam, quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis, aliqua ad demonstrationem eorum quæ hic proponit, ex 11 quinti facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum (aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris, quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus proprijs uti demonstrationibus tanquã ex prioribus nihil sumentes, solis huius septimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, proposito proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

6 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterque utriusque eædem partes erunt, quæ unus unius.

α . . . . η . . . . β
γ . . . .
δ . . . . . θ . . . . . ε
ζ . . . .

THEON ex Zamberto. Numerus enim αβ, numeri γ esto partes, & alter δε, alterius ζ eædem partes, quæ αϐ ipsius γ. Dico quod & uterq; αϐ & δε, utriusq; γ, ζ eædem partes sunt, quæ αϐ ipsius γ. Quoniã enim quales partes est αβ ipsius γ, eædem partes est & δε ipsius ζ: quot igitur partes sunt in ipso αϐ ipsius γ, tot partes & in δε ipsius ζ. Diuidatur quidem αϐ in partes ipsius γ, hoc est αη & ηβ, necnon δε in partes ipsius ζ, hoc est δθ, & θε. Erit multitudo ipsorum αη, ηθ æqualis multitudini ipsorum δθ, θε: & quoniam qualis pars est αη ipsius γ, talis pars est & δθ ipsius ζ: qualis igitur pars est αη ipsius γ, talis pars est & uterque αη & δθ utriusq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars ηϐ ipsius γ, talis pars est & uterque ηϐ & θε utriusq; γ ζ. Quales igitur partes sunt αϐ ipsius γ, tales partes sunt & uterque αϐ & δε utriusq; γ, ζ quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detrahaturque ab ambobus ipsa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius.

CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. Sit ita ut quota pars est totus a totius b, totus sit c detractus ab a, d detracti a b: dico quod tota erit e residuus a f residui b, quota est totus a totius b, & hæc est quasi conuersa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c est d, eritque per 5, tota pars a compositi ex g & d, quota est c, d: quare & quota est a, b: igitur per secundam conceptionem compositus ex g & d est æqualis b: dempto itaque ab utroque numero, d, erit g æqualis f. quare erit e tota pars f, quota est a, b, tota enim erat e, g, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 7

7 Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim αβ numeri γδ pars esto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quod & reliquus εβ reliqui ζδ eadem est pars, qualis est totius αβ totius γδ. Qualis enim pars est αε ipsius γζ, talis pars esto & εβ ipsius γη. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius γη, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis est (per 5 septimi) & αβ ipsius ζη. Qualis autem pars est αε ipsius γζ, talis pars supponitur αβ ipsius γδ. Qualis pars igitur est αβ ipsius ζη, talis pars est αβ ipsius γδ: igitur αβ utriusque ipsorum ηζ & γδ eadem pars est: æqualis igitur est ζη ipsi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ reliquo ζδ est æqualis. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est εβ ipsius ηγ, æqualis autem est ηγ ipsi ζδ, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius ζδ. Sed qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αβ ipsius γδ: qualis igitur pars est εβ ipsius ζδ, talis pars est & αβ ipsius γδ. Et reliquus igitur εβ reliqui ζδ talis est pars, qualis totus αβ totius γδ, quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahantur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius.

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ, ut si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a, b. Sit enim g una partium a, & h una partium c, eritque propter hypothesin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur igitur h d g, & remaneat k, eritque k per præmissam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem communem quæ est k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars est k, e, & totæ, quota est k, f, & quia tot & totæ erat a, b, patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 8

8 Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reliqui eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim αβ, numeri γδ partes esto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quod reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes est, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipsi αβ æqualis ηθ, quæ igitur partes est ηθ ipsius γδ, eædem partes est & αε ipsius γζ. Diuidatur quidem ηθ in ipsius γδ partes, hoc est ηκ & κθ & αε in ipsius γζ partes, hoc est αλ & λε, erit autem æqualis multitudo ipsorum ηκ & κθ multitudini ipsorum αλ & λε. Et quoniam qualis pars est ηκ ipsius γδ talis pars est & αλ ipsius γζ, maior autem est γδ ipso γζ, maior igitur est & ηκ ipso αλ, ponatur ipsi αλ æqualis μη. Igitur qualis pars est ηκ ipsius γδ, talis pars est*

partes [illegible] & [illegible] ipsius γ ζ, & reliquus igitur μ κ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, sicut totus α [illegible] totius γ δ. Rursus quoniam qualis pars est κ θ ipsius γ δ talis pars est & ι λ ipsius γ ζ, maior autem est γ δ ipso γ ζ, maior igitur est & θ κ ipso ι λ, ponatur ipsi ι λ æqualis κ ν. Qualis igitur pars est κ θ ipsius γ δ, talis pars est & κ ν ipsius γ ζ, & reliquus igitur ν θ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, quæ totus κ θ totius γ δ, patuit autem quod & reliquus μ κ reliqui ζ δ eadem pars est, qualis totus η κ totius δ γ: & uterque igitur μ κ & ν θ (per 5 septimi) ipsius δ ζ eædem partes est, quæ totus θ η totius γ δ. Aequalis autem est uterq; simul μ κ & ν θ ipsi ε β. At θ η ipsi ε α. & reliquus igitur ε β, reliqui ζ δ eædem partes est, quæ totus α β totius γ δ, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus secundi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundi, quota c tertius d quarti: sintq; a & b minores c & d, aliter enim esset econuerso ei quod proponit. dico quod quota pars uel partes est a, c, tota uel totæ est b, d: diuidantur enim, b quidem secundum quantitatẽ a, d uero secũdum c, eruntq; per præsentẽ hypothesin, tot partes b, quot d, & quia unaquæq; partium b est æqualis a, & unaquæq; d, c, est autem a, c, pars aut partes per præsentem hypothesin & per quartã huius, erit unaquæq; partium b suæ comparis ex partibus d ut prima primæ secunda secundæ sicq; de cæteris, tota pars aut partes quota uel quotæ est a, c, per 5 igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicissim qualis pars est uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes secundus quarti. THEON ex Zamberto. Numerus enim α numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis est α ipsius β γ: minor autem esto α ipso δ. Dico quod & uicissim qualis pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est uel partes β γ ipsius ε ζ. Quoniam enim qualis pars est α ipsius β γ, talis pars est & δ ipsius ε ζ, quot igitur sunt in β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ε ζ æquales ipsi δ. Diuidatur quidem β γ in ipsi α æquales, hoc est β η & η γ, & ε ζ in ipsi δ æquales, hoc est ε θ & θ ζ, est iam æqualis multitudo ipsorum β η & η γ, multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales sunt β η & η γ numeri adinuicẽ, & ε θ & θ ζ numeri, sibyinuicem sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsorum β η & η γ multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: qualis igitur pars est β η ipsius ε θ uel partes, eadem pars est η γ ipsius θ ζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars est β η ipsius ε θ uel partes, talis pars est (per a quinti & 5 septimi) & uterq; β γ utriusq; ε ζ uel eædem partes, æqualis autem est η β ipsi α, & ε θ ipsi δ. Qualis igitur pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est & β γ ipsius ε ζ uel eædem partes, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ secundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorũ similiter minores sint a & b, sitq; a totæ partes b, quotæ c est d: dico quod quota pars aut partes est a, c, tota uel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c: eruntq; per præsentem hypothesin tot partes a, quot c, & qa unaquæq; ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam ut quota pars aut partes est b, d, tota uel totæ sit unaquæq; ex partibus a suæ cõparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 10

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eadem partes, & uicissim

cissim quæ partes est primus tertij uel pars, eædem partes erit & secundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ, numeri γ partes esto, & alter δε, alterius ζ eædem esto partes, sit autem αβ ipso γ δ minor. Dico quod & uicissim quales partes est αβ ipsius δε uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes est αβ ipsius γ, eædem partes est & δε ipsius ζ, quot igitur sunt in ipso αβ partes ipsius γ, tot & in δε sunt partes ipsius ζ. Diuidatur quidem αβ in ipsius γ partes (æquales,) hoc est αη & ηβ, itidemq; δε in ipsius ζ partes (æquales) hoc est δθ & θε, erit iam æqualis multitudo ipsorū αη & ηβ, multitudini ipsorum δθ & θε. Et quoniam qualis pars est αη ipsius γ eadem pars est & δθ ipsius ζ, uicissim quoq; (per præcedentē) qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, eadē pars est & γ ipsius ζ uel eædē partes. Id propterea qualis pars est ηβ ipsius θε uel partes, talis pars est & γ ipsius ζ uel partes. Quare qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, eadem pars est & αβ ipsius δε uel eædē partes (per diffinitionē.) Sed (per 6 septimi) qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, talis pars ostensus est & γ ipsius ζ uel eædem partes, & (per 11 quinti) quales igitur partes est & αβ ipsius δε uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars, quod oportebat demonstrare.*

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet respondentem.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorū primus secundo & tertius quarto sit maior, erit secundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales esse conueniet.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, sintq; a & c maiores. Dico q quota pars aut partes est b, a, tota uel totæ est d, c, & econuerso. Erit enim per conuersionē diffinitionis similium proportionū, ut quoties b in a, toties sit d in c, & si qua pars aut partes b superfluunt in a, tota pars aut partes d superfluant in c, si itaque contineatur b in a sine superfluitate partis, quia toties sine superfluitate continetur d in c, erit per diffinitionē similium partium quota pars b a, tot ad c. Quod si quotieslibet cōtinetur b a cum superfluitate partis toties continetur d in c cum superfluitate similis partis, distinctio a secundū b ut superfluitate, atq; e secundū d ut superfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties continetur b in differētia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cōmunem scientiam toties e in a quoties f in c: cum igitur a & b habeant e partem cōmunem, similiter c & d, f, sit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionē, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieslibet b cōtinetur in a cum superfluitate quotlibet partiū, toties continetur d in c cum superfluitate totidem & similiū partium, distinctio a secūdum b ut superfluat e, similiter c secūdum d ut superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipsis, argumentandū ut prius, sicq; patet primū. Secūdum sic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico q erit proportio a ad b, sicut c ad d: si enim est tota pars, constat propositū. Si autē totæ partes, diuisis eis secundū partes illas, patebit toties esse b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, superfluere in a, quota an quotæ d superfluunt in c, per diffinitionē itaq; est proportio a ad b, sicut c ad d, sicq; liquet totum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI à duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractū a b, erit e residui a ad f residuū b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b, erit per præsentem hypo-

thesin

thesin & per conuersionem diffinitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotæ est a,b, per 7 igitur uel 8, erit c tota pars aut partes f, quota uel quotæ est a,b, per diffinitionẽ igitur erit proportio una, quod est propositum. Quod si a sit maior b, erit per primã partẽ præmissæ quota pars aut ptes b,a, tota uel totæ d,c, quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f,e, itaq; per secundã partem præmissæ erit e ad f, sicut a ad b, quare constat propositũ.

CAMPANI annotatio. Cedunt autem huic, 7 & 8, hæc enim sola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti, sed si hoc intenderet Euclides, cũ ista proponat particulariter quod illa uniuersaliter, uane (illa demõstrata in quinto) proposuisset hãc hic in septimo, & quia iterũ non demonstrant eam simpliciter per 19 quinti. At uero nec modũ demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius, cum illa demonstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatẽ permutatã quæ infra demonstratur in numeris. Existimo autẽ, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uultũ demonstratoris arithmetici, gratia decimi in quo sine numerorũ aliqua præcognitione transire nõ poterat constat assumere) idcirco plurima eorũ quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit, hic repetere demõstranda de numeris, quoniã per alia principia propria uidelicet numerorũ, quæ magis nota sunt intellectui q̃ ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiã quantitatũ incõmunicantiũ difficilia sunt: principia uero numerorũ, magis ultro se intellectui applicant faciliusq; quàm illa. Egent enim illa intellectui magis disposito.

Hæc sequens undecima Euclidis ex Zamberto propositio. duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 11

11 Si fuerit sicut totus ad totum sic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit sicut totus ad totum.

THEON ex Zamb. *Esto sicut totus αβ ad totum γδ, sic ablatus αε ad ablatum γζ. Dico quod & reliquus εβ ad reliquũ ζδ, est sicut totus αβ ad totum γδ. Quoniam enim est sicut αβ ad γδ sic αε ad γζ, qualis igitur pars est αβ ipsius γδ uel partes, eadem pars est & αε ipsius γζ uel eædem partes: & reliquus igitur εβ (per 8 septimi, reliquus ζδ eadem pars est uel partes, quæ αβ ipsius γδ: est igitur (per 11 quinti) sicut εβ ad ζδ, sic αβ ad γδ. Quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales, quantus erit unus antecedens ad suum consequentem, tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

CAMPANVS. Quod proponit Euclides per 11 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Vt si sint a,b, & c,d, & e,f proportionales, dico q; quæ est proportio a ad b ea est quæ a,c,e, pariter acceptorũ ad b,d,f pariter acceptos. Si enim a,c,e sint minores b,d,f, erit per conuersionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c,d, & e,f: per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a,b, tota uel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorũ, quare per diffinitionẽ, proportio una. Si autem a,c,e, sunt maiores b,d,f, erit per per primam partem 11, quota pars uel partes b,a, tota uel totæ d,c & f,e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b,a, tota uel totæ b,d,f, pariter accepti a,c,e pariter acceptorũ: itaq; per secũdam partẽ 11, proportio a ad b sicut a,c,e pariter acceptorũ, ad b,d,f pariter acceptos, quod est propositũ.

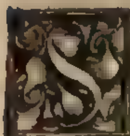
Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 12

12 Si fuerint quotcunq; numeri proportionales, erit sicut unus antecedentium ad unum sequentiũ, sic omnes antecedentes ad omnes consequẽtes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β sic γ ad δ. Dico quod est sicut α ad β, sic sunt α & γ ad β & δ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est α ipsius β uel partes eadem pars est & γ ipsius δ uel partes, & (per 5 septimi) uterq; igitur α, γ, utriusq; β, δ, eadem pars est uel eædem partes, quæ α ipsius β: est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic α γ ad β δ, quod erat demonstrandum.*

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 I fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonstrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonstrandũ in numeris. Vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, similiter quoq; & maior c aut minor.

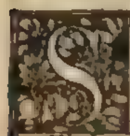
Sit itaq; primo minor utroq;, erit ergo per præsentem hypothesin & conuersionem diffinitionis, a tota pars aut partes b. a . . b . . . . c . . . d . . . . . . quota uel quotæ c,d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b,d, quare per diffinitionẽ proportio una. Sit secundo a maior utroq;, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes est b,a, a . . . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ sit d,c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b,d, quota uel quotæ c,a. Igitur per secundam partem 11 erit a ad c, sicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b,a, a . . . . b . . c . . . . d . . . quota uel quotæ est d,c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ est a,c, tota uel totæ erit b,d, per diffinitionẽ itaq; proportio una. Vltimo quoq; sit a minor b maiorq; c, eritq; ut tota pars aut partes sit c,d, quota uel quotæ est a,b, a . . . b . . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totæ d,b, quota uel quotæ c,a. quare per secundã partem undecimæ, b ad d, sicut a ad c, sicq; constat propositũ. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc sola quod ambæ illæ proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α,β,γ,δ, sicut α ad β, sic γ ad δ. Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α ad γ, sic β ad δ.* α . . . . β . . . . γ . . . . δ . . . . *Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est α ipsius β uel partes, eadem pars est & γ ipsius δ uel partes (per 6 septimi.) Vicissim igitur qualis pars est α ipsius γ uel partes, eadem pars est & β ipsius δ uel partes (per 9 septimi & 10 eiusdem.) Sicut igitur α ad γ, sic β ad δ (per 13 quinti.) Quod erat demonstrandũ.*

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 I fuerint quotlibet numeri aliiq; secũdum eorum numerũ, omnesq; duo ex prioribus secundũ proportionẽ omniũ duorũ ex posterioribus, in proportione æqualitatis proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quã demonstrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonstrandũ in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatẽ quam demonstrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, non proponit demonstrandum in numeris, sed eam demonstrabimus infra super 19 huius, nec est necessarium ut prædemonstremus in numeris, quod demonstratũ est per 11 quinti de quãtitatibus in genere, uidelicet, si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipsas esse sibi æquales uel easdem, hoc enim manifestum est per diffinitionem. Vt si a ad c & e ad f, a . . . . c . . . . e . . . . b . . . . b . . . f . . sit sicut b ad d, erit tam a,c quàm e,f tota pars aut partes, quota uel quotæ b,d, aut toties cõtinebit a,c, & f, quoties b,d, & tota pars aut partes superfluẽt e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes est a,c, tota uel totæ est e,f, aut quoties a continet c toties e,f, & quota pars aut partes c superfluũt in a tota uel totæ f in e, erit per diffinitionẽ a ad c sicut e ad f. Sint igitur uti proponitur numeri a,b,c & alii totidem c,d,f, sitq; a ad b, a . . . . c . . . . b . . . . . . d . . . e . . . . f . . sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f: dico quod erit in æqua proportionalitate a ad e, sicut c ad f, erit enim per præmissam a ad c, sicut b ad d, sed & b ad d, sicut e ad f: quare a ad c, sicut e ad f: igitur per eandem a ad e, sicut c ad f, idem erit sumptus pluribus, sicq; constat propositum.

CAMPANI additio. Quoniam autem Euclides cæteras quatuor species proportionalitatis quæ sunt conuersa, coniuncta, disiuncta, euersa, proponit demonstrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanq; facile demonstrabiles prætermisit

prætermisit demonstrare. Primum itaque demonstrabimus conuersam, ut si sit a ad b, sicut c ad d, dico quod erit econuerso a .... c .... b .... d ... b ad a, sicut d ad c: si enim fuerit a minor b, tunc quoque erit c minor d, & tota pars aut partes a, b, quota uel quotæ c, d, quare per secundam partem 11, erit b ad a, sicut d ad c: si autē fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d, c, per diffinitionem igitur, b ad a, sicut d ad c.

Disiunctam proportionalitatem ostendere.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a ad b, sicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d, & per 11 sicut a ad c, a .... b ... c .... d .. quia ergo a ad c, sicut b ad d, erit permutatim a ad b, sicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonstrationem afferre.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, erit a b ad b, sicut c d ad d: erit enim permutatim a ad c, sicut b ad d: quare per 11 a b ad c d, sicut b ad d, permutatim igitur erit a b ad b, sicut c d ad d. a .... b ... c ..... d ..

Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a b ad a, sicut c d ad c, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d, quare per 11 sicut a ad c, permutatim igitur erit a b ad a, sicut c d ad c, patet itaque totum. a .... b ... c ..... d .. Ex his quoque leue est demonstrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere, uidelicet.

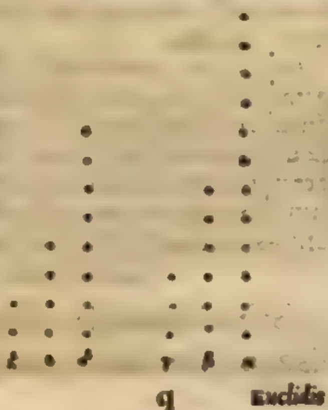
Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum, quinti quoque ad secundum sicut sexti ad quartū, erit proportio primi & quinti pariter acceptorū ad secundū sicut tertij & sexti pariter acceptorū ad quartū.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, itemque e ad b, sicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d, erit enim per a .... e .... c .... f ... conuersam proportionalitatem b ad e, sicut d ad f: quare per b .... d ... æquam proportionalitatem a ad e, sicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, sicut c & f ad d, quod est propositū.

Eodemque modo probabis econuerso, si sit b ad a, sicut d ad c, itemque b ad e, sicut d ad f, erit b ad a & e, sicut d ad c & f, erit enim per conuersam proportionalitatē a ad b, sicut c ad d: quare per æquam a ad e, sicut c ad f, & coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f: igitur econuerso e ad a & e, sicut f ad c & f. per æquam itaque prrportionalitatē erit b ad a & e, sicut d ad c & f, quod erat propositum. Ex hoc quoque manifestum est quod si fuerit proportio quotlibet numerorū ad primum sicut totidem aliorum ad secundum, erit aggregati ex omnibus antecedētibus ad primum, ad primum, sicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad secundum, ad secundum. Itemque econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum, sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 14

14 Si fuerint quotcunque numeri, & alij eisdem æquales numero* cum duobus sumpti & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt. *ὁι δυο bini, duo & duo



THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri α, β, γ & alij eisdem æquales numero cum duobus sumpti in eadem ratione δ, ε, ζ, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicut quoque β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β, sic δ ad ε, & uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est ε ad ζ, uicissim igitur (per eandem) est sicut β ad ε, sic γ ad ζ. sicut autem β ad ε, sic α ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, sic γ ad ζ. Vicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 I numeret unitas aliquem numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim ut quoties unitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum.

CAMPANVS. Vt si sit unitas ad a, sicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, sicut a ad c. Non superfluit autem hæc, demonstrata permutata proportione, non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus, unitas uero non est numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propositum. Diuidatur a per unitates, & c, secundum quantitatẽ b, eruntq; per præsentẽ hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a est unitas, & unaquæq; partium c est æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in sua compari ex partibus c, per modum itaq; demonstrationis quintæ, sequetur toties esse a in c, quoties unitas in b, quod est propositum.

unitas b . .
a . . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 15

15 Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, & uicissim pariter unitas tertium numerum metietur, & secundus quartum.

THEON ex Zamberto. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quod & uicissim pariter α ipsum δ numerum metietur, & βγ ipsum εζ. Quoniam enim æque α unitas ipsum βγ numerum metitur, & δ ipsum εζ: quot igitur sunt in βγ unitates, tot sunt in εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo sunt unitates, hoc est βη, ηθ & θγ. Ipse uero εζ in ipsi δ æquales, hoc est εκ, κλ & λζ. est iam æqualis multitudo ipsorum βη, ηθ & θγ, multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ: & quoniam βη, ηθ & θγ unitates sibi inuicem sunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri sibi inuicem sunt æquales, & est æqualis multitudo ipsarum βη, ηθ & θγ unitatum multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ numerorum, est igitur sicut βη unitas ad εκ numerum, sic est ηθ unitas ad κλ numerum, & θγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est igitur sicut βη unitas ad εκ numerum, sic βγ ad εζ: æqualis autem est βη unitas ipsi α unitati, & εκ numerus ipsi δ numero: est igitur (per 11 quinti) sicut α unitas ad δ numerum, sic βγ ad εζ: pariter igitur α unitas ipsum δ numerum metitur, & βγ ipsum εζ, quod oportuit demonstrasse.*

α .
β . η . θ . γ
δ . .
ε . . κ . . λ . . ζ

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 I duorum numerorũ uterque ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales.

CAMPANVS. Sicut si ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuersionẽ diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmissam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d, sequitur ut toties sit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d sunt æquales.

CAMPANI annotatio. Possumus quoq; hanc conclusionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique proueniet, ut si ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuersionem diffinitionis b in c quoties unitas in a. Et permutatim per præmissam a in c, quoties unitas in b, quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est unitas, sequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

unitas
.
a . . . b . . . .
c . . . .
d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16

16 Si bini numeri multiplicantes se adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

THEON ex

THEON ex Zamberio. *Sint bini numeri α, β, & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat γ, & β ipsum α multiplicans, efficiat δ. Dico quod æqualis est γ ipsi δ. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipsum γ metitur per eas quæ in α sunt unitates: metitur autem & ε unitas ipsum α numerum per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum α numerũ metitur & β ipsum γ. Vicißim igitur (per 15 septimi) pariter ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Rursus quoniam β ipsum α multiplicans, fecit ipsum δ, igitur α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso β sunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipsum β per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum δ. pariter autem ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Pariter igitur α, utrunque γ, δ, metitur: æqualis igitur est γ ipsi δ, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunque duorum numerorũ b & c, & proueniant d & e. Dico quod erit proportio d ad e, sicut b ad c: sequitur enim per conuersionẽ diffinitionis eius quod est multiplicari, ut b in d, & c in e sit, quoties unitas in a: quare per diffinitionẽ, proportio d ad b, est sicut e ad c: æqualiter enim eos continent, quia quoties unitatem, ergo permutatim d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

Vnitas

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 17

17 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quam multiplicati.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicans, efficiat ipsos δ, ε. Dico quod est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit, & β igitur ipsum δ metitur per eas quæ in α sunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipsum α numerum, per eas quæ in eo sunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipsum α numerum metitur, & β ipsum δ: est igitur sicut ζ unitas ad α numerum, sic est β ad δ. Propterea iam & sicut ζ unitas ad α numerum, sic γ ad ε: & sicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, sic γ ad ε. Vicißim igitur (per 15 septimi) est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuersione antecedentis præmissæ, cõcluditur hæc eadem passio quæ in præmissa, ut si uterque duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, sicut b ad c: erit enim per ante præmissam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmissam d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

CAMPANI annotatio. Potes autem quod proponit per hanc & præmissam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod si unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoque si quotlibet multiplicent unum erit, erit productorũ & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmissam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut supra polliciti sumus) demonstrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitus, quam demonstrat Euclides per 11 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte proportionales, extremi quoque in eadem proportione proportionales erunt.

Vt si sit a ad b, sicut d ad f, & b ad e, sicut c ad d, erit a ad e, sicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniãt g & h, eritq́ per præmissam g ad h, sicut d ad f, quare & sicut a ad b. ducatur item f in d, & proueniat k: eritq́ per hanc 19 g ad k, sicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econuerso per 16 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, sicut c ad d, quare sicut b ad c, & quia iam ostensum est quod est g ad h sicut a ad b, erit per 11, a ad e sicut g ad k, sed sic erat etiã c ad f: est igitur a ad e, sicut c ad f, quod est propositũ. Idem probabis si fuerint in utroq́ ordine numeri plures tribus quemadmodũ probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

19 Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem quam multiplicantes.

THEON ex Zamberto. *Duo enim α, β, numerum aliquem δ multiplicantes, efficiant ipsos δ, ε. Dico quod est sicut α ad β, sic est δ ad ε. Quoniã α enim multiplicans ipsum γ, fecit ipsum δ, & γ igitur ipsum α multiplicans, facit ipsum δ. Id propterea γ ipsum β multiplicans, ipsum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipsos δ, ε. Est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est δ ad ε, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 I fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si uero quod ex primo in ultimum producetur, æquum est ei quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales.

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides per 16 sexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, fiatq́ ex a in d, e, & b in c, f: dico quod e & f sunt æquales, & econuerso. Ducatur enĩ a in b, & fiat g, eritq́ per 18 g ad e, sicut b ad d, & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodem b in c, f, erit per 18 g ad f, sicut a ad c: æquales igitur sunt f & e, quod est primum. Nec oportet prædemõstrare si unius numeri ad duos sit una proportio, quod sunt æquales, aut si ipsi sunt æquales, quod unius ad ipsos sit una proportio. Si enim est una proportio g ad e & ad f, aut ipse erit tota pars uel partes e quota uel quotæ idem est f, & tunc per conceptionem patet e & f esse æquales, aut toties g continebit e quoties f, & superfluent in eo tota pars uel partes e quota uel quotæ in eodem superfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos esse æquales. Quod si ipsi fuerint æquales patet per conceptionẽ, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionẽ erit ipsius g ad utrunq́ eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunq́ cum superfluitate similium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunq́ proportio una.

Secundum sic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b est, sicut c ad d, & est hæc conuersa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f sunt æquales, erit g ad utrunq́ eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f sicut a ad c, & ad e sicut b ad e, erit a ad c, sicut b ad d, quare permutatim a ad b, sicut c ad d.

CAMPANI annotatio. Non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit æqualis quadrato medij, & si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti de tribus lineis: hoc enim facile demonstratur per hanc 20. medio illorum trium numerorum, æquali assumpto, quemadmodũ in sexto de tribus lineis probatur per quatuor, assumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ: & α quidem ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ε, & β ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod æqualis est ε ipsi ζ. Ipse autem α ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, multiplicans autem ipsum δ, ipsum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, & igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est η ad ε. Sicut autem γ ad δ, sic α ad β: & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic η ad ε. Rursus quoniam α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, sed β ipsum γ multiplicans, ipsum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, ipsos fecerunt η, ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic η ad ζ, sed sicut α ad β, sic η ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, sic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipsorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur est ε ipsi ζ (per 7 quinti.) Sit uero rursus æqualis ε ipsi ζ. Dico quod est sicut α ad β, sic est γ ad δ. Eisdem namque dispositis, quoniam α ipsos γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic η ad ε: æqualis autem est ε ipsi ζ: est igitur sicut η ad ε, sic η ad ζ (per secundam partem septimæ quinti.) Sed sicut quidem η ad ε, sic γ ad δ: sicut igitur γ ad δ, sic η ad ζ: sicut autem η ad ζ, sic α ad β. (per 18 septimi) sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.*

ε ζ η δ γ β α

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis æqualibus est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quod qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β. Ponatur enim ipsi β æqualis δ: est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Igitur qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus est ei qui ex β: æqualis enim est β ipsi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus est ei qui β.*

Sed qui ex α, γ, æquus esto ei qui ex β. Dico quod sicut α ad β, sic est β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus est ei qui ex β, qui uero ex β, æquus est ei qui ex β, δ, est igitur (per undecimam quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ, æquus autem est β ipsi δ: est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod erat demonstrandum.

δ γ β α

Eucl.des ex Campano. Propositio 21

21 
Vmeri secundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoslibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in sua proportione, sitque c ad d, sicut a ad b: dico quod a numerat c, & b, d, æqualiter. Cum sit enim a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: si itaque fuerit pars, constat propositum. At si partes, sit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, sicut f ad d, quare permutatim e ad f, sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b: non sunt itaque a & b, minimi suæ proportionis, quod est contrarium positis.

c . . . . d . .
a . . b .
c . . . . . . d . . .
a . . . . b . .
e . . f .

Similiter quoque.

Quotlibet numeri, siue in eadem proportione siue in diuersis minimi, numerant omnes in eadem proportione quisque suum correlarium aequaliter.

Vt si sint a, b, c, minimi in eadem proportione uel in diuersis, sintque in eadem uel eisdem d, e, f, ita quod sit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quod a numerat d, & b, e, & c, f, aequaliter: quia enim est a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiam permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, sicut a ad d, & quia a, b, c, sunt minores d, e, f, erit b, e, & c, f, tota pars aut partes, quota est a, d. Si itaque pars, constat propositum. At si partes, sit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritque per praesentem hypothesin tota pars h, e, & k, f, quota g, d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, sicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g, h, k, sunt minores a, b, c, & in eadem proportione, sequitur contrarium positi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes aequaliter, maior maiorem, minor minorem.

THEON ex Zamberto. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, ipsi γδ & εζ. Dico quod aequaliter γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β. ipse enim γδ, ipsius α non est partes. Si enim possibile, esto γδ ipsius α partes: & εζ igitur ipsius β eaedem partes est, quae & γδ ipsius α. Igitur quot sunt in γδ, partes ipsius α, tot sunt & in εζ, partes ipsius β. Diuidatur quidem γδ in ipsius α partes, hoc est γη & ηδ. Sicque εζ in ipsius β partes, hoc est εθ & θζ. erit iam aequalis multitudo ipsorum γη & ηδ, multitudini ipsorum εθ & θζ: & quoniam aequales sunt γη & ηδ numeri adinuicem, sunt autem & εθ, θζ numeri inuicem aequales, estque multitudo ipsorum γη & ηδ aequalis multitudini ipsorum εθ & θζ: est igitur (per 7 quinti) sicut γη ad εθ, sic ηδ ad θζ. Erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut γη ad εθ, sic γδ ad εζ. Igitur γη & εθ, ipsis γδ & εζ in eadem ratione sunt, minores existentes eis, quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ minime partes est ipsius α, pars igitur. & εζ igitur ipsius β eadem pars est quae & γδ ipsius α, pariter igitur γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β, quod oportebat demonstrare.*

Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra, ad 19 addidit Campanus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 Si fuerint tres numeri, & alij eisdem aequales numero,* cum duobus sumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex aequali in eadem ratione erunt. bini

THEON ex Zamberto. *Sint numeri α, β, γ, & alij eisdem aequales numero δ, ε, ζ, cum duobus sumpti, & in eadem ratione: sit autem perturbata eorum proportio: sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, & sicut β ad γ, sic δ ad ε. Dico quod & ex aequali est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Quoniam enim est sicut α ad β sic ε ad ζ, qui igitur ex α, ζ, (per 20 septimi) aequalis est ei qui ex β, ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, qui igitur ex δ, γ, aequalis est ei qui ex β, ε: ostensum autem est quod qui ex α ζ, aequus est ei qui ex β, ε. & qui ex α, ζ igitur, (per 20 septimi.) aequus est ei qui ex δ, γ. Est igitur (per 21 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 

SI fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi, ipsi erunt adinuicem primi.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, secundum suam proportionē minimi: dico quod ipsi sunt contra se primi. Si enim non, numeret eos c secundum d & e: eritq; per 19 d ad e, sicut a ad b, & quia d & e sunt minores a & b, sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos, quod est contrariū positioni.

a . . . . b . . . . .
c . .
d . . . . e . . .

Similiter quoq;.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint a, b, c, minimi in continuatione suarum proportionum: dico quod nullus numerabit omnes. Sin autē, numeret eos d, a quidem secundum e, b uero secundum f, & c secundum g: eritq; per 19 e ad f, sicut a ad b, & f ad g, sicut b ad c, quia ergo e, f, g, sunt minores a, b, c, & secundum proportiouē eorum, non erunt a, b, c, quales positi sunt, quod est inconueniens. Quanquā autem nullus numeret a, b, c, si fuerint minimi, potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum, ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrunq; primum, prouenient tres numeri quorum quique duo erunt compositi, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorum quisque sit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c, & proueniat f, dico quosq; duos ex d, e, f, esse adinuicem compositos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quosq; patet esse compositos: a enim numerat d & e, b uero d & f, & c, e & f, quod autē nullus numeret omnes, patebit, prius demonstrato quod a est maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic constat, si enim a non est maximus numerans d & e, sit itaque g, numeretq; d secundum h, & e secundum k, erit per secundam partem 20 a ad g, sicut h ad b, itemq; per eandem a ad g, sicut k ad c. Quia ergo a est minor g, erit b minor h, & k minor c, & quia h ad k, sicut b ad c, utraque enim est sicut d ad e per 19 bis assumptam, sunt autem h & k minores b & c, erit per immediate sequentem, & per hanc hypothesin, quod b & c sunt contra se primi, reperire minimis minores, quod quia est impossibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quod b sit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, si quis ergo numerat d, e, f, per correlarium secundæ ter assumptum ipse numerabit a, b, c, sed quisque eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impossibile.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . .
e . . . . . f . . . . g . . .

g . . . . . h . . . . k . . .
a . . . . b . . . c . .
d . . . . e . . . . f . . . . . .

Similiter quoq;.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, secundum continuationem suarum proportionum sunt minimi.

Vt si sint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quod ipsi sunt in continuatione suarum proportionū minimi. Alioquin sint minimi d, e, f, qui per 21 numerabunt a, b, c, quisque suum relatiuum æqualiter: sit ergo ut secundum g, eritq; per 17 ut uiceuersa g numeret a, b, c, secundum d, e, f, quare accidit contrarium positioni.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . . . . . e . . . . f . . .
g . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 23

23 Primi numeri adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint primi numeri adinuicem a, b. Dico quod ipsi a, b, minimi sunt eandem rationem habentium eis: si autem a & b non sunt minimi eandem habentiū rationem eis, erunt aliqui numeri ipsis a, b,*

minores in eadem ratione existentes ipsis α, β, sint autem γ, δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem, (per 21 septimi) hoc est antecedens ipsum antecedentem, & consequens ipsum consequentem, æqualiter igitur γ ipsum α metitur, & δ ipsum β. Quoties autem γ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε. & δ igitur ipsum β metitur, per eas quæ in ipso ε sunt unitates, & quoniam γ ipsum α metitur per eas quæ in ipso ε sunt unitates, igitur & ε ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. Id propterea & ε ipsum β metitur, per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur & ε ipsos α, β, metitur primos existentes adinuicem: Quod est impossibile. (per 12 diffinitionem septimi.) Non erunt igitur aliqui numeri ipsis α, β, minores in eadem ratione existentes ipsis α, β. Minimi igitur sunt α & β eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonstrasse.

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto respondet: præcedens autem ex Campano 22, sequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. *Propositio 23*

23 QVilibet numeri contra se primi, sunt secundum suam proportionem minimi.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, ut si duo numeri sint a & b contra se primi, ipsi erunt secundum suam proportionem minimi, sin autem, sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d, constat itaque per 11 quod c numerat a, & d, æqualiter: sit igitur ut secundum e, erit per 17 ut uiceuersa e numeret a & b, a quidem secundum c, & b secundum d: non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 22 Propositio 24 Conuersa præcedentis.*

24 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem sunt.

THEON ex Zamberto. *Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α, β. Dico quod α, β, primi adinuicem sunt. Si autem α, β, adinuicem non sunt primi, metietur aliquis numerus ipsos α, β, metiatur, & esto γ: & quoties quidem γ ipsum α metitur, tot unitates sint in δ: quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Et quoniam γ ipsum α metitur per eas quæ in δ unitates existunt, igitur & γ ipsum δ multiplicans ipsum α fecit: id propterea & γ ipsum ε multiplicans, ipsum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ, ε, multiplicans, ipsos α β fecit. Est (per 17 septimi, & per 11 quinti) igitur sicut δ ad ε, sic est α ad β: ipsi igitur δ ε ipsis α, β, in eadem sunt ratione minores existentes, quod est impossibile. Ipsos igitur α, β, numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, β, primi inuicem sunt. Quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 24*

24 SI fuerint duo numeri contra se primi, si quis unum eorum numeret, ad alterum esse primus necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, c uero numeret a. Dico quod c primus est ad b, alioquin, numeret eos d, quæ per penultimam cōceptionem numerabit etiam a, non sunt ergo a & b, contra se primi, d enim nnmerat ambos.

Eucli ex Zamb. *Theorema 23 Propositio 25*

25 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α & β. Ipsum autem α metiatur aliquis numerus γ. Dico quod & γ, β, primi adinuicem sunt. Si autem γ, β, non sint adinuicem primi, metietur ipsos γ, β, aliquis numerus: metiatur, & esto δ. Et quoniam δ ipsum γ metitur, & γ ipsum α metitur, & δ igitur ipsum α metitur: metitur autem & β. Igitur δ ipsos α, β, metitur, primos adinuicem existentes, quod est impossibile (per 12 diffinitionem*

nitionem septimi.) ipsos igitur ε, γ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, ε, primi adinuicem sunt, quod erat d. monstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 SI fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b fit d. Dico quod d est primus ad c, aliter enim numeret eos e, d, quidem secundum f: eritque per secundam partem 20, a ad e, sicut f ad b, & quia a & c sunt primi, & e numerat c, ipse erit per 24 primus ad a, quare per 23 a & e, sunt secundum suam proportionem minimi: sequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia positum est quod ipse numeret c, non erunt b & c contra se primi, quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 26

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamberto. *Bini enim numeri α, β, ad aliquem numerũ γ, primi sint, & α ipsum β multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi γ δ, primi sunt adinuicem. Si autem γ, δ, non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & esto ε. Et quoniam γ, α, primi adinuicem sunt, ipsum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε, α, (per 25 septimi) primi sunt adinuicem. Quoties iam ε metitur ipsum δ, tot unitates sint in ζ: & ζ igitur ipsum δ metitur, per eas quæ in ε sunt unitates. Igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ fecit. Sed & α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit: æqualis igitur est qui ex ε, ζ, ei qui ex α, β. Si autem qui sub extremis æquus fuerit ei qui sub medijs, quatuor numeri proportionales sunt (per 19 septimi.) Est igitur (per 11 quinti) sicut ε ad α, sic est β ad ζ. Ipsi autem α, ε, primi; ipsi autem primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 septimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem minor minorem, hoc est antecedens antecedentem, & consequens consequentem. Igitur ε ipsum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipsos γ, β, metitur primos existentes adinuicem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) Ipsos igitur γ, δ, numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, δ, primi adinuicem sunt. Quod oportebat demonstrare.*

Euclides ex Campano. Propositio 26

26 SI fuerint duo numeri contra se primi, qui ex uno eorum in seipsum producitur, ad reliquum est primus.

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b, & ex a in se fiat c. Dico quod c primus est ad b: sit enim d, æqualis a, eritque d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per præmissam igitur patet c primum esse ad b, quod proposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & α seipsum multiplicans, ipsum γ efficiat. Dico quod ipsi β, γ, primi adinuicem sunt. Ponatur enim ipsi α, æqualis δ. Et quoniam α, β, primi adinuicem sunt, æqualis autem est α ipsi δ, & δ, β: igitur primi adinuicem sunt: uterque igitur ipsorum δ, α, ad β primus est, & qui ex δ, α, igitur fit, ad β primus est (per 26 septimi.) Qui autem ex δ. α, fit numerus, est γ, igitur γ, β, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrunque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint a & b, priores, c & d, posteriores: sitq; uterque duorum a & b, primus ad utrunq; duorum c & d, & ex a in b sit e, & ex c in d, f: dico quod e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter cōcludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorū uterq; primus est a ad c & ad d, erit per ipsam e primus ad c, & itē per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 28

28 Si bini numeri ad binos numeros uterque ad utrunque primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, ad binos numeros γ, δ, uterque ad utrunq; primi sint: & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim uterque ipsorum α, β, ad ipsum γ primus est, & qui ex α, β, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α, β, est ε, igitur ε, γ, primi sunt adinuicem. Id propterea & ipsi ε, δ, primi sunt adinuicem: & uterque igitur ipsorum γ, δ, ad ε primus est, & qui ex γ, δ, igitur, ad ε primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ, δ, est ζ. Igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI fuerint duo numeri contra se primi, ducaturq; eorum uterque in seipsum, erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in utrunque productorum suum ducatur principium, erunt quoq; producti contra se primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterque in se, & proueniant ex a quidem c, ex b uero d: itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d esse cōtra se primos, itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad d: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos.

Reliquum sic, est enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27, erit e primus ad f, quod est reliquū. Non solum autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi, & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 29

29 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicē erunt. Et si qui in principio, genitos multiplicātes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc continget.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α, β. & α seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero γ multiplicās, efficiat ε. At β seipsum multiplicans, efficiat δ, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ζ. Dico quod γ, δ, & ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α, β, primi adinuicē sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ, β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quuoniam igitur γ, β, primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ, δ, primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α β primi adinuicē sunt (per eandem) & β seipsum multiplicans, ipsum δ fecit. Igitur α, δ, primi sunt adinuicem (per eandem). Quoniam igitur bini numeri α, γ, ad binos numeros β, δ, uterque ad utrunq; primi sunt (per 27 septimi) & qui ex α, γ, igitur fit ad eum qui ex β, δ, primus est, qui autem ex α, γ, est ε, qui ex δ, β, uero est ζ: igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex

Euclides ex Campano. Propositio 29

29 I fuerint duo numeri contra se primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrunque eorum erit primus. Si uero ex ambobus coaceruatus ad utrunque eorum fuerit primus, duo quoque numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, dico quod ex eis compositus a b, ad utrunque eorum erit primus, & econuerso: nam si d numerat totum a b, & alterum eorum, numerabit per cōmunem scientiam & reliquū: quare non erunt contra se primi, sed hoc positum fuerat, patet ergo primum. Secūdum sic. Sit a b primus ad utrunque suorum componentiū qui sunt a & b, dico quod a & b, sunt contra se primi. Posito enim quod d numeret utrunque duorum numerorum a & b, sequitur per cōmunem scientiam quod etiam numeret a b ex eis compositum, quare ad neutrum duorum numerorum a & b, erit a b primus, sed positum erat quod esset ad utrunque. accidit igitur impossibile.

a . . . b . . . .
d . .

CAMPANI annotatio. Eodem quoque modo si coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterū, primus quoque erit ad reliquum: ideoque & coaceruati inter se. Sit enim compositus ex a, b, primus ad a, dico quod erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per conceptionē numerabit & a, cum numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens. erat enim compositus ex a & b, primus ad a.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 30

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum ipsorum primus erit. Et si uterque simul ad unum aliquem eorum primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim bini numeri primi adinuicem, α β & β γ. Dico quod & uterque α β γ. simul ad alterum ipsorum α ε, ε γ, primus est. Si autem γ α & α β primi adinuicem non sunt, metietur eos aliquis numerus. metiatur, & esto δ. Quoniam igitur δ ipsos γ α & α β metitur, & reliquum igitur ε γ metietur. Metitur autem & ε α. Igitur δ ipsos α ε & ε γ metitur, primos existentes adinuicem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi:) ipsos igitur γ α & α β numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γ α & α ε, primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi γ α & β γ, primi sunt adinuicem. Igitur α γ, ad utrunque ipsorum α ε & ε γ primus est. Sint rursus γ α & α β, primi adinuicem. Dico quod ipsi α ε & β γ primi adinuicem sunt. Si enim ipsi α ε, β γ, primi non sunt adinuicem, metietur ipsos α ε & ε γ, numerus aliquis, metiatur, & esto δ, & quoniam δ utrunque ipsorum α ε & ε γ metitur: & totum igitur γ α, metietur: metitur autem & ipsum α ε. Igitur δ, ipsos γ α, α ε primos adinuicem existentes metietur, quod (per 13 diffinitionem septimi) est impossibile. Ipsos igitur α β & ε γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur α ε & β γ, primi adinuicem sunt. Quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . β . . . . . . γ
δ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 Mnis numerus compositus, ab alio primo numeratur, Zamb. 11

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus compositus. Dico quod aliquis primus numerat ipsum, quia enim est cōpositus, numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit primus, uerum erit quod dicitur: si autem compositus, sit c qui numerat eum, qui etiam per communem scientiam numerabit a: si ergo ipse fuerit primus, constat quod dicitur. At si compositus, necessario numerabit eum alius qui sit d, qui etiam per communem scientiam numerabit a, de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quoties occurrit compositus necesse est minorem assumere, qui compositū occurrentem numeret, sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum, alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decrescere.

a . . . .
b . . . .
c . . . . . .
d . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 Omnis numerus, aut est primus, aut à primo numeratur. Zamb. 14

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipsum esse primum, uel numerari a primo, quia si non est primus, erit compositus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmissam: a igitur, uel primus est uel a primo numeratur, quod proponitur.

a . . . . .
a . . . .
. . .

Eucli. ex Camp. Propositio 32

Zamb. 31 **Omnis numerus primus, ad omnem quem non numerat est primus.** 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quod a & b, sunt contra se primi: si enim c numerat eos, non est uerum quod a sit primus.

a . . . . . b . . . .
c . .

Eucli. ex Camp. Propositio 33

Zamb. 32 **Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.** 33

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & sit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quod d numerat a uel b, numeret enim c secundũ e: si ergo non numerat a, erit primus ad ipsum per præmissam, & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, sicut e ad b, per secundam partem 20, sequitur ut d numeret b per uigesimamprimam, quod est propositum.

a . . . . b . . . . . .
c . . . .
d . . . e . . . .

CORRELARIVM. Vnde manifestũ est, quod si aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel si eidem fuerit cõmensurabilis, cõmensurabilis quoque erit alteri eorũ.

Campanus 30 31 32 33 Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

33 34 31 32 Zambertus

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 31

Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus est. 32

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipsum β non metiatur. Dico quod ipsi β, α, primi adinuicem sunt. Si autem ipsi α, β non sunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ, ipse γ, non est unitas. Quoniam igitur γ ipsum β metitur, & α non metitur ipsum β, igitur γ ipsi α non est idem. Et quoniam γ ipsos α, β, metitur, & α igitur metitur primum existentem, non existens ei idem, quod est impoßibile (per 11 diffinitionẽ septimi). Ipsos igitur α, β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, β, primi adinuicem sunt, quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . β . . . .
γ . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 32

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α, β, multiplicantes se adinuicem, ipsum efficiant γ, ipsum autem γ, metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quod δ, unum ipsorũ α, β, metitur. Ipsum α non metiatur, estque primus δ. Igitur α, δ, primi adinuicem sunt (per præcedentem). Et quoties δ ipsum γ metitur, tot unitates sint in ε. Quoniã igitur δ ipsum γ metitur per eas quæ in ε sunt unitates: igitur δ ipsum ε multiplicans, ipsum γ efficit. Atqui & α ipsum β multiplicãs, ipsum efficit γ: æqualis igitur est qui ex δ, ε, ei qui ex α, β. Est igitur (per 19 septimi) sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem δ, α, primi sunt. primi autem & minimi: minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens antecedentem, sequens sequentem. Igitur δ ipsum β metitur. Similiter quoque ostendemus quod & si δ ipsum β non metiatur, metietur & α. Igitur δ, unum ipsorum α, β metitur. Quod erat demonstrandum.*

ε . . . . .
δ . . .
γ . . . .
β . . . .
α . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 33

Omnis compositus numerus, sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. 33

THEON ex Zamb. *Sit compositus numerus α. Dico quod α sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. Quoniam enim α compositus est, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionem septimi) metiatur, & esto β, & si β primus est, manifestũ iam est quod quærimus (per eandem.) Si autem compositus, metietur eum aliquis numerus (per eandem) metiatur, & esto γ. Et quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur, & si quidem γ primus est, manifestum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus metietur: tali uero facta consideratione, sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentem, qui & ipsum α metietur. Si autem non sumetur, metientur ipsum α numerũ infiniti numeri, quorũ alter altero minor est, quod est impoßibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem.*

γ . . .
β . . . .
α . . . .

præcedentem, qui & ipsum a metietur. Omnem igitur compositum numerum, primus aliquis numerus dimetitur. quod oportuit demonstraße.

ALITER *Sit compositus numerus α. Dico quod eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam compositus est ipse α, metitur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionē septimi) & sit minimus metientiū eum β. Dico quod β primus est. Si autem β, primus non est, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat sub dimēsionem ipsius γ. Igitur γ ipso β minor est, & quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur minor existens ipso β ipsum α metientium minimo quod absurdum est. Igitur β non est compositus, sed primus.*

α ....
β ...
γ ..

Eucli. ex Zamb. *Theorema 32* *Propositio 34*

34 Omnis numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.

THEON ex Zamb. *Sit numerus α. Dico quod est α, aut est primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus est α, factum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 septimi.) Omnis igitur numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus numerus metitur quod oportuit demonstraße.*

α ...
α ......

Eucli. ex Camp. *Propositio 34*

34 Vmeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM

Vnde manifestum est, maximum numerum duos communiter numerantem, secundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS Sint a & b numeri propositi, secundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, si ergo fuerint contra se primi, sunt quales inquirimus per 23. si autem compositi: sumatur (ut docet secunda) maximus eos communiter numerans qui sit c, numeretq́ eos secundum d & e, eruntq́ in eadē proportiōe per 18 quos dico esse quales quærimus. Sin autem, sint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter, sit igitur ut secundum h eritque per secundam partem 20 c ad h, sicut f ad d, uel sicut g ad e: quare c est minor h. itaq; cum h numeret a & b non fuit c maxima eos numerans. sed erat positum quod sic ergo contra hypothesin.

a ...... b ....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
h .....

CAMPANI *additio.*

Numeros secundum continuitatem proportionum numerorum assignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet communiter numerantem, secundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt si sint a b c secundū quorū proportiones uolumus minimos inuenire: siue fuerint in eadē proportione siue in diuersis. si nullus numerus nūerat eos omnes, ipsi sunt quos quærimus, per 23, hoc enim ibi demonstratum est. Si autē unus numerat omnes, sumatur ut docet tertia maximus eos cōmuniter numerans qui sit d, numeretq́ eos secundū e f g, qui erunt in eadem proportione per 18. dico eos esse quos quærimus, alioqui sint h k l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter. sit ut secundum m, eritque per secundam partē 20 d ad m, ut h ad e, uel k ad f, uel l ad g. Minor est igitur d quàm m. quare cum m numeret a b c. non fuit d maximus eos numerans. quare sequitur impossibile: fuit enim d. maximus numerans a b c.

a ...... b .... c ....
d ..
e ... f .... g ......
h .. k ... l .....

Eucli. ex Zamb. *Problema 1* *Propositio 35*

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos easdem rationes habentium eis.

THEON ex Zamberto. Sint dati quotcunque numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos eisdē rationem habentium eisdem α β γ. Ipsi enim α β γ, aut primi adinuicem sunt aut non. Siquidē ipsi α β γ, primi sunt adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentiū eis (per 23 septimi) Si autē non sumatur (per 3 septimi ipsorum α β γ, maxima communis dimensio δ, & quoties δ, unūquenq; ipsorum α β γ, metitur: tot unitates sint in unoquoque ipsorum ε ζ η, & unusquisque igitur ipsorum ε ζ η, unūquenq; ipsorum α β γ, metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur ipsi ε ζ η, ipsos α β γ, æque metiuntur. Igitur (per 18 septimi.) ipsi ε ζ η, ipsis α β γ, in eadem sunt ratiōe. Dico iam quod & minimi. Si enim ipsi ε ζ η, non sunt minimi eandem rationem habentium eisdem α β γ: erunt aliqui numeri ipsis ε ζ η, minores in eadem ratione existentes ipsis α β γ. Sint θ κ λ, æque igitur θ metitur ipsum α. & uterq; ipsorū κ λ, utrūq; ipsorum β γ. Quoties autem θ ipsum α metitur, tot unitates sint in ipso μ, uterq; igitur (per 21 septimi) ipsorum κ λ, utrunq; ipsorum β γ, metitur per eas quæ in μ sunt unitates. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ sunt unitates, & μ igitur ipsum α metitur per eas quæ in θ sunt unitates. Id propterea μ utrūq; ipsorū β γ, metitur per eas quæ in utrūq; ipsorū κ λ, sunt unitates. Igitur μ, ipsos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ sunt unitates, igitur θ ipsum μ multipicans, ipsum α, fecit. Id propterea & ε, ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Aequalis igitur est qui ex θ μ, (per 16 septimi.) Est igitur (per 19 septimi,) sicut ε ad θ, sic μ, ad δ, maior autem est ε, ipso θ, maior igitur est & μ ipso δ. & metitur ipsos α β γ, quod est impossibile. Supponitur namq; δ ipsorum α β γ, maxima communis dimensio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipsis ε ζ η, in eadem existentes ratione ipsis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi sunt eandem rationem habentiū ipsis α β γ, quod fecisse oportuit.

α ......
β ....
γ ....
δ ..
ε ...
ζ ....
η ......
θ ..
κ ...
λ ....
μ ...

Eucl. ex Camp. Propositio 35

35 

Vilibet duo numeri minimos numeros suæ proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipsis numeratum producunt.

CORRELARIVM

Vnde manifestum est minimum quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorum proportiōe c & d. eritq; per primam partem 2., ut ex a in d, & b in c: fiat idem numerus qui sit e. quem dico esse minimum numeratum ab a & b, aliter enim, sit f, quem numerent a & b secundum g & h, eritque per secundam partem 20., h ad g sicut a ad b, & sicut c ad d, & per 15 erit c ad h, sicut e ad f, cum itaque per 11 c numeret h, e numerabit f, maior minorē, quia ergo hoc est impossibile constat uerum esse quod dicitur.

a .... b ......
c .. d ...
e ....
f ....
g ... h .....

Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 

Ropositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc est, minimū numerum quē quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propositi numeri a, b, c, d, Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaque primo minimum numeratum ab a & b, quod si a numerat b: non erit alius quā b, si autem non numerat eum nec econuerso, si ipsi sunt contra se primi ex uno in alterū prouenit, erit minimus per 11. & præmissam Quod si sunt communicantes: sumantur minimi eorū proportione, ut docet 14 & maiore in minorem eorū multiplicato, proueniet e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmissam. Simili quoque modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui sit f, eritque f, minimus numeratus ab a b c, sed & minimus quem numerant f & d, sit g. eritque g minimus quem numerant numeri propositi, quod enim omnes ipsum nu-

a ....
b ......
c ..
d ...
e ....
f ....
g ....
h ....

merent

merent, patet per conceptionem. sed si non est minimus, ponatur ergo h, quem quia numerãt a & b. numerabit etiã ipsum, e per correlarium præmissæ. per idem quoque correlariũ, numerabit ipsum f, sed & g, maior itaq; numerat minorẽ, quod est impossibile CAMPANI additio. Hæc & præmissa proponũtur in alia loco sub tribus conclusionibus, quarũ prima æquiualet præmissæ. secũda componitur ex correlarijs ambobus. tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaque prima.

Zamb. 36 Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire.

Dati numeri sint a & b, quorũ minor si numerat maiorem, est maior quem quærimus, alioqui maior eorũ numeraret minorẽ se. Si aũt neuter neutrũ numeret, si ipsi sunt cõtra se primi, erit qui ex a in b prouenit (qui sit c) minimus omniũ quẽ numerãt a & b. Nã si minorẽ eo numerauerint, esto d, quẽ nũerent secundũ e & f, eritq; per secũdã partẽ 20 a ad b, sicut f ad e. & quia a & b sunt suæ proportionis minimi per 23, numerabit a f, per 21. & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nã ex b in a & f fiũt c & d. sequitur c numerare d. sed erat d minor c, quare impossibile. Si autẽ a & b sint cõmunicantes, negociare propositũ ut in 35.

a ... b ....
c ....
d .... ;
e .. f .....

Secunda trium conclusionũ ex ambobus correlarijs est confecta.

Zamb. 37 Si plures numeri numerum unum numerent, necesse est ut minimus quem numerant eundem numerum numeret.

Vt si sit quilibet numerus qué nũerat a & b, d: minimusq; ab eisdẽ numeratus c, erit ut c. numeret d. cum enim sit d maior c, si c non numerat ipsum: numerabit tamen aliquid eius, sitque plurimum quod numerat e, & residuũ sit f. eritq; f minus c, quia igitur a & b numerãt e numerabũt per cõmunem scientiã & e sed numerabunt d, itaque per aliam cõmunẽ sciẽtiã numerabũtur f, inconueniens ergo sequitur quod c non fuit minimus quẽ numerãt a & b Idẽ quod cõuinces & eodẽ modo de quolibet nũerato a quotlibet pluribus, scilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundem numeret. Vltima trium conclusionum.

a .. b ...
d
e .... f ...
c ......

Zamb. 38 Propositis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorũ inuenire.

Tres numeri propositi sint a, b, c, minimusq; quem numerant a, & b, sit d, qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d, scito d esse quem quærimus. Si enim a, b, c, minorem eo numerant, sit e, quem per præmissam conclusionem numerabit d, quod est impossibile. Si autem c non numerat d. sumatur e minimus numeratus ab eis. Quód autẽ e numeretur ab a, b, c, patet, quia c numerat ipsum. & d similiter, ergo & a. b: qui numerant d, quare e numerabitur ab a, b. c Eritq; e minimus quẽ numerant a, b, c. Sin autem, sit f, quem per præmissam conclusionem numerabit d, sed c numerat f, quia a, b, c, numerantũ e, quare c, d numerabunt eum, quare c. d, numerabunt eum: quare per præmissam e numerabit eum, maior minorem, quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propositis.

a ... b .... c ....
d ....
e ....

a ... b .... c ....
d ....
e ....
f ....

Duæ præcedentes ex Campano propositiones, 35 scilicet & 36, tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus si respondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto respondeat. 36 autem ex Campano, sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones uniuersales.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 11

36 Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiũtur numerum.

THEON ex Zãb. *Sint dati bini numeri α β, oportet iam inuenire quem minimũ numerũ metiuntur. ipsi α β certe aut primi sunt adinuicem, aut nõ. Sint primi α, β, primi adinuicẽ & α, ipsum β, multiplicans, efficiat ipsum γ. & β igitur ipsum α multiplicans, ipsum effecit γ, (per 16 septimi. igitur ipsi α, β, ipsum γ metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non, ipsi numeri α β, metiuntur aliquem numerum minorem existentem γ, metiantur, & esto δ, &*

quoties α, ipsum δ, metitur, tot unitates sint in ε, quoties autẽ ϐ, ipsum γ, metitur, tot unitates sint in ζ. Igitur α, ipsum ε, multiplicans, effecit ipsum δ, & β, multiplicans ipsum γ, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α ε, ei qui ex ϐ ζ, est igitur (per 15 septimi,) sicut α ad β, sic est ζ, ad ε, ipsi autẽ α β, sunt primi, primi autẽ (per 23 septimi,) & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorem. Igitur (per 21 septimi) β, metitur ipsum ε, sequẽs uidelicet sequentẽ. Et quoniã α, ipsos ϐ, ε, multiplicãs ipsos γ, δ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut ϐ, ad ε sic γ ad δ. At β, ipsum ε metitur, metitur ergo & γ, ipsum δ, maior minorẽ, quod est impoßibile. Igitur ipsi α, ϐ, non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso γ, quando ipsi α, ϐ, primi adinuicem fuerint. Igitur γ, minimus est qui sub ipsorum α, β, dimensionem cadit. Non sint primi ipsi α, β, adinuicem, & sumantur (per 35 septimi, minimi numeri eandem rationem babentium ipsis α, β, sintq́ ζ, ε, æqualis igitur est qui ex α, ε, ei qui ex ϐ, ζ, (per decimamnonam septimi,) & α, ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum γ, & β, igitur, ipsum α multiplicãs effecit ipsum β. Igitur α, β, ipsum γ, metiuntur. Dico iam quod & minimum, si non: metiuntur ipsi numeri α, β, aliquẽ numerum minorem existentem ipso γ, metiantur, & esto δ, & quoties quidem α, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in η. Quoties autem β, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in θ, α, igitur η multiplicans: effecit ipsum δ, ipse β, uero ipsum θ, multiplicans, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α, η, ei qui ex β, θ. Est igitur (per decimãnonã septimi,) sicut α, ad ϐ, sic est θ, ad η. Sicut autem α, ad ϐ, sic ζ ad ε, & (per undecimam quinti,) igitur sicut ζ, ad ε, sic θ ad η, ipsi autem ζ, ε: minimi uero eandem rationem babentes æque metiũtur: maior maiorem, & minor minorem, (per 21 septimi.) Igitur ε, ipsum η, metitur, & quoniam α, ipsos ε, ζ, multiplicans, ipsos fecit γ δ, est igitur, (per 17 septimi,) sicut ε ad η, sic est γ, ad δ. At ε, ipsum η metitur, & γ, igitur ipsum δ, metitur, maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi igitur α, β, non metientur aliquem numerum minorem existẽtem ipso γ, Igitur γ, minimus existens: sub ipsorum α, β, dimensionem cadit, quod oportuit facere.

α . . .   β . . . .
γ . . . .
γ . . . .
ε . . . .
ζ . . . . .
ζ . . α . . . .
ε . . . ϐ . . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
θ . .
η . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 37

37 Si bini numeri numerum aliquem mẽsi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, numerum aliquem γ δ metiantur, minimus uero sit ε. Dico quod ε quoque ipsum γ δ, metitur. Si autem ε, ipsum γ δ, non metitur, ipsum δ ζ, metiens ipse ε, relinquat seipso minorem hoc est γ ζ. & quoniam ipsi α ϐ, ipsum ε metiuntur, at ε, ipsum δ ζ, & ipsi α, ϐ, igitur ipsum δ ζ, metientur, metiuntur autẽ & totum δ, & reliquũ igitur γ ζ, metientur minorem existentem ipso γ: quod est impoßibile. Haud igitur non metitur ε, ipsum γ δ, metitur ergo quod erat demonstrandum.

α . .
β . . .
ε . . . . . .
δ . . . . ζ . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 38

38 Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerũ metiuntur.

THEON ex Zamberto. Sint dati numeri α, ϐ, γ, oportet iam inuenire, quem minimum numerum metiuntur. Suscipiatur enim (per 36 septimi) minimus numerus δ, qui sub ipsorum α, β, dimensionem cadat. Iam γ, ipsum δ, aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius, metiuntur autem & ipsi α, β, ipsum γ. Igitur ipsi α, ϐ, γ, ipsum δ, metiuntur. Dico quod & minimum. Si autem non: ipsi α, β, γ, numeri metientur numerum minorem ipso δ, metiantur ε. Quoniam ipsi α, ϐ, γ, ipsum ε, metiuntur, igitur & α, ϐ, ipsum ε metiuntur, & minimus igitur quem ipsi α, β, metiuntur, metietur ipsum ε, per 37 septimi. At minimus quem ipsi α ϐ, metiuntur, est δ. Igitur δ, ipsum ε metietur, maior minorẽ, quod est impoßibile. Ipsi α, ϐ, γ, igitur, non metientur numerum aliquem minorem existẽtem ipso δ. Igitur ipsi α, ϐ, γ, minimum δ, metiuntur. Non metiatur rursus γ, ipsum δ, & suscipiatur (per 36 septimi) minimus numerus ε, quem metiantur ipsi γ δ. Quoniam α, ϐ, ipsum δ, metiuntur, at δ, ipsum ε, metitur, & α, β, ipsum ε, igitur metiuntur, metitur autem & γ, ipsum ε, igitur ipsi α, β, γ, ipsum ε, metiuntur. Dico quod & minimum, si autem non ipsi α, ϐ, γ, metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε, metiantur ζ. Quoniam ipsi α, β, γ, ipsum ζ, metiuntur, & ipsi α, β, igitur ipsum ζ, metiuntur, & minimus igitur quem α, β, metiuntur, ipsum ζ, metietur (per 37 septimi,) minimus autẽ quẽ ipsi α, ϐ, metiũtur, est δ, igitur δ, ipsum ζ, metitur, metitur autẽ & γ, ipsum ζ. Igitur ipsi δ, γ, ipsum ζ, metiuntur, quare (per eandẽ) & minimus quẽ ipsi γ, δ, metiũtur: ipsum ζ, metietur. At minimus quem ipsi γ, δ, metiũtur: est ε. Igitur ε ipsum ζ metitur: maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi α, β, γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε. Igitur ε minimus est: quem ipsi α, β, γ, metiuntur, quod oportebat facere.

α . . .
β . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 37



37 SI numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAMPANVS Huius sensus est, quod omnis numerus numeratus a ternario: habet tertiam, & numeratus a quinario: habet quintam sicq; de cæteris ut si b numeret a, erit in a pars denominata a b. nũeret enim ipsum, quoties unitas in c, eritque per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b. quare tota pars est c, a: quota unitas b, & quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit c pars a, denominata a b, quod est propositum.

unitas .
c ... c ..
a ......

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 39

39 Si numerum aliquis numerus metiatur, mensus cognominatam partẽ habebit metienti.

THEON ex Zamb. Numerum enim a, numerus aliquis ϐ, metiatur. Dico quod a, cognominatam partem habet ipsi ϐ. Quoties enim ϐ, ipsum a metitur, tot unitates sint in γ. Quoniam ϐ, ipsum a, metitur per eas quæ in γ, sunt unitates, metitur autem & δ, unitas ipsum γ, per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur (per 15 septimi,) δ, unitas ipsum γ, numerum metitur, & ϐ, ipsum a. Vicißim igitur (per 15 septimi,) æque δ unitas ipsum ϐ metitur numerũ, γ, ipsum a. Qualitas igitur pars est δ, unitas ipsius ϐ, nũeri talis pars est & γ, ipsius a. At δ, unitas pars est ipsius ϐ ei cognominata, & γ igitur ipsius a, pars est cognominata ipsi ϐ. Quare a, partem habet γ cognominatam ipsi ϐ, quod erat demonstrandum.

a ....
ϐ ....
γ ...
δ .

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 S I numerus aliquis partem quotamcunque habeat, numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS Hæc est cõuersa præmissæ: cuius est intẽtio, quod omnis numerus habens tertiam, numeratur a ternario, & habens quintam, à quinario. sicque de cæteris, ut si b sit pars a denominata a c, sequitur ut c nũeret a, quia enim b est pars a denominata a c, sed & unitas est pars c denominata ab ipso c per conceptionem, sequitur ut quoties unitas numerat c, toties b numeret a, itaque per 16 quoties unitas b, toties c, numerat a, quare constat propositum. Aliter idem. Cum sit b pars a, sit tota unitas c, eritque per hanc communem scientiam, unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam c, denominans b in a: & quia est b in a quoties unitas in c, euidenter sequitur propositum per 16.

unitas .
b .. c ...
a ......

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON ex Zamb. Numerus inquam a, partem habeat quamlibet ϐ, & ipsi ϐ, parti cognominatus sit numerus γ. Dico quod γ, ipsum a, metitur. Quoniam enim ϐ, ipsius a, pars est cognominata ipsi γ, est autem & δ unitas ipsius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars est δ, unitas ipsius γ, numeri: talis pars est & ϐ ipsius a, æque igitur δ unitas ipsum γ numerum metitur: & ϐ, ipsum a. Vicißim igitur (per 15 septimi,) æque δ, unitas ipsum ϐ numerum metitur: & γ ipsum a, & γ igitur ipsum a metitur quod erat demonstrandum.

a ....
ϐ ....
γ ..
δ .

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 
N Vmerorum minimum, propositarum denominationum habentem partes inuenire.

CORRELARIVM

Ex quo manifestũ est, quod minimus numerus numeratus à quolibet, est minimus habens partes denominatas ipsis.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d denominantes partes propositas. & e minimus numeratus ab eis sumptus secundum 36. ipsum e dico esse quem quærimus. Sint enim secundũ quos numerant ipsum f, g, h, k: eritq; per 16 & hãc cõmunem scientiam, unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta, ut uiceuersa f, g, h, k numerent e secundum a, b, c, d, quare sunt partes eius ab illis dictæ: est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiã, quoniam si alter fuerit ut l, sint partes l dictæ ab eis m, n, p, q: eruntq;

e ....
a .. f ......
b ... g ....
c .... h ...
d ...... k ..

per 16 & prædictam communem scientiam a,b,c,d, uiceuersa partes l dictæ ab m,n,p,q, quare non erat e minimus quem numerāt a,b,c,d, quod est inconueniens.

CAMPANI annotatio. Habito minimo, si cura est habere secundum, aut quotūcunque libet, si secūdum quidem sum, e duplū minimi, si tertiū, triplū, & ad hunc modū in alijs. Cum enim omnis multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d, per hanc communē scientiā omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratū ab illo: necesse est per 17 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,b,c,d, si itaque duplus e, nō fuerit secundus habens partes propositarū denominationū, erit alius, quē sicut sequitur esse maiorem e, sic sequitur esse minorem duplo, & quia illum numerant a,b,c,d, per 35: sequitur per correlarium 36 quod e numeret eūdem, quod est impossibile, cum enim numeret se: numeraret per hanc cōmunē scientiam, omnis numerus numerans totū & detractū: numerat residuum, differentiam illius ad se, quæ cum sit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod esse non potest. Sequitur itaque duplum e, esse secundum numerū habentem propositarum denominationum partes. Similiter quoque argues triplum e esse tertium: probato duplo esse secūdum, alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum, quod ut prius patet, est impossibile: probato autem triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum, & sic in cæteris.

l ....
m ....
n ....
p .....
q ...

CAMPANI additiones.

Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue, reperire.

Ut minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartam, aut qualitercunque contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorem secundæ, & ex eis productum in denominatorem tertiæ, productum quoque in denominatorem. sicque de cæteris usque ad ultimam, a prima, uel usque ad primam ab ultima, & qui prouenerit: erit qui inquiritur, ut proposito 60 uel 54. Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes a,b,c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partē denominatam ab a, ita quod illa pars habeat partem denominatā a b, sed & hæc aliā dictam a c. Ducatur itaque c in b, & proueniat e, & e in a, & proueniat f, eū dico esse quem quærimus. Cum enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, sed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas est pars c dicta ab ipso c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g, sitq́ h pars eius dicta ab a & k pars h dicta a b, l quoque pars k dicta a c, eritq́ per 13, f ad g, ut e ad h & e ad h, ut c ad k, itēq́ c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatē: ut k ad l, ergo per 13, erit in proportione æqualitatis f ad unitatē, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g: ut unitas ad l, quare cū g sit minor f, erit l minor unitate, sequitur igitur impossibile: partē numeri, minorē esse unitate: erit itaque f minimus, habēs partes ut proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secūdum aut quotūcūq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.

f ....
e ....
c .... b ... a ..
unitas
g ....
h ....
k .....
l ..

Propositis partibus quotiscunquelibet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Ut si partes propositæ sint a,b,c, sintq́ eas denominantes d,e,f, & sumatur minimus quē numerant d,e, f, qui sit g, hūc dico esse quem quærimus, erunt enim in eo propositæ partes per 37, qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d,e,f, per 38 igitur non erit g minimus numeratus ab eis, quod est inconueniens, quia minimus erat.

a tertia d ...
b quinta e .....
c sexta f ......
g ....
h ....

CAMPANI annotatio. Intelligo uero partes a,b,c, indeterminate poni, non sub quantitate certa, aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerant d, e,f, esset

e.f, esset minimus continens partes propositas, plurimas enim contingit partes reperire, quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet, uerbi gratia Tres numeri qui sunt 40. 90. & 70. sunt eiusdem numeri partes, primus quidem tertia, secūdus uero quarta, & tertius quinta, nec tamē minimus quē numerant denominatores eorū qui est 60: partes istas cōtinet. Instandū igitur est (si partes sub certa quātitate ponantur) primæ consequentiæ huius demōstrationis. Non enim sequitur ut arguit per 17 si ternarius hunc numerat, ergo hic numerus positus est eius tertia, sed ergo habet tertiam, quapropter idem est quod proponitur secundum utrunque modū, sed secundum primum: conuenientius uidetur quod intēditur proponi. Attendere autem oportet cum omnis pars habeat quantitatem, quod in eo cōtingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundum quantitatem. & inquirere quis minimus eas continet: & sub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem constat esse minimum numeratum ab eis: secundum quos uero numerat: sunt qui illas in illo denominant. Contingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes, & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quantitates. Minimum quoque constat esse minimum numeratum ab illis, secundum quos uero numerant: sunt qui quantitates determināt. utrobique autem idcirco inquiritur minimus. quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent: inde uero in quibus hæ denominationes reperiuntur. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes, non autem quaslibet cū quibuslibet: sed certas cum certis. Si enim ponam partes tres, quatuor, quinque & denominationes earum 6, 7, 8, & inquiram quis numerus continet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori uano quærenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & nō ut cōtingit. & inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet. non autem quos minimus, unicus enim est, nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio, siue plures & plures, non erit sumere plures numeros quod propositum erit cōtinentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta: non plures. Solus quoque cuius ternarius octaua, & senarius quarta: nō plures. Ideoque proponētem partes & denominationes ipsarum in toto, non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus: sed quis unus continet. proponentem autem partes tantū, cōtingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur: solas quoque proponētem denominationes, cōuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem uidetur partes per denominationes, inquirere, quā denominationes per partes, diuersitatem quidem denominationum nō partium: comitatur proportionum diuersitas.

Excli. ex Zamb. Theorema Problema 6 propositio 41

41 Numerum inuenire, qui minimus existens habeat datas partes.

THEON ex Zamb. *Sint datæ partes α, β, γ, oportet iam numerum inuenire, qui minimus existens habeat ipsas α, β, γ. partes. Sint (per 39 septimi.) ipse α, β, γ. partes cognominatæ numeris δ, ε, ζ, & sumatur, (per 38 septimi) η, minimus numerus, quem δ, ε, ζ. metiuntur. Quoniam igitur ipsi δ, ε, ζ, metiuntur η, cognominatam partem habet η, ipsis δ, ε, ζ, (per 39 septimi.) ipsis aūt δ, ε, ζ, cognominatæ partes sunt α, β, γ. Igitur η, habet partes α, β, γ. Dico quod & minimus existens. Si autē η, non existat minimus habens ipsas α, β, γ, partes: erit aliquis numerus minor ipso η, qui habebit ipsas partes α, β, γ. Sit (per 40 septimi.) θ, quoniam θ, habet ipsas partes α, β, γ, igitur numeri cognominati partibus α, β, γ, metientur ipsum θ, partibus autem α β γ, numeri δ, ε, ζ, cognominatæ sunt. Igitur ipsi δ, ε, ζ. ipsum θ metientur, qui minor est ipso η. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso η: qui habeat ipsas α, β, γ, partes: quod oportebat demonstrare.*

a secunda d ..
b tertia e ...
c quarta f ....
g ....
h ....

SEPTIMI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER OCTAVVS.

Ex Campano. Diffinitiones



Atera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui sub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uero, qui sub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 5 Cubus, est solidus æqualibus consistens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi, quorũ latera sunt proportionalia.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 
I numerorum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi, eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c, duoque extremi qui sunt a, c, sint contra se primi, dico quod in eadem proportione non reperientur totidem minores. Si autem contingit: sint d, e, f, eritque per 13 septimi, a ad c, sicut d ad f, & quia a & c sunt minimi in sua proportione per 21 eiusdem, sequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores, quod esse non potest.

a....b......c.........
d... e..... f........

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 
I fuerint quotcunque numeri continue proportionales extremi uero ipsorũ primi adinuicem fuerint, minimi sunt eãdem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, extremi autem ipsorum hoc est α, δ, primi sint adinuicem. Dico quod ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis α, β, γ, δ, ipsi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione existentes eis. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, in eadem sunt ratione ipsis ε, ζ, η, θ, & æqualis est multitudo ipsorum ε, ζ, η, θ, ei α, δ, multitudini ipsorum α, β, γ, δ, æque igitur est sicut α ad δ, sic ε, ad θ, primi sunt adinuicem, primi uero, & minimi (per 24 septimi,) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequẽtem (per 21 septimi.) Metitur igitur α, ipsum ε, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsi ε, ζ, η, θ, minores existentes ipsis α, β, γ, δ, in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis quod oportebat demonstrare.*

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 
Vmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, secundum proportionem datam minimos, inuenire,

CORRELARIVM

Vnde manifestum erit, quod si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturque a in se, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoque in se, & proueniat e, eruntque c, d, e, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 18 eiusdem: erunt c, d, e, secundum datam proportionem minimi per præmissam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniant f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, continue proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 septimi: minimi quoque per 18 eiusdem & præmissam. Hac uia & ratione inuenientur quinque, uel sex, uel quotlibet.

a ..
b ...
c ....
d ......
e ....
f ....
g ....
h ....
k ....

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

2 Numeros inuenire continue proportionales minimos, quotcunque imperauerit quispiam, in data ratione.

THEON ex Zamberto. Sit data ratio in minimis numeris, ipsius α ad β, oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos quotcunque imperauerit quispiam in ipsius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero β, multiplicans, efficiat ipsum δ: & insuper β, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε. Et insuper α, ipsos γ, δ, ε, multiplicans, ipsos ζ, η, θ, faciat, at β, ipsum ε, multiplicans efficiat ipsum κ. Et quoniam α, seipsum multiplicans ipsum effecit γ, ipsum autem β, multiplicans fecit ipsum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Est igitur (per decimamseptimam septimi,) sicut α, ad β, sic est γ, ad δ. Rursus quoniam α, ipsum β, multiplicans ipsum δ, fecit, at β, seipsum multiplicans ipsum fecit ε, uterque igitur ipsorum α, β, ipsum β, multiplicans effecit utrunque ipsorum δ, ε. Est igitur (per 18 septimi,) sicut α, ad β, sic est δ ad ε. Sed sicut α, ad β, sic est γ, ad δ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) γ, ad δ, sic est δ, ad ε. Et quoniam α, ipsos γ, δ, multiplicans ipsos ζ, η, fecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ, ad δ, sic est ζ, ad η. Sicut autem γ, ad δ, sic erat α, ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad β, sic est ζ, ad η. Rursus quoniam α, ipsos δ, ε, multiplicans, ipsos effecit η, θ, est igitur (per eandem 17,) sicut δ ad ε, sic est η ad θ, sed sicut δ ad ε, sic est α, ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti) α, ad β, sic η, ad θ. & quoniam ipsi α, β, ipsum ε, multiplicantes: ipsos effecerunt θ, κ: est igitur (per 18 septimi, sicut α ad β, sic θ, ad κ, patuit autem quod & sicut α ad β, sic ζ, ad η, & η ad θ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) ζ ad η, & η ad θ, sic est θ ad κ. Igitur ipsi γ, δ, ε, & ζ, η, θ, κ, proportionales sunt in ipsius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniam enim ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem (per 21 septimi,) ipsi α, β, igitur primi sunt adinuicem, & uterque ipsorum α, β, seipsum multiplicans, utrunque ipsorum γ, ε, fecit: utrunque autem ipsorum γ, ε, multiplicans: utrunque ipsorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigesimamnonam septimi,) ipsi γ, ε, & ζ, κ, primi sunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continue proportionales, extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) ipsi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α, β, quod oportuit fecisse.

α ...
β ....
γ ....
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....

PORISMA siue correlarium Proinde manifestum est, quod si tres numeri continue proportionales minimi fuerint eandem rationem habentium eis: extremi eorum quadrati sunt, si autem quatuor, cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 3



3 I numeri quotlibet continue proportionales secundum suam propor

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos cõtra se primos esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Hæc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d, cõtinue proportionales, & secundum suam proportionem minimi, dico quod a & d extremi, erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, sint e & f, eruntque per 21 septimi contra se primi, per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidem cõtinue proportionales & minimi quot sunt numeri propositi, primo quidem tres qui sunt h k, deinde quatuor: qui sunt l, m, n, p, & ad hunc modum continue per additionem unius, quousque fiant tot quot sunt numeri propositi ut sunt hic l, m, n, p, sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d, eo qđ in eadem proportione sunt utrique minimi, & quia l & p sunt contra se primi per 21 septimi, erũt quoque a & d illis æquales, cõtra se primi, quod est propositum.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ..
f ...
g ....
h .....
k ....
l ....
m ....
n ....
p ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 3 Conuersa primæ.

3 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandẽ rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandem rationem habentiũ eis, α, β, γ, δ. Dico quod extremi eorum hoc est α, & δ, primi adinuicem sunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorũ α, β, γ, δ, ratione: hoc est ε ζ. Tres autem η θ κ, & semper deinceps uno plus, quoad assumpta multitudo æqua sit multitudini ipsorũ α, β, γ, δ. Suscipiãtur, sintq; λ μ ν ξ. Igitur (per 20 septimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicem sunt. Quoniam enim ε ζ, primi sunt, uterque autem eorum se ipsum multiplicans utrũq; ipsorũ η, κ, fecit utrunq; autem ipsorũ η, κ, multiplicans utrũque ipsorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 septimi,) ipsi η, κ, primi sunt & λ, ξ. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis, sunt autẽ & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione existentes ipsis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, δ, multitudini ipsorum λ, μ, ν, ξ, unusquisque igitur ipsorũ α, β, γ, δ, unicuique ipsorũ λ, μ, ν, ξ, est æqualis, æqualis igitur est α, ipsi λ, & δ ipsi ξ, & quoniam ipsi λ ξ, primi adinuicem sunt, æqualis autem est λ ipsi α, & ξ, ipsi δ, igitur & ipsi α, δ, primi sunt adinuicem, quod demonstrasse oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ...
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....
λ ....
μ ....
ν ....
ξ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secundum ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

CAMPANVS. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur ut docet 34 septimi, sintque prima inter a & b, secunda inter c & d, tertia, inter e & f, sic quoque de pluribus si fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & c & quoties b numerat ipsum g, toties a nũeret h, id quoq; toties numeret k, quoties c g. Itaq; si e numerat k, sit ut f numeret l, erũtq; h, g, k, l, quos quærimus: cõstat eñ per 15 septimi, q; sit h ad g, sicut a ad b, et g ad k, sicut c ad g, at k ad l, si cut

a ......
b .....
c ....
d ...
e .....
f ..
h ....
g ....
k ....
l ....
m ....
n ....
p ....
q ....

cut e ad f. Minimi quoque, nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uero si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k, quē m quoties numerat k, toties h numerat n, & g toties p, eruntq; per 14 septimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e nūerat m, toties f nūeret q, & erit per eādē m ad q, sicut e ad f. Manifestū igitur quod assignatæ proportiones, cōtinuatæ sunt in quatuor nūeris qui sunt n p m q. Qui si nō fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x, quia itaq; per 21 septimi, bis assumptā uterq; duorum numerorū b & c numerat s, sequitur per correlarium 35 septimi, ut g numeret eundem, quare etiam k numerabit t at quia per 21 septimi, ut e numerat eundem t, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo cōtinuare poteris

a ... b ..
c .... d ...
e ..... f ....
g ....
h ....
k ......
n ....
p ....
m ....
q ....
r ....
s ....
t ....
x ....

Eucl. ex Zamb. *Problema 2* *Propositio 4*

4 Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris, numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamb. *Sint datæ rationes in minimis numeris, ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η minimus numerus quem metiuntur β γ, & quoties quidem β, ipsum η, metitur, toties α, ipsum θ metiatur, quoties autem γ ipsum η metitur, toties δ, ipsum κ, metiatur. At ε, ipsum κ aut metitur, aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties ε ipsum κ metitur: toties & ζ, ipsum λ metiatur, & quoniam α, ipsum θ, æque metitur & β, ipsum η, est igitur (per 17 septimi.) sicut α ad β, sic est θ, ad η. Id propterea & sicut γ ad δ, sic η ad κ, & insuper sicut ε ad ζ, sic κ ad λ, igitur ipsi θ η κ λ, continue sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quod & minimi. Si autē ipsi θ η κ λ, non sunt continue proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus; erunt aliqui numeri minores ipsis θ η κ λ, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ μ ο. Et quoniam est sicut α ad β, sic ν ad ξ, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eandem habentes æque, maior maiorem & minor minorem, hoc est antecedens antecedentē, sequens sequentem, igitur β, ipsum ξ metitur, Id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β, ipsum ξ, metiūtur, & minimus igitur quem ipsi β γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur minimus autem quem ipsi β γ, metiuntur, est η. Igitur η ipsum ξ metitur maior minorem quod est impossibile. Non erunt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi.) ipsis θ η κ λ, continue proportionales in ipsius α, ad β, & γ ad δ: & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam ε, ipsum κ, & sumatur (per 36 septimi,) minimus numerus quem metiuntur ipsi ε κ, & sit μ, & quoties quidem κ, ipsum μ, metitur, toties uterque ipsorum θ η utrunq; ipsorum ν ξ metiatur. Quoties autē ε, ipsum μ, metitur, toties & ζ, ipsum ο, metiatur. Et quoniā θ ipsum ν, & η, ipsum ξ, æque metitur: est igitur sicut θ ad η, sic est ν ad ξ. Sicut autem θ ad η, sic est α ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic ν ad ξ. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ξ ad μ. Rursus quoniam quoties ε, ipsum μ metitur, toties & ζ, ipsum ο, est igitur sicut ε ad ζ, sic est μ ad ο. Igitur ipsi ν ξ μ ο, continue proportionales sunt in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quod & minimi. Si autem ipsi ν ξ μ ο: nō sunt continue proportionales*

α ...
β ....
γ ..
δ ...
ε ....
ζ .....
θ ......
η ....
κ ....
λ ....
ν ....
ξ ......
μ ....
ο ....

α .... β ......
γ .. δ ...
ε .... ζ .....
θ ....
η ....
κ ....
ξ ....
ν ....
μ ....
ο ....
π ....
ρ ....
σ ....
τ ....

tionales

tionales minimi in ipsorum α β γ δ ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipsis ξ ο, μ ο, minores, continue proportionales in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus, Sint π ρ σ τ. Et quoniã est sicut π ad ρ, sic est α, ad β, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi metiuntur eadem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & sequens sequentem, igitur β, ipsum ρ metitur. Id propterea etiam γ. ipsum ρ, metitur. Igitur ipsi β, γ. ipsum ρ metiuntur, & minimus igitur per 36 septimi, quem ipsi β γ, metiuntur, ipsum metietur ρ. minimus autẽ quem ipsi β γ. metiuntur, est ν. Igitur ν ipsum ρ metitur, estq; sicut ν, ad ρ. sic est ν, ad σ, & ν igitur ipsum σ metitur, metitur autem & ε, ipsum σ. Igitur ipsi ε ν, ipsum σ, metiuntur. & minimus quem ipsi ε ν, metiuntur. (per eandem. (metietur ipsum σ. Minimus autẽ quem ipsi ε ν. metiuntur: est μ. Igitur μ, ipsum σ metitur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipsis ξ ο, μ ο, continue proportionales in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipsi ξ ο, μ ο, continue proportionales minimi sunt in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus, quod oportuit fecisse.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 OMnium duorum numerorum compositorum proportio unius ad alterum, est ex laterum suorum producta proportionibus.

CAMPANVS. Quod proponit 24 sexti de superficiebus æquidistantium laterum, proponit hæc de numeris cõpositis. Sint duo numeri compositi: a b, latera a, sint c & g, latera b, sint e & f, dico itaq; quod proportio a ad b, constat ex ea quæ est c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuersionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 19 eiusdem g ad b, sicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, composita est ex ea quæ est c ad e, & ea quæ est d ad f, quod est propositum.

a ....
b ....
c ..
d ......
e ....
f .....
g ....

CAMPANI annotatio. Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ est c ad e & eã quæ est d ad f) in minimis numeris repertis, secundum doctrinam præcedentis, ut docẽt quidam, hoc enim est proposito præter necessarium. Arguũt enim posito quod illi minimi sint h k l, ita quod sit h ad k sicut c ad e & k ad l, sicut d ad f, proportionem h ad l esse compositam ex propositorum laterum proportionibus. Sumptóque g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad h ut k ad l, quia ut d ad f, ideoque secũdum æquã proportionalitatem, & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cõponi ex quibus h & l. uerum quidem sed non necessarium assumpto.

a ....
g ....
b ....
c ..
e ....
d ......
f .....
h ....
k ....
l ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Plani numeri, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zamberto. *Sint plani numeri α β, ipsius quidem α, latera sint γ δ, ipsius autem β, sint ε ζ. Dico quod α ad β, rationem habet ex lateribus compositam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, suscipiantur (per 4 octaui, numeri continue proportionales minimi in ipsorum γ ε, & δ ζ, rationibus sintq; η θ κ. ut sit sicut γ ad ε, sic est η, ad θ, sicutque δ, ad ζ, sic θ, ad κ. Ipsi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipsius η ad κ ratio cõposita est ex ea quam habet η ad θ, & ex ea quam habet θ, ad κ, ipsi igitur η ad κ, rationem habet ex lateribus compositam, Dico igitur quod est sicut α ad β, sic η ad κ, ipse enim δ ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum λ. Quoniã δ ipsum γ, multiplicans ipsum fecit α, multiplicans autẽ ipsum ε efficit λ, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad ε, sic est α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, sic η ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) η, ad θ, sic α ad λ. Rursus quoniã ε ipsum δ, multiplicans ipsum fecit λ, sed & ipsum ζ, multiplicans ipsum fecit β. est igitur (per 17 septimi,) sicut δ ad ζ, sic est λ, ad β. Sed sicut δ ad ζ, sic est θ, ad κ, & sicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, sic λ, ad β patuit autẽ quod sicut η, ad θ, sic est α ad λ. Aeque igitur est (per 14 septimi, sicut η ad κ, sic est α, ad β, ipse autẽ η ad κ, rationẽ habet cõpositam ex lateribus. & α: igitur ad β, rationẽ habet compositã ex lateribus, quod oportuit demõstrasse.*

α ....
λ ....
β ....
γ ...
δ ......
ε ....
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS Sint a.b.c.d.e. cõtinue proportionales. dico quod si a nõ numeret b, nullus eorũ numerabit e. Manifestum autẽ est quod si ipsum numeret, omnes numerabunt e. & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequẽtem. Si autem nõ numerat ipsum, patet quod d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proxime sequẽtem e, quia sunt positi continue proportionales. Sed quod nullus alius ut c numeret ipsum, sic constat. Sumantur secundum doctrinã 2 huius. totidem minimi continue proportionales in proportione eadem: quot sunt ipse c & omnes sequentes, qui sunt f.g.h, eruntq́ per 3 huius & f & h, contra se primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cum f non numeret h, nec c numerabit e, eodẽ modo nec aliquis aliorũ, quare liquet quod propositum est.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
f ....
g ......
h ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

6 Si fuerint quotcunque numeri cõtinue proportionales, primus autem secundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamberto. *Sint numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ε. Ipse autem α. ipsum β, non metiatur. Dico quod & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipsi α, β, γ, δ, ε. continue adinuicem sese non metiũtur manifestum est: quia neque α, ipsum β metitur, dico iam quod neque alius ullus, ullũ aliũ metietur. Dico quod neque α, ipsum γ metitur, quot enim sunt ipsi α, β, γ, tot sumãtur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentiũ ipsis α, β, γ, sintque ζ, η, θ. Et quoniam ipsi ζ η, θ, in eadem ratione sunt ipsis α, β, γ, & est æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, multitudini ipsorum ζ, η, θ, ex æquali igitur (per 14 septimi, est sicut α, ad γ, sic est ζ, ad θ. Et quoniam est sicut α ad β, sic est ζ, ad η, non metitur autem α, ipsum β, igitur neque ζ ipsum η, metitur. Igitur ζ, non est unitas. Si enim ζ, esset unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ, θ, (per 3 octaui,) primi sunt adinuicem igitur neque ζ, ipsum θ, metitur, & est sicut ζ, ad θ, sic α, ad γ, neque igitur α, ipsum γ metitur. Similiter quoque ostendemus, quod neque alius ullus ullum metietur, quod oportuit demonstraße.*

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI numerorum continue proportionalium primus ultimum numeret, idem ipse & secundum numerabit.

CAMPANVS Sint qui prius, continue proportionales, dico si a numerat e: ipse nũerabit b. alioqui ex præmissa non numeraret e, quod est contrarium & impossibile. Non solum autem numerabit b: sed & omnes, & quisque eorum: quemlibet ipsum sequentem.

a ..
b ....
c ....
d ....
e ....

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 7

7 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, primus autem extremum metiatur, & secundum quoque metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri proportionales α, β, γ, δ, At α, ipsum δ metiatur. Dico quod & α, ipsum β metietur. Si autem non metitur α, ipsum β, neque alius ullus (per 7 octaui) alium ullum metietur, quod (per hypothesin) est impoßibile, supponitur enim α, ipsum δ metiri, metitur autem α, ipsum δ, metitur igitur & α, ipsum β, quod oportuit demonstraße.*

α ...
β ......
γ ....
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

CAMPANVS Sint a & b, inter quos cadunt c & d in cōtinua proportione habētes se in proportione e ad f, dico quod totidem cadunt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidem minimi: quot sunt a & b qui inter eos cadunt, sumpti quemadmodum docet 2 huius, continue proportionales in eadem proportione, eruntque per 3 g & l, cōtra se primi. & per æquā proportionalitatē erit g ad l. sicut a, ad b, ideoque & sicut e ad f, & quia ipsi sunt in sua proportione minimi per 35 sep. sequitur per 21 eiusdē ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur nūeret h, m, & k, n. positisque m & n inter e & f, cōstat per 13 septimi, e, m, n, f esse cōtinue proportiōales quēadmodū sunt h, k, l, & ideo quēadmodū a, c, d, b, quare patet quod dictū est.

CAMPANI annotatio. Ex hac constat nullam superparticularem posse per æqualia diuidi, si enim hoc esset, oporteret inter duos numeros sola unitate distātes numerū cadere medium quod esse non potest ideoque tonus in musica quem sesquioctaua continet proportio, in duo uera semitonia diuidi non potest. sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

a . .
c . . . .
d . . . .
b . . . .
e . . .
m . . . . . .
n . . . .
f . . . .
g .
h . .
k . . . .
l . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 8

8 Si inter duos numeros cōtinue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter eandē rationem habentes eis continue proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Inter binos enim numeros α,β, continue proportionales cadant numeri γ,δ, fiatque sicut α, ad γ, sic ε, ad ζ. Dico quotquot inter ipsos α,β, cōtinue proportionales numeri cadunt, tot quoque inter ipsos ε,ζ, cōtinue proportionales cadent. Quot enim sunt multitudine ipsi α,β,γ,δ, tot sumantur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α,β,γ,δ, suntque ε,θ,κ,λ. Igitur extremi ipsorum hoc est ε,λ, primi sunt adinuicem (per 3 octaui. Et quoniā ipsi α,γ, & δ,β, ipsis ε,θ, & κ,λ, in eadem sunt ratione, & æqualis est multitudo ipsorū α,γ, & δ,β, multitudini ipsorum ε,θ, & κ,λ, ex æquali igitur (per 14 septimi,) est sicut α, ad β, sic est ε, ad λ. Sicut autem α, ad β, sic ε, ad ζ, ut igitur ε, ad λ, sic est ε, ad ζ. Ipsi autem ε,λ, primi sunt. primi autem, & minimi, minimi uero numeri, eandem rationem habentes eis æque metiuntur maior maiorem & minor minorē (per 21 septimi,) hoc est antecedens antecedentem & sequens sequentem. Aeque igitur ε, ipsum ε metitur, & λ, ipsum ζ. Quoties autem ε, ipsum ε metitur toties & uterque ipsorum θ,κ, utrunque ipsorum μ,ν, metiatur. Ipsi igitur ε,θ,κ,λ, ipsos ε, μ,ν,ζ, æque metiuntur. Igitur (per 17 septimi,) ipsi ε,θ,κ,λ: ipsis ε,μ,ν,ζ, in eadem sunt ratione. Sed ipsi ε,θ,κ,λ, ipsis α,γ,δ,β, in eadem sunt ratione, & ipsi α,γ,δ,β, igitur, ipsis ε,μ,ν,ζ, in eadē sunt ratione. Ipsi autē α,γ,δ,β, continue sunt proportionales, & ipsi ε,μ,ν,ζ, igitur continue proportionales sunt. Quot igitur inter ipsos α, β, continue proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε,ζ, continue proportionales cadunt quod oportuit demonstraße.*

α . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε .
θ . . .
κ . . . .
λ . . . .
ε . .
μ . . . .
ν . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrunque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, inter quos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quod totidem erunt continue proportionales inter a & unitatem, itemque totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti ut docet 34 septimi, ex quibus sumantur tres continue proportionales & minimi in

in eorum proportiõe prout docet 2 huius, qui sint g,h,k, deinde quatuor, qui sint l, m, n, p, & hoc toties fiat usquequo sic sumpti fiant totidẽ quot sunt nũeri propositi, ut sunt hic l,m,n,p. Constat itaque (cum sint a,c, d,b, in sua proportione minimi per primam huius, sintque l,m,n,p, totidẽ minimi in eadem, non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quod numeri l,m,n,p, æquales erũt numeris a,c, d,b, quisque suo relatiuo, est igitur l, æqualis a. & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius, quod ex f in se fit κ, & ex eodẽ in κ, p, per diffinitionẽ igitur eius quod est multiplicari erit f, in κ, κ quoque in p, quoties unitas est in f. itaque unitas, f, κ, p, sunt continue proportionales, similiter autem & unitas e, g l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & unitatem g, & e, & inter b & unitatem k & f, continue proportionales totidem, quot sunt inter a & b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos continue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter utrunque eorum & unitatem continue proportionales cadunt.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α,β, & inter eos continue proportionales cadãt γ,δ, & ponatur ε unitas. Dico quotquot inter α,β, continue proportionales ceciderunt numeri, tot quoque inter utrunque ipsorum α,β, & ε, unitatem continue proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorum, α,γ,δ,β, ratione existentes, sintque ζ,η, tres autem: sintque θ,κ,λ, & semper ordinatim uno plus quo ad æqualis fiat multitudo ipsorum, multitudini ipsorum α,γ,δ,β, sumantur: sintque μ,ν,ξ,ο. Manifestũ iam est quod ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ, multiplicans, ipsum effecit μ, & η, ipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ, multiplicans, ipsum ο fecit. Et quoniam ipsi μ,ν,ξ,ο, (per hypothesim) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis η,ζ, sunt autem (per 1 octaui,) & ipsi α,γ,δ,β, minimi eandem rationem habentium ipsis η,ζ, & æqualis est multitudo ipsorum μ,ν,ξ,ο, multitudini ipsorum α,γ,δ,β: unusquisque igitur ipsorum μ,ν,ξ,ο, unicuique ipsorum α,γ,δ,β, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & ο, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit θ, igitur (per 16 septimi,) ζ, ipsum θ, metitur per eas quæ in ζ, sunt unitates: metitur autem & ε, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates, pariter igitur (per 15 septimi) ε unitas ipsum ζ, numerum metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ. Rursus quoniam ζ, ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ, igitur θ, ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autẽ ε, unitas ipsum ζ numerum per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur (per eandem) ε, unitas ipsum ζ, metitur numerum, & θ, ipsum μ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quod & sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ, ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ε, unitas ad ζ numerum: sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ε unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti,) & sicut ε, unitas ad η, numerum: sic κ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipsos α,β, continue proportionales ceciderunt numeri, tot & inter utrunque ipsorum α,β, & ipsum ε, unitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI inter utrunque eorum & unitatẽ quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, sintque c & d inter a & unitatẽ e quoque & f inter b & unitatem, continue proportionales. Dico totidem esse inter a & b continue proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto quod ad subiectum

præmissæ appositum erat a & b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter uniuersalior est passio huius: subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c & toties c in a, constat quod ex d in se, fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoque ex f in se & in c, fient e & b. Ducatur itaque d in f, & productus sit g, itemque idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quod c ad g, ut d ad f. & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, sunt continue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 k ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare constat propositum.

a b k b
c g e
d f
unitas

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 10 Cõuersa præcedẽtis.

10 Si inter binos numeros & unitatem continue proportionales numeri ceciderint, quot inter utrunque ipsorum & unitatem continue proportionales ceciderint numeri tot & inter eos continue proportionales cadent.

THEON ex Zamberto. *Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continue proportionales cadant numeri δ, ε, & ζ, η. Dico quot quot inter utrunque ipsorum α, β, & ipsam γ unitatem, continue proportionales ciciderunt numeri: tot quoque inter α, β, continue proportionales cadent. Igitur δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, uterque autem ipsorum δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad δ, numerum sic est δ, ad ε, æque igitur γ, unitas ipsum δ, metitur numerum, & δ ipsum ε. ipsa autem γ, unitas ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso sunt δ unitates, & δ, igitur numerus ε metitur per eas quæ in δ, sunt unitates. Igitur δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad δ, numerum sic est ε ad α, æque igitur γ, unitas ipsum δ, numerum metitur, & ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates. Igitur δ, ipsum ε multiplicans, iosum α fecit. Id propterea etiam ζ, seipsum multiplicans, ipsum η, fecit, ipsum autem η, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam δ, seipsum multiplicans ipsum ε, fecit, ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimam septimam septimi,) sicut δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut δ, ad ζ, sic θ, ad η, Et sicut igitur (per undecimã quinti,) ε ad θ, sic θ ad η. Rursus quoniam δ, utrunque ipsorum ε, θ, multiplicans, utrunque ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut ε ad θ, sic α, ad κ. Sed sicut ε, ad θ, sic est δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum δ, ζ, ipsum θ, multiplicans, utrunque ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimamseptimam septimi,) sicut δ, ad ζ, sic κ ad λ. Sed sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunque ipsorum θ, η, multiplicans, utrunque ipsorum λ, β, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut θ ad η, sic λ, ad β. Sicut autem θ ad η, sic δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ζ, sic λ ad β, patuit autem quod sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipsi α, κ, λ, β: continue sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorũ α, β, & γ, unitatẽ, continue proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continue cadunt, quod demonstraße oportuit.*

α κ λ β
ε θ η
δ ζ
γ

Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto sequentibus respondent.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterum tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c, & d. latera tam quadratorũ quàm cuborum, sit e, quidem a & c, f uero, b & d. Dico quod proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata, c uero ad d sicut eadem triplicata. Manifestum enim quod ex e in se fit a, & ex ipso e in a, c. sic quoque ex f in se fit b, & ex ipso in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritq́ per 15 septimi a ad g, sicut e ad f. & per 19 g ad b, sicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, sicut e ad f duplicata, quod est primum. Secundum eodẽ modo constat. Sunt enim per 15 iterum c ad h sicut a ad g, & h ad k, sicut g ad b. & per 19 k ad d, sicut e ad f, quare c, h, k, d, sunt etiam continue proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, sicut e ad f, triplicata, quod est secundum.

c ....
a ....
e .. b ....
g ......
f ... k ....
h ....
d ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 11

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis est numerus, Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem. quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. *Sint quadrati numeri α, β. & ipsius quidem α, latus sit γ, ipsius uero β, sit latus δ. Dico quod ipsorum α, β, unus medius proportionalis est numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipse enim γ, ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat ε. Et quoniã α, quadratus est, latus autem eius est γ, igitur γ, seipsum multiplicans ipsum effecit α, id propterea & δ, seipsum multiplicans ipsum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans utrunque ipsorum α, ε, effecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est α, ad ε. Rursus quoniam γ, ipsum δ, multiplicans ipsum effecit ε, ut δ, seipsum multiplicans ipsum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipsos ε, β, effecerunt. Est igitur (per 18 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε ad β. Sed sicut γ ad δ, sic est α ad ε,) & sicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, sic est ε ad β. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus ε. Dico iam quod & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, sic γ ad δ, igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus, quod oportuit demonstraße.*

α ....
γ ...
ε ....
δ ....
β ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 12

12 Duorum cuborum numerorũ, bini medij proportionales sunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationem habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipsius quidem α. latus esto γ, ipsius autem β, latus esto δ. Dico quod ipsorum α, β, bini medij proportionales sunt numeri, & α ad β, triplam ratiõe habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε, ipsum autem δ, multiplicans, ipsum efficiat ζ, at δ seipsum multiplicans, ipsum η, faciat. Vterq; aũt ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunque ipsorum θ, κ, faciat. Et quoniam α cubus est, ipsius autem latus est γ, igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, ipsum autem ε, multiplicans ipsum α, confecit. Id propterea & δ seipsum multiplicans, ipsum η effecit: ipsum autem η, multiplicans, ipsum effecit β. Et quoniã γ utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans, utrunq; ipsorũ ε, ζ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eãdem,) sicut γ ad δ, sic ζ ad η. Rursus quoniã γ utrũq; ipsorũ ε, ζ. multiplicans, utrũq; ipsorũ α, θ, fecit: est igitur sicut ε ad ζ, sic α ad θ, sicut aũt ε, ad ζ, sic γ ad δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, sic est α, ad θ. Rursus quoniam uterque ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrũque ipsorũ θ, κ, fecit: est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam δ utrũque ipsorũ ζ, η, multiplicans, utrunque ipsorum κ, β, fecit: est igitur*

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ...
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

(per 17 septimi,) sicut γ ad α, sic est κ ad β, sicut autem γ ad κ, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad δ, sic α ad β. Patuit aũt quod & sicut γ ad δ, sic est α ad ε, & ε ad κ, & κ ad β. ipsorum igitur α, β, bini medij proportionales sunt, hoc est ε, κ. Dico iam quod & α ad β triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniã enim quatuor numeri proportionales sunt α, ε, κ, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad ε, sicut autem est α ad ε, sic est γ ad δ. Igitur α ad β triplam rationem habet quàm γ ad δ. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 I numerorum continuæ proportionalitatis quisque in seipsum ducatur, qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur, inde quoque productos continuæ proportionalitatis esse necesse est. Idem'que in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

CAMPANVS Sint a, b, c, continue proportionales, quorum quisque in se ducatur, & proueniant ex a quidem, d, ex b uero e, ex c, f. Dico quod d, e, f, sunt continue proportionales. quod si item a ducatur in d & proueniat g, b quoque in e, & proueniat h, & c in f, proueniat k, dico etiam quod g, h, k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntque per 18 & 19 septimi, d, l, e, m, f, continue proportionales in proportione a, b, c, itaque per æquam proportionalitatem argue d ad e, sicut e ad f, quod est primũ. Reliquũ sic: Ducatur a in l & proueniãt n & p, c quoque ducatur in e & m, & proueniãt q & r, eruntque per easdẽ g, n, p, h, q, r, k, cõtinue quoq; proportionales in proportione primorum, per æquã igitur proportionalitatẽ cõcludc g ad h, sicut h ad k quod est reliquum. Eadem erit ratio, quotiescunque primi in productos ducantur.

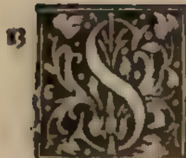
Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, & multiplicãs unusquisque seipsum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipsis proportionales erũt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quoq; proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit.

THEON ex Zamb. Sint quotlibet numeri cõtinue proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ, & ipsi quidẽ α, β, γ, se ipsos multiplicãtes, efficiant ipsos δ, ε, ζ, ipsos autem δ, ζ, multiplicãtes, ipsos efficiant η, θ, κ, Dico quod & ipsi δ, ε, ζ, & ipsi η, θ, κ, continue sunt proportionales. ipse nãque α, ipsum β multiplicans, ipsum efficiat λ, uterque aũt ipsorum α, β, ipsum multiplicans λ, efficiat utrũq; ipsorum μ, ν, & rursus ipse β, ipsum γ, multiplicãs, ipsum efficiat ξ, uterq; aũt ipsorũ β, γ, ipsum ξ multiplicans, utrunq; ipsorũ ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedẽtis theorematis discursu ostẽdemus quod ipsi δ, λ, ε, & η, μ, ν, θ, cõtinue sunt proportionales in ipsius α ad β, ratiõe, & ipsi ε, ξ, ζ, & θ, ο, π, κ sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, & ipsi δ, λ, ε, igitur, ipsis ε, ξ, ζ, in eadẽ sunt ratione, & insuper ipsi η, μ, ν, θ, ipsis θ, ο, π, κ. & æqualis est quidẽ ipsorũ δ, λ, ε, multitudo, multitudini ipsorũ ε, ξ, ζ, et autem quæ ipsorum est η, μ, ν, θ, ei quæ ipsorum est θ, ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut quidẽ δ ad ε, sic est ε ad ζ. Sicut autem η ad θ, sic est θ ad κ, quod demonstrare oportebat.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 I quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; suum, latus illius numerare probatur. Si uero latus suũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quod si a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerso. Cõstat enim quod ex c in se fit a, ex d quoq; in se, b fiat igitur, e ex c in d, eruntq; per 18 & 19 septimi, a, e, b, cõtinue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipse per 7 huius, numerabit e, quare & c, d, quod est primum. Cõuersa sic patet. si c numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e sicut c ad d, & si numerat e, ipse numerabit b, propter hoc quod sunt continue proportionales.

a ....
e ......
b ....
c ..
d ...

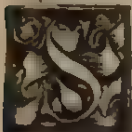
Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 14

14 Si quadratus numerus quadratum numerũ mensus fuerit, & latus latus metietur. Et si latus latus metiatur, & quadratus quadratum metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α, β, latera uero ipsorũ, sint γ, δ, at α ipsum β metiatur. Dico quod & γ ipsum δ metietur. Igitur γ, ipsum δ multiplicans, efficiet ipsum ε. Igitur (per 17 & 18 septimi, & 11 quinti, ac 11 octaui.) ipsi α, ε, β, continue proportionales sunt in ipsius γ ad δ ratione. Et quoniam ipsi α, ε, β, continue sunt proportionales, & metitur α ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui,) & α ipsum ε. Estq; sicut α ad ε, sic γ ad δ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iam metitur & γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β metitur, eisdem namque dispositis similiter ostendemus quod ipsi α, ε, β, continue sunt proportionales in ipsius γ ad δ, ratione, & quoniã est sicut γ ad δ, sic est α ad ε, metitur autem γ ipsum δ, metitur igitur & α ipsum ε, & sunt ipsi α, ε, β, continue proportionales, metitur igitur & α ipsum β. Si quadratus igitur, & quæ sequuntur reliqua quod oportebat demonstrare.*

α ....
ε ....
β ....
γ ...
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 I cubus aliũ cubũ numeret, latus quoq; suũ, latus alterius numerabit. Si uero latus suũ, latus alterius nũeret, cubus nũerabit cubũ.

CAMPANVS Sint duo nũeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d, dico quod si a numerat b, c quoq; nũerabit d, & ecõuerso ducatur enim b in se & fiat e, d quoq; in se, & fiat f, cõstat igitur q ex c in e fit a, & ex d in g, b, fiat itaq; f, ex c in d erũtq; per 17 & 19 septimi, e, f, g, cõtinue proportionales in proportione c ad d, sed & h, & k, proueniant ex c in f & g, per easdẽ igitur erũt a, h, k, b: continue quoq; proportionales in eadem proportione, itaque si a numerat b, idem per 7 huius numerabit h, quare & c, d, est enim c ad d, sicut a ad h, constat igitur prima pars. Conuersa patet, sicut conuersa prioris. Nã si c numerat d, a quoque numerabit h, quem si numerat, necesse est ut numeret b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 15

15 Si cubus numerus cubum numerum mẽsus fuerit, & latus latus metietur, Et si latus latus mensum fuerit, & cubus cubum metietur:

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, & ipsius quidẽ α, latus sit γ, ipsius autẽ β sit δ. Dico quod γ ipsum δ metitur. Igitur γ, seipsum multiplicãs ipsum efficiat ε, & insuper γ, ipsum δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ad δ seipsum multiplicãs ipsum efficiat η. Vterq; aũt ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicãs, utrũq; ipsorũ θ, κ, faciat. Manifestũ iam est (per 17 & 18 septimi & 11 octaui,) quod ipsi ε, ζ, η, & α, θ, κ, β, cõtinue sunt proportionales, in ipsius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipsi α, θ, κ, β, cõtinue sunt proportiõales, & metitur α, ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipsum θ, & est sicut α ad θ, sic est γ ad δ. Metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iã metiatur γ, ipsum δ. Dico quod & α, ipsũ β metitur. Eisdẽ nãq; dispositis similiter ostẽdemus quod ipsi α, θ, κ, β, cõtinue proportiõales sunt in ipsius γ ad δ, ratione. quoniã enim γ ipsum δ, metitur, estq; sicut γ ad δ, sic α ad θ, & α igitur ipsum θ metitur. Quare & α ipsum β metitur. Si cubus igitur nũerus & reliqua quod oportuit demõstrasse.*

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ..
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

Eucl. ex Cãp. Propositio 15

15 I numerus quadratus quẽdam alium quadratũ nõ numeret, nec latus suũ, latus illius numerabit. Si uero latus suũ, latus illius non,

numeret, quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 11 proponit negationes conuerti, quæ affirmationibus quas 11 huius cõuerti proposuit opponũtur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorũ latera c & d. si a nõ numerat b. c quoq; nõ numerabit d, e conuerso etiam si c non numerat d, nec a. b. Sit enim primo ut a non numeret b. si itaque c numerat d. per secundam partem 11 huius & a numerabit b. quod est cõtrarium positioni, sicque patet primum. Secundum quoque sic: sit ut c non numeret d, itaque si a numeret b, per primã partem 11 necesse est ut c numeret d, necesse est igitur ut c numeret ipsum, cum numerat ipsum, quod est impossibile.

a ..... b ....
c .. d ...

CAMPANI annotatio. Quemadmodũ autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas 11 demonstrauit conuerti, sic quoque necesse est eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmissa conuerti demonstrauit, cõuertantur. Vnde si cubus nõ numerat cubũ: nec latus eius numerabit latus illius. e conuerso quoque si latus unius non numerat latus alterius, nec ipse cubus numerabit alterum cubum. demonstratur autem hoc per præmissam à destructione consequentis. sicut quod propositum est per 11, ideoque hoc auctor non proposuit, sed per id quod propositum est, ipsum dedit intelligi.

Hæ sequentes ex Zamberto duæ propositiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16 Conuersa 14

16 Si quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit, neq; latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit, neque quadratus quadratum metietur,

THEON ex Zamberto. Sint quadrati numeri α, β: eorum autem latera sint γ. δ. At α, ipsum β non metiatur. Dico quod neque γ, ipsum δ, metietur. Si autem γ ipsum δ, metitur, metitur (per 14 octaui,) & α ipsum β: non metitur autem (per hypothesin) β, ipsum C, neque igitur γ, ipsum δ metietur. Non metiatur autem rursus γ, ipsum δ. Dico quod neque α ipsum C, metietur. Si autem α, ipsum C metitur, & γ, (per 14 octaui.) ipsum δ. Nõ metitur autẽ γ, ipsum δ, (per hypothesin,) neque α igitur, ipsum β metietur, quod erat demonstrandum.

α ....
β ....
γ ...
δ ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17 Conuersa 15

17 Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neque latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur, neque cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubum numerum β non metiatur, & ipsius quidem α, latus esto γ, ipsius uero β, sit δ. Dico quod & γ, ipsum δ non metietur, Si enim γ ipsum δ metitur, & α, ipsum β metietur. (per 15 octaui,) non metitur autem α, ipsum β, (per hypothesin,) neque igitur γ, ipsum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β non metietur, si enim α ipsum C, metitur, & γ, ipsum δ, metietur (per 15 octaui,) non metitur autem γ, ipsum δ, (per hypothesin,) neque α igitur ipsum β, metietur: quod oportuit demonstraße.

α ....
β ....
γ ......
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 I duo numeri superficiales fuerint similes, necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse. Eritq; proportio unius numeri ad alterum sibi similem, uelut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, superficiales & similes, dico quod inter ipsos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a sint c & d, b uero latera, sint e & f, erũtque ex conuersione diffinitionis numerorũ similiũ, c ad e, sicut d ad f, constat autem quod ex c in d fiat a, & ex e in f, b, fiat itaque

a ....
g ....
b ....
c ..
d ....
e ...
f ......

itaque g ex c in d, eritque per 19 septimi, a ad g, sicut c ad e. & per 18 eiusdem g ad b sicut d ad f, quare a ad g, sicut g ad b, est itaque g. continua proportionalitate medius inter a & b. quod est propositum. Correlarium autem patet, cum sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata, quæ eadem est illi quæ est c ad e.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI secundum continuam proportionalitatē tertius numerus duobus numeris intersit, illi duo numeri superficiales sunt & similes.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ. Vt si inter a & b sit c sub continua proportionalitate constitutus, a & b erunt superficiales & similes, sint enim d & e minimi in proportione qua continuantur a, c, b. qui per 21 septimi, numerabunt a & c æqualiter. sitque ut secundum f, & per eandem c & b æqualiter. sitque ut secundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b superficiales. & erunt etiam per diffinitionem, d & f, latera numeri a, e quoque & g latera numeri b. Quod autē ipsi sint similes, sic habeto, cum, cum enim ex d in g. fit c, & ex e in f fit idem c, erit per secundam partem 20 septimi, d ad e. sicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b sunt similes, quod est propositum. Hoc autem ultimnm quod est a & b esse similes, potest etiam per 19 & 15 septimi. & per has hypotheses quod a. c, b, sunt continue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c secundum f, & c & b secundum g

a ....
c ....
b ....
d ..
e ...
f ....
g .....

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI fuerint duo numeri solidi similes, necesse est eis duos numeros secundū continuā proportionalitē interesse, eritq́ꝫ proportio unius solidi ad alterū sibi similē, uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciēs se proportióaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b. solidi similes. dico quod inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a, c, d, e: latera uero b, sint f, g, h. eruntq́ꝫ ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad f, & d ad g, sicut e ad h. Sit igitur ex c in d. k, & ex f in g. l, erūtque ex diffinitione. k & l. superficiales & similes. quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius secundū proportionem c ad f. qui sit m. Manifestum autem est quod ex e in k, fit a & ex h in l. b. si igitur ex e in m & l fiant n & p. erunt per 18 septimi, a ad n sicut k ad m & n ad p, sicut m ad l. quare a. n. p, sunt continue proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h. & ideo sicut c ad f, sequitur ut quatuor numeri a. n. p, b sint continue proportionales secundum proportionem c ad f, sunt itaque inter a & b duo numeri n & p, medij in continua proportionalitate suorum laterū interpositi, quod est propositū. Correlariū autē patet, cū proportio a ad b sit per diffinitionē sicut a ad n triplicata. quæ est eadē illi quæ est c ad f.

a ....
n ....
p ....
b ....
c ..
d ....
e ..
f ...
g ......
h ...
k ....
m ....
l ....

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 SI eis secundum cōtinuam proportionalitatem duo numeri interiacent, quilibet duo numeri, solidi sunt atque similes.

CAMP. Hæc est cōuersa præmissæ, ut si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione, erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales: qui sunt e, f, g, eruntque per 17 e, & g, superficiales & similes, sint ergo h & k, latera e, at l, & m, latera g eritque per correlarium 16 huius, e ad f. sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestum autem est ex tertia quod e & g, sunt contra se

a ....
c ....
d ....
b ....
e .... h .. k .. n ..
f ......
g .... m ... l ... p ...

primi

primi, ideoque per 21 septimi, in sua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b sicut e ad g, sequitur per 14 septimi, ut ipsi numerent a & d æqualiter, quod fit secundum n, & item c & b æqualiter, quod secundum p. Quia igitur ex h in k fit c, & ex c in n fit a, sequitur per diffinitionem ut a sit solidus eiusque latera h,k,n, similiter quia ex l in m fit g, & ex g in p, b, sequitur etiam ut b. sit solidus & eius latera l,m,p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cum ex g in n fiat d, & ex eodē in p, b: erit per 17 septimi, n ad p, sicut d ad b, & quia sic erant h ad l, & k ad m, per diffinitionem manifestum est a & b, esse similes: quod est propositum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones scilicet 16, 17, 18, 19, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus puta 18, 19, 20, 21, hoc ordine respondent, prima, primæ, secunda tertiæ, tertia secundæ, quarta quartæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 Duorum similium planorum numerorum, unus medius proportionalis est numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. Sint bini plani similes numeri α,β. & ipsius α, latera sint γ,δ, ipsius autem β sint ε,ζ. Et quoniam similes plani sunt, qui proportionalia habent latera, (per 22 diffinitionē septimi.) est igitur sicut γ ad δ, sic est ε ad ζ. Dico igitur quod ipsorū α,β, unus medius proportionalis est numerus & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ, ad ε, uel δ, ad ζ, hoc est quàm similis rationis latus, ad similis rationis latus. Et quoniā est sicut γ, ad δ, sic est ε, ad ζ, uicissim igitur est (per 13 septimi,) sicut γ, ad ε, sic est δ ad ζ. Et quoniā α planus est, ipsius aūt latera sunt γ,δ, igitur δ, ipsum γ, multiplicās, ipsum α fecit. Id propterea etiā ε, ipsum ζ. multiplicās, ipsum effecit β. At δ, ipsum ε multiplicās, ipsum efficiat η. & quoniā δ, ipsum quidē γ, multiplicās ipsū effecit α, ipsum aūt ε multiplicās ipsum fecit η, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ, ad ε, sic est α ad η. Sed sicut γ, ad ε, sic est δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ζ: sic α. ad η. Rursus quoniam ε, ipsum quidem δ multiplicans ipsum effecit η, ipsum aūt ζ, multiplicans ipsum β, fecit: est igitur, (per 17 septimi.) sicut δ ad ζ, sic est η ad β, ostensum autem est quod & sicut δ, ad ζ, sic est α ad η, & sicut igitur (per 11 quinti,) α, ad η, sic est η, ad β. Igitur ipsi α,η,β, cōtinue sunt proportionales. Ipsorum igitur α,β, unus medius proportionalis est numerus. Dico iam quod & α, ad β, duplam rationē habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm γ, ad ε, uel quàm δ, ad ζ. Quoniam enim ipsi α,η,β, continue proportionales sunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, duplam habet rationem quàm ad η, & est sicut α, ad η, sic est γ, ad ε, & δ, ad ζ, & α, igitur ad β, duplam rationem habet quàm γ, ad ε, uel δ, ad ζ. quod erat demonstrandum.

α . . . .
η . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . . . .
ε . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 Duorum similium solidorum numerorum, bini medij proportionales sunt numeri, Et solidus ad solidum simile triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. Sint bini similes solidi numeri, α,β, & ipsius quidem α, latera sint γ δ,ε, numeri ipsius autē β, sint ζ,η,θ, & quoniam (per 22 diffinitionem septimi, similes solidi latera habent proportionalia, est igitur sicut γ ad δ, sic est ζ, ad η, sicut autem δ ad ε, sic η ad θ. Dico quod ipsorum α,β, bini medij proportiōales sunt numeri, & quod α, ad β, triplam rationē habet, quàm γ, ad ζ, uel δ, ad η, uel insuper ε, ad θ. Igitur γ ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat κ: at ζ, ipsum η, multiplicans ipsum efficiat λ. Et quoniā ipsi γ,δ, ipsis ζ,η, in eadem sunt ratione ex ipsisq; γ,δ, gignitur κ, ex ipsis autem ζ,η, gignitur λ, igitur κ,λ, similes plani sunt numeri. Ipsorum igitur κ,λ, unus medius proportionalis est numerus (per 18 octaui) sit μ. Igitur μ ex ipsis δ,ζ. gignitur, quē admodum ex præcedenti patuit theoremate. Est igitur sicut κ, ad μ, sic est μ, ad λ. Et quoniam δ, ipsum quidē γ, multiplicans fecit ipsum κ, ipsum aūt ζ. multiplicās fecit ipsum μ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ, ad ζ, sic est κ, ad μ, sed sicut κ, ad μ, sic μ ad λ. Ipsi igitur κ,μ,λ, cōtinue sunt proportiōales, in ipsius γ, ad δ, ratiōe. Et quoniam

α . . . .
ν . . . .
ξ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . .
ε . .
ζ . .
η . . .
θ . . .
κ . . . .
μ . . . . . .
λ . . . .

quoniam est sicut γ, ad δ, sic est ζ, ad η, uicissim igitur (per 13 septimi,) est sicut γ, ad ζ, sic est δ, ad η. Rursus quoniā est sicut δ, ad ι, sic η, ad θ, uicissim igitur (per 13 septimi, est sicut δ, ad η, sic est ι, ad θ. Ipsi igitur κ, λ, μ, continue sunt proportionales in ipsius γ, ad ζ, & δ, ad η ratione, & insuper ipsius ι, ad θ. Vterque iam ipsorum ι, θ, ipsum μ, multiplicans, utrūque ipsorum, ν, ξ, faciat. & quoniam α, solidus est, latera autē eius ipsi γ, δ, ι, igitur ι, eum qui ex γ, δ, multiplicans ipsum, effecit α, ut qui gignitur ex γ, δ, est κ. Igitur ι, ipsum κ, multiplicans, ipsum effecit α. Id propterea etiam θ, ipsum qui gignitur ex ζ, η, hoc est λ, multiplicās, ipsum effecit β. Et quoniam ι, ipsum κ multiplicans ipsum α, effecit, sed & ipsum μ, multiplicans ipsum ν, effecit, est igitur (per 17 septimi, sicut κ, ad μ, sic est α, ad ν. Sicut autem κ, ad μ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & insuper ι ad θ, sicut igitur γ ad ζ, & δ, ad η, & ι, ad θ, sic est α, ad ν. Rursus quoniam uterque ipsorum ι, θ, ipsum multiplicans μ, utrūq; ipsorū ν, ξ, fecit, est igitur (per 18 septimi,) sicut ι, ad θ, sic est ν, ad ξ. Sed sicut ι, ad θ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad ζ, & δ, ad η, & ι, ad θ, sic est α, ad ν, & ν, ad ξ. Rursus quoniā θ, ipsum μ, multiplicans ipsum fecit ξ, sed & ipsum λ, multiplicās ipsum effecit β, est igitur (per 17 septimi,) sicut μ, ad λ, sic ξ, ad β. Sed sicut μ, ad λ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & ι, ad θ, & sicut igitur γ, ad ζ, & δ, ad η, & ι, ad θ, sic non solum ξ ad β, sed & α, ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipsi α, ν, ξ, β: continue sunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico insuper quod & α, ad β, triplam rationē habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus hoc est, quàm γ, numerus ad ζ, uel δ ad η, & insuper quàm ι, ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue sunt proportionales, hoc est, α, ν, ξ, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, triplam rationē habet, quàm α, ad ν. Sed sicut α ad ν sic patuit γ, ad ζ, δ ad η, & insuper ι ad θ. Igitur α, ad β, triplā rationē habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, quàm γ, numerus ad ζ, numerū & δ, ad η, & ι ad θ, quod erat demonstrandū.

α ....
ε ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ι ..
ζ ..
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, similes plani erunt ipsi numeri.

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α, β, unus medius proportionalis esto γ, numerus. Dico quod ipsi α, β, similes plani sunt numeri, Sumantur (per 35 septimi) enim minimi numeri eandem rationem habentes ipsis α, γ, β, duo: sintq; δ, ε. Est igitur sicut δ, ad ε, sic est α, ad γ, sed sicut α, ad γ, sic est γ, ad β, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ε, sic γ ad β. Aeque igitur δ, ipsum α metitur, & ε, ipsum γ, quoties autē δ, ipsum α metitur, tot unitates sunt in ζ, igitur ζ, ipsum δ multiplicans ipsum effecit α. Ipsum autem ε, multiplicans, ipsum fecit γ, quare α, planus est: latera autem eius sunt δ, ζ, (per 21 diffinitionē septimi.) Rursus quoniam ipsi δ, ε, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ, β, æque igitur (per 11 septimi,) δ, ipsum γ, metitur & ε, ipsum β. Quoties autē ε, ipsum β, metitur, tot unitates sint in ipso η. Igitur ε, ipsum β, metitur per eas quæ in η, sunt unitates, igitur η, ipsum ε multiplicās, ipsum effecit β, igitur planus est (per 23 diffinitionē septimi,) latera aūt eius sunt ε, η. Igitur ipsi α β, plani sunt duo numeri. Dico insuper quod & similes. Quoniam enim utrq; ipsorū ζ, η, ipsum ε, multiplicans, utrunque ipsorū γ, β, effecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut ζ ad η, sic est γ, ad β. Sicut autem γ, ad β, sic δ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ε, sic ζ, ad η. Ipsi igitur α, β similes plani sunt numeri, eorum enim latera proportionalia sunt quod erat demonstrandum.

α ....
γ ....
β ....
δ ...
ε .....
ζ ......
η ....

Hoc fiet, per 35 septimi, sumendo ipsorum aut α γ, aut γ β, maximam dimensionem per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi, hoc est δ, ε.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Si duorum numerorū duo medij proportionales fuerint numeri similes solidi sunt ipsi numeri.

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α, β, duo medij proportionales sint numeri γ, δ, dico quod ipsi α, β, similes solidi sint. Sumantur enim (per 35 septimi, aut 2 octaui,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α, γ, δ, β, tres: sintque ε, ζ, η. Igitur (per tertiā octaui) eorum extremi ε, η, primi adinuicē sunt, & quoniā ipsorū ε, η, unus medius proportionalis est numerus, similes igitur plani sunt (per 20 octaui.) Sint

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ...
κ ...
λ ....
μ ....

Hoc fiet, per 35 sep. sumendo ipsorū aut α γ δ, aut γ δ β, maximā dimensionē per quā inueniētur tres in eadē ratione minimi. Aut ipsorū uel α γ, uel γ δ, uel δ β, sumendo maximā dimensionē per quā sumētur duo in eadē ratione minimi, per quos per 2 octaui sumētur tres, hoc est ε ζ η

Sint igitur ipsius quidem α, latera θ,κ, ipsius autem β, sunt λ,μ. Manifestum igitur est ex hoc, quod ipsi ε,ζ,η, continue proportionales sunt in ipsius θ, ad λ, ratione, & ipsius κ, ad μ. Et quoniam ipsi ε,ζ,η, minimi sunt eandem rationem habentiũ ipsis α,γ,δ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut ε, ad η, sic est α, ad δ. At ε,η, (per 3 octaui primi,) sunt primi autem, & minimi, minimi uero, (per 21 septimi,) metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem, & minorem, hoc est antecedens antecedentem, & sequens sequentem: æque igitur ε, ipsum α, metitur, & η, ipsum δ. quoties igitur ε, ipsum α, metitur: tot unitates sint in ipso ν. Igitur ν, ipsum ε, multiplicans, ipsum effecit α. At ε, est ex θ,κ. igitur ν, eum qui ex θ,κ, gignitur multiplicans ipsum effecit α. Solidus igitur est α, latera autem eius sunt θ,κ,ν. Rursus quoniam ipsi ε,ζ,η, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ,δ,β, æque igitur ε, ipsum γ, metitur & η, ipsum β. Quoties autem η, ipsum β metitur: tot unitates sint in ξ. Igitur η, ipsum β metitur per eas quæ in ξ, sunt unitates. Igitur ξ, ipsum η multiplicans, ipsum effecit β. At η, est ex λ,μ. igitur ξ, eum qui ex λ,μ, gignitur multiplicãs ipsum fecit β. Solidus igitur est β, latera autem eius sunt λ,μ,ξ. Igitur ipsi α,β, solidi sunt. Dico insuper quod & similes. quoniam ν ξ, ipsum ε, multiplicãtes ipsos fecerunt α,γ, est igitur (per 18 septimi,) sicut ν, ad ξ, sic est α, ad γ, hoc est ε, ad ζ. Sed sicut ε, ad ζ, sic est θ, ad λ, et κ, ad μ. & sicut igitur (per 11 quinti,) θ, ad λ, sic κ, ad μ, & ν, ad ξ, & sunt quidem ipsi θ,κ,ν, latera ipsius α, ipsi uero ξ,λ,μ, latera sunt ipsius β. Igitur ipsi α,β, numeri solidi sunt similes, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus, tertium quoque quadratum esse.

CAMPANVS Sint tres numeri continue proportionales a,b,c, sitque a quadratus Dico quod c est etiam quadratus: sunt enim per 17 a & c superficiales & similes, cum igitur a sit quadratus: per hypothesin, erit c quadratus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22

22 Si tres numeri continue proportionales fuerint, primusque fuerit quadratus, & tertius quadratus erit.

THEON ex Zamberto. *Sint tres numeri continue proportionales α,β,γ, primus autem sit quadratus. Dico quod & tertius quadratus est, quoniam enim ipsorum α,γ, (per 10 octaui,) unus medius proportionalis est numerus β, igitur α,γ, similes plani sunt, at quadratus est α, quadratus igitur est & γ, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus, quartum cubum esse necesse est.

CAMPANVS Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d sitque a cubus. dico quod d est etiam cubus, constat enim per 19 quod a & d sunt solidi similes. & quia a est cubus per hypothesin. erit etiam d cubus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 Si quatuor numeri continue proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor numeri proportionales continue, α,β,γ,δ, sit autem α, cubus, dico quod & δ, cubus erit. Quoniam enim ipsorum α,δ, duo medij proportionales sunt numeri β,γ, ipsi igitur α,δ, similes sunt solidi numeri, at α, cubus est, cubus igitur est & δ, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI duorum numerorũ quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratũ eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquum eſſe quadratum. Cum enim c & d ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 16 igitur conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 24

24 Si bini numeri rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, primus autem fuerit quadratus, & ſecundus quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quod & β quadratus eſt. Quoniam ipſi γ, δ, ſunt quadrati, ipſi γ, δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorũ igitur γ, δ, (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad β. Ipſorum igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, & β igitur quadratus eſt, quod erat demonſtrandum.

Camp. 22
Zamb. 24

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

23 SI duorum numerorũ quorum proportio unius ad alterũ ſit ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquũ eſſe cubum. Neceſſe eſt enim quod c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaq; per 18 inter ipſos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifeſtum eſt quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propoſitio 25

25 Si bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus fuerit, & ſecundus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubum numerum δ, cubus autem eſto α. Dico quod & β cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ, δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ, δ, ſimiles ſolidi, ipſorum igitur γ, δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipſos γ, δ, continue proportionales cadunt, totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt, (per 8 octaui) cadant ipſi ε, ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α, ε, ζ, β, continue proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 23 octaui) & β, quod oſtendere oportuit.

Camp. 23
Zamb. 25

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24

24 NVmerorum ſuperficialium ſimilium eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quod unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius in cõtinua proportione qui ſit c, ſumptis itaque tribus minimis in pportione eorum qui ſunt d, e, f, erunt per correlarium 2, d & f quadrati: & quia per æquam proportionalitatẽ eſt a ad b ſicut d ad f, conſtat uerum eſſe quod proponitur.

a c b d e f

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 26

26 Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

THEON ex Zamber. *Sint similes plani numeri α β. Dico quod α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam ipsi α, β, similes plani sunt, inter ipsos igitur α, β, unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui.) Cadat, & sit γ, assumanturque (per 35 septimi) minimi numeri eandem ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintque δ, ε, ζ: ipsi igitur ipsorum extremi, hoc est δ, ζ, sunt quadrati. Et quoniam est sicut δ ad ζ, sic α ad β, & ipsi δ, ζ, sunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonstrare oportebat.*

α . . . .
γ . . . .
β . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 25



25 Mnium duorum solidorum similium est proportio unius ad alterum, sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

CAMPANVS. Sint a & b solidi similes, dico quod proportio unius eorum ad alterum, est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 16 inter eos duo numeri medij secundum continuam proportionē, qui sint c & d, & in eorū proportione sint minimi quatuor e, f, g, h, quorū e & h erunt cubi per correlarium secūdæ: quia igitur per æquam proportionalitatē est a ad b, sicut e ad h, liquet propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Similes solidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.

THEON ex Zamberto. *Sint similes solidi numeri α, β. Dico quod α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipsi α, β, similes solidi sunt, inter ipsos igitur α, β, (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadunt, & sint γ, δ. Accipianturque (per 35 septimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipsis α, γ, δ, β, sintque ipsis aequales multitudine ε, ζ, η, θ. Ipsi igitur ε, θ, eorum extremi cubi sunt: estque sicut ε ad θ, sic α ad β. Et α igitur ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum, quod oportuit demonstrasse.*

α . . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER NONVS.

Ex Campano. Diffinitiones.



Ar numerus, est qui potest in duo æqualia diuidi. 1
2 Impar numerus, est qui in duo æqualia diuidi non potest, additque supra parem unitatē.
3 Pariter par, est quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 2
4 Pariter impar est quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant.
5 Pariter par & impariter, est quem pares eum numerantes, quidam paribus quidam imparibus uicibus numerāt.
6 Impariter impar, quē cuncti impares eum numerantes, imparibus uicibus numerāt.

7 Perfectus numerus appellatur, qui omnibus partibus suis quibus numeratur, est æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus suis partibus minor est. 9 Diminutus uero, qui maior.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 I fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu alterius in alterum producetur, numerũ quadratũ esse necesse est.

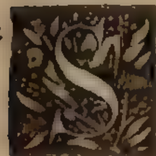
CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, ex quorum multiplicatione proueniat c, dico c esse quadratũ: fiat enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius secũdum continuam proportionalitatẽ per 16 octaui, sequitur per 8 eiusdem, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cum d sit quadratus, erit per 20 eiusdem. c quoq; quadratus, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.

THEON ex Zamb. Sint bini similes plani numeri α, β, & α ipsum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ quadratus est, ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat, ipse igitur δ, quadratus est. Quoniam igitur α se ipsum multiplicans ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α, β, similes plani sunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipsorum α, β. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipsos cadunt totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos γ, δ, unus medius proportionalis numerus cadit: est autem ipse δ, quadratus, quadratus igitur est γ, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 I ex ductu alterius in alterũ tetragonus producatur, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens est, quia si tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ esse. Si uero ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illum numerum aliquem esse tetragonũ. Itemq; si ex ductu tetragoni in numerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem non tetragonum esse. Si uero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus, erunt a & b, superficiales similes. Sit enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b. Per 16 autẽ octaui, cum d & c sint superficiales similes, eo q; sunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius secundum continuam proportionem: per 8 itaq; eiusdem erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiusdẽ, a & b sunt superficiales similes, quod est propositũ.

Prima pars correlarij patet per præmissam, sunt enim omnes tetragoni, superficiales similes. Secũda patet ex hac, cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipsius correlarij parte, à destructione consequẽtis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda, à destructione consequentis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si bini numeri inuicem sese multiplicantes, quadratum fecerint, similes plani sunt.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α, β, inuicem sese multiplicantes, quadratũ efficiant γ. Dico quod & ipsi α, β, similes plani sunt numeri. ipse enim α seipsum multiplicãs, ipsum δ efficiat: δ igitur quadratus est. Et quoniã α seipsum quidem multiplicãs ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ: & quoniam δ quadratus est, sed & γ, ipsi igitur δ, γ, similes plani sunt, ipsorũ igitur δ, γ, (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & est ut δ ad γ, sic α ad β. ipsorum igitur α, β, (per 8 octaui) unus medius est proportionalis. Si autem binorum numerorũ unus medius proportionalis est numerus, (per 20 octaui,) similes plani sunt numeri: ipsi igitur α, β, similes plani sunt, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI numerus cubus in seipsum ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sit a cubus, ex quo in se ducto fiat b, dico b esse cubum: sit enim c latus cubicũ a, ex c uero in se, fiat d, patet itaq; q ex c in d, fit a: sunt igitur unitas, c, d, a, continue proportionales, quod ex 11 septimi, & præsentibus hypothesibus manifestũ est, & quia a est a ad b, sicut unitas ad a, eo quod quoties unitas est in a toties a in b, erunt inter a & b, duo numeri medij secundum proportionalitatẽ continuam per 8 octaui, cum igitur ex hypothesi sit a cubus, erit per 21 eiusdem, b quoq; cubus, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si cubus numerus seipsum multiplicãs aliquẽ fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, seipsum multiplicans, ipsum efficiat β, Dico quod β cubus est. accipiatur enim ipsius α, latus γ, & γ seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ, manifestũ iam est, quod γ ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α & quoniã γ seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit, igitur γ ipsum δ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Sed & unitas ipsum γ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ. Rursus quoniam γ ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α, igitur ipse δ ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. At unitas ipsum γ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic δ ad α. Sed sicut unitas ad γ, sic γ ad δ, & (per 11 quinti) igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ & δ ad α. Ipsius igitur unitatis & α, bini medij sunt continue proportionales numeri γ, δ. Rursus quoniam α seipsum multiplicans, ipsum β fecit, igitur α ipsum β metitur per eas quæ in seipso sunt unitates. Metitur autem & unitas ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad α, sic α ad β. ipsius autẽ α & unitatis, bini medij sunt proportionales numeri, & ipsorũ igitur α β, bini medij proportionales sunt numeri (per 8 octaui.) Si autem binorũ numerorũ bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit (per 23 octaui:) est autẽ α cubus, & β igitur cubus est, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI cubus in alium cubũ ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b: dico c esse cubum, fiat enim d ex a in se, eritq; per præmissam d cubus, & quia per 18 septimi, est a ad b, sicut d ad c, constat ex 23 octaui, c esse cubum, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquem fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubus numerũ β multiplicans, efficiat γ. Dico quod γ cubus est. ipse nanq; α seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ. igitur δ cubus est (per præcedentem.) Et quoniam α seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans, ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α β cubi sunt, similes solidi sunt ipsi α, β. Ipsorum igitur α, β, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiusdem ipsorum) δ, γ, bini medij proportionales sunt numeri, est autem δ cubus, cubus igitur est & γ, quod demonstrare oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI numerus cubus in numerū alium ducatur, fueritq́ productus cubus, in quem ductus est, numerū cubum esse necesse est.

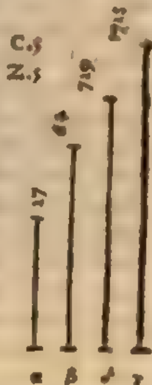
CORRELARIVM.

Vnde & manifestum est, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq́ cubo in numerum aliquem, si fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit, necesse est esse non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerū, productus c cubus, dico b esse cubum: fiat enim d ex a in se, qui per antepræmissam erit cubus, quia igitur est per 11 sept. a ad b sicut d ad c, estq́ a cubus, sed & d & c cubi, erit per 25 octaui, b cubus, quod est propositū. Prima pars correlarij patet ex hac quinta, a destructione consequentis, secunda, per præmissam, similiter a destructione consequentis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5 C.5 Z.5

5 Si cubus numerus numerū aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.



THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α numerū aliquem β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quod β cubus est. Ipse enim α seipsum multiplicās, ipsum δ efficiat. Cubus igitur est (per 5 noni) & ipse δ. & quoniā α seipsum multiplicās ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicās ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. & quoniam ipsi δ, γ, cubi sunt, similes solidi sunt. Ipsorū igitur δ, γ, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Estq́ sicut δ ad γ, sic est α ad β: & ipsorū igitur α, β, (per 8 eiusdem) bini medij sunt proportionales numeri, estq́ α cubus: cubus igitur & β, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI ex ductu cuiusdā numeri in seipsum cubus producatur, eum esse cubum necessario cōprobatur.

CAMPANVS. Sit ut ex a in se fiat b, sitq́ b cubus: dico ergo a esse cubū. Fiat enim c ex a in b, eritq́ ex diffinitione, c cubus: & quoniā constat ex 11 septi. q̄ sit a ad b, sicut b ad c, cum sint b & c cubi, sequitur ex 23 octaui, a esse cubum, quod est propositū.

512 c
64 b
8 a

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α seipsum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quod α cubus est. Ipse enim α ipsum β multiplicās, ipsum efficiat γ. Quoniā igitur α seipsum quidē multiplicans ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicās ipsum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus est. Et quoniā α seipsum multiplicās ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicās ipsum effecit γ, sicut igitur (per 17 sept.) α ad β, sic β ad γ. Et quoniā ipsi β, γ, cubi sunt, similes solidi sunt, ipsorū igitur β, γ, (per 19 octaui) bini sunt medij proportionales numeri, estq́ sicut β ad γ, sic α ad β, & ipsorū igitur α β bini medij sunt proportionales numeri (per eandem:) est autem β cubus, cubus igitur est & α, quod ostendere oportuit.*

6561 729 27 α β γ

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI numerus compositus in numerū quemlibet ducatur, qui inde producetur erit solidus.

CAMPANVS. Sit a numerus cōpositus, qui ducatur in b, & proueniat c. dico c esse numerum solidum. Cum enim a sit cōpositus, numeratur ab aliquo numero, qui sit d, numeretq́ eum secūdum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c, erit ex diffinitione solidorū c solidus, eiusq́ latera e, d, b, quod est propositū.

e . . .
d . .
c ....
b . . . . . .
a . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si cōpositus numerus numerū aliquem multiplicās, aliquē fecerit, factus solidus erit.

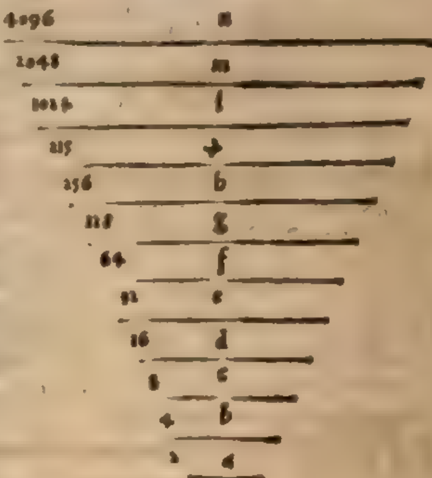
THEON ex Zamb. *Compositus enim numerus α numerū aliquem β multiplicans, ipsum γ efficiat. Dico quod γ solidus est. Quoniam enim α compositus est, eum aliquis numerus metitur (per diffinitionē) metiatur eum δ, & quoties δ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε. Igitur ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Et quoniam α*

ε . . .
δ . .
γ 48
β . . . .
α . . . . . .

ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, & α est ex δ, ε, qui igitur ex δ, ε, ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ: & β igitur eum qui ex δ, γ, multiplicans, ipsum γ fecit. Igitur γ solidus est, latera autem ipsius, sunt ipsi δ, ε, β, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI fuerint numeri ab unitate continue proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno semper intermisso. Quartus uero ab unitate, cubus, ac deinceps duobus semper intermissis. Itemque semptimus ab unitate, est quadratus cubicus, ac deinceps quinque semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.



CAMPANVS. Sint continue proportionales, unitas, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b esse quadratū, & d, omisso c. & sic alios uno semper obmisso, unde simpliciter omnes existentes in locis imparibus, sunt quadrati, ut sunt tertius, quintus & septimus. Dico item c esse cubū, & f, duobus obmissis, & sic in cæteris. Omnisque simpliciter est cubus, cuius ab unitate locus addit super ternariū, uel quemlibet multiplicē ipsius ternarij unitatē, ut sunt quartus, septimus, decimus, tertiusdecimus & sextusdecimus: in hoc enim cōueniunt omnes qui duos transmittunt. Itemque dico f ab unitate septimū, esse quadratū cubicū, & similiter n, quinque numeris intermissis, idemque in cæteris. Simpliciter autem dico, cuius locus ab unitate addit super senarium, uel quēlibet multiplicē ipsius unitatē, ut sunt septimus, tertiusdecimus, decimusnonus, & uicesimusquintus, illum esse quadratū cubicum, quadratū quidem, quoniam eius locus impar, cubum autem quoniam super multiplicē ternarij addit unitatem, quippe senarij multiplices, cūctos ternarij necesse est esse multiplices. Quæ autē proposita sunt, sic constat. Est enim ex hypothesi a in b, quoties unitas in a, itaque b, ex diffinitione quadratus. Quia igitur b, c, d, sunt continue proportionales, cū b sit quadratus, patet ex 17 uel 22 octaui, d esse quadratū. Eadem ratione & f, quia d, e, f, sunt continue proportionales, & d est quadratus. Idem in cæteris uno intermisso. Constat itaque primum. Secundum sic. Cum sit b in c quoties a in b ex hypothesi, sequitur a diffinitione ut ex a in b suum quadratum fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c est cubus. At quia c, d, e, f, sunt cōtinue proportionales, sed & f, g, h, k, est autē c cubus, necesse est per 19 uel 23 octaui, ut f quoque sit cubus, ideoque & k. Idemque in cæteris, duobus transmissis. Quare liquet secūdum. Quoniam autem in f septimo, & in n tertiodecimo, cæterisque quinque medios obmittentibus, simpliciter uero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicē senarij addit unitatem, terminantur quadratorū & cuborum computationes, in his quidem unius, in illis autem duorū obmissione, sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex secunda, quare quadrati cubici. Constat ergo totum quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

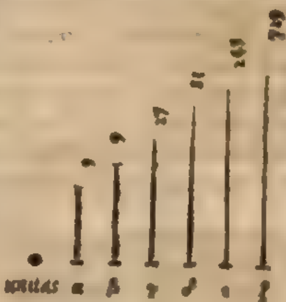
8 Si ab unitate quotcunque numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus est, & unum relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero cubus simul & quadratus, & quinque relinquentes omnes.

* ipsis continue

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quilibet * ordinatim proportionales numeri, α, β, γ, δ, ε, ζ. Dico quod tertius quidem ab unitate, scilicet, β, est quadratus, & unum relinquentes omnes, quartus autem γ est cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero, cubus & simul quadratus, & quinque relinquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad β, æque igitur metitur unitas ipsum α numerum, & α ipsum β, at unitas ipsum α metitur*

per eas

per eas quæ in α sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates: & quoniam α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, igitur α seipsum multiplicans, ipsum effecit β. quadratus igitur est β. Et quoniam ipsi β, γ, δ, ordinatim sunt proportionales, & β quadratus est, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus est, & iam id propterea & ζ quadratus est. Similiter iam demonstrabimus quod & unum relinquentes, quadrati sunt omnes. Dico iam quod & quartus ab unitate, hoc est γ, cubus est, & binos relinquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α numerum sic β ad γ, æque igitur unitas ipsum α numerum, & β ipsum γ metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur & β ipsum γ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, & α igitur ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans, ipsum effecit β, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, cubus igitur est ipse γ. Et quoniam ipsi γ, δ, ε, ζ, ordinatim sunt proportionales, ipse autem γ cubus est, & ζ igitur (per 23 octaui) cubus est. Demonstratum autem est, quod ζ septimus ab unitate existens, quadratus est. Igitur ζ cubus est & quadratus. Similiter iam ostendemus quod & quinque relinquentes cubi sunt omnes & quadrati, quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens quadrarus fuerit, cæteri quoque omnes erunt quadrati. Si uero qui unitaté sequitur fuerit cubus, cæteri quoque omnes erunt cubi.

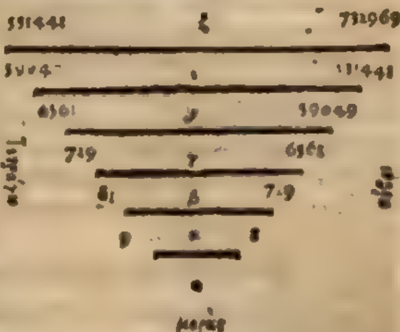
CAMPANVS. Sint qui prius continue proportionales ab unitate, sitque a quadratus, dico omnes esse quadratos. Aut sit idem cubus, tunc quoque dico omnes esse cubos, b enim constat esse quadratum per præmissam, quia ergo a ad b, sicut b ad c, ex 22 octaui, sequitur c esse quadratum, idem quoque ex eiusdem 17 uel 20 potes arguere. De sequētibus autem idem eodemque modo probabis, quare patet primum. Secūdum autem sic. Cum b fiat ex a in se, si fuerit a cubus, erit per tertiam ipse quoque cubus, c uero constat esse cubum per præmissam, itaque per 23 octaui, d omnesque sequentes cubicos esse probabis, est enim a ad b, sicut c ad d. Idem quoque arguere potes ex 19 uel 21 eiusdem, sunt enim a, b, c, d, sed & b, c, d, e, singulique quatuor continue sumpti, continue proportionales.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Si ab unitate quotcunque numeri *consequenter proportionales fuerint, qui uero post unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erunt. Et si qui post unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.

THEON ex Zamberto. Sint ab unitate consequenter proportionales, quotcunque numeri α. β. γ. δ. ε. ζ. qui uero post unitatem, α sit quadratus. Dico quod & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidem tertius ab unitate, ζ sit quadratus & unum relinquentes omnes, patet (ex præcedenti). Dico quod & reliqui omnes quadrati sunt. Nam quoniam ipsi α, β, γ, ordinati sunt proportionales, & α est quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ est quadratus. Rursus quoniam ipsi β, γ, δ, ordine sunt proportionales, & β est quadratus, & δ igitur (per 22 octaui) est quadratus. Similiter iam ostendemus quod & reliqui omnes quadrati sunt. Sed iam esto α cubus. Dico quod reliqui omnes cubi sunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc est γ cu-



bus est,

bus est, & binos relinquẽtes omnes, (ex præcedenti) patet. Dico iam quod & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad ϐ, æque igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum ϐ metitur. Vnitas autem ipsum α metitur per eas quæ in ipso sunt unitates: & α igitur ipsum ϐ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicãs, ipsum β fecit. Est autem & α cubus. Si autẽ cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquẽ, factus cubus est (per 5 noni,) & β igitur cubus est. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales sunt ipsi α, β, γ, δ, & α cubus est, & δ igitur (per 25 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 I numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatẽ sequens non quadratus fuerit, non erit aliorũ quisq; quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiũtur tetragoni. Si uero secundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorũ erit cubus, exceptis ab unitate quarto & deinceps ijs qui duorũ semper intermissione formantur cubicis.

CAMPANVS. Hæc ex opposito subiecti præmissæ, infert partẽ oppositi passionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 constat omnes in locis imparibus constitutos esse quadratos, omnesq; quorũ locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatẽ, esse cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continue proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratũ aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 21 octaui, a esse quadratũ. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum, quorum utrunq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si ab unitate quotcuuq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem non fuerit quadratus, neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & si qui post unitatem, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus.

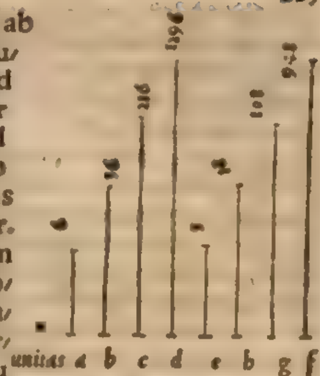
THEON ex Zamber. *Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero post unitatem α non sit quadratus. Dico quod neq; alius ullus quadratus erit exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim possibile, esto γ quadratus, est autem & ϐ quadratus, ipsi igitur ϐ, γ, adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Estq; sicut β ad γ, sic α ad β, ipsi igitur α, β, adinuicẽ rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. quare (per 26 octaui) ipsi α, ϐ, similes plani sunt, & quadratus est ϐ, igitur α est quadratus, quod non suppositũ est. Igitur γ non est quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quod neq; alius ullus cubus, erit exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim est possibile sit, δ cubus. Est autem & γ cubus (per 3 noni) quartus enim ab unitate. Estq; sicut γ ad δ, sic β ad γ, igitur β ad γ rationẽ habet quam cubus numerus ad cubum numerũ, quare (per 27 octaui) ipsi β, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur β cubus est. Estq; sicut unitas ad α, sic α ad β. At unitas metitur ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicãs, ipsum ϐ cubum effecit. Si uero numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni). Cubus igitur est & α, quod suppositũ non est. Igitur δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quod neq; alius ullus cubus est, præter quartũ ab unitate & binos relinquẽtes omnes, quod ostendendũ fuerat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 I numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoq; qui unitatem sequitur numerare necesse est.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint usq; ad d continue proportionales ab unitate: sitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipsum numerare d: dico quod idem numerabit a. Nam si non, erit ad ipsum primus per 31 septimi, & quia ex a in se fit b, sequitur ex 25 eiusdem, ut ipse quoq; sit primus ad b, sed & ad c & ad d, sequitur ipsum esse primum per 25 eiusdem, eo quod ex a in b fit c, & ex eodem in c, d, non ergo numerat d; cum sit primus ad ipsum, quare accidit contrariũ hypothesi. Idem aliter. Cum sit e primus, si non numerat a, primus erit ad ipsum per 31 septimi, itaq; per 25 eiusdem, erunt minimi in sua proportione: quia autẽ e ex hypothesi numerat d, sit ut secundum f, constat uero quod ex a in c, fiat d, ergo per secũdam partem 20 septimi, erit a ad e, sicut f ad c, quare per 21 eiusdẽ, e numerabit c, & sit ut secundũ g, & quia ex a in b fit c, sequitur quoq; per easdem & eodem modo ut e numeret b: esto ergo quod secundũ h, & quoniã rursus ex a in se fit b, necesse est iterum per easdem ut e numeret a, sed positũ erat non numerare, ergo accidit impossibile.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 IN numeris ab unitate continue proportionalibus, minor maiorem numerat, secundũ aliquẽ in illa proportionalitate dispositũ.

CAMPANVS. Sint ab unitate usq; ad f continue proportionales dico nullum ipsorũ numerare f, nisi secũdum aliquem aliorũ. Constat enim quod e numerat ipsum f secundum a, est enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundem f secundũ b, est nanq; per æquam proportionalitatem d ad f, ut unitas ad b. De c quoq; patet eodem modo quod secũdum seipsum numeret eum. E conuerso quoq; a numerat eum secundum e, eo quod sicut unitas ad e, ita a ad f, b uero secũdum d, est enim ut unitas ad d, ita b ad f. uerũ igitur est quod proponitur. Quippe quotus quisq; qui proponitur ultimum numerare, fuerit sub ultimo secũdum totum supra unitatem, numerare ipsum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

f ....
e ....
d ....
c ....
b ....
a ..
unitas .

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Eucli ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Si ab unitate quotcunq; numeri cõtinue proportionales fuerint, minor maiorem metitur per aliquem præexistentẽ in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continue proportionales β, γ, δ, ε. Dico quod ipsorum β, γ, δ, ε, minor β, ipsum ε maiorem metitur per aliquem ipsorũ γ, δ. Quoniam enim est sicut α unitas ad β, sic δ ad ε, æque igitur α unitas ipsum β numerũ metitur, & δ ipsum ε: uicissim igitur (per 15 septimi) æque α unitas ipsum δ metitur, & β ipsum ε. At α unitas ipsum δ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates: & β igitur ipsum ε metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Quare minor β ipsum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris, quod ostendere oportuit.

ε ....
δ ....
γ ....
β ..
α .

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si ab unitate quotlibet numeri cõtinue proportionales fuerint, quot primorũ numerorũ ultimũ metientur, tot & eum qui apud unitatẽ est metiẽtur.

THEON ex Zamb. Sint ab unitate quotlibet continue proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quod quot primorũ numerorũ ipsum δ metiuntur, tot quoq; & ipsum α metientur: metiatur enim ipsum δ numerus aliquis primus ε. Dico quod ε ipsum α metitur, non enim metiatur ε ipsum α. est autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerũ quem non metitur primus est (per 31 septimi.) ipsi igitur α, ε, primi sunt adinuicẽ. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Igitur ε ipsum ζ multiplicãs, ipsum effecit δ. Rursus quoniam α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum δ effecit. Sed & ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ effecit.

effecit. Igitur qui ex α,γ, et qui ex ε,ζ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic est ζ ad γ. At ipsi α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum γ, metiatur ipsum per η. igitur ε ipsum η multiplicans, ipsum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit γ: qui igitur ex α,ζ, et qui ex ε,η, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic η ad γ. Ipsi autem α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem numeri, (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum ζ, metiatur ipsum per θ, igitur ε ipsum θ multiplicans, ipsum β effecit. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, qui igitur ex ε,θ, et qui ex α est æqualis, est igitur sicut ε ad α, sic α ad θ. At ipsi α,ε, primi, primi autẽ & minimi, minimi uero (per 21 septimi) metiuntur eandem eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentẽ & sequens sequentẽ. Igitur ε ipsum α metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Ipsi igitur α, ε, non sunt adinuicem primi. Compositi igitur. At cõpositos numeros, aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur α,ε, sub alicuius numeri primi dimensionem cadunt, & quoniam ε primus supponitur. At primus numerus sub alterius numeri mensuram non cadit (per diffinitionẽ) quàm sub seipsius, igitur ε ipsos α,ε, metitur. quare ε ipsum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipsos α,δ, metitur: similiter iam demõstrabimus quod quot numeri primi ipsum δ metiuntur, tot & ipsum α metiẽtur, quod ostendere oportuit.

unitas α β γ δ ε ζ η θ

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 Votlibet numeris ab unitate cõtinue proportionalibus, si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis, nullus numerabit.

CAMPANVS. Sint ut prius usq; ad d, continue proportionales ab unitate, sitq; a numerus primus. Dico quod nullus numerabit ultimum, nec simpliciter aliquem eorum, nisi aliquis eorum qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (si possibile est) e diuersus ab eis, qui numeret d, qui si fuerit primus, per 11 numerabit a: non igitur erit a primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus, necesse est per 30 septimi, ut aliquis primus numeret eum, qui nõ erit nisi a. Nam si est alius ab a ut f, cum necesse sit ipsum numerare d. arguetur etiã eundem numerare a per 11, sic quoq; a non erit primus. Est igitur a primus numerans e. Quoniam autem e numerat d, sit ut secundum g, eritq; per secundã partem 20 septimi, a ad e, sicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, sitq; ut secundum h, sequiturq; ut a numeret g, sicut sequebatur ut numeraret e, alioqui si g quidẽ est primus, cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autem compositus per eandem sequitur numerũ primum numerantẽ g, numerare a, quod est inconueniens. Itaq; a numerat eum. sequitur ergo per secũdam partem 20 septimi, ut h numeret quoq; b, eo q tam ex g in h constat produci c. numeret h itaq; ipsum, secundum k. Constat autem (ut prius de g) quod a numeret h. Nam si non, non erit a primus. itaq; per secũdam partem 20 septimi, sequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in se quam ex h in k, b. Manifestum est autem k non esse a, nullus enim numerorũ g,h,k, est aliquis ex a,b,c,d: si enim g esset aliquis ex eis, cũ ipse numeret d secundũ e, esset per præmissam, e quoq; aliquis ex eis, sed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c secundũ g, non erit h aliquis ex a,b,c, nam esset per præmissam & g: ostensum est autẽ q non, nec igitur h. Eadẽ ratione nec k, cum enim ipse numeret b secundũ h, si ipse esset a, cõuinceretur per præmissam, h quoq; esse a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autẽ ipsum, non est itaq; a primus, quod est impossibile.

unitas a b c d e k h g

ALITER idem. Si e diuersus ab a,b,c,d, numerat d, sit ut secundum f. & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, sequitur ex 33 septimi, q ipse numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tam ex a in c, quàm est e in f fit d, erit per secundam partem 20 septimi, a ad e sicut f ad c, numerat itaq; f,c, sit ut secũdum g, eritq; per 33 septimi, ut a quoq; numeret f uel g, sitq; ut f. Sequiturq; per secundã partem 20 eiusdem, ut g numeret b, sitq; ut secundũ h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & sit ut nu/

unitas a b c d e f g h

ut numeret g, h ergo per secũdam partem 10 numerabit a. Si itaq; h non est æqualis a, non erit a primus. Quod est contra hypothesin. Si autẽ æqualis, erit unusquisq; numerorũ g, f, c, aliquis ex a, b, c, d, per præmissam quoties oportet assumptã. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiã contra hypothesin. Itaq; constat uerum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Proposit.o 13

13 Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem primus fuerit, maximum nullus alius metietur præter præexistentes in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet numeri continue proportionales α, β, γ, δ, qui uero post unitatem, sit primus, hoc est α. Dico quod maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipsos α, β, γ. Si enim possibile, metiatur ipsum ε, & ε nulli ipsorum α, β, γ, δ, sit idem, manifestum quod ε primus non est. Si enim ε primus est, & ipsum δ metitur, & ipsum α metietur primum existentem, eidem non idem existens, quod est impossibile. Igitur ε primus non est. Compositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mensuram cadit. Dico q̃ eum nullus alius metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, & ε ipsum δ metitur, & ipse igitur ipsum δ metietur: quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quod ζ nulli ipsorum α, β, γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α, β, γ, est idem, & metitur ipsum δ per ε, unus igitur ipsorum α, β, γ, metitur ipsum δ per ε, sed unus ipsorum α, β, γ, ipsum δ metitur per aliquem ipsorum α, β, γ. igitur ε uni ipsorum α, β, γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α, β, γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quod α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quod ζ non est primus. Si enim est primus, & metitur ipsum δ, & ipsum α metitur primum existentem non existens ei idem, quod est impossibile. Igitur ζ non est primus. Compositus igitur, & perinde eum aliquis primus metietur. Dico quod eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum δ metitur, & ille igitur ipsum δ metietur, quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Sed & α ipsum γ multiplicans, ipsum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, & ζ igitur ipsum γ metitur, metiatur ipsum per η, similiter ostendemus quod ipse η nulli ipsorũ α, β, est idem & quod eum metitur ipse α. Et quoniam ζ ipsum γ metitur per η, igitur η ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed & α ipsum β multiplicãs, ipsum fecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, η, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic η ad β: metietur autem α ipsum ζ, metitur igitur & η ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quod ipsi α non est θ idem: & quoniam η ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur η ipsum θ multiplicãs ipsum effecit β. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ, η, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad η, metitur autem α ipsum η, metitur igitur & θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdũ est. Igitur ipsum δ maximũ alter numerus non metietur præter ipsos α, β, γ, quod oportuit ostendere.*

ζ ———
η ———
θ ———
ε ———
δ . . . .
γ . . . .
β . . . .
α . . .
. unitas

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI propositus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus præter illos assignatos.

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b, c, d. Dico q; alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorũ b, c, d, numerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 31 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque sit f minor a, utpote qui numerat eum secundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.

a . . . .
c . . . . . .
d . . .
b . .
e ———
f ———

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 **Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint, nullus alius primus numerus ipsum metietur præter eos qui in principio metiuntur.**

THEON ex Zamberto. *Minimus enim quem ipsi β, γ, δ, primi metiuntur, sit α. Dico quod ipsum α nullus alius primus numerus metietur, præter β, γ, δ. si enim posibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipsorũ β, γ, δ, esto idem. Et quoniam ε ipsum α metitur, ipsum metiatur per ζ: ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit α. Et ipsum α, primi numeri β, γ, δ, metiuntur: si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem, factum uero ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 31 septimi) ipsi igitur β, γ, δ, unum ipsorum ε, ζ, metientur. ipsum autem ε non metientur, nam ε primus est, & nulli ipsorum β, γ, δ, est idem: ipsum igitur ζ metiuntur minorem existentem ipso α, quod est impossibile. Nam α supponitur minimus quem ipsi β, γ, δ, metiuntur. Ipsum igitur α, numerus primus non metietur præter β, γ, δ, quod oportuit demonstrare.*

α . . . .
β . .
γ . . .
δ . . . .
ε ————————
ζ ——————————

Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio, nullam in Zamberto respondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 **SI quotlibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi, quicunque aliquem illorum numerat, alteri terminorum illius proportionis erit cõmensurabilis.**

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cõtinue proportionales & minimi secundum proportionẽ f ad g qui sint in sua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico quod h est cõmensurabilis f uel g, sumãtur enim in eadẽ proportione quatuor minimi, qui sunt k, l, m, n, constat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret esse minus minimo, quod esse non potest. Itaque per correlarium 31 septimi, erit h cõmensurabilis f uel m, quod si f, constat propositum: si autem m, sumantur in eadem proportione tres minimi qui sint p, q, r, eritque ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h est cõmensurabilis f uel r, sed nõ erat f, sic enim constabat propositũ: cõmensurabilis igitur est r, qui cum ex 2 octaui, fiat ex g in se, sequitur ex dicto correlario, ut h sit cõmensurabilis g, quod est propositum.

a . . . .
b . . . .
c . . . .
d . . . .
e . . . .
k . . . .
l . . . .
m . . . .
n . . . .
p . . . .
q . . . . . .
r . . . .
f . . g . . . h . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 **SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi, quilibet eorum ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.**

CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales & minimi: dico compositum ex a, b, c, primem esse ad d. Si enim non, aliquis numerus qui sit e, compositum ex a, b, c, numerabit & d, per præmissam igitur erit e, cõmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g, erit itaque numerus aliquis numerans e, & alterũ duorum

duorũ f,g,qui ſit h: quia ergo h numerat e,numerabit d, & compoſitũ ex a,b,c,& quia numerat f uel g,quorum uterque numerat utrunq; mediorum,& ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint,ex 1 octaui,ſequitur ut ipſe numeret b & c. ergo & a, quia numerat totum a,b, c; non ſunt igitur a & d cõtra ſe primi,quod eſt inconueniens per 1 octaui.

Similiter quoq; conſtabit, compoſitũ ex a,b,d,primum eſſe ad c. Si enim ut prius c numerat ambos, ſequitur per præmiſſam,ut aliquis numerus quia etiam ſit h, numeret e & alterum duorum f,g,itaq; h numerat c,& totum a,b,d.ſed & b,cum utraq; radicum numeret omnes medios: igitur & compoſitum ex a & d. Et quia neceſſario numerat alterum duorum a.d,cum numeret alterum duorum f, g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi, & ita idem ut prius.

CAMPANI annotationes. Demonſtrant autem idem aliter de tribus cõtinue proportionalibus & minimis ſine adminiculo præmiſſæ.probant enim ex quibuſq; duobus compoſitũ primum eſſe ad reliquum. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a, b,c,quorum termini d & e: dico tunc compoſitũ ex a & b,primum eſſe ad c,& compoſitum ex b & c,ad a,itemq; ex a & c,ad b. Manifeſtum enim eſt ex ſecũdo octaui,quod ex d in ſe,fit a,& in e,fit b,& ex e in ſe,c,& ex 21 ſeptimi,q; d & e ſunt contra ſe primi. Itaq; ex prima parte 29 eiuſdem,erit totus d e primus ad utrunq; eorum: quia igitur uterq; numerorum d & d e primus eſt ad e, erit per 25 eiuſdem qui ex d in d e producitur(& ipſe eſt compoſitus ex a & b) primus ad e: ſequitur ergo per 26 eiuſdem ut etiam cõpoſitus ex a & b ſit primus ad c, fit enim c ex e in ſe,ſimili quoq; demõſtratione probabis compoſitũ ex b & c primum eſſe ad a.

At uero compoſitum ex a & c,primum eſſe ad b,ſic habeto. Cum ſit enim uterq; duorum d & e primus ad totũ d e,erit per 25 ſeptimi, qui ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e,itaq; per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui componitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b: ſequitur ergo compoſitũ ex a & c primum eſſe ad b, neceſſe enim eſt ut ex duobus compoſitus cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, ſit primus ad reliquũ: demonſtratum autem eſt hoc ſupra 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur illius demonſtrationis compoſitũ ex a & b produci ex d in compoſitum ex d & e, ſuppoſito quod ex d in ſe fit a & ex eodem in e, b, itemq; quod ex d e in ſe producatur compoſitum ex a & c & duplo b,ſuppoſito eo quod prius,& quod ex e in ſe ſit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonſtranda.

1 Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet, tantum eſt quantũ quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

Idem proponit prima ſecũdi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d,proueniant e & f & g. Dico quod ex a in compoſitum ex b & c & d,prouenit compoſitũ ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis eius quod multiplicatur,ut tota pars ſit b, e, tota c, f, ſed & d tota g, quota eſt unitas a,per 5 itaque ſeptimi,tota quoq; pars erit compoſitus ex b & c & d, cõpoſiti ex e & f & g, quota eſt unitas a, ergo per diffinitionẽ ex a in compoſitum ex b & c & d,fit compoſitus ex e & f & g,quod eſt propoſitum.

2 Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in unum, æquum eſt ei quod

fit ex compoſito eorum in eundem.

Hoc eſt conuerſum eius quod modo demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g. fiet quoque compoſitus ex his ex illorum compoſito in eundem, quod ex 17 ſeptimi, & præmonſtrato facile concluditur.

b... c.... d.....
a..
e...... f....... g.........
b... c.... d.....
a..
e...... f....... g.........

3 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in quotlibet alios, æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum.

Vt ſi a,b,c, multiplicent d,e,f, quilibet quemlibet, iunganturque producta, dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c, in compoſitum ex d & e & f. Eſt enim per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d, quantum quod ex ſingulis in illum d, ſic & in e & in f: ex compoſito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per ante præmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum, itaque conſtat propoſitum.

a.. b... c....
d.... e...... f.......
a..b...c....
d....e......f.......

4 Numero in quotlibet partes diuiſo, tantũ eſt quod fit ex toto eo in ſe, quantum quod ex eo in omnes ſuas partes.

Idem proponit ſecunda ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in ſe, quantum in omnes illos b, c, d: poſito enim e æquali a, conſtat ex prima harum incidentiũ tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, ſed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in ſe, & ex e in partes a, quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt, uerum eſſe quod dicitur.

b..c...d....
e.........

5 Numero in duo diuiſo, quod fit ex toto in alterum diuidentiũ, tantum eſt quantum quod ex eodem in ſe & in alterum.

Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c, eſt quantum quod ex c in a, per 17 ſeptimi. Sumpto itaque d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, eſt quantũ in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, eſt quantum c in a & in b & in ſe propter æqualitatem c & d, conſtat propoſitum.

a
b......c...
d...

6 Numero in duo diuiſo, quod ex ductu totius in ſe, eſt quantum quod ex ductu utriuſque diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum.

Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in ſe, quantum ex b in ſe & c in ſe, & ex b bis in c. Eſt enim per 4 harum, quod ex a in ſe, quantũ quod ex eo in b & in c: ex eo autẽ in b, per præmiſſam eſt quantũ ex b in ſe & in c, at ex a in c, per eandẽ eſt quantum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt quantum ex b in c per 17 ſeptimi, liquet uerum eſſe quod proponitur.

a
b......c...

7 Numero per duo æqualia duoque inæqualia diuiſo, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij æquum eſt quadrato medietatis totius.

Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatur in duos numeros æquales, qui ſint a c & c b. itemque in duos inæquales, quorum ſit maior a d, & minor d b, dico quod illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim, quadratum c b eſt æquale quadrato c d & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in ſe & in c d bis, quantum ex ipſo b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, conſtat ergo propoſitum.

a.......c...d...b

Cum

8 Cum fuerit numerus in duo æqualia diuisus, eiq; alius numerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis, æquum est quadrato compositi ex dimidio & adiuncto.

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos æquales numeros, qui sint a c & c b, addaturq; ei numerus b d: dico illud quod fit ex toto a d in d b, cũ quadrato b c, esse æquale quadrato c d. Est enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in se & in b c bis, est quantum ex b d in d a. sunt enim a c & c b, æquales. Itaq; quadratum c d superat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b, quod est propositum.

a . . . . c . . . . b . . . . . d

9 Cum numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in se cum eo quod ex altero diuidentium in se, est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum esse quantũ quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum quod quadratum a tantum est, quantum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b, fit quantum ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, est quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propositum.

a
b . . . . . . d . . . .

10 Cum fuerit numerus in duo diuisus, eiq; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compositi æquum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse, quantũ est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est namq; ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d est æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmissam autem, est quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum est quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tantũ fit quantum in b d, constat uerum esse quod propositum est.

a . . . c . . . . . b . . . . . d

11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqualia diuisus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta, duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b, & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico quod quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, sunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratũ c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales, patet propositum.

a . . . . . . c . . . d . . . b

12 Cum fuerit numerus in duo æqua diuisus, aliusq́ adiunctus, quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti, duplum sunt ad quadratū medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate & adiuncto.

Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b, sitq́ sibi adiunctus uumerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum sit enim numerus c d in duo diuisus, sibiq́ sit a c additus æqualis uni diuidentium, erit per 10 harum, quadratum a d quantū quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uero a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantū quod fit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantū quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c, constat propositum.

a . . . . c . . . . b . . . d

13 Numerum aliquem ita diuidere, ut quod sub toto & una eius portione continetur æquum sit quadrato alterius, est impossibile.

Quod 11 secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impossibile esse ipsum sic diuidi, ut proponitur: sic enim diuideretur secundum proportionē habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 septimi. Si autem potest, diuidatur in c, sitq́ a b ad b c, sicut b c ad c a: erit itaque a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis sibi qui sit c d, quia igitur est proportio totius a b ad totū b c, sicut b c detracti ab a b ad c d detractū ab b c, erit eadem a c residui a b ad b d residuū b c, quare b c ad c d, sicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaq; d e de c d ut sit d e æqualis d b, erit etiā proportio b c ad c d, sicut c d ad d e, quare sic d b residui c b. ad c e residuum c d: potest igitur c e detrahi ab c d, non erit itaque finis istius detractionis, quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

a . . . . c . . . . e . . d . . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt.

THEON ex Zamber. *Sint tres numeri continue proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quod ipsorum α, β, γ, bini quilibet compositi, ad reliquum primi sunt, scilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Assumantur (per 35 septimi) bini minimi numeri eandem enim ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintq́ δ ε, ε ζ, manifestum iam est quod δ ε seipsum multiplicans, ipsum effecit α, & ipsum ε ζ, multiplicans, ipsum β fecit, & insuper ε ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit γ. Et quoniam ipsi δ ε, ε ζ, minimi sunt, primi adinuicem sunt (per 24 septimi.) Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum primus est (per 30 septimi.) Igitur δ ζ, ad utrunque ipsorum δ ε, ε ζ, primus est. Sed & δ ε ad ε ζ primus est. Ipsi igitur δ ζ, δ ε, ad ipsum ε ζ primi sunt, & qui ex δ ζ, δ ε, igitur, ad ε ζ (per 26 septimi) primus est. Si uero bini numeri primi fuerint adinuicem, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus est (per 27 septimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui est ex ε ζ, primus est. Sed qui ex ζ δ, δ ε, est qui ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, (per 3 secundi.) Qui igitur ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus est. Est autē qui ex δ ε, ipse α, qui uero ex δ ε, ε ζ, ipse β, qui autē ex ε ζ, est γ. Ipsi α, β, igitur cōpositi, ad γ primi sunt. Similiter ostēdemus quod ipsi β, γ, ad α primi. Dico iam quod ipsi α, γ, ad β primi sunt: nam quoniā δ ζ ad utrunq; ipsorū δ ε, ε ζ, primus est, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primus est. Sed ei qui ex δ ζ, æquales sunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui bis est sub δ ε, ε ζ. Si enim quæ ex δ ε una cum eo quæ ex ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, non essent primi, cum cōmunis dimensio metiatur compositum, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, primi. At iterum cum communis dimensio metiatur & compositū, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ bis, & qui sub δ ε, ε ζ, adinuicem primi, cuius contrarium est ostensum.*

α . . . . β . . . .
γ . . . .
β . . . . γ . . . .
α . . . .
γ . . . . α . . . .
β . . . .
δ . . ε . . . . . . ζ

Si qui

Et qui ex δ ε, ε ζ, igitur una cum iis qui bis sub δ ε, ε ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt. Diuidendo quoque qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt ad eum qui sub δ ε, ε ζ. Insuper diuidendo, qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt. Est autem qui ex δ ε, ipse α, qui ex ε ζ, ipse γ, qui uero sub δ ε, ε ζ, ipse β. Ipsi ergo α, γ, compositi, ad β primi sunt, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus eorum ad secundum, tantum esse secundum ad tertium quemquam impossibile est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, dico impossibile esse, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest, sit c, quia igitur a ad b, sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret se, non erunt a & b contra se primi, quod est contrarium positioni.

c
b
a

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.

THEON ex Zamber. *Bini enim numeri α, β, primi sint adinuicem. Dico quod non est sicut α ad β, sic β ad aliquem alium. Si enim possibile, sit sicut α ad β, sic β ad γ. Ipsi autem α, β, primi sunt: primi autem & minimi (per 23 septimi) minimi uero, metiuntur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum, igitur α ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum, non est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod ostendere oportebat.*

γ
β
α

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI quotlibet numerorum continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi, quantus est primus ad secundum, tantum esse ultimum ad aliquem alium est impossibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales, sintque a & c contra se primi: dico quod in eadem proportione non potest eis adiungi alius. Si enim potest, sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sunt autem a & c, in sua proportione minimi, per 23 septimi, itaque per 21 eiusdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorum enim continue proportionalium, si primus numerat secundum, ipse numerat omnes, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem, at quia etiam numerat se, non erunt a & c contra se primi, quod est inconueniens.

d
c
b
a

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 17

17 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic ultimus ad aliquem alium.

THEON ex Zamber. *Sint quotcunque numeri continue proportionales, α, β, γ, δ, ipsorum autem extremi α δ sint primi adinuicem. Dico quod non est sicut α ad ε, sic δ ad aliquem alium. Si enim possibile, esto sicut α ad β, sic δ ad ε: uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem α, δ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, estque sicut α ad β, sic ε ad γ, & β igitur ipsum γ metitur, quare & α ipsum γ metitur: & quoniam est sicut ε ad γ, sic γ ad δ, metitur autem ε ipsum γ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed α ipsum γ metitur, quare & α ipsum δ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur α, ipsos α, δ, metitur primos inuicem existentes, quod est impossibile. Non est igitur sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium, quod ostendere oportuit.*

ε
δ
γ
β
α

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 Ropositis duobus numeris, an sit eis tertius continue proportionalis, perscrutari.

CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propositi, uolo inquirere, an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sunt contra se primi, impossibile est per 17. si uero compositi, ducatur b in se, & proueniat c, quē si a numerat, erit, si uero non numerat, non erit. Numeret enim eum secundum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sic b ad d, itaque quia ex b in se fit c, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in d sit idem: igitur a numerat c secundum d, sed erat positum quod non, quare sequitur impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18

18 Binis numeris datis, considerare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire.

THEON ex Zamber. *Sint bini dati numeri α, β, sitq́ue *opportunū scrutari, si est possibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsa α, β, aut sunt primi adinuicē, aut non. Si quidem igitur primi sunt adinuicem, patet (per 16 noni, quod impßibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sunt ipsi α, β, primi adinuicē, & β seipsum multiplicās ipsum efficiat γ. Iam α aut ipsum γ metitur, aut nō metitur. Metiatur prius per δ. Ipse igitur α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Sed & β seipsum multiplicans, ipsum γ effecit, qui ex α, δ, igitur, ei qui ex β est æqualis. Est igitur sicut α ad β, sic β ad δ (per secundam partem 19 septimi.) Ipsis igitur α β, tertius inuentus est δ. Sed iam non metiatur α ipsum γ. Dico quod ipsis α, β, impoßibile est tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim poßibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei est æquus qui ex β, qui autem ex β, est ipse γ. Igitur qui ex α, δ, æquus est ipsi γ. Quare α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Igitur α, ipsum γ metitur per δ. Sed supponitur etiam non metiri, quod est impoßibile. Non est igitur poßibile ipsis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipsum γ non metitur, quod oportuit ostendere.*

* δέον ἐστὶ

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 Atis tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

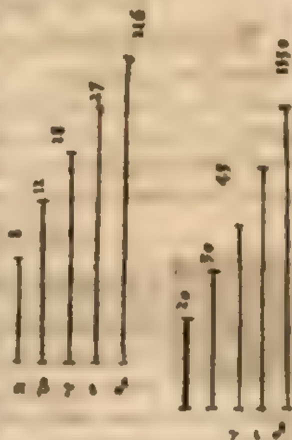
CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi, igitur si a & c sunt contra se primi, impossibile est per 18. Si autem cōpositus, sit d qui prouenit ex b in c, quem si numerat a, erit, si uero non numerat, nō erit. Numeret enim eum secundum e, qui erit quem quærimus per secundam partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in e sit idem, ergo a numerat d secūdum e, sed positum erat quod non. Idem potes perscrutari, quotlibet continue proportionalibus propositis, si enim duo extremi sint contra se primi, finem habet intentio per 18, si autem compositi, ducto secundo in ultimum, si productum numeret primus, is secundum quem eum numerat, est quem quærimus per secundā partem 20 septimi, si autem primus productū non numerat, nullus

erit, quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum numerabit primus productum, quod positum erat non numerare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 19

19 Tribus numeris datis, considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem.

THEON ex Zamber. Sint dati tres numeri α, β, γ, sitq; * opportunũ considerare, si possibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α, β, γ, aut continue sunt proportionales & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, aut non sunt continue proportionales & eorum extremi primi sunt adinuicem, aut continue sunt proportionales & eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neq; sunt continue proportionales neq; eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α, β, γ, continue sunt proportionales, & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α, β, γ, continue proportionales, extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dico quod & sic quantum proportionalem inuenire, est impossibile. Si enim possibile, inueniatur δ. Vt sit sicut α ad β, sic γ ad δ, fiatq; β ad γ, sic δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β, sic γ ad δ, sicut autem β ad γ, sic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ, sic γ ad ε. At α, γ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & sequens sequentem, (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α, γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impossibile: ipsis igitur α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Sed iam rursus sint ipsi α, β, γ, continue proportionales, at α, γ, non sint primi adinuicem. Dico quod eis quartum proportionalem inuenire est possibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur α ipsum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit δ, sed & β ipsum γ multiplicans ipsum δ effecit. Igitur qui ex α, ε, ei est æquus qui ex β, γ. proportionaliter igitur est sicut α ad β, sic γ ad ε. Ipsis igitur α, β, γ, inuentus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum δ: dico quod ipsis α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Si enim possibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α, ε, ei qui ex β, γ, est æqualis. Sed qui ex β, γ, est ipse δ, & qui ex α, ε, igitur ipsi δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicãs, ipsum effecit δ. Igitur α ipsum δ metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Igitur ipsis α, β, γ, quartum proportionalẽ inuenire numerũ est impossibile, quãdo α ipsum δ non metitur. Sed iam ipsi α, β, γ, neq; continue sint proportionales neq; eorum extremi adinuicem sint primi, & β ipsum γ multiplicans ipsum efficiat δ. Similiter ostendetur quod si quidem α ipsum δ metitur, possibile est eis proportionalẽ inuenire, si autem non metitur, est impossibile, quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 Atis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi quod numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a. b. c. numeri primi, dico esse aliquem primum diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g. qui est primus aut cõpositus, si primus, constat propositum, si compositus, numerat eum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorũ, cum quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoque numeraret eundem, at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero quem numerant a. b. c, quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 20

20 Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorum numerorum.

THEON ex Zamb. *Sint propositi primi numeri α, β, γ. Dico quod ipsis α, β, γ, plures sunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 septimi) minimus quem ipsi α, β, γ, metiuntur, sitq; δ ε, addaturq; ipsi δ ε, unitas δ ζ, iam ε ζ aut est primus aut non, sit prius primus, inventi igitur sunt primi numeri α, β, γ, ε, ζ, plures ipsis α, β, γ. Sed iam non sit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 septimi,) metiatur eum numerus primus η. Dico quod η nulli ipsorũ α, β, γ, est idem. Si enim η alicui ipsorũ α, β, γ, est idem, ipsi autem α, β, γ, ipsum δ ε metiuntur, igitur & η, ipsum δ ε metietur, metitur autem & ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus existens, quod est absurdum: igitur η non est idem uni ipsorum α, β, γ, ipse autem supponitur & primus. Inventi igitur sunt primi numeri plures proposita multitudine ipsorum α, β, γ, ipsi α, β, γ, η, quod ostendere oportuit.*

α ..
β ...
γ ....
δ ———————— ε ζ (114, 35)
η ————

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 I coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quisq; numerorũ a, b, c, par. Dico ex eis compositum, esse parem: habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum, medietatem: sint ergo eorum medietates d, e, f, quia igitur sicut a ad d, sic b ad e, & c ad f, erit ex 11 septimi, sicut a ad d, sic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f est medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, est par, quod est propositum.

a .. b .... c ......

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 21

21 Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par est.

THEON ex Zamberto. *Componantur enim numeri quilibet pares ipsi α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quod totus α ε par est. Nam quoniam unusquisque ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, par est, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par est qui bifariam dividitur (per diffinitionem,) igitur α ε par est, quod ostendere oportuit.*

α .... β ...... γ .... δ .... ε

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 I numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a, b, c, d, impar: dico ex eis compositum, esse parem, dempta enim a quolibet unitate, constat residuos esse pares, & quia illę unitates, demptę componunt parem, cum sint numero pares, constat propositum per pręmissam.

a ... b ..... c .... d ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 22

22 Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit.

THEON ex Zamberto. *Componantur enim impares numeri quotcunq;, multitudine pares, α β, β γ, γ δ, δ ε, Dico quod totus α ε par est. Nam quoniam unusquisq; ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, impar est, ablata unitate ab unoquoq;, unusquisq; reliquus par erit. Quare & compositus ex ipsis par erit (per 21 noni.) Est autem & unitatum multitudo par. Totus igitur α ε par est, quod ostendere oportebat.*

α ..... β .... γ .... δ ... ε

Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 I numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoq; ex eis coaceruatum imparem esse.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a, b, c, impar. Dico totum ex eis compositum esse imparem. Erit enim per pręmissam compositus ex a & b, par, & quia c, dempta unitate, est par, erit per antepręmissam totus a, b, c, dempta unitate, par. Per diffinitionem itaque constat totum esse imparem.

a ... b ...... c ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 23

23 Si impares numeri quotcunque componantur, multitudo autem ipsorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamberto. Componantur enim quotcunque impares numeri, quorum multitudo sit impar, α β, β γ, γ δ. Dico quod totus α δ impar est. Auferatur ab ipso γ δ, unitas δ ε, reliquus igitur γ ε par est: est autem & α γ par, & totus igitur α ε par est, est autem δ ε unitas, totus igitur α δ impar est, quod ostendere oportuit.

α . . . . . . β . . . . γ . . . . ε . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 I à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b. qui quoque sit par, & residuus sit c. Dico c esse parem, sit enim d medietas a, e quoque sit medietas b. detractoque e de d, sit reliquus f, erit per 11 septimi, c ad f, sicut a ad d, quare f est medietas, itaque c est par, quod est propositum.

a: . . . . d . . . . . f . . .
b: . . . . . e . . . . . .
c: . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 24

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. A pari enim α β, auferatur par. Dico quod reliquus α γ par est. Nam quoniam α β par est, habet partem dimidiam: iam id propterea & β γ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γ α habet partem dimidiam: par igitur est α γ, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 I de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar est.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui sit impar. Dico c b residuum esse imparem, subtrahatur enim ab a c, unitas quæ sit c d, eritque a d par, itaque per 25, d b quoque erit par. Quia igitur d c est unitas, sequitur c b esse imparem, quod est propositum.

a . . . . d . c . . . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 25

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamberto. A pari namque numero α β, auferatur impar β γ. Dico quod reliquus γ β impar est. Auferatur ab ipso β γ, unitas γ δ, igitur δ β, par est. Est autem α β quoque par, & reliquus igitur α δ, par est, at γ δ est unitas, igitur α γ impar est, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . δ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 I à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam sit impar: dico reliquum qui est a c, esse parem. Detrahatur enim ab utroque duorum numerorum a b & b c. unitas quæ sit b d, erit uterque duorum residuorum quæ sunt a d & d c, par, per præmissam itaque constat a c esse parem, quod est propositum.

a . . . . c . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 26

26 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. Ab impari namque α β, impar auferatur β γ. Dico quod reliquus γ α par est, nam quoniam α β impar est, auferatur unitas β δ: reliquus igitur α δ, par est. Iam id propterea & γ δ par est (per diffinitionē) quare & reliquus γ α par est, quod ostendere oportuit.

α . . . . . γ . . . . δ . β

Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 
I à numero impari numerum parem subtrahas, qui relinquitur impar est.

a . . . . c . . . . d . b

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detrahatur a c qui sit par. Dico b c residuũ esse imparem. Sit enim b d unitas, eritq; a d par. Et quia a c est par, erit per 25 c d par, cum itaq; sit d b unitas, erit c b impar, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 27

27 Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit.

α . δ . . . . . γ . . . . . β

THEON ex Zamberto. *Ab impari namq; α β, par auferatur β γ. Dico quod reliquus γ α impar est. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par est: est autem β γ par, & reliquus igitur γ δ, par est, est autem & unitas δ α, igitur γ α impar est, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 29

29 
I numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde producetur erit par.

CAMPANVS. Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 28

28 Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par est.

γ . . . .
β . . . .
α . . .

THEON ex Zamberto. *Impar enim numerus α, parem β multiplicans, ipsum efficiat. Dico quod γ par est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates componitur: estq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si uero numeri pares quotcunq; componantur, totus par est, (per 21 noni) igitur γ par est, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 
I in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar.

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24 manifesta est.

Hæ sequentes 2 ex Campano propositiones, nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum numerabit.

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fieret par, quod est inconueniens per præmissam.

Eucli. ex Camp. Propositio 32

32 Si impar imparem numeret, impariter eum numerat.

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerũ parem fieret impar, quod est inconueniens per 29.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 29

29 Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit.

γ . . . .
β . . . . .
α . . .

THEON ex Zamberto. *Impar enim numerus α, imparem numerum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ impar est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates, componitur. Est autem uterq; ipsorum α, β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorum multitudo impar est. Quare (per 23 noni) impar est, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex

CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, sitq́ c numerus impar qui numeret a, dico quod c numerabit b, numeret enim a secũdum d, eritq́ per 11. d numerus par. Esto igitur eius dimidiũ e, ducaturq́ c in e, & proueniat f, eritq́ per 11 septimi, a ad f, sicut d ad e, & quia etiam est a ad b, sicut d ad e, sequitur b & f esse æquales, cum itaq́ c numeret f, idem numerabit b, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 30

30 Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. Impar enim numerus α, parem numerum β metiatur. Dico quod & eius dimidium metietur. Nam quoniam α ipsum β metitur, ipsum metiatur per γ. Dico quod γ non est impar. Si enim possibile, sit impar. Et quoniam α metitur ipsum β per γ, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum efficit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. Igitur β impar est, quod est absurdum, supponitur enim par. Igitur impar non est, par igitur est γ. Quare α ipsum β metitur pariter, & γ igitur ipsum β metitur per α: habet autem utraq; ipsorum γ, β, partem dimidiam, est igitur sicut γ ad β, sic dimidium ad dimidium: metitur autem γ, ipsum β per α, & dimidium ipsius metietur ipsius β dimidium per α, igitur α, dimidium multiplicans ipsius γ dimidium ipsius β efficit. Igitur α ipsius β dimidium metitur, metiturq́; per ipsius γ dimidium. Idq́; propterea α ipsius dimidium metietur, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiusdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum sit c. Dico quod a est primus ad c, sin autem, numeret eos d. Cumq́ a sit impar, sequitur d esse imparem, quicunq́ enim impar parem numerat, pari numero cum numerabit per 31, per præmissam itaq́ a numerabit b, non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 31

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipsius duplum primus erit.

THEON ex Zamb. Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus esto, ipsius autem β, duplus esto γ. Dico quod α ad γ primus est. Si autem α, γ, non sint primi, metitur eos aliquis numerus, metiatur, & esto δ: est autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar existens ipsum γ metitur, est autem & γ par, igitur δ metietur ipsius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipsius γ, est β, igitur δ ipsum β metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipsos α, β, metitur primos ad inuicem existentes, quod est absurdum. Igitur α ad γ primus est. Ipsi igitur α, γ, primi sunt adinuicẽ, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 NVmeri à duobus dupli, sunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a, b, c, d, continue proportionales, sitq́ a binarius. Dico omnes eos esse pariter pares, eisq́ secundum hanc proportionem in infinitũ auctis, nullum alium esse pariter parem. De his quidem constat per diffinitionem, cum per 11 quilibet præcedens numeret quemlibet sequentem per aliquem eorum quos omnes oportet esse pares, & nullus alius numeret aliquem eorum per 11 eo quod a qui est binarius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par, cõstat sic. Posito enim aliquo, diuidatur in duas medietates eiusq́ medietas in duas, & hoc toties fiat, quousque numerus aut unitas diuisionem impediat, quod necesse est euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipse erit impar, qui cum numeret pariter parem positum, non erat pariter par, qui positus est pariter par. Si autem unitas, non erit is alius a continue duplis ab unitate.

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 32

32 A binario duplorum unusquisq;, pariter par est tantum.

THEON ex Zamberto. A binario enim α, duplicentur quotcunq; numeri β, γ, δ. Dico quod ipsi β, γ, δ pariter pares sunt tantum. Quod quidem unusquisq; pariter par est, manifestum est à binario enim est duplicatus. Dico quod & tantum. Exponatur unitas ε. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continue proportionales sunt, qui autem post unitatem α primus est, maximum ipsorum α, β, γ, hoc est ipsum δ nullus metitur præter ipsos α, β, γ, (per 13 noni.) Est autem unusquisq; ipsorum α, β, γ, pariter par. Igitur δ pariter par est tantum. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque ipsorum α, β, γ, pariter par est tantum, quod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 36

36 Vmerus cuius medietas est impar, est pariter impar.

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparem. Sit enim c binarius, manifestum itaque, quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum secundũ e, eritq; per secundam partem 19 septimi, e ad b, sicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritq; itaq; e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a est pariter impar.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 33

33 Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar est tantum.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α, dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter impar est tantum. Quod quidem pariter impar, est manifestum: eius nanque dimidius impar existens, eum pariter metitur (per diffinitionem.) Dico quod & tantum. Si enim α pariter par est, & eius dimidius par est (per diffinitionem:) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar existens, quod est absurdum. Igitur δ pariter impar est tantum, quod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 Mnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas est par, est pariter par & impariter.

CAMPANVS. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quæ sit b, ponatur par: dico ipsum esse pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifestum est quod ipse numerat a secũdum b: quia uero a non est duplus a duobus, necesse est si eius medietas quæ est b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisq; medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediẽs diuisionem, qui propter hoc quod diuisionem non recipit, erit impar, sitq; is in quo sistit diuisio, d. In numero quippe necesse est stare, quia si usq; ad unitatem perueniret diuisio, esset a de numeris duplis a binario, de quibus nõ est. de d uero manifestum est quod & ipse numerat a per hanc cõmunem scientiã. Omnis numerus alium numerat omnem numeratũ ab illo. Numeret ergo eum secundum e, eritq; e, par, alioquin cum d sit maior impar, sequeretur per 31 a esse imparem. Quia igitur b numerus par numerat a secundũ c, qui quoq; est par (est enim binarius) at uero c numerus par numerat eundem secundum d qui est impar, constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter, quod est propositum.

Eucli ex Zamb. Theorema 34 Propositio 34

34 Si numerus neq; à binario fuerit duplus, neq; dimidium imparem habuerit, pariter par est & pariter impar,

THEON ex Zamberto. Numerus enim α non sit à binario duplus, neq; dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter par est & pariter impar, quod quidem α pariter par est, manifestum est: dimidium namq; non habet imparem. Dico iam quod & pariter impar est. Si enim ipsum α bifariam secuerimus, idq; semper efficientes, in quendam numerum * desinemus imparem, qui ipsum metietur α per parem numerum. Si enim non desinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipsum α: ad binarium enim ueniemus, eritq; ipse α ex ijs qui a binario duplicati sunt, quod non supponitur.

*εἰς περιττόν incidemus

pariter. Quare α, pariter impar est, patuit autẽ quod & pariter par. Igitur & pariter par & est pariter impar. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 SI de secundo atque ultimo numerorum continue proportionalium, æquale primi dematur, quantum est reliquum secũdi ad primum tantum esse reliquum ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus necessario comprobatur.

CAMPANVS Sint continue proportionales a b, c d, e f, g h, dematurq́ de c d, æqualis a b, qui sit c k, & de g h, qui sit g l. Dico tunc quod proportio k d ad a b, est sicut l h ad compositum ex e f, c d & a b. Sumatur ex g h, æqualis e f, qui sit g m, & æqualis c d, qui sit g n, eritq́ l n, æqualis k d. Manifestum autem per 11 septimi, quod cum sit g h ad g m sicut g m ad g n, erit h m residuum ad m n residuum, sicut g h ad g m, ideoq́ sicut e f ad c d, simili quoque modo erit m n ad l n, sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f, & m n ad c d, sicut n l ad a b, itaque coniuncti per 11 septimi, erit l h compositus ex h m, m n & l n, ad compositum ex e f, c d & a b, sicut l n a ad b, ideoq́ sicut k d ad a b, quod est propositũ.

Eucli ex Zamb. Theorema 35 Propositio 35

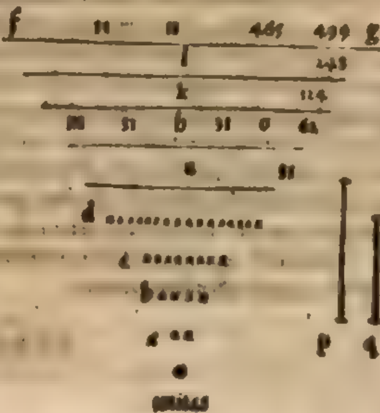
35 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo auferaturque ab ipsis β γ, & ε ζ, ipsi α æqualis uterque ipsorum γ, η, ζ λ. Dico quod est sicut β η, ad α, sic est ε λ, ad α, β, γ, δ. Ponatur enim ipsi quidem β, γ, æqualis ζ κ, ipsi autem δ, æqualis ζ λ. Et quoniam ζ κ ipsi γ β, est æqualis, quorum ζ θ, ipsi γ η, est æqualis, reliquus igitur θ κ, reliquo γ β est æqualis. Et quoniam est sicut ε ζ, ad δ sic est δ ad β γ & β γ, ad α, æquus autem est δ, ipsi ζ λ, & β γ, ipsi ζ κ & α ipsi ζ θ, est igitur sicut ε ζ, ad ζ λ, sic λ ζ, ad ζ κ, & κ ζ ad ζ θ, diuidẽdo ergo (per 17 quinti,) & sicut ε λ ad λ ζ, sic λ κ ad ζ κ, & θ ζ, ad ζ θ. Est igitur & sicut unus antecedentiũ ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut κ θ ad ζ θ, sic ε λ, λ κ, κ θ, ad ipsos λ ζ, ζ κ, ζ θ, æqualis autem est κ θ, ipsi θ η, & ζ θ, ipsi α, ipsi autem ζ λ, ζ κ, ζ θ, ipsis δ, β γ, α, est igitur sicut β η ad α, sic ε θ, ad δ, β, γ, α. Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 CVm coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum, extremus eorum in aggregatũ ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continue dupli a, b, c, d, ex eis autem & unitate coaceruatus sit e: qui ponatur esse numerus primus in quem e multiplicetur d, & proueniat f g, dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continue dupli ad e, ut tot sint e, h, k, l, quot sint cõtinue dupli ad unitatẽ sumpti, eritq́ per æquã proportionalitatẽ, ad e, sicut d ad a, quare per primã partem 10 septimi, ex a in l prouenit f g, nam ipse f g, prouenit ex d in e. Et quia a est binarius, est f g duplus ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f g: continue proportionales. Dematur igitur ex h, æqualis e qui sit m h, & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq́ ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n, eritq́ per præmissam n g, quãtum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit æqualis e, est quantum aggre

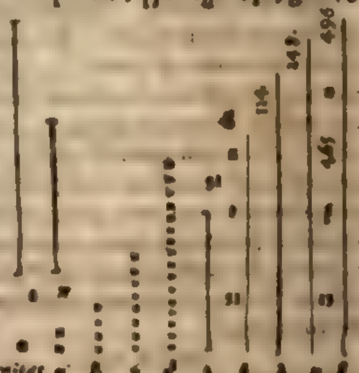


gatum ex a & b & c & d & unitate, itemq́ totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet a, b, c, d & unitate & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifestum est, quod nu merant eum scilicet f g, e quidem secundum h, & h secundum k, quod ex prima parte 10 septimi conuincitur, adiuuãte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut d ad c, sic k ad h. & ut d ad b, sic k ad e. per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nul lus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod au tem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundũ q, eritq́ per 11 septimi, ut e numeret alterũ eorũ, ponaturq́ quod numeret p. Et quia per secundam partem 10 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d quare cum a qui sequitur unitatẽ sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius aut a autq́ b aut c, quicunque autem horum fuerit, erit p, aut l, aut k aut h, si enim q fuerit a, constat quod p erit l. quod si fuerit b, p erit k, si autem c, p quoque erit h. non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quod f g sit numerus perfectus. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 36 Propositio 36

36 Si ab unitate quotcũq; numeri continue expositi fuerint in duplici pro portione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum mul tiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur perfectus erit.

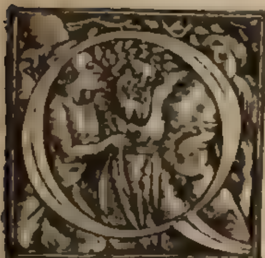
THEON ex Zamb. *Ab unitate siquidem exponantur quotcunque numeri continue in duplici proportione, quoad totus cõpositus primus sit α, β, γ, δ, & toti æquus esto ε, & ε ipsum δ multiplicãs, ipsum efficiat ζ η. Dico quod ζ η perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc est ε, θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi.) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. igitur qui ex ε, δ, ei est æquus qui ex α, μ. estq́ qui ex ε, δ, ipse ζ η. igitur qui ex α, μ, ipsi ζ η, est æqualis. Igitur α, ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζ η, igitur μ ipsum ζ η, metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζ η ipsius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, κ, ε, continue dupli ces adinuicem, igitur ε, θ, κ, λ, μ, ζ η, continue sunt proportionales in du plici proportione. Auferatur iam à secundo κ θ, & ultimo ζ θ, ipsi ε pri mo æqualis uterq; ipsorum θ ν, & ζ ξ, est igitur (per præcedentem,) si cut secundi numeri excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut ν κ, ad ε, sic est ξ η, ad ipsos μ, λ, κ, θ, ε. At est ν κ, ipsi ε, æquus, & ξ η, igitur ipsis μ, λ, θ, κ, ε, est æquus. Est au tem & ζ ξ, ipsi ε æqualis, at ε, ipsis α, β, γ, δ, & unitati. Totus igitur ζ η, æquus est & ipsis ε, θ, κ, λ, μ, & ipsis α, β, γ, δ, & unitati, & sub eorum di mensionem cadit. Dico quod ipsum ζ η nullus alius metitur, præter i psos α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem. Si enim possibile metiatur ipsum ζ η ipse ο, & ο nulli ipsorum α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, esto idem, & quoties ο i psum ζ η metitur, tot unitates sint in π. Igitur ο ipsum π multiplicans i psum fecit ζ η. Sed & ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit ζ η, est igitur (per 19 septimi.) sicut ε ad ο, sic π ad δ, & vi cissim igitur (per 9 septimi.) sicut ε ad π, sic ο ad δ. Et quoniam ab unitate continue proportiõales sunt ipsi α, β, γ, δ, qui uero post unitatem α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ, (per 13 noni.) Supponiturque nulli ipsorum α, β, γ, ipse ο idẽ, igitur ipsum δ ipse ο non metitur. Sed sicut ε ad δ, sic π ad ν, neque ε igitur ipsum π metitur, estq; ε primus, omnis autem primus numerus ad omnem quem non metitur primus est (per 31 septimi:) igi tur ipsi ε, π, primi sunt adinuicem, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æ qualiter (per 21 septimi,) antecedens antecedentem, & sequens sequentem. Estq; sicut ε ad π sic ο ad δ. æque igitur ο ipsum ε metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π uni ipsorum α, β, γ, est idem. Sit π ipsi β idẽ, & quot sunt ipsi β, γ, δ, multitudine, totidem assumantur ab ipso ε, ipsi ε, θ, κ, λ, sunt autem ipsi ε, θ, κ, λ, ipsis β γ, δ, in eadem ratiõe, ex æquali ergo per 13, est sicut β ad δ, sic ε ad λ. igitur qui ex β, λ, ei qui ex δ, ε, est æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π, ο, est æqualis, & qui ex π, ο igitur, ei qui ex β, λ, est æqualis. Est igitur sicut π ad β, sic λ ad ο, est que π, ipsi β idem, & λ, igitur ipsi ο est idem, quod est impossibile. Nã ο nulli expositorũ supponitur idem: igitur ipsum ζ η, aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & ostensum est quod ζ η, ipsis α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati est æqualis, perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζ η, quod ostendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS

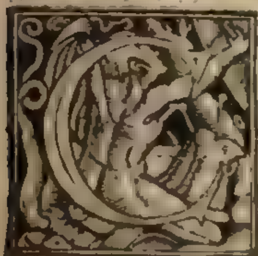
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER DECIMVS.

Ex Campano — *Diffinitiones*



Vantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicentur communicantes. 2 Quibus uero non fuerit una communis quãtitas eas numerans, dicentur incommensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarum superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicũtur, quarum superficies quadratas non numerat una communis superficies. Quæ cum ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multæ aliæ sunt incómensurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq; ei communicantes, dicuntur rationes.
7 Eidem autem incommunicantes, dicuntur irrationales siue surdæ.
8 Omnis uero quadrata superficies de qua per hypothesin rationamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uero ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales siue surdæ. 11 Latera uero quæ in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

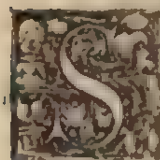
Eucli. ex Zamb. — *Diffinitiones*



Ommensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadẽ mensura dimetietur. 2 Incommensurabiles autem, quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt. 3 Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommẽsurabiles autem, quando nulla area communis mensura esse potest eorum quæ ex ipsis sunt quadratorũ. His expositis indicatur, quod proposita recta linea hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mensuræ, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incommensurabiles. Commensurabiles quidem, aut potentia tantum, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles uero, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantum, rationales. 8 Quæ autem incommensurabiles per utrunque, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratum, rationale.

10 Et quæ huic commensurabilia, rationalia. 11 Et quæ huic incõmensurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipsorum (si quadrata fuerint latera, sin autem, alia quæpiam rectilinea, ipsa potentes æqualiaque ipsis quadrata describentes, irrationales uocentur.

Eucli. ex Camp. *Propositio 1*

1 I duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio à maiori detrahatur, itemque de reliquo maius dimidio de matur, deinceps quoque eodem modo, necesse est ut tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

CAMPANVS Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quod toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c uel, eius residuo, quod necesse erit reliqui quãtitatem minorẽ esse a, Multiplicetur enim a toties quousque excedat b c. sitque eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaque ab ipsa b c, maius dimidio, quod sit b. d. itemque ex residuo quod est g c. maius dimidio, quod sit g h, hoc quoque toties fiat, quousque b c diuisa sit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc quod ultimũ residuũ ut est hic h c, est minus a. Multiplicetur námque h c, quoties est multiplicata a in d e f. sitque eius multiplex k l m. Quia igitur unaquæque quantitatũ k. l, m, est æqualis h c, sequitur ut & k sit minor b g, sed & l, minor g h, at quia m est æqualis h c. erit per conceptionem k l m minor b c. quare minor d e f. Cũ sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitque d e f maior k l m. sequitur per 14 quinti, quod a sit maior h c, quod est propositum. Idemque sequitur, si a maiori dimidium dematur itemque de reliquo dimidium, fiatque toties quousque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.

CAMPANI *annotatio.* Attendere autem oportet, quod huic propositioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Posito enim angulo quolibet rectilineo, si ab ipso maius dimidio dematur, itemque de residuo maius dimidio, necesse uidetur hoc toties posse fieri quousque angulus rectilineus minor angulo cõtingentiæ relinquatur. cuius oppositum 15 tertij syllogizat. Sed hi nõ sunt uniuoce anguli, non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentiæ toties contingit sumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod necessarium est (ut ex præhabita demonstratione patet) ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 1* *Propositio 1*

1 Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum est maius quàm dimidium, idque semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita.



THEON ex Zãb. *Sint binæ magnitudines inæquales αβ, γ, quarũ maior sit αβ. Dico quod si ab ipsa αβ, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidiũ, & hoc semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita γ. Et quoniam minor est γ, igitur γ, multiplicata, maior tandem erit quàm αβ, multiplicetur, & esto δε, ipsius quidem γ, multiplex, maior autem quàm αβ. Diuidaturque δε, in æquales ipsi γ, hoc est δζ, ζη, ηε. Auferaturque ab ipsa αβ, maius quàm dimidium, βθ, & ab ipsa αθ, maius quàm dimidiũ, hoc est θκ, & hoc fiat semper, quoad quæ in αβ, sunt diuisiones æquales sint multitudine eis quæ in ipso δε, sunt diuisionibus. sintque igitur ακ, κθ, & θβ, diuisiones, æquales existentes multitudine ipsis δζ, ζη, & ηε. Et quoniam maior est δε, quàm αβ, ablatumque est ab ipsa δε, minus, quàm dimidiũ hoc est εη, ab ipsa autem αβ, maius quàm dimidium βθ, reliquum igitur ηδ, reliquo θα, maius est. Et quoniam maius est ηδ, quàm θα, ablatũque ab ipsa ηδ, dimidium hoc est ηζ, ex ipsa autem αθ, maius dimidio hoc est θκ, reliquum igitur*

δζ

δ ζ, reliquo α κ, maius est. Aequale autē est δ ζ, ipsi γ. & γ igitur, ipso α κ, maius est, minus igitur est α κ, ipso γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipsa α κ magnitudo, minor existēs minore exposita magnitudine γ, quod oportuit demōstraſſe. Similiter quoque oſtendetur ſi dimidia ſublata fuerint.

ALITER idem oſtendere. Conſiſtant binæ magnitudines inæquales α β, γ. Sit autem γ minor. Et quoniam minor eſt γ, igitur γ multiplicata, maior erit tandem quam α β, multiplicetur, & eſto ζ μ. ipſius γ multiplex. Diuidaturque ζ μ, in ipſi γ æqual. α, hoc eſt μ θ, θ ν, ν ζ. Et ab ipſa α β, auferatur maius quàm dimidiū β ι, & ex ipſa ι α, maius quàm dimidium, hoc eſt ι δ, & hoc fiat, quoad quæ in ipſa ζ μ, diuiſiones, æquales fiant ipſis quæ ſunt in α β, diuiſionibus. fiant autem ſicut β ι, ι δ, & δ α. Et ipſi δ α, unaquæque ipſarum κ λ, λ ν, & ν ξ, eſto æqualis, & hoc fiat, quoad diuiſiones quæ ſunt in κ ξ, fiant æquales eis quæ ſunt in μ ζ. Et quoniam β ι, maior eſt quàm dimidium ipſius α β, ipſa β ι, maior eſt quam ι α, multo maior igitur eſt β ι, quàm δ α. Sed ipſi δ α, æqualis eſt κ λ, igitur β ι, maior eſt quàm ν ξ. Rurſus quoniā δ ι, maior eſt quàm dimidiū ipſius ι α, ipſa igitur δ ι maior eſt quàm δ α, ſed ipſa δ α, æqualis eſt ipſi λ ν, igitur ipſa δ ι, maior eſt quàm λ ν. Tota igitur δ β, maior eſt quàm ξ λ. Sed ipſa δ α, æqualis eſt ipſi κ λ. Tota igitur α β, maior eſt quàm κ ξ. Sed ipſa μ ζ, maior eſt quàm β α, multo maior igitur eſt μ ζ, quàm κ ξ. Et quoniā ξ ν, ν λ, & λ κ, ſibi inuicē ſunt æquales, & μ θ, θ ν, & ν ζ, ſibi inuicē ſunt æquales & æqualis eſt multitudo ipſarū quæ in μ ζ, multitudini ipſarū quæ in κ ξ, eſt igitur ſicut κ λ, ad ζ ν, ſic λ ν, ad ν θ, & ν ξ, ad θ μ, igitur (per 12 quinti,) ſicut κ λ, ad ζ ν, ſic ξ κ, ad ζ μ. Maior autē eſt ζ μ, quàm κ ξ, maior igitur eſt & ζ ν, quàm λ κ. At ζ ν, æqualis eſt ipſi κ λ, ipſi α δ. Igitur γ maior eſt quàm α δ. Quod oportuit demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2 SI fuerint duæ quantitates inæquales, detrahaturq; à maiori æquale minori donec minus eo ſuperſit, ac deinde à minori ipſius reliqui æquale dematur donec minus eo relinquatur, denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui ſecundi donec minus eo ſuperſit auferatur. & in huiuſmodi continua detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret inueniatur, eas duas quantitates incommenſurabiles eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Simile huic propoſuit prima ſeptimi in numeris. Sint duæ quantitates inæquales a & b maior a, quibus (ſi fiat reciproca quoad poteſt detractio) nō occurrat (etiam ſi infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens, ſiue ante relictum numerans, dico eas incommenſurabiles eſſe. Si autem ſint cōmenſurabiles, ſit cōmunis earum mēſura c. Detrahatur igitur b, ex a quoties poteſt, ſitq; reſiduū d, quod reſiduum detrahatur ex b quoties poteſt & ſit reſiduum e. Fiatq; toties iſta detractio, quouſq; ex alterutra duarū quātitatū a & b, remaneat minus c, hoc enim neceſſe eſt eſſe poſſibile per præcedentē. ſitq; hic e minus c. Cū igitur c mēſuret b detractam ab a. & etiam a, menſurabit per conceptionem, d reſiduum, ideoq; cum menſuret d detractum ab ipſo b, & etiā ipſum b, mēſurabit e, reſiduum, ſed erat minus c, maior ergo quantitas, menſurat minorem. quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis: ſublata ſemper minore à maiore reliqua minime metiatur præcedentem, incommēſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. Duabus enim magnitudinibus inæqualibus exiſtentibus α β, γ δ, & exiſtente minore ipſa α β, ſublata ſemper minore ipſa α β, à maiore γ δ, reliqua nequaquā metiatur præcedentem. Dico quod incommenſurabiles ſunt ipſæ α β, γ δ, magnitudines. Si enim ſunt commenſurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi,) eas aliqua magnitudo, metiatur ſi poſſibile eſt, & eſto ε. & α β, ipſam δ ζ metiens, relinquat ſeipſa minorem γ ζ. At γ ζ ipſam β η metiēs: (per 1 decimi,) relinquat ſeipſa minorem α η, & hoc ſemper fiat, quoad ſumpta fuerit quædā magnitudo quæ ſit minor quàm ε, fiat, & (per præcedentem) ſumatur α η, minor quàm ε. Quoniam igitur ε ipſam α β metitur, ſed α β ipſam δ ζ metitur igitur ε ipſam δ ζ, metietur, metitur autem & totam γ δ, igitur & reliquam γ ζ metietur. Sed γ ζ, ipſam β η, metitur, & ε, igitur ipſam β η metitur, metitur autem & totam α β, & reliquam igitur α η metietur, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Ipſas igitur α β, γ δ, nulla metietur magnitu

X 3 do

do. incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α β, γ δ, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur auferatur que ſemper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipſæ magnitudines erunt incommenſurabiles, quod oportuit demonſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 

Ropoſitis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximam quantitatem communiter eas numerantem inuenire.

CORRELARIVM

Ex hoc itaque manifeſtum eſt, quæ duas metitur quãtitates, maximam quoque communiter ambas metientem metiri.

CAMPANVS. Huius demonſtrationem. ſi 2 ſeptimi nonignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorſus hic & illic efficies, proceſſus enim utrobique idem erit.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 3

3 Duabus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam earum communem inuenire menſuram.

THEON ex Zamb. *Sint datæ binæ magnitudines commenſurabiles α β, & γ δ, quarum minor ſit α β, oportet iam ipſarum α β, & γ δ, maximam communem inuenire menſuram. Igitur α β aut metitur ipſam γ δ, aut nõ. Si enim metitur, metitur autem & ſeipſam, igitur α β, ipſarum α β, & γ δ communis eſt dimẽſio. Et manifeſtum eſt quod & maxima, maior nanque ipſa α β, magnitudine, ipſam α β, non metietur. Non metiatur autem α β, ipſam γ δ. Sublata igitur ſemper minore à maiore, id quod relinquitur metietur quandoque præcedentem, eo quia ipſæ α β, γ δ, ſunt commenſurabiles, & α β, ipſam ε δ metiens relinquat ſe ipſa minorem ε γ, at ε γ, ipſam ζ β, metiens relinquat ſe ipſa minorem, hoc eſt ζ α, at ζ α, ipſam γ ε metiatur. Quoniam igitur α ζ, ipſam γ ε metitur, ſed γ ε, ipſam ζ β metitur, & α ζ, igitur ipſam ζ β metietur. Metitur autem & ſeipſam, & totam igitur α β metietur ipſa α ζ. Sed α β, ipſam δ ε metitur, igitur α ζ, ipſam ε δ metietur, metitur autẽ & γ ε, & totam igitur γ δ metitur. Igitur α ζ, ipſas α β, & γ δ metietur, igitur α ζ, ipſarum α β, & γ δ, cõmunis eſt dimenſio. Aio quoque quod & maxima, ſi enim non erit aliqua magnitudo maior ipſa α ζ, quæ ipſas α β, & γ δ, metietur. Sit que, inquam, η. Quoniam igitur η ipſam α β, metitur, ſed α β ipſam ε δ metitur, & η igitur ipſam ε δ metietur. Metitur autem & totam γ δ, & reliquam igitur γ ε metietur ipſa η. Sed γ ε ipſam ζ β, metitur, igitur & η, ipſam ζ β metietur, metitur autem & totam α β, & reliquã igitur α ζ metietur, maior minorem, quod eſt impoſsibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipſa α ζ, ipſas α β & γ δ magnitudines non metietur. Igitur α ζ, ipſarum α β, & γ δ, maxima communis dimenſio eſt. Duabus igitur magnitudinibus commenſurabilibus datis α β, & γ δ, maxima communis dimenſio inuenta eſt α ζ, quod feciſſe oportuit.*



CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt, quod ſi magnitudo binas magnitudines mẽſa fuerit, & maximam earum communem dimenſionem metietur.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 

Ropoſitis tribus quantitatibus communicãtibus, maximam eas communiter numerantem inuenire.

CAMPANVS Hæc ex tertia ſeptimi, ſic patet, ſicut præmiſſa ex ſecũda. Simulq; correlarium ex hac deduces, ut illic ex ſecunda deductũ eſt.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 4

4 Tribus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam earum communem menſuram iuuenire.

THEON ex Zamb. *Sint datæ tres magnitudines commenſurabiles α, β, γ, oportet iam ipſarum α, β, γ, maximam communem menſuram inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi) ipſarum duarum α, β, maxima communis menſura, ſitque illa δ. Igitur δ ipſam γ aut metitur, aut non metitur. Metiatur primum. Quoniã igitur δ ipſam γ metitur, metitur autem & ipſas α β, igitur δ ipſas α, β, γ, metitur. Igitur δ, ipſarum α, β, γ, cõmunis dimenſio eſt. Et manifeſtum quod maxima, maior namque quàm δ magnitudo, ipſas α, β, γ, non metietur. Si enim poſsibile, metiatur ipſas α, β, γ, magnitudine δ maior ipſa ε. Et quoniam ε, ipſas α, β, γ metitur, metitur & ipſas α, β, & ipſarum igitur α β maximam communem menſuram metietur, hoc eſt ipſam δ, maior uidelicet minorem quod eſt impoſsibile.*



Non metiatur iam δ ipſam γ. Dico primum quod commenſurabiles ſunt ipſæ γ, δ. Quoniã enim commen-

commensurabiles sunt ipsæ α,β,γ, metietur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet & ipsas α,β, metietur, quare & ipsarum α,β, maximam communem mensuram δ, metietur (per correlarium præcedentis, metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ,δ. Cōmēsurabiles igitur sunt ipsæ γ δ. Sumatur (per 3 decimi, earū cōmunis maxima dimensio, sitq; ε. Quoniam igitur ε ipsam δ, metitur, sed δ ipsas α,β, metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ, igitur ε, ipsarum α,β,γ, communis est mensura. Dico quod & maxima. Si enim possibile, sit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq; ζ ipsas α,β,γ. Et quoniam ζ ipsas α,β,γ, metitur, metitur & ipsas α,β, & ipsarum igitur α,β, (per præcedens correlarium) maximam communem mensuram metietur. At ipsarum α,β, maxima communis mensura est δ, igitur ζ ipsum δ, metitur, metitur autem & γ, igitur ζ ipsas γ,δ metitur, & ipsarum ergo γ,δ, maximam communem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uero communis mensura ipsarum γ δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine ε, maior aliqua magnitudo, ipsas α,β,γ, non metitur. Igitur ε ipsarum α,β,γ, maxima communis est dimensio, si non metiatur δ ipsam γ. Si autem metiatur, ipsa est δ. Tribus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis, maxima communis earum dimensio inuenta est, quod erat oportebat.

α β γ δ ε ζ

CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est, quod si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit, & maximam quoque earum communem dimensionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mēsura, & subinde correlarium, inuenietur.

Eucl. ex Camp. Propositio 5



5 Omnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quod earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b, reperta ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerū e, eritq́ a ad c ut d ad unitatem, eo quod sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis, ac c ad b, ut unitas ad e, quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est sub multiplex e, igitur per æquam proportionalitatem a ad b, ut d ad e, quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Commensurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamberto. Sint commensurabiles magnitudines α,β. Dico quod α ad β rationem habet, quam numerus ad numerum. Quoniam enim commensurabiles sunt α,β, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur, & esto γ. Et quoties γ ipsam α, metitur, tot unitates sint in δ, quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in δ sunt unitates & unitas metitur ipsum δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur unitas ipsum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsam α, est igitur sicut γ ad α, sic est unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsam β metitur per eas quæ in ε sunt unitates, metitur autē & unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur unitas ipsum ε metitur. & γ ipsum β, Est igitur (per idem) sicut γ ad β, sic est unitas ad ε. Patuit autē quod & sicut α ad γ, sic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad β, sic est δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α,β, adinuicem rationē habent, quam numerus δ ad numerum ε, quod oportebat demonstrare.

ἀνάπαλιν

α β γ δ ε

Eucl. ex Camp. Propositio 6

6 Si fuerint duæ quātitates quarū sit proportio unius ad alterā tanquam numeri ad numerum, eas duas communicātes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si sit a ad b sicut numerus e ad numerum d, erunt duæ quātitates a & b cōmuuicantes. Sit enim c toties mensurans b, quoties est unitas in d, & toties mensurans f, quoties unitas in e. Cum sit igitur f ad c ut e ad unitatem, ac c ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut e ad d, quare etiam ut a ad b, igitur per primam partem 9 quinti, f est æqualis a. Cum itaque c mensuret f, per



conceptionem mensurabit a, igitur a & b communicantes: mensurabat enim & b, quod est propositum. Eucli. ex Zamb Theorema 4 Propositio 6

6 Si binæ magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamberio. Binæ enim magnitudines α, β, ad inuicem rationem habeant, quam numerus δ ad numerũ ε. Dico quod commẽsurabiles sunt ipsæ α, β, magnitudines. Quot enim sunt in ipso α unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 sexti) ipsa α, & uni earum æqualis esto γ. Quot autem unitates sunt in ε, ex totidẽ magnitudinibus ipsi γ æqualibus cõponatur ζ. Quoniã igitur quot sunt unitates in ipsa δ, tot magnitudines sunt & in ipsa α, æquales ipsi γ, qualis igitur pars est ε, unitas ipsius δ, talis pars est & γ ipsius α, est igitur sicut γ ad α sic ε, unitas ad ipsum δ. Metitur autem ε, unitas ipsum δ numerũ, metitur igitur & γ, ipsum α. Et quoniã est sicut γ ad α, sic est ε unitas ad numerum δ, & contra (per correlarium 4 quinti,) sicut est α ad γ, sic est δ numerus ad ε unitatem. Rursus quoniam quot unitates sunt in ε, tot sunt & in ipsa ζ, æquales magnitudines ipsi γ, est igitur sicut γ ad ζ, sic ε unitas ad ε numerum. Patuit autem & sicut α ad γ, sic est δ ad unitatem ε. Ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ζ, sic est δ ad ε. Sed sicut δ ad ε, sic est α ad β. Igitur (per 11 quinti,) & sicut α ad β, sic est & α ad ζ. Igitur α ad utrãq; ipsarũ β, ζ, eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti,) igitur est β, ipsi ζ, metitur aũt γ, ipsam ζ, metitur igitur & β, sed & ipsam α. Igitur γ, ipsas α, β, metitur. Cõmẽsurabilis igitur est α ipsi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines, quod erat ostendendum. (margin: ἀνάπαλιν)

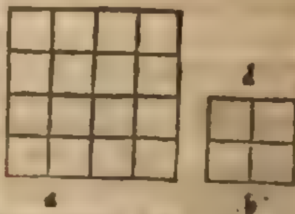
CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est, si fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea sicut α, quod datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineã. Si autem ut ipsarum α, ζ, media proportionalis sumpta fuerit, sicut β, erit sicut α ad ζ, sic quod ex ipsa α, ad id quod ex ipsa β, hoc est sicut prima α ad tertiam ζ, sic quod α prima ad id quod ex secũda simile sim. literq; descriptum, (per correlariũ 19 sexti.) Sed sicut α ad ζ, sic est δ numerus ad ε numerum. Fit igitur sicut δ numerus ad ε, numerum, sic quod ex α, recta linea ad id quod ex β, recta linea.

ALITER idem ostendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ, dico quod ipsæ magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earum æqualis esto ε. Est, igitur sicut unitas ad γ numerum, sic est ε ad α, est autem & sicut γ ad δ, sic α ad β, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut unitas ad ipsum δ numerum, sic est ε ad β, metitur autem unitas ipsum δ, metitur igitur ε ipsum β, metitur aũt & α, quoniam unitas ipsum γ. Igitur ε, utramq; ipsarum α, β, metitur. Ipsæ igitur α, β, commẽsurabiles sunt, & ε, ipsarum cõmunis est dimẽsio.

α β γ ζ δ ε

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 OMnium duarũ superficierum quadratarum quarum latera in longitudine cõmunicant, est proportio unius ad alteram, tanquã numeri quadrati ad numerum quadratum. Si uero fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratam tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratã, nõ uelut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.



CAMPANVS. Sint a & b, duæ lineæ quadratæ, quarũ quadrata sint c & d. Dico quod si a & b cõmunicant in lõgitudine, erit proportio c ad d sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerso. Si autem proportio c ad d non sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmẽsurabiles in lõgitudine, & ecõuerso. Verũtamẽ istud argumẽtũ quartũ nõ proponit. Primũ patet sic. Si a & b cõmunicant in longitudine, ipsæ per 5 erunt in proportione duorum numerorum qui sint e & f, quorũ quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti, sequitur, ut sit etiam c ad d sicut e ad f duplicata, sed etiã est per 11 octa-

g .... h ....
e .... f ..

ui

ui,g ad h ut e ad f,duplicata,ergo c ad d,sicut g ad h,quod est primum. Secundum sic. Sit c ad d,sicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum,dico quod a & b erũt in longitudine communicantes. Cum enim sit c ad d ut a ad b,duplicata per 18 sexti,& g ad h per 11 octaui ut e ad f duplicata,quare & simpla a ad b sicut simpla e ad f:per 6 igitur sunt a & b communicantes.quod est secundum. Tertium uero patet ex primo à destructione consequentis. Similiterquartum patet ex secundo,à destructione consequentis,

CAMPANI *annotatio.* Ex tertia parte huius,nota diametrum esse incommensurabilem costæ. Cum enim sit quadratum diametri duplum quadrato costæ, dupla uero proportio nõ sit sicut numerorum quadratorum.sequitur diametrum esse incommensurabilem costæ in longitudine. Alioqui cum quaternarius sit numerus quadratus,essent omnes pariter pares,quadrati,etiã alij infiniti qui non sunt quadrati. Ducit autem Aristoteles ad istud inconueniens,si diameter ponatur commensurabilis costæ, quod impar numerus erit æqualis pari, quod sic patet. Sit enim diameter a b commensurabilis lateri a c,eritque per 5 a b ad a c,sicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f,qui sint minimi in sua proportione,eritque ob hoc, alter eorum impar. Si enim uterque par,non erunt minimi,quadrati quoque eorum sint g & h,si ergo e est impar,erit quoq; ex 30 noni g impar.sit itaq; k duplus ad h, eritque k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f,erit per 8 sexti,& 11 octaui quadratũ a b ad quadratum a c per penultimã primi. Et quia etiã k est duplus ad h,sequitur per 9 quinti ut g nũerus impar sit æqualis k nũero pari. Quod si e sit par,& f impar,erit proportio f ad dimidium e quod sit l,sicut a c ad dimidium a b, quod sit a d,& ideo erit proportio quadrati a c ad quadratũ a d,sicut proportio numeri h qui est impar per 30 noni ad quadratũ nũeri l,qui sit m,cui k ponatur esse duplus,eritq; k per diffinitionẽ,par. At quia quadratũ a c est duplũ ad quadratũ a d per penultimam primi,erit h duplus ad m,cũque k sit etiam duplus ad m.erit per 9 quinti numerus impar h æqualis k numero pari.quod est propositum.



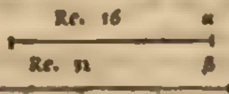
e ... f ....
g .... h ....
k ....
e .. l .. f .....
m .... k .... h ....

Sequentia duo ex Zamberto Theoremata.in Campano nihil respondens habent,

Eucli.ex Zamb. Theorema 5 Propositio 7 Conuersa quintæ.

7 **Incommensurabiles magnitudines adiuuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.**

THEON ex Zamberto. *Sint incommensurabiles magnitudines, α, β. Dico quod α, ad β, rationem nõ habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β, eam rationem quam numerus ad numerum, commensurabilis erit α ipsi β, (per sextam decimi Non est autem, igitur α ad β rationem non habet, quam numerus ad numerum. Incommensurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli.ex Zamb. Theorema 16 Propositio 8 Conuersa sextæ

8 **Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habuerint quam numerus ad numerum incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.**

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem non eam habeant rationem, quam numerus ad numerum. Dico quod ipsæ α, β, magnitudines sunt incommensurabiles. Si enim commensurabilis est α ipsi β, rationem habebit quam numerus ad numerum (per quintam decimi) non habet autẽ. Incõmensurabiles igitur sunt ipsæ α, β, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.*



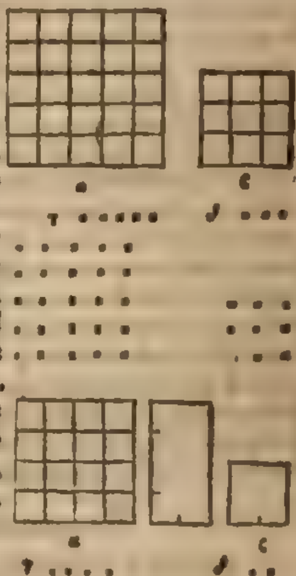
Eucli.ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 **A lõgitudine cõmẽsurabilib⁹ rectis lineis quadrata, adinuicẽ rationẽ habẽt**

quàm

quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, latera quoque habebunt longitudine cōmensurabilia. A longitudine uero in commensurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicem rationē non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quā quadratus numerus ad quadratum numerum, neque latera habebunt longitudine commēsurabilia.

a THEON ex Zamberto. Sint enim α.β, longitudine commensurabiles. Dico quod quadratum quod ex α, ad id quod ex β, quadratum rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, longitudine, igitur α ad β, rationē habet quam numerus ad numerum (per 5 decimi,) habeat, inquam quam γ, ad δ. Quoniam igitur est sicut α ad β, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidē α ad β, rationis, dupla est ipsius α quadrati ad ipsius β, quadratum ratio (similes namque figuræ (per 19 sexti & per correlarium primum 20 sexti.) in dupla sunt ratione similis rationis laterum) ipsius autem γ, numeri ad δ, numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratū (Binorum etenim quadratorum numerorū (per 11 octaui,) unus medius proportionalis est numerus. & quadratus ad quadratū duplam rationem habet quam latus ad latus: est igitur sicut quadratum quod ex α, ad quadratum quod ex β, sic ex γ, numero quadratus numerus ad eum qui ex δ, numero quadratum numerum.



ALITER idem demonstrare. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, rationem habet (per 5 decimi.) quam numerus ad numerum, habeat autem quam γ ad δ, & γ, seipsum multiplicans, efficiat ε, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ipsum ζ, at δ, seipsum multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, at multiplicans ipsum δ fecit ipsum ζ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α, ad β, sic est ε ad ζ. Sed sicut α ad β, sic id quod ex α, ad id quod sub α, β, (per 1 sexti.) Est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ε ad ζ. Rursus quoniā γ ipsum δ multiplicās ipsum effecit ζ, δ autem multiplicans ipsum effecit η, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ hoc est α ad β, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α. β, ad id quod ex β, sic est ζ ad η. Sed sicut quod ex α, ad id quod sub α. β: sic ε ad ζ, ex æquali igitur (per 22 quinti.) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ε, ad η, est autem uterque ipsorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipso γ, at η, est ab ipso δ. Quod igitur ex α, ad id quod ex β, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod oportebat demonstrare.

b Sed iam esto sicut quadratum quod ex α, ad id quod ex β. sic qui ex γ, quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quod α, ipsi β, commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ, quadratus ad eū qui ex δ quadratum, sed ipsius quidem quadrati quod ex α, ad id quod ex β, ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad β, quadrati autem qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per undecimā octaui) ratio, dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerum, est igitur sicut α ab β, sic est γ numerus ad δ numerum. Igitur α ad β, eam habet rationem quam γ numerus ad numerum. Commensurabilis est igitur (per sextam decimi,) α, ipsi β longitudine.

ALITER idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α, ad id quod ex β, eam rationem quam quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quod commensurabilis est α ipsi β. Sit enim ipsius ε, latus γ, ipsius autem η, sit δ. & γ, ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ζ. Ipsi igitur ε, ζ, η, continue sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione, (per 17 & 18 septimi.) Et quoniam eorum quæ ex α. & β, medium proportionale est id quod sub α β, (per 17 sexti) & ipsorum ε, η, ipse ζ. est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α. β, sic ε ad ζ. sicut autem quod sub α, β. ad id quod ex β. sic ζ ad η. Sed sicut quod ex β ad id quod sub α, β, sic est α, ad β. Igitur α. & β. commensurabiles sunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc est γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.

α Re. 18 β Re. 9

Sed iam incommmensurabilis esto α, ipsi β longitudine. Dico quod quadratum quod ex α ad quadratum quod est β eam non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commēsurabilis erit α ipsi β, nō est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β, (per præcedentē,) eā non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

numerum

numerum quadratum. Dico quod incommensurabilis est a, ipsi b longitudine. Si enim fuerit commensurabilis a ipsi b, quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b, eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem, igitur commensurabilis non est a ipsi b longitudine. Incommensurabilis igitur est a, ipsi c longitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

CORRELARIVM

Et manifestū est ex his, quod longitudine commensurabiles rectæ lineæ, omnino sunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uero incommensurabiles, non omnino potentia, quæ autem potē tia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commensurabilia sunt (per 6 decimi,) longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ, non solum longitudine sunt commensurabiles, sed & potentia. Rursus quoniam quæcunque quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt (per 6 decimi.) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt, quæcunque igitur qudrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, commensurabilia potentia quidē habent latera, non autem & longitudine. Quare longitudine quidem commensurabiles rectæ lineæ, omnino & potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, nisi rationem habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico iam quod & quæ longitudine incommensurabiles, nō omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commensurabilia, possunt rationem habere non quidem quam quadratus ad quadratū, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, & ob id potentia commensurabilia latera habebunt, & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles, si eorum quadrata sunt incommensurabilia. Quæ autem potētia incōmensurabiles, omnino & longitudine incommensurabiles. Si enim longitudine commensurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commensurabiles. Supponuntur autem & incommensurabiles, quod est absurdum. Quæ igitur potentia incommensurabiles, omnino & longitudine.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

B **SI fuerint duæ quantitates uni quantitati cōmunicantes, ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est.**

CAMPANVS Sit utraq; duarū quantitatum a & b, cōmunicans quantitati c, dico a & b esse cōmēsurabiles. Est enim per 5, a ad c, sicut numerus ad numerū. similiter quoq; per eādē, c ad b, sicut nūerus ad numerū. Sit itaq; numerus d ad numerū e, sicut a ad c, nūerusq; f ad nūerū g sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g, continentur in tribus terminis qui sunt h, k, l, ut docet 4 octaui. eritq; per æquā proportionalitatē, a ad b, sicut h numerus ad l numerū. per 6 igitur sunt a & b, cōmunicātes, quod est propositū.

CAMPANI *additio*. Ex hac quoq; sequitur, quod si fuerint duæ quātitates sibi inuicē cōmunicātes, cuicūq; una earū cōmunicat, & reliqua, & cuicūq; una nō cōmunicat, nec rēliqua. Sint enim duæ quātitates a & b cōmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cū qua cōmunicet a, dico q b cōmunicabit cū eadē, qd ex hac octaua patet cū utrūq; earū cōmunicet cū a, ex hypothesi. Quod si iterū a & b sint cōmunicātes ut prius, pōnatur c quælibet quātitas cū qua nō cōmunicet a, dico qd b non cōmunicabit cū eadē. Si enim c communicaret cum b, quum a quoq; per hypothesin cōmunicet cum eodē, b essent per hanc octauā a & c cōmunicantes, sed positum erat, quod non essent. Quare constat quod diximus. Eucli. ex Camp. Propositio 9

D **SI fuerint duæ quantitates communicantes, totum quoq; ex eis cōfectum utriq; earum erit communicans. Si uero fuerit totum utrique commensurabile, erunt ambæ commensurabiles.**

CAMPANVS. Sint duæ quātitates a & b cōmēsurabiles, dico totū ex eis compositū quod sit c, utrique earū esse commensurabile, & econuerso. Adhuc quoq; si totū ex eis cōpositū uni earum cōmunicet, dico qd cōmunicabit alteri, & ipse similiter inter se etiā cōmu-

communicabunt. Idem quoque in contrario, si enim a & b sint incommunicãtes, dico quod c utrique earum erit incommunicans, & econuerso, si c alteri earum sit incōmunicant, erit quoque incōmunicans & alteri, & ipsæ etiam inter se. Sint itaque primum a & b communicantes, sitque earum communis mensura d, quæ cum utramq; earum numeret, per conceptionem similem antepenultimæ septimi, numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit utrique earũ scilicet a & b. Ecōuerso quoq; si c cōmunicet utrique earum, sit omnium communis mẽsura d, constat itaque per diffinitionem, a & b communicantes esse. Sed communicet c cum altera earũ quæ sit a, dico quod communicabit cũ b. & a etiam & b communicabunt adinuicem: sit enim d communiter mensurans c & a Quia igitur d mensurat totum & detractum, per conceptionem ipsa mensurabit residuum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cũ b, & a communicat quoque cum b.

CAMPANI *additio.* Si autem a & b sint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earũ. Si enim cum utraque seu etiam cum altera earum communicaret, & ipsæ communicarent adinuicem, quod est contra hypothesin. Similiter quoque econuerso sic est in communicans utriq; earum seu etiam alteri earũ. erit quoque incommunicãs reliquæ. & ipsæ inter se, quod palam est ex prædemonstratis, à destructione cōsequentis.

Eucli. ex Camp. *Propositio 10*

10 OMnium quatuor quãtitatum proportionalium, si fuerit prima communicãs secundæ, tertia quoque erit communicãs quartæ. Si uero prima incommensurabilis fuerit secũdæ, tertia quoque incommensurabilis erit quartæ.

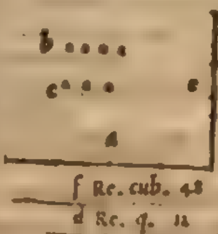
CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales, a, b, c, d: dico quod si a communicat cum b, c quoq; communicabit cum d, quod si a est incommensurabilis b, c quoq; erit incommensurabilis d. Et si a communicabit cum b in potentia tantum, c quoque communicabit cũ d in potentia tantũ, ueruntamẽ illud non proponit autor quia facile patet ex demonstratione priorum. Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerum, sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothesin a ad b sicut c ad d. erit c ad d. sicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur est c cōmunicãs cum d, quod est primum. Secundum patet ex primo à destructione consequentis. Si enim a est incommensurabilis b oportet c esse incommensurabilem d. nam si esset ei commensurabilis. cum sit ut c ad d sic a ad b, per hypothesin, esset per primam partem a communicans cum b. sed non erat. Quare constat totum quod proponit autor Quod autem adiũximus. uidelicet quod si a communicat cum b in potentia tãtum. c. communicat cum d in potentia tantum, sic patet. Cum enim a non communicet cum b, in longitudine, nec c quoq; ex parte secũda huius. communicabit cum d in longitudine. At uero cum quadratum a communicet cum quadrato b ex hypothesi. erit per 5, quadratũ lineæ a ad quadratum lineæ b, sicut numerũs ad numerum qui sint e & f. Et quia quadratum c ad quadratũ d sicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, sicut numerus e ad numerum f, per 5 igitur c & d, communicant in potentia. & quia non communicant in longitudine. constat propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 11*

11 PRoposita qualibet recta linea, duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS Sit linea a proposita, uolo duas lineas reperire. quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uero sit incommensurabilis ei in longitudine

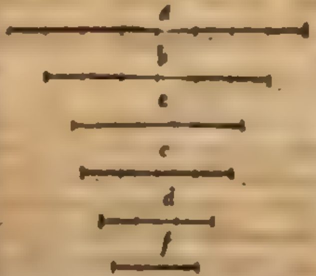
ne & in potentia. Sumo itaque duos numeros nequaquam se habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum, sintq; hi b & c, quos facile est sumere, cũ quilibet quadratus numerus ad quẽlibet non quadratum eam habeat proportionẽ quã nequaquã habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 11 octaui. Duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ a sicut numerus b ad numerum c. Hãc autem lineam ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot sunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuãte 11 uel 11 sexti, dehinc super extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpẽdiculariter, in qua toties cõtineatur una ex partibus a, quoties unitas est in c. Quia igitur ex prima sexti proportio quadrati lineæ a ad superficiem quæ fit ex a in e est sicut a ad e, & ideo sicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tunc per primam partem 6 eiusdẽ quadratum erit æquale superficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ d, sicut numeri b ad numerũ c quare a & d, sunt cõmẽsurabiles in potentia ex diffinitione. & per ultimam partem, ipse sunt incommensurabiles in longitudine, reperta est itaque d prima linea, quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio Interpono ut docet 9 sexti. lineam f medio loco proportionalem inter a & d, eritque per correlariũ 17 sexti quadratum a ad quadratum f, sicut a ad d, itaque per secundam partẽ 10, quadratum a est incommensurabile quadrato f, igitur linea f est incommensurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, est itaque f secunda linea quam propositũ erat reperire, Et sic patet propositum.



Eucli. ex Camp. propositio 11

11 OMnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine, necesse est tertiam quoque tanto amplius posse quarta, quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine. Quod si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineæ incommensurabilis sibi in longitudine, erit quoque tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ sibi incommensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Sint quatuor lineæ proportiõales a, b, c, d, sitque a maior b, & c maior d, sit quoque a potentior b, quadrato lineæ e: & c potẽtior d. quadrato lineæ f. dico quod si a communicet e in lõgitudine. c quoque cõmunicabit f in longitudine, quod si a non communicat e in longitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quod & si a cõmunicat e in potentia tantum. c quoque cõmunicabit f in potentia tantũ. Veruntamen istud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demõstratione. Cũ sit enim proportio a ad b sicut c ad d, erit quadrati a ad quadratũ b. sicut quadrati c ad quadratũ d. Et quia quadratũ a est æquale quadratis duarum linearum b & e. similiter quadratum c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiũctim erit quadratum b ad quadratum e, sicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e sicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, sicut c ad f, ergo per primã partem decimæ constat prima pars huius. & per secundam secunda. & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinque præcedentes propositiones ex Campano cum suis additionibus, sequẽtibus septem ex Zamberto cũ sibi præmissis lemmatibus hoc ordine respondent. Octaua apud Campanum cũ additione. duode-

cimæ & decimætertiæ ex Zamberto propositionibus respondet. Nona apud Campanũ cum additione, decimæquintæ & decimæsextæ ex Zamberto propositionibus. Decima autem & undecima apud Campanũ, decimæ, & undecimæ ex Zãberto propositionibus præpostero respondent ordine. Duodecima uero apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

THEON Lemma.

Quoniam autem ostensum est in arithmeticis (ex 26 octaui) quod similes plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratum numerum similes sunt ipsi plani numeri (per 24 eiusdem) manifestum ex his quod dißimiles plani numeri hoc est latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt, similes ipsi plani erunt, quod quidem non supponitur. Dißimiles igitur plani numeri adinuicem rationem nõ habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli ex Zamb. Problema 9 Propositio 10

10 Propositæ rectæ lineæ binas rectas incommensurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia.

THEON ex Zamberto. Sit proposita recta linea α, oportet iam ipsi α, binas rectas inuenire incommensurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia. Ponantur bini numeri β. δ, adinuicem rationem non habentes quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, hoc est non similes plani, & fiat sicut ε ad γ, sic quod ex α quadratum ad id quod ex δ, quadratum, commensurabile igitur est quod ex α, et quod ex δ, commensurabilis igitur potentia est α ipsi δ, & quoniam ε, ad γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi δ, lõgitudine. Capiatur (per 13 sexti,) ipsarum α, δ, media proportionalis ι, est igitur sicut α ad δ, sic quod ex α, quadratum ad id quod ex ι, incommẽsurabilis autem est α, ipsi δ longitudine, incommensurabile igitur est & id quod ex α quadratum, et quod ex ι quadrato. Incommensurabilis igitur est α, ipsi ι, potentia. Propositæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles, longitudine, inquam, tantum ipsa δ, at ι potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus mensuras capi, uidelicet ipsi α, inuenta est tantum potentia commensurabilis δ, hoc est rationalis, potentia tantum commensurabilis, irrationalis autem ι, irrationales enim in uniuersum appellat, longitudine & potentia ipsi rationali incommensurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 11

11 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem secundæ fuerit commensurabilis, & tertia quartæ commensurabilis erit, & si prima secundæ incommensurabilis fuerit, & tertia quartæ incommensurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, sit autem α ipsi ε commensurabilis. Dico quod & γ ipsi δ est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est α ipsi ε, rationem habet (per 5 decimi,) quam numerus ad numerum. Estq; sicut α ad ε, sic γ ad δ. Igitur & γ ad δ habet rationem, quam numerus ad numerum. Commensurabilis igitur est γ ipsi δ. Sed iam α ipsi ε incommensurabilis esto. Dico quod & γ ipsi δ est incõmensurabilis. Quoniã enim incommensurabilis est α ipsi ε, igitur (per 7 quinti) α ad ε, non habet rationem quam numerus ad numerum, & est sicut α ad ε, sic γ ad δ. Igitur (per 8 decimi,) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur γ ipsi δ. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 12

12 Quæ eidem magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles.

THEON ex Zamb. Vtraque enim ipsarum α, ε, ipsi γ sit cõmensurabilis. Dico quod & α ipsi ε est commẽsurabilis.

rabilis, Quoniam enim cōmensurabilis est α ipsi γ, igitur (per 5 decimi,) α ad γ, habet rationem quam numerus ad numerum, habeat quam δ ad ε. Rursus quoniam commensurabilis est γ ipsi β, igitur (per eandem γ ad β habet rationem quam numerus ad numerum, habeat autē quam ζ ad η. Et rationibus datis quibuscunque, ea scilicet quam habet δ ad ε, & ζ ad η, capiātur (per 4 octaui numeri continue proportionales in datis rationibus, sintq; θ, κ, λ. sicut α ad ε sic θ κ, sicutq; ζ ad η. sic κ ad λ. Quoniā igitur est sicut α ad γ sic δ ad ε, sed sicut δ ad ε sic θ ad κ, est igitur (per 11 quinti, sicut α ad γ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam est sicut γ ad β, sic ζ ad η, sed sicut ζ ad η sic κ ad λ. & sicut igitur γ ad β, sic κ ad λ, est autem & sicut α ad γ, sic est θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad β, sic est θ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quam numerus θ ad numerum λ. Commēsurabilis est igitur (per 6 decimi,) α ipsi β. Quæ eidem igitur magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles. Quod oportuit demonstrasse.

THEON Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commensurabilis fuerit eidem, altera uero incommensurabilis, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

Sint enim binæ magnitudines α, β, & alia quædam γ, & α ipsi quidem γ esto commensurabilis: at β. ipsi γ esto incommensurabilis. Dico quod & α, ipsi β est incōmensurabilis. Si enim commensurabilis est α ipsi β, est quoque & γ ipsi α, & γ igitur (per 12 decimi, ipsi β est commensurabilis, quod non supponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 13

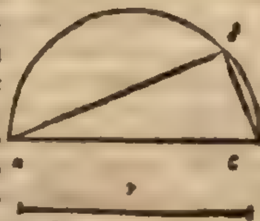
13 Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint, alteraq; earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit, & reliqua eidem incommensurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines commēsurabiles α β, earumq; altera uidelicet α, alicui hoc est γ sit incommensurabilis. Dico quod & reliqua β, ipsi γ incōmensurabilis est. Si enim cōmensurabilis est β ipsi γ, id α ipsi β commensurabilis est, & α igitur (per 12 decimi) ipsi γ, cōmensurabilis est, sed & incommensurabilis, quod est impossibile. Igitur β & γ sunt incommensurabiles. Si binæ igitur magnitudines commensurabiles fuerint, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

THEON Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius potest maior minore.

THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β, γ. quarum maior sit α β, oportet iā inuenire quo maius potest α β, quādm ipsa γ. Describatur super α β, semicirculus α δ β, & in ipsum (per 1 quarti,) coaptetur ipsi γ æqualis α δ. cōnectaturq; δ β, manifestum est iam quod angulus α δ β, rectus est, & quod α β. ipsa α δ, hoc est quādm ipsa γ maius potest ipsa δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipsas sic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ β, oporteatq; inuenire potentem ipsas. Ponantur enim, ut α δ, δ β comprehendāt rectum angulū qui sub α δ β, connectaturq; α β. Manifestum rursus est (per 47 primi, quod ipsas α δ, δ β, potens, est ipsa α β.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 14

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq; prima secunda maius eo quod fit ab eidem longitudine commēsurabili, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommēsurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommensurabili.

THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, & α quidē, ipsa β, maius possit eo quod fit ex ε, γ uero, ipsa δ, eo quod fit ex ζ. Dico quod si α ipsi ε est commensurabilis, commensura

surabilis est quoque γ ipsi ζ, sed si α, ipsi ε, incommensurabilis est, incommensurabilis est quoque γ ipsi ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, est igitur sicut id quod ex α, ad id quod ex β, sic est id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed et quidem quod fit ex α, æqua sunt ea quæ fiunt ex ε, β, ei autem quod fit ex γ, æqua sunt ea quæ fiunt ex δ, ζ, (igitur per 9 quinti) sicut quæ ex ε, β, ad id quod ex β, sic quæ ex δ, ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur est (per 17 quinti,) quod sicut quod ex ε ad id quod ex β, sic est id quod ex ζ ad id quod ex δ. Est igitur & sicut ε ad β, sic est ζ ad δ. Conuersim igitur est (per 11 sexti, & correlarium 4 quinti,) sicut β ad ε, sic est δ, ad ζ, est autem & sicut α ad β, sic est γ ad δ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ε, sic est γ ad ζ. Si igitur commensurabilis est α, ipsi ε, commensurabilis est quoque (per 11 decimi) γ ipsi ζ, si uero incommensurabilis est α ipsi ε, incommēsurabilis est γ ipsi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ sequuntur reliqua, quod erat demonstrandū.

α β ε γ δ ζ

Eucli ex Zamb. Theorema 12 Propositio 15

15 Si binæ magnitudines commensurabiles, compositæ fuerint, & tota utrique ipsarum commensurabilis erit. Et si tota uni earum commensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commensurabiles erunt.

THEON ex Zamb. Cōponantur binæ magnitudines cōmensurabiles α β, β γ. Dico quod tota α γ, utriq; ipsarū α β, β γ, commensurabilis est. Quoniā enim cōmensurabiles sunt ipsæ α β, β γ, ipsas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionem decimi,) metiatur, & sit δ. Quoniā igitur δ ipsas α β, β γ, metitur, & totā α γ metietur, metitur autem & ipsas α β, β γ, igitur δ, ipsas α β, β γ, & α γ, metietur. Commensurabilis igitur est (per 1 decimi,) α γ, utriq; ipsarū α β, β γ. Sed iā α γ, uni ipsarum α β, β γ, sit commensurabilis, sitque ipsi α β. Dico quod α β, β γ, commensurabiles sunt. Quoniā enim cōmensurabiles sunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi.) aliqua magnitudo, metiatur, & esto δ. Quoniā igitur δ ipsas α β, β γ, metitur, & reliquā igitur metietur β γ, metitur aūt & α β, igitur δ, ipsas α β, β γ, metietur. Cōmensurabiles igitur sunt α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demōstrare.

α β γ δ

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 16 Præcedentis conuersa.

Si binæ magnitudines incommensurabiles compositæ fuerint, & tota utriq; ipsarum incōmensurabilis erit. Et si tota uni ipsarum incommensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommensurabiles erunt

THEON ex Zamb. Cōponantur enim binæ magnitudines incommensurabiles α β, β γ. Dico quod tota α γ, utrique ipsarū α β, β γ, incōmensurabilis est. Si enim γ α, & α β, incommensurabiles nō sunt, ipsas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionē decimi,) metiatur si est possibile: sitq; δ. Quoniam igitur δ ipsas γ α, & α β, metitur, & reliquam β γ metietur, metitur autem & α β, igitur δ, ipsas α β, & β γ metietur. Commensurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi,) sunt ipsæ α β, β γ. Supponuntur autem quod & incommensurabiles, quod est impossibile, ipsas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ γ α, & α β. Similiter iam demonstrabimus, quod & ipsæ α γ, & γ β, incōmensurabiles sunt. Sed iam ipsa α γ, uni ipsarum α β, & β γ, incommēsurabilis esto, & primum ipsi α β. Dico quod & ipsæ α β, β γ, incommensurabiles sunt. Si enim sunt cōmensurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eādē) metiatur, sitq; δ. Quoniā igitur δ ipsas α β, & β γ metitur, & totā igitur α γ metietur metitur autem & α β. Igitur δ, ipsas γ α, & α β metitur. Cōmensurabiles igitur sunt ipsæ γ α & α β. Suppositæ uero sunt quod & incommensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo nō metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ α β, β γ. Similiter iam demonstrabitur quod ipsa α γ, reliquæ β γ, incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

α β γ δ

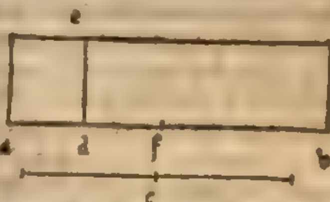
Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorē in duo cōmunicātia diuidat superficies sibi adiūcta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiunctæ superficiei desit ad complendam totam lineam superficies quadrata, necesse est ipsam lineā longiorem linea breuiori tanto amplius posse, quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si uero longior fuerit potentior breuiori, augmento quadrati lineæ communicantis sibi in longitudine, eiq; adiungatur superficies æqualis quartæ parti quadra

ti

ti brevioris lineæ, cui desit quadrata superficies, superficiem sibi adiunctam, eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles dividere necesse est.

CAMPANVS Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b. & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quod desit ad complēdam lineam a b, superficies quadrata, hoc enim est possibile per 27 sexti. Quod facile fiet hoc modo, Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quod inter eas cadat medietas lineæ c, cōtinue proportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonstrationis huius docebitur. Eritque ex 16 sexti, superficies b d in d a quæ sit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ c. quare ex 4 secūdi erit eadē subquadrupla quadrati lineæ c, deest quoque ad complendā lineā a b. superficies quadrata, cum & a d sit æqualis d e. Dico itaque quod si superficies b e diuidat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ secum cōmunicantis in longitudine, & econuerso. Cū enim sit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, sic enim esset superficies d e, quadrata, & quia ipsa est æqualis quadrato medietatis lineæ c, esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaque de maiori earū quæ sit d b, abscindatur d f, æqualis a d eritque per 8 secundi quadratum totius a b, æquale ijs quæ sūt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potētior linea c in quadrato lineæ f b, quā necesse est communicari toti a b, si linea a d est communicās lineæ d b, si enim hoc fuerit, erit d b communicans d f eius æquali, quare per 9, b f cōmunicat cū f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f. igitur & cum tota a b. Sicque patet primum. Conuersum huius sic patet. Sit a b potētior c in linea f b quæ communicet cum eo in lungitudine. Dico tunc quod quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b, ita quod desit superficies quadrata, diuidet lineam a b, in duo cōmunicātia. Diuidatur enim f a per æqualia in d & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complēdam lineam a b, superficies quadrata, eritque per 8 secūdi, quadratū a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c. cum superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quod d b est communicans cum a d. cum sit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quia a d sit cōmunicans cum a b, erit etiam cōmunicans cum a f, per 9. quare & cum a d, sed & cum d f. itaque & d b est communicās cum a d. quod est secundum.



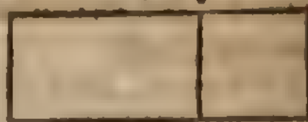
NVNC autem monstrandum est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior linea c) possit sic diuidi ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, cōtinue proportionalis. Cum enim sic fuerit diuisa, superficies quæ fiet ex una in alterā, erit superficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiuncta ad lineā a b, ita quod desit superficies quadrata, hoc enim sic fiet. Diuisa a b per æqualia in d, linecetur super eam semicirculus a f b, & sumatur b e perpendicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidistans ad a b. usque quo secet circunferentiam semicirculi in puncto f. (necesse est enim ut secet eam, cū linea a b sit maior linea c.) & ducatur f g, perpendicularis ad a b, quæ cū per 34 primi sit æqualis lineæ e b, erit quoque æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaque lineæ f a, f b, eritque per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus, & ideo per primā partem correlarij 8 sexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b. quare medietas lineæ c, quæ est sibi æqualis erit etiam proportionalis inter easdē, quod est nostrū propositū.



THEON Lemma.

Si ad aliquam rectam lineam* comparetur parallelogrammum deficiēs forma quadrata, ipsum comparatum æquū est ei quod (continetur) sub segmētis rectæ lineæ, quæ ex ipsa comparatione sunt facta. *παραβαλλῃ apponatur applicetur.

THEON



THEON ex Zamb. Ad aliquã rectã lineam α β. cõparetur parallelogrãmũ α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quod α δ æquũ est ei quod sub α γ, γ β, & ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratum est δ β, æqualis est δ γ, ipsi γ β, & α δ, est quod sub α γ, γ δ, hoc est quod sub α γ, & γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua, quod fuerat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 17

17 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparatum fuerit deficiens forma quadrata, & in commẽsurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi longitudine commẽsurabili. Et si maior minore maius poterit eo quod fit à sibi commensurabili longitudine, quartæ uero parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatũ deficiens forma quadrata, in commensurabilia longitudine ipsam distribuet.

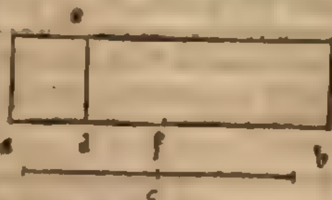
THEON ex Zamber. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, & β γ. quarum maior sit β γ, quartæ uero parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam β γ, cõparetur (per 28 sexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ, cõmensurabilis autem esto (per hypothesim.) β δ ipsi δ γ longitudine. Dico quod β γ, ipsa α maius potest, eo quod fit a sibi longitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi.) β γ, bifariam in signo ε, ponaturq; (per 3 primi,) ipsi δ ε, æqualis ε ζ, reliqua igitur δ γ, æqualis est ipsi β ζ. Et quoniam recta linea β γ, secta est in æqualia in signo ε, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 secundi,) quod sub β δ, & δ γ comprehenditur rectangulum una cum eo quod ex γ δ, quadrato, æquũ est ei quod ex ε γ quadrato. Et ipsa quadruplicia, quod igitur quater sub β δ, & δ γ, una cũ eo quod ex ε δ sumpto, æquũ est ei quod ex quater sumpto ε γ quadrato. Sed ei quidẽ quod quater sub β δ & δ γ, æquũ est id quod ex α quadratum, ei autẽ quod ex δ ε, quater sumpto, æquũ est id quod ex δ ζ, quadratum, dupla enim est δ ζ. ipsius δ ε. Ei autem quod ex ε γ quater sumpto, æquum. est id quod ex β γ, quadratum, dupla enim rursus est β γ ad ipsam γ ε. Quæ igitur ex α & δ ζ quadrata, æqualia sunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ, eo quod ex α maius est, eo quod ex δ ζ. Igitur β γ, ipsa α maius potest, ipsa δ ζ, ostendendum quod & commensurabilis est β γ ipsi δ ζ. Quoniam enim commensurabilis est β δ, ipsi δ γ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & β γ, ipsi δ γ, sed γ δ, ipsis γ δ, & β ζ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γ δ ipsi β ζ, & β γ igitur, ipsis β ζ, & γ δ longitudine commensurabilis est (per 12 decimi.) igitur (per 15) & β γ ipsi ζ δ, commensurabilis est longitudine. Igitur β γ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa β γ, quàm α maius possit eo quod à sibi commensurabili in longitudine, quartæq; eius quod ex α æquale ad ipsam β γ, comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ. Demonstrandum est quod cõmensurabilis est δ γ longitudine. Eisdem nanq; dispositis: similiter ostẽdemus quod β γ quàm ipsa α maius potest, est eo quod ex ζ δ. potest autem β γ, quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est β γ, ipsi ζ δ, longitudine. Quare & reliquæ utrique ipsarum β ζ, & γ δ, simul commensurabilis longitudine est β γ. Sed utraq; β ζ, & δ γ, simul commensurabilis est ipsi δ γ lõgitudine: æqualis enim est β ζ ipsi δ γ, & β γ, igitur cõmensurabilis est ipsi γ δ, lõgitudine Manifestũ est igitur quod β δ ipsi δ γ, est cõmensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 I fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorem diuidat in duas partes incõmensurabiles superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta, ita quod desit ad eius complementionem superficies quadrata, erit longior, potẽtior breuiori, augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si uero longior, potentior fuerit breuiori, quadrato lineæ incommensurabilis ipsi longiori in lõgitudine, adiũgaturq; ei superficies æqualis parti quartæ quadrati breuioris, defueritq; longiori superficies quadrata, necesse est ut ipsa superficies sibi adiũcta eandẽ longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

CAM

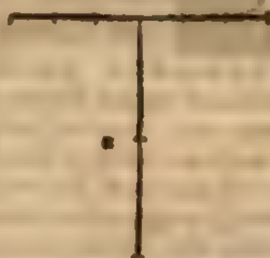
CAMPANVS Hæc 14 ex cõtrario antecedentis præmissæ infert contrarium consequentis præmissæ, & non differt eius dispositio à dispositione illius, sed & modus argumentandi utrobiq; idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f sibi adæqualis communicabit cum eadem d b, itaq; per 9 d f non communicabit cum f b, quare neque à f, sunt enim a f & d f communicãtes tanquã numerãs & numeratũ, ideò nec a b cõmunicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit uidelicet si a b non communicet cũ f b, nõ cõmunicabit cum a f. quare nec cum a d aut d f, nec igitur a b cum d a. Potest quoq; hæc 14 demõstrari per præmissam, prima pars huius ex secunda illius, & secũda ex prima, à destructiõe consequentis. Si enim a d & d b nõ communicent, nec etiã a b & f b communicabunt, nam si a b & b f communicarent, oporteret per secũdam partem præmissæ ut a d communicaret cum d b, sed positum est quod non. Eodem modo de secunda parte, si enim b a & b f non communicant, nec a d & d b communicabunt. nam si sic, sequitur per primam partem præmissæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 18* *Præcedentis conuersa.*

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine. Et si maior minor maius potuerit eo quod ex sibi incommensurabili, quartæ autem ipsius quod ex minore æquũ, ad maiorem comparatum fuerit deficiẽs forma quadrata, in incommensurabilia longitudine ipsam dispescit.

THEON ex Zãb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & βγ, quarũ maior sit βγ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipsam βγ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub βδ, & δγ. Incõmensurabilis autem esto βδ, ipsi δγ. Dico quod βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili. Ipsis nãq; dispositis ut in præmissa, similiter demõstrabimus, quod βγ quàm ipsa α, maius potest eo quod ex δε. Demonstrãdum igitur quod incõmensurabilis est βγ, ipsi δζ lõgitudine. Quoniã enim incommensurabilis est βδ ipsi δγ, incommensurabilis igitur est (per 16 decimi,) βγ ipsi γδ, longitudine. Sed ipsa δγ commensurabilis est utriq; & βζ & δγ simul, quia βζ ipsi δγ est æqualis, & βγ, igitur (per 13) ipsis βζ & δγ incommensurabilis est, & perinde (per 16 decimi,) & reliquæ ζδ, incommensurabilis est βγ longitudine. Et ipsa βγ quàm α maius potest, eo quod ex ζδ, igitur ipsa βγ, quàm α, maius potest eo quod à sibi cõmensurabili longitudine. Possit iam rursus βγ maius quàm α, eo quod à sibi incõmẽsurabili, quartæ autẽ parti eius quod ex α, æquale ad ipsam βγ cõparetur deficiẽs forma quadrata, & esto id quod sub βδ & δγ. Demonstrãdũ quod incõmensurabilis est βδ ipsi δγ lõgitudine. Eisdẽ namq; dispositis, similiter demõstrabimus, quod ipsa βγ quàm α maius potest eo quod ex ζδ. Sed iã (per hypothesim,) ipsa βγ quàm α maius potest eo quod à sibi incommensurabili. Incõmensurabilis est igitur βγ ipsi ζδ longitudine. Quare (per 16 decimi,) & reliquæ βζ & δγ utriq;, incõmensurabilis est βγ. Sed utraq; βζ & δγ, ipsi δγ commensurabilis est longitudine. Igitur (per 13 decimi,) βγ ipsi δγ incõmensurabilis est lõgitudine, quare & diuidendo, βδ, ipsi δγ incõmẽsurabilis est lõgitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 15*

15 OMnis superficies rectãgula quã continẽt duæ lineæ in lõgitudine rationales, rationalis esse probatur.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c cõtinentes superficiẽ rectãgulã a c, rationales in longitudine, dico superficiẽ a c esse rationalẽ, descripto enim quadrato cuiusuis earũ, ut c d lineæ b c, erit per primã sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cõmunica in longitudine cũ a b ex hypothesi, eo quod b c sua æqualis, erit per primã partẽ decimæ, c d cõmunicãs a c. Cũ sit itaque c d rationalis per diffinitionẽ, erit & a c rationalis, quod est propositũ.



THEON Lemma.

Quoniam ostensum est quod quæ longitudine commẽsurabiles omnino etiam potentia sunt commensurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, sed uidelicet, possunt & longitudine commensurabiles esse & incommensurabiles, manifestum quod si positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commensurabilis non solum longitudine uerum & potentia, quæ enim lõgitudine commensurabiles, omnino & potentia. Si autem positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit potentia, siquidem & longitudine dicitur, etiam rationalis & ei commensurabilis longitudine & potentia. Quæ uero expositæ rursus rationali commensurabilis existens potentia, longitudine fuerit ei incommensurabilis, dicitur sic rationalis, potentia tantum commensurabilis. Procli scholion. Rationales appellat, expositæ rationali longitudine & potentia commensurabiles, aut potentia tantum. Sunt autem aliæ quoque rectæ lineæ quæ longitudine incommensurabiles sunt expositæ rationali, potentia uero tantum commensurabiles, & id propterea rursus appellantur rationales, commensurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commensurabiles adinuicem uel non solum potentia ueruntamen & longitudine, uel potentia tantum, & si longitudine quidem, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, audito quod & potẽtia. Si uero potentia tantum adinuicem sunt commẽsurabiles: appellantur & ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Quod autem rationales commẽsurabiles sunt, hinc certum est. Quoniam enim rationales sunt quæ expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ uero eidem commensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles (per 12 decimi,) quæ rationales igitur, sunt commensurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 19

19 Sub rationalibus longitudine commensurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorũ comprehensum rectãgulum rationale est.



THEON ex Zãb. Sub rationalibus enim lõgitudine cõmensurabilibus rectis lineis α β, & β γ, rectangulum comprehendatur α γ. Dico quod α γ, rationale est. Describatur enim (per 46 primi,) ex α β, quadratũ α δ, rationale igitur est α δ. Et quoniã cõmensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, æqualis autẽ est α β, ipsi β δ, commensurabilis est igitur β δ, ipsi β γ longitudine, estque sicut β δ, ad β γ, sic est δ α ad α γ. Commensurabilis autem est β δ ipsi β γ, commensurabile igitur & δ α, ipsi α γ: rationale autem δ α, rationale igitur (per 11 decimi, est & α γ. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur lõgitudine, & reliqua oportuit ostendisse.

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 

Vm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies rationalis rectangula, latus eius secundum erit in longitudine rationale, laterique primo in longitudine commensurabile.



CAMPANVS Hæc est quasi conuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam ab rationalẽ in longitudine, fuerit ratiõalis, dico quod latus eius secundum quod est b c erit etiam rationale in longitudine, & communicans inter primo. Sit enim a d quadratum a b, eritque rationale ex diffinitione, & propter hoc erit communicãs cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c ita est etiam d b ad b c, comunicat autem d a cum a c, erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c, ergo cum b a sua æquali. Sed b a, rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaque propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 20

20 Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commensurabilẽque ei ad quam comparatur longitudine.

THEON ex Zamb. Rationale enim α γ, ad rationalẽ iuxta aliquẽ prædictorum modorũ α β, comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico quod rationalis est β γ, & cõmensurabilis ipsi β γ longitudine. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ. Rationale igitur (per 9 diffinitionem decimi) est α δ, rationale autem & α γ, cõmensurabile igitur (per cõuersionem 10 diffinitionis est δ α, ipsi α γ. Estque sicut δ α ad α γ, sic est δ β, ad β γ commensurabilis igitur est (per 11 decimi,) δ β, ipsi β γ. Aequalis autem est δ β, ipsi β α, commensurabilis igitur est α β, ipsi β γ. Rationalis autẽ est α β, rationalis igitur est (per conuersionẽ 7 diffinitionis.) & β γ, & commensurabilis ipsi β α, longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatum fuerit, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Subsequentes ex Campano propositiones 17 scilicet & 18 respondent 29 & 30 ex Zamberto infra suo loco & ordine dispositis.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

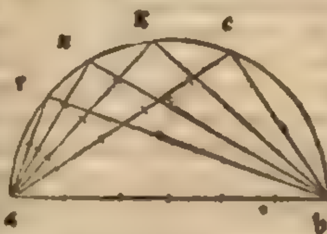

DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles, quarum longior plus possit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum cōmunicantes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Sumo itaque aliquam lineam rationalem quæ sit a b, super quam describo semicirculum a c b, & sumpto aliquo numero ut d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e, ita quod sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non sit autem proportio d e ad f e ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æque multiplices. Et inuenio lineā, a d ad cuius quadratū se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerū d f, qualiter autem ipsa reperiatur, in demonstratione 5 dictum est. Hāc lineam inuentam quæ necessario est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b, sitque a c, & subtrahā lineā c b. Dico duas lineas a b & c b, esse quas quærimus. Erit enim primā partem 30 tertij, angulus c rectus, & ideo per penultimam primi, quadratū a b æquale est quadratis duarum linearū a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a c est sicut d e ad f per hypothesin, erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b. sicut d e ad f e. ergo quadratum c b. communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b. rationale per diffinitionem, cum communicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per ultimam partem 7, constat duas lineas a b & c b esse rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ communicat secum in longitudine, cōstat habitum esse propositum.



d ……… f …… e

CAMPANI annotatio Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales communicantes quarum una potentior longior sit qualibet aliarū in quadrato alicuius lineæ secū cōmunicātis in longitudine, reperire, sit ut prius linea a b rationalis in lōgitudine. super quā describatur semicirculus a c b, sumaturque nūerus quadratus, qui sit diuisibilis in multos quadratos & nō quadratos. quorū nō quadratorū minime sit pportio sicut aliquorum numerorum quadratorū, tales autem numeri ultro se offerunt, ut 36, qui est diuisibilis in 25 & 11, itemque in 16 & 20, rursusque in 9 & 27, ac iterum in 4 & 32. ac iterum in 4 & 11, istorum uero non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, nō est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerū quadratum. Esto igitur ut nūerus d quadratus, diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c, sicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b. & constat propositum ut prius demonstratum est a b & b c esse duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoque diuidam d in g quadratum & h non quadratum, sitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k, sicut d ad g. & ducatur linea k b. eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b. quales inquirimus. Eodem modo si rursus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum, & ponatur pro-



d
e ……………… f ………
d
g ……………… h ………………
d
l ……… m ………………
d
p …… q ………………

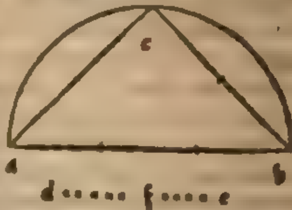
proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a n sicut d ad l.& producatur n b, erunt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod si rursus diuidatur d in p quadratum & in q nō quadratum,& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a r sicut d ad p,& protracta fuerit linea r b.erūt etiam duæ a b & b r,quales inquirimus. Sunt itaque lineæ a b,b c,b k,b n,b r.potentia tantū rationales & in ea cōmunicantes, quarum una uidelicet a b est potentior qualibet aliarū in quadrato lineæ secū communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n,b r, nulla communicat alij in longitudine,cōstat propositum.Istud autē sic probatur.patet enim ex præmissis.quod quadratū lineæ b c ad quadratū lineæ a b est sicut numerus f ad numerū d,& quadratū lineæ a b ad quadratū lineæ b k est sicut numerus f ad numerū d,& quadratū lineæ a b ad quadratū lineæ b k est sicut numerus d ad numerū h,ergo per æquā proportionalitatē quadratū lineæ b c ad quadratum lineæ b k,est sicut numerus f ad numerū h,sed nullus quatuor numerorū f,h,m,k,se habet ex hypothesi ad alium sicut numerus quadratus ad numerum quadratum.quare per 1 partem septimæ,duæ lineæ b c,b k,sunt incommensurabiles in longitudine Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine.Liquet ergo quod uolumus.

Eucli.ex Camp. Propositio 18

18 Vas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quantum quadratum lineæ sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

CAMPANVS In hac quoque remaneat eadem dispositio eædemque hypotheses quæ in præmissa.hoc solum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e,sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratū.hoc aūt facile fiet,posito d,e quolibet nūero quadrato diuiso in duos numeros nō quadratos,ut si d e sit 9,& d f,6,& f e 3,argumētādo ut prius,hoc dūtaxat excepto qđ a b & a c sint incōmēsurabiles in lōgitudine per ultimā partē 7.





CAMPANI additio Et sciendū quod duæ lineæ quales hæc & præmissa docēt inuenire,cōponūt binomiū,& minori earum abscisa de maiori,quæ reliqua est dicitur residuū. Nota etiam quod lineæ tantum potentia rationales communicantes,possunt esse una rationalis & alia irrationalis,sicut latera tetragonica duarum superficierum quarū una sit 25 pedum & alia 24,sunt rationalia potentia tantum communicantia,latus enim primæ superficiei est 5 latus uero secundæ non numeratur. Et possunt esse ambæ irrationales.ut latera tetragonica duarum superficierum quarum una sit 24 pedum & alia 12,neutrius enim numeratur latus,suntque in longitudine incommensurabilia ex ultima parte septimæ, Quod si libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes,quarum una sit potentior qualibet aliarū in quadrato lineæ secum non cōmunicantis in longitudine,sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi quod ipsius ad nullam suarum partium nec alicuius ad aliquā aliarum sit proportio ut numeri quadrati ad numerū quadratū,ut 25,potest diuidi in 2 & 23,item in 5 & 20,& rursus in 7 & 18.Et sic processus idem qui fuit in præmissa.

Eucli.ex Camp. Propositio 19

19 Mnis superficies quam continent duæ lineæ potentialiter tātum rationales communicantes,est irrationalis, diciturque superficies medialis,eiusque latus tetragonicum scilicet quod in eam potest, est irrationale,diciturque linea medialis.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b.b c,continentes superficiem a c,rationales potentia tantū communicantes,quæ qualiter reperiantur,ex præmissa & antepræmissam manifestum est,dico superficiem a c esse irrationalem. Sit enim d c quadratum b c, eritque rationale per hypothesin,eo quod linea b c est rationalis in potentia. Et quia ex prima sexti a c ad c d sicut a b ad b d,non communicat autem a b cum b d,quia ex hypothesi non communicat cū sua æquali. quæ est b c, sequitur per secundam partem 10 ut etiam a c non cōmunicet cum c d,quare per diffinitionem,superficies

a c

a c est irrationalis, ideoq́ & suum latus tetragonicum est etiã irrationale. Dicitur autem hæc superficies medialis, quoniã ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearũ ipsam cõtinentium. Et lineam potens in ipsam dicitur medialis, quoniam ipsa quoque est medio loco proportiõalis inter duas lineas potentiã tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, sunt latera dictæ superficiei. Et hoc est quod uolumus.



THEON — Lemma.

Potens irrationalem aream, irrationalis est.

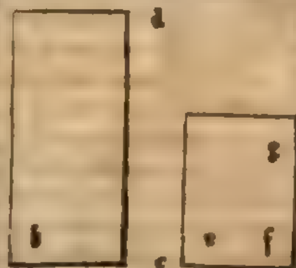
Posit enim α, irrationalem aream, hoc est id quod ex α, quadratum æquale irrationale areæ. Dico quod α irrationalis est: si enim est rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, sic enim in diffinitionibus, non est autem. Irrationalis igitur est α. Potens irrationalem igitur, & reliqua, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. — Theorema 21 — Propositio 21

21 Sub rationalibus potentia tantũ commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, irrationale est, illudq́ potens irrationalis est, uoceturq́ media.

THEON ex Zamberto. *Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis α ε, & ε γ comprehendatur rectangulum α γ. Dico quod α γ, irrationale est potensq; illud irrationalis est & media appellatur. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur est ipsum α δ. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine (potentia namq; tantum supponuntur cõmensurabiles) æqualis autem est α ε ipsi β δ, incommensurabilis igitur est & ε δ. ipsi ε γ longitudine. Estq; sicut δ ε ad ε γ, sic est α δ, ad α γ, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) δ α, ipsi α γ. Rationale autem est δ α, irrationale igitur est α γ, quare & ipsum potens α γ, hoc est potens æquale ei quadratum, irrationalis est: uoceturq; media, eo quia ex ipsa quadratum, æquale est ei quod α ε, β γ, & eo quia ipsa media (per secundam partem 17 sexti,) proportionalis est ipsis α ε, & ε γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. — Propositio 20

20 CVm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius secundũ potẽtialiter tantũ erit ratiõale, laterí que primo in lõgitudine incõmẽsurabile.

CAMPANVS Hæc est quasi cõuersa præmissæ. Sit a linea medialis, sitq́ linea b c ratiõalis in longitudine, cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiũgatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate ut docet 10 sexti, eritq́ superficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiusdem, dico latus eius secundũ, quod est d c, esse rationale in potẽtia tantũ. & incõmensurabile in lõgitudine lateri b c. Eritq́ ex præmissa per diffinitionẽ lineæ medialis, ut linea a possit in aliquã superficiẽ cõtentã à duabus lineis potẽtia tantũ rationalibus cõmunicãtibus, quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Erũtq́ duæ superficies b d & e g per primam partem 11 sexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipsæ sunt æquales & rectãgulæ, proportio ergo b c ad e f, est sicut f g ad c d. Quare per 10 cũ b c cõmunicet in potẽtia cũ e f, eo quod quadrata utriusq; earum sunt rationalia ex hypothesi, f g cõmunicabit in potentia cũ c d. Cum igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin, erit quoq; quadratũ c d rationale per diffinitionẽ. At quia superficies b d est irratiõalis sicut sua æqualis e g, per præmissam, sequitur ut quadratũ lineæ c d nõ communicet cũ superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiẽ b d est per primam sexti sicut c d ad c b, erit per secundã partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cũ b c sit rationalis in longitudine ex hypothesi, erit c d irrationalis in longitudine, & potẽtia tantum rationalis. Patet ergo proposita conclusio.

THEON Lemma.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, est sicut prima ad secundam sic quod à prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

Sint binæ rectæ lineæ, ζ ι, ι θ. Dico quod est sicut ζ ι, ad ι θ, sic est quod ex ζ ι, ad id quod sub ζ ι, & ι θ. Describatur enim (per 46 primi ex ζ ι, quadratum δ ι, compleaturque ζ θ. Quoniam igitur est sicut ζ ι ad ι θ, sic est ζ δ, ad ζ θ, & est quidem ζ δ, id quod ex ζ ι, at ζ θ id est quod sub δ ι, & ι θ, hoc est quod sub ζ ι, & ι θ, est igitur sicut ζ ι, ad ι θ, sic quod ex ζ ι, ad id quod sub ζ ι, & ι θ, similiter quoque & sicut quod sub θ ι, & ι ζ, ad id quod ex ι ζ, hoc est sicut θ ζ, ad δ ζ, sic ι θ, ad ι ζ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 22

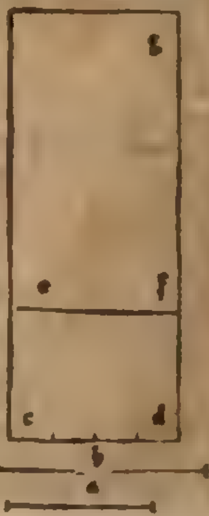
22 Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommensurabilem.

THEON ex Zamberto. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γ β, & ei quidem quod ex α, æqua ad β γ, comparetur (per 45 primi,) area rectangula β δ, latitudinem efficiens γ δ. Dico quod rationalis est γ δ, & incommensurabilis ipsi γ β longitudine. Quoniã (per 21 decimi, α media est, α aream potest comprehensam sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus, possit ipsam ε ζ, potest autem & β δ, æqualis igitur est β δ, ipsi ε ζ, est autẽ & ei æquiangula. Aequaliũ autẽ & æquiangulorũ parallelogrãmorũ (per 14 sexti, reciproca sunt latera, quæ circũ æquales angulos, proportionaliter igitur est sicut β γ ad ε θ, sic ε ζ ad γ δ, est igitur (per 22 sexti, & sicut id quod ex β γ ad id quod ex ε θ, sic est id quod ex ε ζ, ad id quod ex γ δ. Cõmensurabile autẽ est (per hypothesin,) quod ex β γ, ei quod ex ε θ. Rationalis enim est utraque ipsarũ. Cõmensurabile igitur est (per 11 decimi,) & quod ex γ ζ ei quod ex γ δ. Rationale autem est quod ex ε ζ, rationale igitur & quod ex γ δ, rationalis igitur est γ δ. Et quoniã incommẽsurabilis est ε ζ, ipsi ε θ longitudine (potẽtia enim tantũ sunt cõmensurabiles) sicut autẽ ε ζ, ad ε θ, sic (per lemma præcedens) quod ex ε ζ, ad id quod sub ε ζ, & ε θ, incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex ε ζ, ei quod sub ζ ε, & ε θ. Sed ei quidẽ quod ex ε ζ, commensurabile est id quod ex γ δ, rationales enim sunt potentia, ei autem quod sub ζ ε, & ε θ, commensurabile est id quod sub δ γ, & γ β, æqualia enim sunt ei quod ex α. Incõmensurabile igitur est (per 13 decimi) quod ex γ δ ei quod sub δ γ, & γ β. Sicut autem quod ex γ δ, ad id quod sub δ γ, & γ β, sic (per lẽma præcedens) est δ γ ad γ β. Incõmensurabilis igitur est δ γ, ipsi γ β longitudine. Rationalis igitur est γ δ, & ipsi γ β longitudine commensurabilis. Quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 Mnis linea communicans mediali, est medialis.

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quod etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b. hoc autem qualiter fiat, in præmissæ demõstratione dictum est. Eritque per præmissam linea d f rationalis in potentia tantum. & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primam sexti e g ad c f sicut f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypothesin, quibus quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales, sequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g est rationalis in potentia tãtum, sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f. cum linea d f sibi communicans sit incommensurabilis eidem e f. eo quod suæ æquali. Hoc enim probatum est in 5, quod si fuerint duæ quantitates cõmunicantes, cuicunque una earum non communicat, nec reliqua. Itaque per 19 erit superficies e g medialis, & eius latus tetragonicũ quod est b, mediale. Quod est propositum.



CAMPANI additio. Similiter quoque omnis superficies communicans superficiei mediali, medialis esse cõuincitur. Si enim superficies

cies a medialis, cui ponatur superficies b esse cõmunicans, dico superficiem b esse medialem, quod sic constabit. Sit linea c d rationalis in lõgitudine, adiungaturq́ ei superficies c e, quæ sit æqualis superficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quã sic se habeat unũ ex lateribus superficiei a, sicut linea c d se habet ad reliquũ: hæc autẽ linea qualiter reperiatur, in 10 sexti dictum est, eritq́ ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a. Itemq́ eodem modo ad lineam e f adiũgatur superficies e g, quæ sit æqualis b: erit itaq́ per 20 linea e f potentia tantum rationalis, erit quoq́ lineæ c d in longitudine incommensurabilis. Et quia a & b erant cõmunicantes ex hypothesi, erunt quoq́ c e & e g eis æquales cõmunicantes, itaq́ per primam sexti & per primã partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, cõmunicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incõmensurabilis in longitudine, quare per 19 superficies e g erit meqialis, cum linea e f sit rationalis in longitudine sicut c d sibi æqualis. Cum sit ergo b æqualis e g, erit quoq́ b medialis, quod est propositum. Et nota quod omnes superficies mediales communicantes, componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantum, & non communicãtes in longitudine, sequitur ut tota c g sit rationalis in potentia tantum, & non cõmunicans c d in longitudine, itaq́ per 19 d g est medialis. Eodemq́ modo si sint plures.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 23

23 Quæ mediæ commensurabilis, media est.

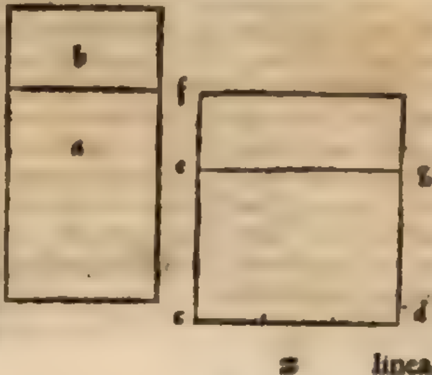
THEON ex Zamberto. Sit media α. & ipsi α commensurabilis esto β. Dico quod & β media est. Exponatur enim rationalis γ δ, & ei quod ex α fit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ε (per 45 primi), latitudinẽ efficiens ipsam ε δ. Rationalis igitur est (per præcedentem) ε δ, incommensurabilisq́ ipsi γ δ longitudine, ei autem quod ex β æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commensurabilis est α ipsi β, commensurabile est quoq́ id quod ex α ad id quod ex β. Sed ei quidem quod ex α, æquum est ε γ: ei autem quod ex β, æquum est γ ζ. Cõmensurabile igitur est ipsi ε ζ, estq́ sicut ε γ ad γ ζ, sic est ε δ ad δ ζ. Cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) ε δ ipsi δ ζ longitudine. Rationalis autem est ε δ, & ipsi δ γ incommensuralis longitudine. Rationalis igitur est & δ ζ & ipsi δ γ longitudine incõmensurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 13 decimi) rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantum cõmensurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale est (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis est, appellaturq́ media potens igitur id quod sub γ δ & δ ζ, media est, potestq́ β quod sub γ δ & δ ζ sit, media igitur est β, quod erat ostendendum.

CORRELARIVM. Hinc igitur est manifestum, quod mediæ areæ commensurabilis media est, possunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia sunt commensurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media est. Similiter autem eis quæ de rationalibus dicta sunt, sequitur & in medijs ut mediæ longitudine cõmensurabilis, media appelletur, eiq́ cõmensurabilis non tantum longitudine sed & potentia, quoniam in uniuersali longitudine cõmensurabiles omnino & potentia. Si uero mediæ commensurabiles potentia tantum, dicentur mediæ potentia tantum commensurabiles.

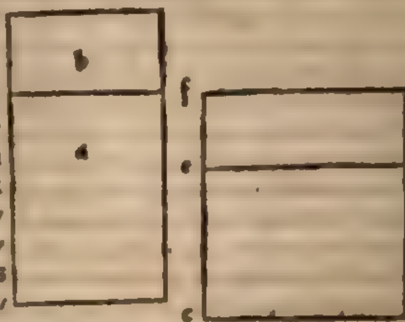
Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 OMnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis esse probatur. Zamb. 26

CAMPANVS. Sit utraq́ duarũ superficierũ a b & a, medialis: dico quod superficies b quæ est earum differentia, est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d e æqualis superficiei a, & superficies d f æqualis totali superficiei a b, hoc autẽ qualiter fiat in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b & d e æqualis a, erit per conceptionẽ g f æqualis b. Si itaq́ superficies b non est irrationalis sed rationalis, erit & f g sua æqualis rationalis. At cũ



linea e g sit rationalis in longitudine sicut sua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicans lineæ e g, per 10 autem est utraque duarum linearum c e & e f potẽtialiter tantũ rationalis, & lineæ c d incõmensurabilis in longitudine, itaq; e f linea est incõmensurabilis lineæ c e in lõgitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiem quæ fit ex e f in c e est, sicut e f ad c e, sequitur per secũdam partem decimæ ut quadratum lineæ e f sit incõmensurabile superficiei factæ ex e f in c e, quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superficiei ex e f in c e, quadratũ uero c e cum sit rationale. est cõmunicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cõpositum erit per 9 cõmunicans quadrato e f. Et ideo incõmensurabile duplo superficiei ex e f in c e. Et quia per 4 secundi quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo superficiei ex c e in e f, & duplum superficiei c e in e f est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, sequitur per ea quæ addita sunt in 5, ut quadratũ c f sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale, sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale, & ideo linea c f non est rationalis in potentia, & idcirco non erit superficies d f medialis, neq; a b sibi æqualis, quod est inconueniens, cum sit contrarium positus. Relinquitur igitur quod superficies b, est irrationalis, quod est propositum.

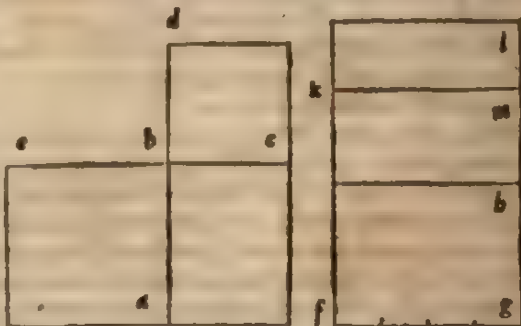


Eucli. ex Camp. Propositio 23

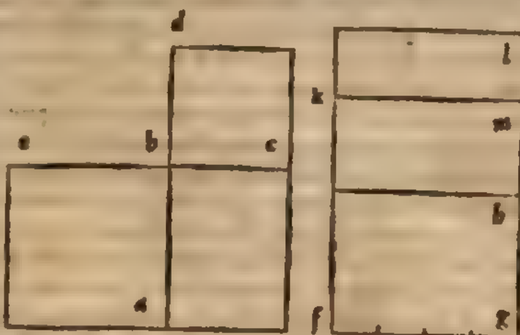
23 

Mnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, aut rationalis est aut medialis.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantũ communicantes, dico quod superficies a c ab eis contenta aut est rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratũ lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: eruntq; ex hypothesi hæc duo quadrata communicantia. & erit per primam sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ sit rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis superficiei a c, & k l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres superficies f h, h k, & k l continue proportionales, sicut sunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam sexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum, continue proportionales. Et cum superficies f h & k l sint communicantes, sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, sequitur per primam sexti & decimam huius ut linea g h sit cõmunicans cum l m. utraque autem earum est rationalis, in potentia per 20 huius: igitur superficies unius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, cõmunicantes in longitudine, necessario est rationalis, ut patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione superficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæsextæ quadratum lineæ l m est æquale superficiei ex g h in m l, erit quadratũ lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in lõgitudine sibi cõmunicans lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, erit per 15 superficies h k rationalis, ideoq; & sua æqualis a c. Si autem h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, cum ipsa sit rationalis saltem in potentia eo quod suum quadratum est rationale, erit per 19 superficies h k medialis, quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.



CAMPANI annotatio. Et nota quod si duæ lineæ a b & b c essent mediales in longitudine cōmunicantes, esset superficies a c medialis tantum, esset enim superficies a c communicans utrique duorum quadratorum a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin,& per 10 huius,& ideo superficies h k æqualis a c, esset communicans utrique superficiei f h & k l, igitur per primam sexti, & 10 huius linea h m esset cōmunicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potentia tantum, non cōmunicantes in longitudine lineæ f g, esset quoque h m rationalis in potentia tantum, non cōmunicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 esset superficies h k medialis tantum & ideo etiam a c sibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes, superficies a c neque esset rationalis neque medialis, si enim sic esset, scilicet, quod duæ lineæ a b & b c essent mediales neque in longitudine neque in potentia cōmunicantes, essent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaque & duæ superficies f h & k l eis æquales quoque essent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l essent incommensurabiles per primam sexti.& per secundam partem decimi. Et quia utraque earum est rationalis tantum in potentia, per 20 esset superficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratū lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 sexti, esset per 19 linea h m linea medialis. per 15 ergo non esset superficies h k rationalis, nec etiam per 10 medialis, quare nec sua æqualis a c. Zamb.24



Præcedentes duæ ex Campano propositiones, scilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto sequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. inuerso ordine respondent, 22. namque ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 24

24 Sub medijs longitudine commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.

THEON ex Zamberto. Sub medijs enim longitudine commensurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ. dico quod α γ medium est. Describatur enim (per 49 primi) ex α β, quadratum α δ, medium igitur est α δ. Et quoniam cōmensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, æqualis autem est α β ipsi β δ, commensurabilis igitur est δ β ipsi β γ longitudine. Quare & δ α ipsi α γ (per correlarium 11 decimi) commensurabile est: medium autem est δ α, medium igitur est & α γ, quod oportebat ostendere.



Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 25

25 Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, aut rationale aut medium est.

THEON ex Zamberto. Sub medijs potentia tantum cōmensurabilibus rectis lineis α β, β γ, cōprehendatur rectangulū α γ. Dico quod α γ, aut rationale, aut mediū est. Describantur enim (per 46 primi) ex α β & β γ, quadrata α δ & β ε, medium est igitur utrumque ipsorū α δ & β ε. Exponaturque rationalis ζ η, ipsique α δ æquum ad ζ η comparetur (per 45 primi) rectangulū parallelogrammū





logrammũ ε θ, ipsam latitudinẽ efficiens ζ θ. ipsi autem α γ ad θ μ æquum comparetur (per eandem) rectangulum parallelogrammũ μ κ, latitudinem efficiens θ κ. Et insuper (per eandem) ϐ ε æquum similiter ad κ ν comparetur ν λ, ipsam latitudinem efficiens κ λ. In rectas lineas igitur sunt ζ θ, θ κ, & κ λ, & quoniam utrunq; ipsorum α δ & ϐ ε medium est, estq; æquale α δ, ipsi ε θ, & ϐ ε ipsi ν λ, medium igitur est & utrunq; ipsorum ε θ, ν λ, & ad rationalem ζ η comparata sunt. Rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum ζ θ & κ λ, & incõmensurabilis ipsi ζ η longitudine. Quoniam igitur commensurabile est α δ ipsi ϐ ε, cõmensurabile igitur est (per 11 decimi) & η θ ipsi ν λ, estq; sicut η θ ad λ ν, sic (per primam sexti) est ζ θ ad κ λ. Cõmensurabilis igitur est (per eandem 11) ζ θ ipsi κ λ longitudine. Ipsæ igitur ζ θ, κ λ, rationales sunt longitudine cõmensurabiles. Rationale est igitur (per 19 decimi) quod sub ζ θ, κ λ. Et quoniam æqualis est quidem δ β ipsi β α, & ξ ϐ ipsi β γ, est igitur sicut δ β ad β γ, sic est α β ad ϐ ξ. Sed sicut quidem δ β ad β γ, sic est (per primam sexti, & per 11 quinti) δ α ad α γ, sicut autem α ϐ ad ϐ ξ, sic est α γ ad γ ξ. est igitur sicut δ α ad α γ, sic est α γ ad γ ξ. æquum autem est α δ ipsi ε θ, & α γ ipsi μ κ, & γ ξ ipsi ν λ, est igitur (per 17 sexti) sicut ε θ ad μ κ, sic est μ κ ad ν λ. est igitur sicut & ζ θ ad ipsam θ κ, sic est θ κ ad ipsam κ λ. Igitur quod sub ζ θ, κ λ, æquum est ei quod fit sub θ κ. Rationale autem est quod sub ζ θ, ζ λ, rationale igitur est & quod ex θ κ. Rationalis est igitur (per 19 decimi) ipsa θ κ, & siquidem commensurabilis est ipsi θ μ, hoc est ipsi ζ η longitudine, rationale est (per 22 decimi) ipsum ν θ. Si autem incommensurabilis est ipsi ζ η longitudine, ipsæ θ κ & θ μ rationales (per 22 decimi) potentia solum commensurabiles, medium igitur est θ κ. Igitur θ ν aut rationale est aut medium, æquum autem est θ ν ipsi α γ, igitur α γ uel rationale uel medium est. Sub medijs igitur potentia tantum cõmensurabilibus, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 26

26 Medium, non excedit medium rationali.

THEON ex Zamberto. Si enim possibile, medium α ϐ, medium α γ excedat rationali δ β, ponaturq; rationalis ε ζ, ipsiq; α β æquum ad ε ζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammũ rectangulum ζ θ, latitudinẽ efficiens ε θ: ipsi autem α γ æquum auferatur ζ η, reliquum igitur β δ (per tertiam cõmunem sententiam) reliquo κ θ est æquale. Rationale autem est δ ϐ, rationale igitur est & κ θ. Quoniam igitur medium est utrunq; ipsorum α β, α γ, estq; α ϐ ipsi ζ θ æquale (per correlarium 23 decimi) at α γ ipsi ζ η, medium igitur est utrunq; ipsorũ ζ θ, ζ η, & ad rationem ε ζ comparata sunt. Igitur rationalis est utraq; ipsarum θ ε & ε η, & incommensurabilis ipsi ε ζ longitudine (per 22 decimi.) Et quoniam rationale est δ β, estq; ipsi κ θ æquale, rationale igitur est & κ θ, ad rationalemq; ε ζ comparatũ est, rationalis igitur est (per 20 decimi) η θ, & ipsi ε ζ longitudine commensurabilis. Sed ε η rationalis est, & ipsi ε ζ longitudine incõmensurabilis. incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) ε η ipsi η θ longitudine, estq; sicut ε η ad η θ, sic quod ex ε η ad id quod ε η & η θ. Incõmensurabile igitur est (per 11 decimi & lemma 21 decimi) quod ex ε η et quod sub ε η & η θ. Sed ipsi quidem quod ex ε η, cõmensurabilia sunt quæ ex ε η & η θ quadrata, rationalia etenim utraq; ei autem quod sub ε η & η θ cõmensurabile est (per 13 decimi) id quod bis sub ε η & η θ, duplum namq; est illius. Incõmensurabilia igitur sunt (per 16 decimi) quæ ex ε η & η θ, ei quod bis sub ε η & η θ. & utraq; igitur simul quæ ex ε η & η θ, & quod bis sub ε η & η θ quod est id quod ex ε θ (per 4 secundi) incõmensurabile est eis quæ ex ε η & η θ. Rationalia autẽ sunt quæ ex ε η & η θ (per diffinitionẽ.) Irrationale igitur est qđ ex ε θ, irrationalis igitur est ε θ, sed & rationalis, quod est impossibile: medium igitur mediũ non excedit rationali, quod erat ostendendum.

Sequentes duæ ex Zamberto neutiquã in Campano respondentes habent.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 27

27 Medias inuenire potentia tantum cõmensurabiles, rationale comprehendentes.

THEON ex Zamberto. Exponantur binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β. sumanturq; (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 sexti) sicut α ad β, sic γ ad δ. Et quoniam ipsæ α, β, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, igitur quod sub α, β, hoc est quod ex γ fit (per 21 decimi) medium est, media igitur est γ. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ a δ, ipsæ autem α, β, potentia tantum sunt commensura-

cõmensurabiles, & γ, δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum sunt cõmensurabiles, estq; γ media, media igitur est (per 23 decimi) & δ. ipsæ igitur γ, δ, (per constructionem) mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles. Dico quod & rationale comprehendunt. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut α ad γ, sic est β ad δ. Sed sicut α ad γ, sic γ ad ϵ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, sic β ad δ, igitur quod sub γ, δ, æquum est ei quod ex β. Rationale autem est quod ex β. Rationale igitur est quod sub γ, δ. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes, quod fecisse oportuit.

α R. 9

γ R. R. 54

δ R. 6

δ R. R. 24

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 28

28 Medias comperire potentia tantum cõmensurabiles, medium comprehendentes.

THEON ex Zamb. Exponantur enim tres rationales potentia tantum cõmensurabiles, α, β, γ, suscipiaturq; (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis δ. Fiatq; (per 12 sexti) sicut β ad γ, sic δ ad ε. Quoniam enim α, ϵ, rationales sunt, potentia tantum cõmensurabiles, igitur (per 21 decimi) quod sub α β, hoc est id quod ex δ, medium est: media igitur est δ. Et quoniam β, γ, potentia solum sunt cõmensurabiles, estq; sicut β ad γ, sic est δ ad ε, ipsæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantũ sunt cõmensurabiles. media uero est δ, & igitur ε. Igitur ipsæ δ, γ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico quod & medium comprehendunt. Quoniam enim est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, uicißim igitur (per 16 quinti) sicut β ad δ, sic est γ ad ε. Sicut autem β ad δ, sic δ ad α. Et sicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, sic γ ad ε. Quod igitur sub α, γ, (per 16 sexti) æquum est ei quod sub δ, ε, medium autem quod sub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod sub δ ε. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, medium comprehendentes, quod fecisse oportuit.

α R. 16

δ R. R. 128

β R. 8

γ R. 6

ε R. R. 72

THEON Lemma.

Comperire duos quadratos numeros, ut ex eis cõpositus sit quadratus.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α β & β γ, sintq; aut pares, aut impares. Et quoniam si à pari par auferatur, & si ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, si igitur ab α β pari par ϵ γ, aut ab impari α ϵ, impar ϵ γ auferatur, reliquus α γ par est. Secetur α γ bifariam in δ, sint autem ipsi α β, β γ, aut similes plani, aut quadrati, qui & ipsi similes plani sunt. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est (per 6 secundi) ei qui ex β δ quadrato, estq; quadratus qui sub α β, ϵ γ, quoniam patuit (per primam noni) quod si bini similes plani multiplicantes se adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compositi, β δ quadratum conficiunt.

α . . . . . δ . . . . . γ . . . . β

CORRELARIVM. Ac manifestũ quod inuenti sunt rursus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorũ excessus qui sub α β, β γ, est quadratus, quando ipsi α β, β γ, similes fuerint plani. Quando autem non fuerint similes plani, inuenti sunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorum excessus qui sub α ϵ & ϵ γ non est quadratus.

Lemma præcedentis oppositum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis compositus non sit quadratus.

Sint enim α ϵ, ϵ γ, similes plani ut qui sub α ϵ, ϵ γ, (per primam noni) sit quadratus, sitq; par γ α, secturq; γ α bifariam in δ. Manifestum iam est quod qui sub α ϵ, ϵ γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autem unitas δ ε. Igitur qui sub α ϵ & ϵ γ una cum eo qui ex γ ε, minor est eo qui ex β δ quadrato. Dico igitur quod qui sub α ϵ, ϵ γ, quadratus una cum eo qui ex γ ε, non est quadratus. Si enim est quadratus, uel est æqualis ei qui ex ϵ ε, uel eo minor.* Maior autem non erit, cum qui sub α ϵ, ϵ γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, hoc est qui ex β δ, primus sit maiorum quadrato qui ex β ε, unitas enim non secatur: maior autem est eo qui sub α β, ϵ γ, una cum eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipso γ ε unitate maior. Sit autem (si possibile est) prius qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, sitq; ipsius δ ε unitatis, duplus η α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus est, quorum α η ipsius δ ε est duplus, & reliquus igitur (per 7 septimi) η γ reliqui ε γ duplus est, bifariam igitur ipse γ η, diuisus est in ε. Igitur qui sub η ϵ & β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus est ei qui ex ϵ ε quadrato. Sed qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus supponitur ei qui ex ϵ ε quadrato. Qui sub η ϵ, ϵ γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, æquus ei est qui sub α ϵ, ϵ γ, una cum eo qui ex γ ε. Cõmuni igitur [illegible] sublato eo qui ex γ ε,* ducitur α ϵ æqualis ipsi η ϵ, quod est impoßibile. Qui sub α ϵ, ϵ γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, collígitur æquus non est ei qui ex ϵ ε. Dico iam quod neque minor eo qui ex ϵ ε. Si enim poßibile, sit ei qui ex β ζ æqualis. & ipsius

α . . η . . θ . . δ . . ε . . ζ . . . γ . . . . β

Græcus sic habet. Maior autẽ non erit, ne secetur unitas, & ne qui sub α ϵ, ϵ γ una cum eo qui ex γ δ, quod est ipsius δ ϵ quadratus, æquus sit ei qui sub α ϵ, ϵ γ una cum eo qui ex γ ε.

συνάξιος colligetur ipsius δ ζ duplus ponatur θ α. * Conducaturq; duplus rursus θ γ ipsius γ ζ, & quod ipse θ γ bifariam sectus est in ζ, ac per hoc is qui sub θ ε, ε γ, una cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quod qui sub α ε, β γ, una cum eo qui ex γ ι, est æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι æqualis ei qui ex θ ε & ε γ una cum eo qui ex γ ζ, quod absurdũ est. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, æquus non est minori eo qui ex ε ι, patuit autem quod neq; ei qui ex ε ι, neq; eo maiori. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere, sufficiant nobis tamen prædicta, ne materia longior existens longius protrahatur.

α . . ε . . θ . δ . ι . ζ . . . γ . . . . β

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 29

29 Camp. 17 **Comperire binas rationales potentia tantum cõmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod ex cõmensurabili sibi longitudine.**

THEON ex Zamb. Exponatur enim quædam rationalis α ε, & bini quadrati numeri γ δ, δ ι, ut ipsorum residuus γ ι non sit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi,) & super α β describatur semicirculus α ζ β. Fiatq; sicut (per correlarium 6 decimi) δ γ ad γ ι, sic quod ex β α quadratũ ad id quod ex α ζ quadratũ, connectaturq; ζ ε. Quoniam igitur est sicut quod ex β α ad id quod est ex α ζ, sic γ δ ad δ γ, igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationem quam numerus γ δ ad numerũ γ ι. Cõmensurabile igitur est quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autem quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur est & α ζ. Et quoniam δ γ ad γ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Igitur α β (per 9 decimi) ipsi α ζ longitudine incõmensurabilis est. Ipsæ igitur α ζ, α β, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et quoniam est sicut δ γ ad γ ι, sic est quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γ δ ad δ ι, sic quod ex α ε ad id quod ex β ζ. At γ δ ad δ ι eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α β ad β ζ longitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquũ est eis quæ ex α ζ & ζ β. Igitur α β ipsa α ζ maius potest ipsa β ζ sibi cõmensurabili. Inuentæ igitur sunt binæ rationales potentia tantum cõmensurabiles β α & α ζ, ut β maior ipsa α ζ maius possit eo quod ex ζ β sibi longitudine cõmensurabili. Quod facere oportebat.

β . δ . . . . . ι . . . . . γ

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 30.

30 Camp. 18 **Comperire binas rationales potentia tantum cõmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine incõmensurabili.**

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α β, biniq; numeri quadrati γ ι & ι δ, ut ex eis compositus γ δ non sit quadratus (per lemma secundum 28 decimi.) Describaturq; super α β semicirculus α ζ β, fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut δ γ ad γ ι, sic quod ex α β ad id quod ex α ζ connectaturq; ζ β. Similiter iam ostendemus sicut in præcedenti, quod ipsæ ε α & α ζ rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et quoniam est sicut δ γ ad γ ι, sic est quod ex β α ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γ δ ad δ ι, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ δ ad δ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationem habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est α β ipsi β ζ longitudine, potestq; α β, quàm ipsa α ζ maius eo quod ex β ζ sibi incommensurabili. Ipsæ igitur α β, β ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles & α β quàm ipsa α ζ maius potest eo quod ex ζ β sibi longitudine incommensurabili, quod fecisse oportuit.

α . . . . β

γ . . . . ι . . . . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 
Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiore, augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine, inuenire.

CAMPANVS. Cum omnes duæ lineæ mediales potentia tantum communicantes, contineãt superficiem rationalem aut medialem, ut ex præmissa patet, docet inuenire eas duas quæ cõtinent superficiem rationalem & eas quæ medialem. Vnde propositũ est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, quarum longior possit

possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ sibi cõmunicantis in longitudine, quæ contineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 sumo duas lineas a & b potentia tantum rationales cõmunicantes, quarum longior quæ sit a, possit amplius breuiori quæ sit b, in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in lõgitudine, & ponam lineam c secundum doctrinam 9 sexti, medio loco proportionalẽ inter a & b, & ponam ut sit proportio a ad b, sicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 sexti dictũ est. Dicó tunc duas lineas c & d, esse quas quærimus. Patet enim ex 19, quod superficies quam continent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia per primam partem 16 sexti, quadratũ lineæ c est dictæ superficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autẽ sit a ad b, sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi, quia tam a quam b rationalis est in potentia, sequitur per 10 quod c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 11 cum c sit linea medialis, erit etiam d medialis, & per primã partem 11, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant superficiem rationalem, ipsæ sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem, sic habeto. Cum sit a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sed erat a ad c, sic c ad b. igitur est c ad b, sicut b ad d, itaque per primam partem 16 sexti, superficies quam continent duæ lineæ c & d, est æqualis quadrato b, est autem quadratum b, rationale per hypothesin, cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, est rationalis. Quare constat propositum.

a R. 56 — c — b 20 — d

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 Dvas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommensurabilis, inuenire.

CAMPANVS. Positis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum cõmunicantibus, quarũ longior possit amplius breuiori in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur secundum doctrinam 18, cæterisq; positionibus manentibus sicut in præmissa, argumentando modo consimili patebit duas lineas c & d esse quales quærimus. Et nota quod duæ lineæ quas hæc & præmissa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale primum.

a 56 — c — b R. 18 — d

Eucli. ex Zamb. Problema 8 Propositio 31

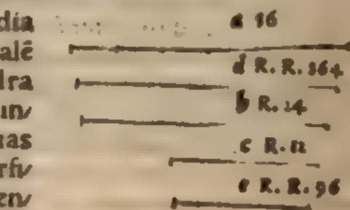
31 Comperire binas medias potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Camp. 24

THEON ex Zamb. Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α, β, ut α maior existens, ipsa β minore maius possit eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, & ei quod sub α, β, comprehenditur æquum esto id quod ex γ. Medium autem est quod sub α, β, medium igitur est (per correlariũ 23 decimi) quod sub γ, media igitur est γ (per 23 decimi.) Ei uero quod ex β, æquũ esto quod sub γ, δ. Rationale autẽ est quod ex β, rationale igitur & quod sub γ, δ. Et quoniam (per 1 sexti) est sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, sed ei quidem quod sub α, β, æquum est id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum est quod sub γ, δ, sicut igitur α ad β, sic quod ex γ ad id quod sub γ, δ. Sicut autẽ quod ex γ ad id quod sub γ, δ, sic est γ ad δ, & sicut igitur α ad β, sic γ ad δ. Cõmensurabilis autem est (per hypothesin) α, ipsi β potentia tantum: cõmensurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipsi δ potentia tantum. At γ, media est, media igitur est (per 24 decimi) & δ. Et quoniam est sicut α ad β & γ ad δ, at α ipsa β maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & γ igitur ipsa δ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. Inuentæ sunt igitur binæ mediæ potentia tantum cõmensurabiles γ, δ, rationale cõprehendentes, & γ ipsa δ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Similiter uero ostendetur & id quod ex incõmensurabili, quando α ipsa β maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Quod facere oportuit. Camp. 25

α 64 — γ — β R. 28 — δ

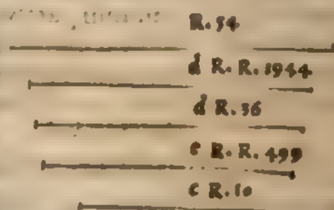


26 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem continentes, quarum longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, inuenire.



CAMPANVS. Cũ docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes superficiemq; rationalẽ continẽtes, quarũ longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, & secum incõmensurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato lineæ non secum cõmensurabilis, sed solum sibi incommensurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq; tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 18 a,b,c, potentia tantum rationales & in ea solum cõmunicantes, sitq; a potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti, & sit d ad e sicut a ad c, dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cum sit enĩ quadratũ lineæ d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primam partem 16 sexti, sitq; superficies contenta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantum rationales cõmunicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potẽtia tantum ex hypothesi, sequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, erit quoq; per 14 d potentior e quadrato lineæ sibi incõmensurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem, constat eas esse quales inquirimus. Eas autẽ continere superficiẽ medialem, sic habetur. Cum sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e, erit permutatim a ad d, sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin, itaq; d ad b sicut c ad e, igitur per primam partem 14 sexti superficies quam continent d & e, est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continẽt superficiem medialem per 19, cum ipsæ sint rationales in potentia tantum communicantes ex hypothesi, itaque d & e continent superficiem medialem. Quod est propositum.

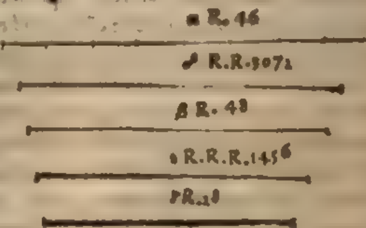
Zamb. 32



CAMPANVS. Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori, quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, sumeremus tres lineas secundum doctrinam 17, a,b,c, potentia tantum rationales & in ea solum communicantes, & poneremus lineam a esse potentiorẽ linea c, quadrato alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine, cætera uero manerẽt ut prius. & argumẽtatione consimili concluderemus, duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. Et nota quod duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale secundum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale secundum.

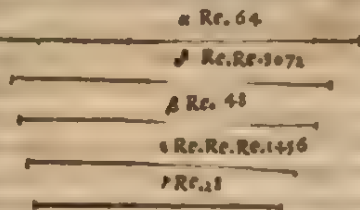
Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 32

32 Inuenire duas medias potentia tantum cõmensurabiles medium comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili.



THEON ex Zamber. *Exponantur tres rationales potentia tantum cõmensurabiles α,β,γ. ut α (per 29 decimi) ipsa γ maius possit eo quod ex sibi cõmensurabili, & ei quidem quod sub α, β, æquum sit (per 13 & 17 sexti) quod ex δ, medium autẽ est quod sub α β, medium igitur est (per eandẽ) quod ex δ, & δ igitur media est. Et autẽ quod sub β, γ, æquũ esto quod sub δ, ε. Et quoniã (per 1 sexti & lemma 21 decimi) sicut*

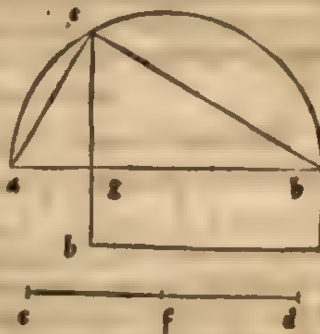
sicut quod sub α, β, ad id quod sub β, γ, sic est α ad γ, sed et quidem quod sub α, β, æquum est id quod ex δ, ei autem quod sub ε, γ, æquū est id quod sub δ, ε, est igitur (per 9 quinti) sicut α ad γ, sic quod ex δ ad id quod sub δ ε. Sicut autem quod ex δ ad id quod sub δ, ε, sic est δ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, sic δ ad ε. Cōmensurabilis autem est α ipsi γ potentia tantum, commensurabilis igitur est (per 11 decimi) & δ ipsi ε potentia tantum. Media autem est δ, media igitur (per 22 decimi) est & ε. Et quoniam est sicut α ad γ, sic est δ ad ε, & α quàm γ maius pōtest eo quod ex sibi cōmensurabili, & δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex sibi commensurabili (per 14 decimi.) Dico insuper quod comprehensum sub δ, ε, medium est. Quoniam enim æquum est quod sub ε, γ, et quod sub δ, ε, medium autem quod sub ε, γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod sub δ, ε. Inuentæ sunt igitur duæ mediæ potentia tantum commensurabiles δ, ε, medium comprehendentes, ut maior minore maius poßit eo quod ex sibi cōmensurabili. Similiter iam rursus ostendetur & id quod ex incommensurabili, quando α ipsa γ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, quod facere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem continētes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, inuenire.

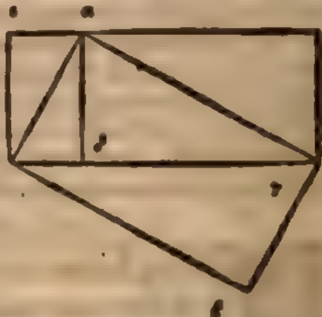
CAMPANVS. Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia, q̄ in longitudine, quæ contineant superficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem. Ad hæc autem sumo per 11, duas lineas a b & c d potētia tantum rationales cōmunicantes, quarū longior quæ sit a b, sit potētior c d, quadrato alicuius lineæ secum incōmensurabilis in longitudine. Et super lineam a b describo semicirculū a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad punctum g, ita quod linea c f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b, & qualiter hoc fiat, in 15 dictum est. Et pono q̄ superficies b h fiat ex a g in g b, eritq́ ex prima parte 16 sexti, quadratū c f, æquale superficiei b h. Et quia quadratū c f est æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta secūdi, & quia superficiei b h deest ad complendam lineam a b, superficies quadrata cum a g sit æqualis g h, & quia linea a b potētior est linea c d, quadrato lineæ sibi incōmensurabilis in longitudine ex hypothesi, erit ex secunda parte 14 linea a g incōmensurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem super lineam a b usq; ad circumferentiam semicirculi, quæ sit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico esse quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quod utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, prima quidem per primā partem correlarij 8 sexti, secunda uero per hypothesin, propter quod, quadratum utriusq; earum per primam partem 16 sexti est æquale superficiei a g in g b, quæ est b h, ipsæ igitur sunt æquales. At quia per quartā sexti propositio a e ad e b est sicut a g ad g e, sunt autem a g & g e & g b cōtinue proportionales, erit a e ad e b duplicata, sicut a g ad g b, quare per 18 sexti, erit quadratū lineæ a e ad quadratū lineæ e b, sicut a g ad g b. Cum sit igitur a g incōmunicans g b, erit per secūdam partem 10 quadratū a e incōmunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b sunt incōmensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratū a b est æquale quadratis duarū linearū a e & e b pariter acceptis, quadratū autem a b est rationale cum a b sit rationalis in potentia per hypothesin, erunt quoq; quadrata duarū linearū a e & e b pariter accepta, rationale. Si uero hæ duæ lineæ continent superficiē medialem, habitū est propositū. Erat autē c d rationalis in potentia & in ea tantum cōmunicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiam g e sibi æqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem cōmunicans cum a b, itaq; per 19 superficies a b in g e est medialis. Quia igitur per 4 sexti & per primā partem 15 eiusdem superficies a e in e b est superficiei a b in g e æqualis, constat duas lineas a e & e b, esse quales uolumus. Et nota q̄ duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineam maiorem, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea minor.



THEON

THEON Lemma.

THEON ex Zamberto. Esto triangulum rectangulum α β γ, rectum habens qui sub β α γ, exciteturque (per 11 primi) perpendicularis α δ. Dico quod sub γ β & β δ, æquum est ei quod ex β α. quod uero sub β γ, γ δ, ei quod sub γ α: quod autem sub δ β & δ γ, æquum est ei quod ex α δ: & insuper id quod sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ. In primisque, quod id quod sub γ β & β δ æquum est ei quod ex α β. Quoniam enim in rectangulo triangulo β α γ, ab angulo recto in basin, perpendicularis ducta est α δ, igitur (per 8 sexti) triangulã α β δ & α δ γ, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicem. Et quoniam triangulum α β γ simile est triangulo α δ β, est igitur sicut γ β ad β α, sic est α β ad β δ. Igitur quod sub γ δ & β δ, æquum est ei quod ex α β. Id propterea iam quod sub β γ & γ δ, æquum est ei quod ex α γ. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis excitetur, excitata basis segmentorum media proportionalis est (per correlarium 8 sexti) est igitur sicut β δ ad δ α, sic est α δ ad δ γ. Igitur (per 17 sexti) quod sub β δ, δ γ, æquum est ei quod ex δ γ. Dico autem quod & id quod sub β γ & α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ. Quoniã enim, ut diximus, α β γ simile est ipsi α γ δ, est igitur sicut β γ ad α γ, sic β α ad α δ. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod sub extremis (per 16 sexti) æquum est ei quod sub medijs. quod igitur sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α, α γ. Vel etiam quando describemus ε γ rectangulum parallelogrammum complebimusque α ζ, æquum erit (per 41 primi) ε γ ipsi α ζ, utrunque enim eorum, ipsius α β γ trianguli duplum est, estque quod ex β α, α γ, id quod sub β γ, α δ, ipsum autem α ζ est id quod sub β α & α γ. Quod igitur sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ.



Eucli. ex Zamb. Problema 16 Propositio 33

33 Inuenire binas rectas lineas potentia incõmensurabiles, conficiẽtes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod uero sub ipsis medium.

THEON ex Zamberto. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β, β γ, ut maior α β minore β γ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Seceturque (per 10 primi) β γ bifariam in δ, & ei quod ex altera ipsarum β δ, δ γ, (per 26 sexti) æquum ad ipsam α β comparetur parallelogrammũ deficiens forma quadrata, sitque quod sub α ε, ε β. Describaturque super α β semicirculus α ζ β, exciteturque (per 11 primi) ipsi α β ad angulos rectos ε ζ, connectanturque α ζ & ζ β. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt inæquales α β, β γ, & α β ipsa β γ maius potest eo quod a sibi incommensurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipsa β γ minore, hoc est quod ab eius dimidio, æquum ad ipsam α β parallelogrammum comparatum est deficiens forma quadrata, efficitque id quod sub α ε, ε β, incommensurabilis igitur est (per secundam partem 18 decimi) α ε ipsi ε β. Estque sicut α ε ad ε β, sic quod sub α β & β ε. Ei autem quod sub β α, & α ε, æquum est id quod ex α ζ. Quod autem sub α β & β ε (per lemma præcedentis) ei quod ex β ζ est æquale. Incommensurabile igitur est quod ex α ζ, ei quod ex β ζ. Ipse igitur α ζ, ζ β, potentia sunt incommensurabiles. Et quoniam α β rationalis est, rationale igitur est (per 7 diffinitionem decimi) quod ex α β, quare & compositum ex eis quæ ex α ζ, ζ β, rationale est. Et quoniam rursus quod sub α ε, ε β, æquum est (per lemma præcedentis) ei quod ex ε ζ, supponitur autem id quod sub α ε, ε β, ipsi quod ex β δ æquale, æqualis igitur est ζ ε ipsi β δ. Dupla igitur est β γ, ipsius ζ ε. Quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α β, ε ζ, medium autem est quod sub α β, β γ, medium igitur & id quod sub α β, ε ζ, æquum autem est quod sub α β, ε ζ, ei quod sub α ζ, ζ β, medium igitur & quod sub α ζ, ζ β, patuit uero quod & rationale compositum ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α ζ, ζ β, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale, & quod sub ipsis medium, quod erat agendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, inuenire.

CAMPANVS. Sit hic prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem

duæ

duæ lineæ a b & c d. quales proponit 15, eruntq́ simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 16 proponit. Cum sit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, sunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem, sequitur etiam ut a b in c f. & ideo in g e sibi æqualem, contineat superficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 16 docet inuenire, componūt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 14

14 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium, quod uero sub ipsis rationale, comperire.

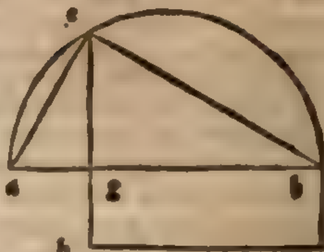
THEON ex Zamberto. Exponantur binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes quod sub ipsis, ut α ϐ, ipsa ϐ γ maius possit eo quod a sibi incommensurabili. Describaturq́ super ipsa α β, semicirculus α δ β, seceturq́ (per 10 primi) ϐ γ, bifariam in ε, compareturq́ (per 25 sexti) ad ipsam α ϐ, ei quod ex ϐ ε æquum parallelogrammū forma deficiens a quadrata, sitq́ quod sub α ζ, ζ β. Incommensurabilis igitur est α ζ ipsi ζ β longitudine. Exciteturq́ (per 11 primi) ab ζ, ipsi α ϐ ad angulos rectos ζ δ, connectanturq́ ipsæ α δ & δ β. Quoniam igitur incommensurabilis est α ζ ipsi ζ ϐ, incommensurabile est igitur & quod sub ϐ α & α ζ, ei quod sub α ϐ & ϐ ζ. Aequale autem est id quod sub β α & α ζ, ei quod ex α δ, quod autem sub α ϐ, ϐ ζ, ei quod ex δ ϐ, incommensurabile igitur est & id quod ex α δ, ei quod ex δ ϐ. Et quoniam medium est quod fit ex α ϐ, medium igitur est & compositum ex eis quæ ex α δ, δ ϐ. Et quoniam dupla est β γ ipsius δ ζ, duplum igitur est quod sub α ϐ, ϐ γ, eius quod sub α ϐ, ζ δ. Rationale autem est quod sub α ϐ, ϐ γ, supponitur enim: rationale igitur & quod sub α ϐ, ζ δ. Ei autem quod sub α ϐ, ζ δ, æquum est (per lemma 32 decimi) quod sub α δ, δ ϐ. Quare & quod sub α δ, δ ϐ, rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α δ, δ ϐ, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29

29 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire. Zamb. 15

CAMPANVS. Huius quoq́ dispositio, a duarū præmissarū dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 16 proponit, eruntq́ præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis, erūt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale, et cum a b & c d cōtineant superficiem medialem, sequitur ut e b in e f, & ideo in e g sibi æqualē, contineat quoq́ superficiem medialem, omnis enim superficies mediali cōmunicans, medialis esse conuincitur, quemadmodū in 11 monstratum est: superficies igitur a e in e b medialis est, cum ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia uero linea a b est incōmensurabilis lineæ c d, erit etiam incōmensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam partem sexti & secundam partem decimæ huius, superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b, erit incommensurabilis quadrato

lineæ



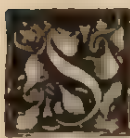
lineæ a b, itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Quod cum ita sit, sequitur quoque ut duplum superficiei a e in e b sit incommensurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonstrandum. Duæ lineæ quas hæc 19 docet inuenire, componunt lineam potentem in in duo medialia, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 12 Propositio 35

35 Comperire binas rectas lineas potentia incómensurabiles, efficientes cópositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper incómensurabile composito ex earum quadratis.

THEON ex Zamberto. *Exponantur (per 35 decimi) binæ mediæ potentia tantum incõmensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipsa β γ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in superioribus. Et quoniam (per secundam partem 18) incommensurabilis est α ζ ipsi ζ β longitudine, incommensurabilis est (per 11 decimi) & α δ ipsi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium est, medium igitur est & compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β. Et quoniam quod sub α ζ, ζ β, æquum est ei quod ex utraque ipsarum β ε, δ ζ, æqualis igitur est β ε ipsi δ ζ. Dupla igitur est β γ ipsius ζ δ, quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α β, ζ δ. Medium autem quod sub α β, β γ, medium igitur & quod sub α β, ζ δ, æquumq; est ei quod sub α δ, δ β, medium igitur est (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod sub α δ, δ β. Et quoniam incommensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, commensurabilis autem est β γ ipsi β ε, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) & α β ipsi β ε longitudine. Quare & quod ex α β, ei quod sub α β, β ε, incommensurabile est. Sed ei quidem quod ex α β æquales sunt quæ ex α δ, δ β, (per 47 primi,) ei autem quod sub α β, β ε, æquum est id quod sub α β, ζ δ, hoc est quod sub α δ, δ β, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β, ei quod sub α δ, δ β. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper composito ex earum quadratis incommensurabile. Quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 I duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq; binomium.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq; cõiunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compositam esse irrationalem, & ipsa uocatur binomium. Est enim per quartam secundi quadratum a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c & duplo superficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt superficiem rationalem ex hypothesi, duplum uero superficiei unius earum in alteram facit superficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt superficiem incommensurabilem duplo superficiei unius earum in alteram, erit igitur ex 9 quadratum a c incõmensurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cum duo illa quadrata faciãt superficiem rationalem, ideoq; suum latus tetragonicũ quod est a c, irrationale quoq; per diffinitionem, constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 36

36 Si binæ rationales potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uoceturq; ex binis nominibus

THEON ex Zamberto. *Componantur enim binæ rationales potentia tantum commensurabiles, α β, β γ. Dico*

Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, potentia enim tãtum sunt commensurabiles, sicut autem α β ad β γ, sic (per lemma 21 decimi,) quod sub α β, β γ, ad id quod ex β γ, incommensurabile (per 11 decimi) igitur est quod sub α β, β γ, ei quod ex β γ, sed ei quod sub α β, β γ, commẽsurabile quidẽ est quod bis sub α β, β γ. Ei autem quod ex β γ, commensurabilia sunt quæ ex α β, β γ. Quare & quod bis sub α β, β γ, eis quæ ex α β, β γ, incõmẽsurabile est, Cõponẽdoq́ (per 4 secũdi quod bis sub α β, β γ, una cũ eis quæ ex α β, β γ, hoc ex quod est α γ, incommẽsurabile est composito ex ijs quæ ex α β, β γ rationale autem est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ: irrationale igitur est (per diffinitionem decimi,) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est, uocatur autẽ ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus, eo quia ipsa ex binis rationalibus constat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.

α 20 β 6 γ
β γ Re. Re. 640

Eucl. ex Camp. Propositio 31

31 SI duæ lineæ mediales potentia tantũ communicantes superficiémque rationalem continẽtes, directe coniungãtur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq́ bimediale primum.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c, in continuum directumque coniunctæ quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a c esse irrationalem, & ipsa uocatur bimediale primum. Est enim duplum superficiei a b in b c rationale per hypothesin, duoq́ quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrũq; quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorũ cõmunicans alij, duplum igitur superficiei unius earum in alteram est incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totũ ergo aggregatũ ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratũ totius a c per 4 secundi) est incõmmensurabile duplo superficiei unius earũ in alteram per 9 huius. Cũ itaque duplum superficiei sit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq́ & linea a c, quod est propositum.

a Re. Re. 54 Re. Re. 24 c

IDEM aliter. Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f, æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c, eritq́ superficies hæc d f medialis, cũ utrunque quadratum sit mediale per hypothesin, & unũ eorũ communicans alij quare per 20 linea d g, est rationalis in potentia tantum, non cõmunicãs in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g, quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ f h rationalis per hypothesin, quare per 16 linea g h erit rationalis in lõgitudine: duæ itaque lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales, & in ea tantum communicantes, ergo per 10 tota ex eis composita quæ est d h, est binomiũ & irrationalis, quare per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secũdi latus eius tetragonicũ est linea a c, ipsa erit irrationalis per diffinitionem, quod oportuit demonstrare.

b f g e d

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 37

37 Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autẽ ex binis prima medijs.

THEON ex Zãb. Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, rationale cõprehendentes. Dico quod α γ irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, & quæ ex α β, β γ, igitur sunt incommensurabilia ut quod bis sub α β, β γ. Componendo igitur quæ ex α β, β γ, una cum eo quod bis sub α β, β γ, hoc est illud quod ex α γ, incommensurabile est ei quod sub α β, β γ. Supponuntur autem ipsæ α β, β γ, rationale comprehendentes irrationale igitur est id quod ex α γ, irratiõalis igitur est α γ, uocatur sane ex binis medijs prima.* uocauit autẽ eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale. *Græcus non habet

α Re. Re. 27 β Re. Re. 12 γ

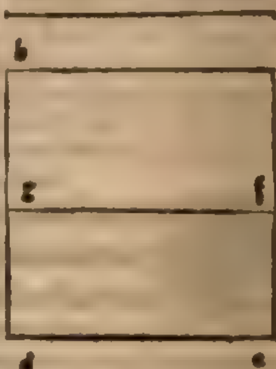
Eucl. ex Camp. Propositio 32

32 SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq́ medialem continentes directe coniungantur, tota

A linea

linea erit irrationalis diceturq; bimediale secundum.

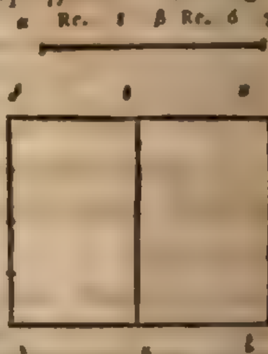
CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq; coniunctæ ut proponitur. quas per 36 contingit reperiri, dico totã a c ex eis cõpositam esse irrationalẽ. & ipsa uocatur bimediale secundũ. Esto enim linea d e rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia. & utrũque mediale erit superficies d f medialis. quare per 20 linea d g quæ est eius latus secundum. est ratiõalis in potẽtia tãtũ, & lineæ d e incõmẽsurabilis in lõgitudine. Rursus adiũgatur ad lineã g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c. eritq; etiã superficies f h medialis, erat enim per hypothesin superficies a b in b c medialis, ergo duplũ eius cui est æqualis f h erit mediale, per 20 igitur est linea g h, rationalis in potẽtia tantũ & incommensurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uero a b & b c sunt potentialiter tantum communicantes, erit per primam sexti & per secundam partem 10 huius superficies unius in alteram, incommensurabilis quadrato utriusq;. At quia quadrata earum communicant per hypothesin, erit dicta superficies, quare & duplum eius, incommunicans duobus quadratis earũ pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incõmunicantes: per primam itaque sexti & secũdam partẽ 10 huius erit linea d g incommensurabilis lineæ g h, quæ cum sint rationales in potẽtia, erit per 39 tota linea d h binomiũ & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea c. sequitur per diffinitionem quod linea a c sit irrationalis, quod propositũ erat ostendere.



Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 38

38 Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis secunda medijs.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes. Dico quod irrationalis est α γ. Exponatur rationalis δ ε, ei autem quod ex α γ, (per 44 primi.) æquum ad ipsam δ ε comparetur δ ζ, latitudinem efficiens δ η. Et quoniam quod ex α γ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & ei quod bis sub α β, β γ. quod autem ex α γ, æquum est ipsi δ ζ, igitur & δ ζ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & eis quod bis sub α β, β γ. Comparetur (per eandem) iam eis quæ ex α β, β γ, ad ipsam δ ε, æquum ipsum ε θ, reliquum igitur θ ζ æquum est ei quod bis sub α β, β γ. Et quoniam media est utraque ipsarum α β, β γ, media igitur sunt & ea quæ ex α β, β γ. medium autem supponitur quod bis sub α β, β γ, eis autem quæ ex α β, β γ, æquum est ε θ, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ, medium igitur est utrunque ipsorum ε θ, θ ζ. & ad rationalem δ ε, comparata sunt. Rationalis igitur est utraque ipsarum δ θ, θ η, & ipsi δ ε, longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine. Estq; sicut α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incommensurabile igitur est ei quod ex α β, id quod sub α β, β γ, at ei quidem quod ex α β commensurabile est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, sunt quadrata, ei uero quod sub α β, β γ, commensurabile est id quod bis sub α β, β γ. Incõmensurabile igitur est compositũ ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, Sed eis quidem quæ ex α β, β γ. æquũ est ε θ, ei autem quod bis sub α β, β γ. æquum est ζ θ. Incommensurabile igitur ε θ, ipsi θ ζ. Quare & δ θ, ipsi θ η, est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quod rationales. Ipsæ igitur δ θ, θ η, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. Quare δ η irrationalis est, rationalis autem δ ε. Quod autem sub irrationali & rationali comprehensum rectangulũ, irrationale est (per 22 decimi.) Igitur area δ ζ, irrationalis est, ipsamq; potens irrationalis est, ipsum autem δ ζ ipsa α γ, potest, irrationalis igitur est α γ, uocaturq; ex binis medijs secunda. Vocauit autem eam ex binis medijs secundam, quoniam medium comprehendit quod sub ipsis, & non rationale, in secundo uero est loco mediũ, rationale. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum rectangulum sit irrationale, patet, si enim est rationale, comparatumq; est ad rationalem, erit aliud latus rationale, sed & irrationale, quod est absurdũ. Quod igitur sub rationali & irrationale est. Quod ostendere oportuit.*

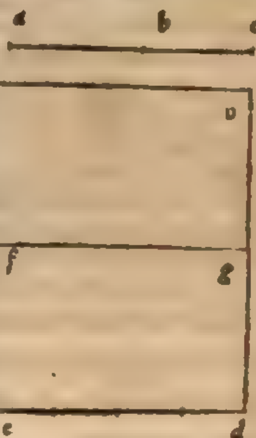


Eucli. ex Camp. Propositio 33



Cum coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale, tota linea erit irrationalis, diceturq; linea maior.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c sibi in continuumq; coniunctæ sicut proponitur, quas contingit ex 17 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem, & ipsa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale, superficies uero alterius in alteram (quare & eius duplum) medialis per hypothesin, erit totũ ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicans duplo superficiei unius in alteram, itaque totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c (per 4 secundi) erit per 9 huius incõmẽsurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo est quadratum lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.



IDEM aliter. Sicut præmissis ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, adiungatur superficies d f, quæ sit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis per hypothesin, quare per 16 latus eius secundum quod est d g, erit etiam rationale in longitudine & communicans lineæ d e. Rursus ad lineã f g adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq; medialis per hypothesin, quare per 20 linea g h quæ est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: per 30 igitur est linea d h binomiũ & irrationalis, ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis, quare latus eius tetragonicũ quod per 4 secundi est a c, est irrationale per diffinitionem, quod uolumus ostendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 39

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint cõficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod autem sub ipsis medium, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem maior.

THEON ex Zamb. Cõponatur enim binæ rectæ lineæ potentia incommẽsurabiles α β, β γ, efficientes ea quæ proposita sunt. Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim (per hypothesin quod sub α β, β γ, medium est, & quod bis igitur sub α β, β γ, medium est. Compositum uero ex ijs quæ ex α β, β γ, rationale est, incommensurabile igitur est quod bis sub α β, β γ, composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Quare & quæ ex α β, β γ, una cum eo quod bis sub α β, β γ, quod est id quod ex α γ, incommensurabile est composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Rationale autẽ est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ. irrationale igitur est quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsam maiorem, tum quia quæ ex α β, β γ, rationalia maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, medio, tum quod conueniat ab ipsorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autem quæ ex α β, β γ, maiora sint eo quod bis sub α β, β γ, sic ostendendum est. Manifestum quidem est quod inæquales sunt ipsæ α β, β γ, Si enim æquales essent, æqualia quoque essent (per 7 secundi,) & quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, esset quoque id quod sub α β, β γ, rationale. Quod non supponitur, inæquales igitur sunt ipsæ α β, β γ. Supponatur maior α β, ponaturq; ipsi β γ, æqualis β δ. Quæ igitur ex α β, β δ, æqualia sunt ei quod bis sub α β, β δ, & ei quod bis sub α β, β δ &, ei quod ex α δ, æqualis autem est δ β, ipsi β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, æqua sunt ei quod bis sub α β, β γ, & ei quod ex α δ. Quare quæ ex α β, β γ, maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, eo quod ex δ α, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 Cum coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturq; potens in rationale & mediale.

CAMPANVS Sint ut in præmissis duæ lineæ a b & b c in continuũ directumq́ coniũctæ quales proponitur, & ipsæ sunt ex 34 sumendæ. Dico quod tota linea a c ex eis composita erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies a b in b c rationalis per hypothesin, ideoque & duplũ eius, ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale, sequitur per 4 secundi & 9 huius quemadmodum in præmissis, quod quadratum totius a c sit incommunicãs duplo superficiei a b in b c, per diffinitionẽ igitur ipsum est irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.



IDEM aliter. Sit ut in præmissis linea d e rationalis in longitudine, superficiesq́ d f sibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq́ medialis per hypothesin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ d e. Sitq́ superficies f h adiuncta ad lineã g f, æqualis duplo superficiei a b in b c, eritque rationalis per hypothesin, & ideo per 16 latus eius secundum, quod est g h, rationale in longitudine, quare per 36 linea d h est binomiũ & irrationalis, & superficies e h per 16 a destructione cõsequentis est irrationalis. Cum itaque linea a c sit eius latus tetragonicum per 4 secũdi, sequitur ut a c sit irrationalis per diffinitionẽ constat ergo propositũ.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 40

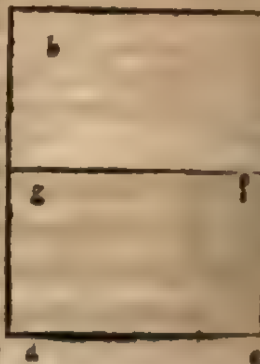
40 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint efficientes compositum quidem ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem rationale mediumq́ potens.

THEON ex Zãb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quod irrationalis est α γ. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, mediũ est, quod uero bis sub α β, β γ, rationale, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 secundi,) quod ex α γ, incommensurabile est ei quod bis sub α β, β γ. Rationale autem est quod sub α β, β γ, irrationale igitur est quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ. Vocatur autem rationale mediumq́ potens. Rationale autem & medium potentẽ eam appellauit, eo quia binas potest areas unã quidem rationalem, alteram uero mediam, ac propter rationalis præexistentiam, primam rationalem appellauit, quod erat ostendendum.*

Eucl. ex Camp. Propositio 35

35 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potens in duo medialia.

CAMPANVS Sint quoque duæ lineæ hic a b & b c in continuũ directũq́ cõiunctæ ut proponitur, quæ ex 19 sumendæ sunt. Dico quod linea a c ex eis composita est irratiõalis ac ipsa dicitur, potens in duo medialia. Adiũgatur enim ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, superficies d f æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis, eritq́ medialis per hypothesin, quare per 20 linea d g erit rationalis in potentia tantũ, & incommensurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rursus ad lineam g f quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h quæ sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, erit etiã ex hypothesi medialis, quare per 20 linea g h, erit rationalis in potentia tantum. Atq; quia per hypothesin ambo quadrata pariter accepta sunt incõmẽsurabile duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut d f sit incõmensurabilis f h, quare per primam sexti & 2 partem 10 huius, linea d g est incommẽsurabilis g h, per 37 igitur est linea d h, binomium & irrationalis, itaq;

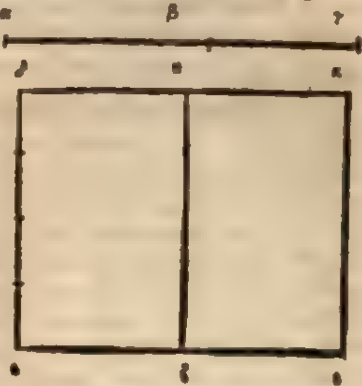


itaque superficies e est irrationalis, & eius latus tetragonicum quod est a c, ut in præmissis, quare constat propositum. Si autem duplū superficiei a b in b c non esset incommensurabile ambobus quadratis pariter acceptis, esset rationalis in potentia tantum incōmensurabilis in longitudine lineæ d c, per 19 igitur esset superficies e h medialis, eiusque latus tetragonicum quod est a c, linea medialis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 41

41 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, efficientes compositum ex earum quadratis mediū, quod uero sub ipsis medium. & insuper incommēsurabile composito ex earum quadratis tota recta linea irrationalis est, uocatur autem bina potēs media.

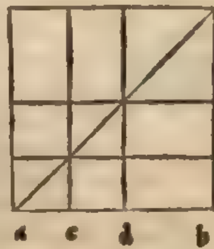
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potētia incōmēsurabiles α β, β γ, efficientes cōpositū ex iis quæ ex α β, β γ, mediū, quodq́ sub ipsis α β, β γ, mediū, & insuper incōmensurabile cōposito ex iis quæ ex α β, β γ, quadratis, Dico quod α γ irrationalis est. Exponatur ratiōalis δ ε, cōpareturq́ (per 44 primi,) ad ipsam δ ε, ipsis quidem quæ ex α β, β γ, æquum δ ζ, et uero quod bis sub α β, β γ, æquum η θ, totum igitur δ θ æquum est ei quod ex α γ quadrato. Et quoniam compositum ex iis quæ ex α β, β γ, medium est, ac est æquale ipsi δ ζ, medium igitur est & δ ζ, & ad ipsam δ ε rationalem comparatur, rationalis igitur est δ η, & ipsi δ ε, longitudine incōmensurabilis. Ac (per 24 decimi) η κ, rationalis est & ipsi η ζ, incommensurabilis, hoc est ipsi δ ε longitudine. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, incommensurabile est δ ζ ipsi η θ, quare & δ η ipsi η κ, (per 1 sexti & 11 decimi,) incōmensurabilis est suntq́ rationales, ipsæ igitur δ η, η κ, rationales sunt, potentia tātum commensurabiles. Irrationalis igitur est δ κ, (per 36 decimi,) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem δ ε, irrationale igitur est δ θ, & illud potens irrationalis est, potest autem ipsum δ θ ipsa α γ. Irrationalis igitur est α γ, uoceturq́ bina potēs media. Appellat uero ipsam bina potentem media, eo quia ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex iis quæ ex α β, β γ, & aliā quæ bis sub ipsis α β, β γ, quod erat ostendendum.*



CAMPANVS Vt autem facilior fiat doctrina sequentium, præmonstrāda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadratum ambarū sectionum pariter accepta tanto amplius sunt duplo superficiei unius earum in alteram, quātū est quadratum eius lineæ qua maior excedit minorem.

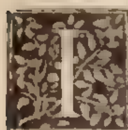
Sit enim linea a b d diuisa per duo inæqualia in puncto c, sitq́ maior portio c b. de qua sumatur c d æqualis a c. Dico quod quadrata duarū linearū a c & c b sunt amplius duplo superficiei unius in alterā. in quadrato lineæ d b. nam quod fit ex a c in c b bis, cū quadratis duarū linearū a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cū quadrato d b. eo quod utraque hæc æqualia sunt quadrato lineæ a b, primū quidem per quartā secūdi, secundū uero per 8 eiusdē. Dēptis itaq; utrinq; æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis erunt residua quæ sunt de primo quidem quadrata duarū linearū a c & c b. de secūdo uero quod fit ex a c in c b bis cū quadrato d b. æqualia, quare cōstat propositū. Ex hoc ergo manifestum est quod si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei unius earū in alterā. Et hoc est, propter quod istud præmisimus.



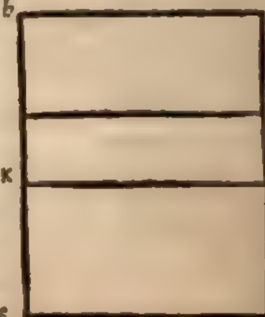
2 Si aliqua linea per duo inæqualia, itēque alia duo inæqualia diuidatur, quadrata magis inæqualium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inæqualium pariter acceptis, quātum est duplum quadrati illius lineæ quæ in utrasq; est sectiones, & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam quæ est inter punctum sectionis minus inæqualium & pun

ctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuiſa per duo inæqualia in pũcto c, itemq; per alia minus inæqualia in pũcto d, rurſus per æqualia in e. Dico quo quadrata duarũ partiũ magis inæqualiũ quæ ſunt a c & c b, tãtũ ſunt amplius duobus quadratis duarũ linearũ minus inæqualiũ quæ ſunt a d & d b, quantũ eſt duplũ quadrati lineæ c d & quadruplũ eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 ſecundi quadrata duarũ linearũ a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. At per eandẽ 9 ſecũdi quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, dupla ſunt quadratis duarũ linearũ b e & e d pariter acceptis. Itaque quadrata duarũ linearũ a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplũ quadrati lineæ d e, hoc autem, per 4 ſecũdi eſt duplũ quadrati lineæ c d, & quadruplum eius quod fit ex c d in d c, quare conſtat propoſitum. Ex hoc manifeſtũ eſt quod quãto fuerint ſectiones alicuius lineæ magis inæquales, tãto erũt earũ quadrata pariter accepta, maiora. & hoc eſt, propter quod iſtud præmiſimus. Eucl. ex Camp. Propoſitio 36

36 N alias duas lineas ſub earum termino ex quibus coniũctum & nominatum eſt binomium, diuidi impoſſibile eſt.

CAMPANVS Sit a b binomiũ, eritq; ex 10 cõpoſita ex duabus lineis in potẽtia tantũ rationalibus cõmunicantibus. quæ ſint a c & c b. Dico quod impoſſibile eſt eam diuidi in alias duas lineas ſub hac diffinitione uidelicet quod ipſi ſint potentia tantum rationales communicãtes. Si enim poteſt, diuidatur in a d & d b, quæ ſint potentia rationales tantũ cõmunicantes. Eſto quoq; linea e f rationalis in longitudine, cui adiũgatur ſuperficies e g quæ ſit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & ſuperficies f h quæ ſit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; ſuperficies e g rationalis, eo quod utrumq; quadratorum linearũ a c & c b pariter acceptorum eſt ratiõale per hypotheſin & ſuperficies g h medialis per 17, quoniã ipſa eſt æqualis duplo ſuperficiei a c in c b per 4 ſecundi. Sit igitur rurſus ſuperficies f k æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d b pariter acceptis quæ cũ ſint diuerſæ a duabus lineis a c & c b erit per ſecũdum prædemõſtratorum antecedentiũ ſuperficies f k diuerſa a ſuperficie e g, earum ergo differẽtia ſit k g, eritq; per 4 ſecũdi exceſſus ſuperficiei f h, ſuper f k qui ſit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiã ſuperficies f k rationalis, & ſuperficies k l medialis. Itaq; ſuperficies k g cũ ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum rationalium quæ ſunt e g & f k, erit rationalis. Nõ enim differt rationale a rationali, niſi in rationali. & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc cõfirmantibus. Eadẽ quoq; cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum medialium quæ ſunt g h & k l, erit irrationalis per 11, quod eſt impoſſibile.



Quod autẽ prædictæ irratiõales ſolummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propoſitas ſpecies, oſtendemus iam huiuſmodi proponentes lemmatium.

THEON Lemma.

Exponatur recta linea α ζ, ſeceturq; tota in inæqualia in utrunque ſignorũ γ δ, ſupponaturq; maior α γ quàm δ β. Dico quod quæ ex α γ, ζ γ, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ ζ. Secetur enim (per 10 primi) α ζ, bifariã in ε. & quoniã maior eſt α γ, quã δ β, cõis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior eſt, æqualis aũt eſt α ε, ipſi ε ζ, minor igitur eſt δ ε quã ε γ, igitur γ & δ ſigna, nõ æqualiter diſtãt à bifaria ſectiõe, Et quoniã (per 5 ſecũdi) quod ſub α γ, γ β, una cũ eo quod ex γ ε, æquum eſt ei quod ex ε ζ, at quod ſub α δ, δ ζ, una cum eo quod ex δ ε, æquum eſt ei quod ex ε β, igitur quod ſub α γ, γ ζ, una cum eo quod ex ε γ, æquũ eſt ei quod ſub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, quorũ quod ex δ ε, minus eſt eo quod ex ε γ, & reliquũ igitur quod ſub α γ, γ ζ, minus eſt eo quod ſub α δ, δ ζ. Quare & quod bis ſub α γ, γ ζ, minus eſt eo quod bis ſub α δ, δ ζ. & reliquũ igitur cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, maius eſt compoſito ex ijs quæ ſunt ex α δ, δ β, ſiquidem utraq; æqualia ſunt ei quod ex α ζ, quod oſtendere oportuit. Eucli. ex Zãb. Theorema 30 Propoſitio 42

Quæ ex binis nominibus, ad unũ duntaxat ſignũ diuiditur in nomina.

THEON *ex Zamber.* *Sit ex binis nominibus α β, diuiſa in nomina in γ, igitur ipſæ α γ, γ β, rationales ſunt potentia*

potentia tantum cōmensurabiles. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nō diuiditur in binas rationales potentia tantum cōmensurabiles. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ β, sint rationales potentia tantum cōmensurabiles, manifestū iam quod α γ, ipsi β δ non est eadem. Si enim fieri potest, esto, erit iam & α δ, ipsi β γ eadem, eritq́; sicut α γ ad γ β, sic β δ ad δ α, eritq́; α β in eadem qua γ diuisione, diuisa & in δ, quod positum non est. Ipsa igitur α γ ipsi δ β non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, δ, non æquidistant a bisectionis sectione. Quo itaq; differunt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, eo etiam differt & quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, eo quod tum quæ ex α γ, γ β, una cum eo quod bis sub α γ, γ β, tum quæ ex α δ, δ β, una cum eo quod bis sub α δ, δ β, sunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali differunt, utraque enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, differunt rationali, quæ media existunt: medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud signum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 Bimediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

CAMPANVS. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primū, diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq́; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam componi, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in puncto d, assumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearū a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarū linearum a d & d b, eritq; per quartam secundi g h æqualis duplo superficiei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoq; erit utraq; duarū superficierū e g & k f medialis, & utraq; duarum linearū g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primū superficies k g, irrationalis ex 11. per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniēs.

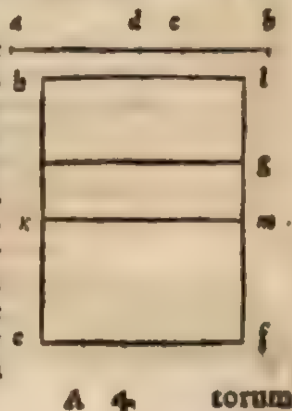
Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 43

43 Ex binis medijs prima, ad unū duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis prima medijs α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ β, mediæ sint potentia tantum cōmensurabiles rationale cōprehendentes. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nō discinditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut α δ & δ β sint potentia mediæ tantum cōmensurabiles rationale cōprehendentes. Quoniam igitur quo differt qđ bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, differūt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali autem differt quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, rationalia enim utraq;. Rationali igitur differant & quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, media existentia, quod est impoßibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur, quod erat demonstrandū.*

Eucli. ex Camp. Propositio 38

48 Bimediale secūdum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.



CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secūdum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum cōmunicantes superficieq́; medialem continētes, ex quibus 32 proponit eam componi. Dico q impossibile est eam diuidi sub earū diffinitiōe in alias duas. Sin autē, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineam rationalem e f. eritq; per præsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraque duarum linearū f g & g l erit rationalis in potentia tantū non communicans in longitudine lineç e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incōmensurabiles in longitudine, sequitur per primā sexti & per secundā partem 17 huius q utrunq; quadra

torum linearũ a c & c b ſit incõmenſurabile ſuperficiei unius in alteram. Cumq́ dicta quadrata cõmunicent ex hypotheſi, ſequitur ut ambo quadrata pariter accepta ſint incõmenſurabile ſuperficiei unius in alteram, ideoq́ & eius duplo. Quare ſuperficies e g incõmenſurabilis eſt ſuperficiei g h. & linea g f, lineæ g l per primam ſexti & ſecũdam partem 10 huius. Itaq; per 30 linea f l eſt binomium, diuiſa ſecundum ſuum terminũ in puncto g. Eodemq́ modo probabitur ipſam binomium eſſe, mediantibus ſuperficiebus e m & m h, diuiſam ſecundum ſuum terminum in puncto m, quod eſt impoſſibile per 36. Non enim poteſt dici, q̃ linea f l diuiſa ſit ad puncta g & m in partes conſimiles, ſic enim eſſet linea f m æqualis g l, ſed ipſa eſt maior linea m l, ut patet ex primo præmiſſorum antecedentiũ huius & prima ſexti, cum e m ſuperficies ſit maior h m ſuperficie. Huius autem demõſtrationis modus poteſt eſſe cõmunis 37 cæteriſq́ eam ſequẽtibus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propoſitio 44

44 Ex binis ſecunda medijs, ad unũ duntaxat ſignũ diuiditur in nomina.

THEON ex Zamberto. *Sit ex binis medijs ſecunda α β, diuiſa in γ, ut α γ, γ β, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes, manifeſtum iam eſt quod γ non eſt in diuidua ſectione, quandoquidem non ſunt longitudine cõmenſurabiles.* Dico quod ipſa α β, ad aliud ſignum nõ diuiditur. Si enim poſſibile, diuidatur in δ ut α γ ipſi δ β non ſit eadem, ſed per hypotheſin ſit maior α γ, manifeſtum quod ea quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ β, ſicut ſupra demõſtrauimus. Et quod ipſæ α δ, δ β, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, medium comprehendentes. Exponaturq; rationalis ε ζ, & ei quidem quod ex α β æquum, ad ipſam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε κ, eis autem quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε ν, reliquũ igitur θ κ æquum eſt ei quod bis ſub α γ, γ β. Rurſus iam eis quæ ex α δ, δ β, quæ minora ſunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε ζ, & reliquũ igitur μ κ, æquum eſt ei quod bis ſub α δ, δ β. Et quoniam media ſunt quæ ex α γ, γ β, medium igitur eſt & ε ν. Et ad rationalem ε ζ comparatur: rationalis igitur eſt ε θ, & incõmenſurabilis ipſi ε ζ longitudine. Ac per hoc etiam θ ν rationalis eſt & ipſi ε ζ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles, incommenſurabilis eſt igitur α γ ipſi γ β longitudine, ſicut autem α γ ad γ β, ſic quod ex α γ ad id quod ſub α γ, γ β. Incommẽſurabile igitur eſt quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Sed ei quidem quod ex α γ cõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β, potentia enim ſunt cõmenſurabiles ipſæ α γ, γ β, ei autem quod ſub α γ, γ β, commenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β, & quæ ex α γ, γ β, igitur, incõmenſurabilia ſunt ei quod bis α γ, γ β. Sed eis quidem quæ ex α γ, γ β, æquum eſt ε ν, ei autem quod bis ſub α γ, γ β, æquum eſt θ κ. Incõmenſurabile igitur eſt ε κ ipſi θ κ, quare & ipſa ε θ ipſi θ ν, eſt longitudine incõmenſurabilis. Et ipſæ ε θ & θ ν ſunt rationales, igitur rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Si uero binæ rationales potentia tantum cõmenſurabiles compoſitæ fuerint, tota irrationalis eſt, uocaturq; ex binis nominibus (per 36 decimi) ipſa igitur ε ν ex binis nominibus, eſt diuiſa in θ. Per eadem iam oſtendentur & ipſæ ε μ, μ ν, rationales potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur ipſa ε ν ex binis nominibus per aliud ſignũ & aliud diuiſa eſt in θ & in μ, nec eſt ε θ ipſi μ ν eadem, quãdoquidem quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex δ β, α δ, ſed quæ ex α δ, δ β, maiora ſunt eo quod bis ſub α δ, δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ β, hoc eſt ε ν, maius eſt eo quod bis ſub α δ, δ β, hoc eſt μ κ. Quare & ε θ, ipſa μ ν maior eſt. Igitur ε θ, ipſi μ ν non eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdũ. Ex binis ſecũda medijs igitur, in alio & alio ſigno non diuiditur, in uno igitur tantũ ſigno diuiditur. Quod erat oſtendendũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 39



39 Linea maior, niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat ſub earum termino diuidi non poteſt.



CAMPANVS. Sit quoq; hæc linea maior a b diuiſa ad punctũ c, in duas lineas potentialiter incõmenſurabiles ſuperficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ex talibus enim cõponitur, ut affirmat 34. Dico q̃ impoſſibile eſt ad alium punctum in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Quod ſi poteſt, ſit hic ad d, maneantq́ ſub his eadem figura eædemq́ hypotheſes quæ prius, & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem, quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propoſitio 45

Maior, ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

THEON ex Zãb. *Sit maior α β, diuiſa in γ, ut (per 34 decimi) α γ, γ β, potẽtia nõ ſint cõmenſurabiles, efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, quadratis rationale, quodq; ſub ipſis α γ, γ β, mediũ.* Dico quod ipſa α β, ad aliud ſignum

signum non diuiditur. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ β, potentia sint incommensurabiles, efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex α δ, δ β, rationale, quodq; sub ipsis medium (per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ β, eis quæ ex α δ, δ β, hoc differt & quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, sed quæ ex α γ, γ β, ea quæ ex α δ, δ β, excedunt rationali (rationalia enim utraque) & quod bis sub α δ, δ β igitur id quod bis sub α γ, γ β, excedit rationali, media existentia. quod est impossibile. Maior igitur, ad aliud & aliud signum non diuiditur, per idem igitur unũ tantum signum, quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 40

40 Inea potens in rationale & mediale, nisi in suas duas lineas tantum sub termino non diuiditur.

CAMPANVS Hæc quoque 40. manentibus prioribus figura & positionibus (excepto quod ipsa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 39 dicit eam componi) probabitur, quemadmodũ 37. Si autem aliter fuerit quàm proponat, erit superficies k g rationalis & irrationalis, quod esse non potest.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 46

46 Rationale mediumq; potens, ad unum duntaxat signum discinditur in nomina.

THEON ex Zamb. Esto rationale mediũq; potẽs α β, diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ β, potẽtia sint incõmẽsurabiles effi ciẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ quod aũt sub α γ, γ β, ratiõale, dico quod ad aliud signũ ipsa α β nõ diuiditur. Si enim possibile est, diuidatur & in δ, & ut α δ, δ β, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex α δ, δ γ, mediũ, quod uero sub ipsis α δ, δ β, ratiõale (per 40 decimi.) Quoniã enim quo differt quod bis sub α γ, γ β, ab eo quod bis sub α δ, δ β, eo differũt & quæ ex α δ, δ β, eis quæ ex α γ, γ β, quod aũt sub α γ, γ β, id quod bis sub α δ, δ β, rationali excedit, & quæ ex α δ, δ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β, rationali excedunt, cũ media existant, quod est impossibile est. Rationale mediumq; potens igitur ad aliud potens ad aliudq; signum non diuiditur, ad unũ igitur signum diuiditur, quod oportuit demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 41

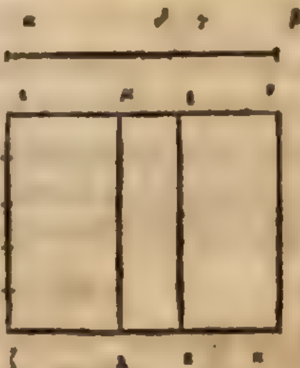
41 LInea potẽs in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est, sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

CAMPANVS Hæc enim 41 diuisa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 asserit eã componi, cæterisq; ut supra tam figura quàm positionibus manentibus, probatur sicut 35. nam dato opposito propositi, sequitur oppositum 36, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 47

47 Bina potens media, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Sit bina potens media α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ β, potentia sint incommensurabiles efficientes (per 35 decimi compositum ex eis quæ ex α γ, γ β, medium, quod uero sub α γ, γ β, mediũ. & insuper incommensurabile cõposito ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis. Dico quod ipsa α β in alio signo non diuiditur, efficiẽs ea quæ proposita sunt. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut uidelicet ipsa α γ ipsi δ β, non sit eadem, sed maior per hypothesim sit α γ, ponaturq; rationalis ε ζ, comparetur que (per 43 primi ad ipsam ε ζ. eis quæ ex α γ, γ β, æquum ε η, ei autẽ quod bis sub α γ, γ β, æquum θ κ. Totum igitur ε κ, æquum est ei quod ex α β quadrato. Rursus comparetur ad ipsam ε ζ, eis quæ ex α δ, δ β, æquum ε λ, reliquum igitur quod bis sub α δ, δ β, reliquo μ κ est æquale. At quoniam medium supponitur compositum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium igitur est & ε η, & ad rationalẽ ε ζ comparatur. Rationalis igitur est (per 26 decimi.) ε θ, & ipsi ε ζ longitudine incõmensurabilis. Id propterea etiam θ ν, rationalis est, & ipsi θ η longitudine incommensurabilis. Et quoniã cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommensurabile ex eo quod bis sub α γ, γ β, igitur ε η, ipsi θ κ est incommensurabile. Quare & ε θ ipsi θ ν, est incõmensurabilis, suntq; rationales. Ipsæ igitur ε θ, θ ν, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles, ipsa igitur ε ν ex binis nominibus est, diuisa in θ. Similiter iã demõstrabimus quod & in μ diuisa, & quod ε θ ipsi μ ν est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur quod est absurdum. Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur: in uno igitur tantum signo diuiditur, quod erat ostendendum.



Eucli.ex Camp. Binomiorum diffinitiones.

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ communicātis eidem longiori in longitudine, fueritque eadem longior lineæ positæ rationali communicās, ipsum uocabitur binomium primum. 2 Si uero breuior positæ rationali communicet, dicetur binomium secundum. 3 Quod si neutra portionum eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali communicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uero breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum,

Eucli.ex Zamb. Binum nominum Diffinitiones.

1 Propositæ rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomē maius minore maius possit eo quod ex sibi longitudine commensurabili, si maius nomen longitudine commensurabile expositæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uero nomen minus longitudine commensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda. 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commēsurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.

4 Rursus iam si maius nomen, minore maius possit eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta. 5 Si uero minus, quinta. 6 Si uero neutrum, sexta.

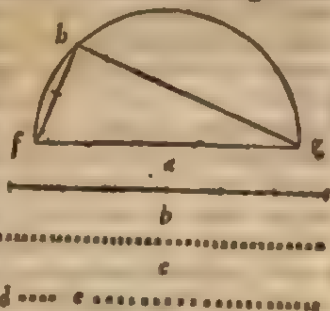
Sex igitur existētibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili, secundas ordine uero reliqua tres, quarum maior minore maius possit eo quod ex sibi incommensurabili, eo quia præstantius est commensurabile incommensurabili. Et insuper primam, in qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem in qua minus, quoniā rursus præstantius est maius minore dum continet minus. Tertiam uero, cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uero quintam, ac tertiam sextam.

Eucli.ex Camp. Propositio 42

42 Inomium primum inuenire,

CAMPANVS Sit a linea rationalis posita sumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorū e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturque proportio quadrati lineæ a ad quadratū lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritque ex secunda parte 7 linea f g cōmunicans lineæ

a rationali positæ in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, sitq́ proportio quadrati lineæ f g ad quadratū lineæ f h, sicut c ad d, & ducatur linea g h, dico ergo duas lineas f g & g h directe coniunctas, cōponere binomium primum. Est enim linea f g quæ est longior, potētiorq́ linea g h quæ est breuior, in quadrato lineæ f h per 30 tertij & penultimā primi, cōmunicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 1 partem 7, cum proportio quadratorū ipsarū f g & f h sit sicut numerorū quadratorū qui sunt c & d. Linea uero g h, conuincitur esse rationalis in potētia tantū non cōmunicans lineæ f g in longitudine, ideoq́ neq́ lineæ a rationali positæ: cum sit enim quadratū lineæ f g ad quadratū lineæ f h, sicut numerus c ad numerū d, erit per euersam proportionalitatem quadratū lineæ f g ad quadratū lineæ g h, sicut numerus c ad numerū e. Cum itaq́ c sit numerus quadratus, sequitur per ultimā partē 7, ut linea g h sit incōmensurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipsam g h esse rationalē in potentia tantū, & a diuisione lineas f g & g h cōponere binomium primū, quod erat inueniendū.



Euch. ex Zamb. *Problema 13* *Propositio 48*

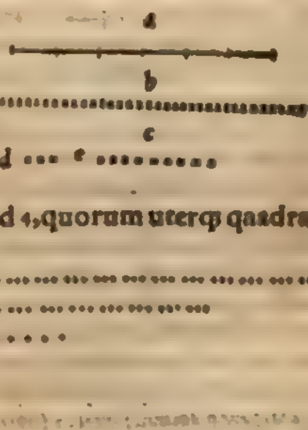
28 Inuenire ex binis nominibus primam.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut compositus ex ipsis α β ad β γ rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum aūt γ α rationē non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū: exponaturq́ quædam rationalis δ, ac ipsi δ cōmensurabilis esto (per correlariū 6 decimi) longitudine ipsa ε ζ, rationalis igitur est ε ζ, fiatq́ (per 9 decimi) sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. At α β ad α γ rationē habet quam numerus ad numerū. Igitur & quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam numerus ad numerū. Quare quod ex ε ζ, ei quod ex ζ η est cōmensurabile. Est autem rationalis ε ζ, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam α β ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq́ quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū: incōmensurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η lōgitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ε η. Dico quod & prima. Quoniam enim est sicut β α numerus ad α γ, ita quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est ipse β α ipso α γ, maius igitur est & quod ex ε ζ eo quod ex ζ η, esto igitur ei quod ex ε ζ æqualia quæ ex ζ η, θ. Et quoniam est sicut β α ad α γ sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut α β ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex ε ζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Commensurabilis igitur est ε ζ ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ quàm ζ η, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsæq́ ε ζ, ζ η, rationales sunt. Commensurabilisq́ est ε ζ ipsi δ longitudine, ipsa igitur ε η ex binis nominibus prima est, quod erat ostendendum.*

Euch. ex Camp. **Propositio 43**

43 Binomium secundum reperire.

CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea posita, b uero numerus quadratus, c uero sit numerus non quadratus diuisibilis in d non quadratū & e quadratū, ita tamen quod proportio totius c qui est nō quadratus ad d qui est etiam non quadratus, sit sicut numerorū quadratorū: talis autem numerus est 20 & 44, diuisibilis enim est 20 in 9 quadratum numerū, & 5 non quadratū, estq́ proportio 20 ad 5, sicut 16 ad 4, quorum uterq́ quadratus, eodem modo 45 diuisibilis est in 36 & 9.



Tales autem numeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoque sit unitate minor, cuius quadratū sit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq́ ex prima incidentiū noni, b, differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq́ e quadratus ex prima parte correlarij 1 noni, eo quod uterque numerorum a & c est quadratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d, eritq́ f

qualem

qualē quærimus. Est enim ex ultima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus, eo quod d numerus sit nō quadratus. Si enim d nūerus esset quadratus, esset quoque b quadratus ex 1 parte eiusdē correlarij 1 noni & ex 1 octaui, & quia a est quadratus, esset per 16 eiusdem, tertius continue proportionalis inter a & b, quod est impossibile, cum sint sola unitate distantes, non est igitur e quadratus, quare nec f, est enim f æqualis d & e, quoniam cum b sit differentia d ad c, ut patet ex præmissis. erit per primā incidentiū noni quod fit ex a in d, æquū ijs quæ fiunt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d, & in c fit e, sequitur ut d sit differentia f ad e, & quia per 11 septimi est f ad e sicut d ad c, erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cumq; uterque duorū numerorum e & c sit quadratus, manifestum est numerum f esse qualem uolumus, est enim non quadratus diuisibilis in d non quadratum & e quadratū, cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c. Cætera omnia sint ut prius: Dico quod lineæ f g & g h componunt binomium secūdum. Cum enim sit a quadratum f g sicut b ad c, rursusque quadratum f g ad quadratum g h sicut c ad e, erit per æquā proportionalitatem quadratū a ad quadratū g h, sicut b ad e. Cum igitur uterque duorum numerorū b & e sit quadratus, erit per 1 partem 7, linea g h cōmunicans in longitudine lineæ a rationali positæ, de linea uero f g cōstat quod ipsa sit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali positæ in longitudine per ultimā partē 7. quæ cū sit potentior linea g h in linea f h per 10 tertij & penultimam primi. cōmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per secundā partē 7. eo quod eorum quadrata sunt in proportione numerorum c & d quorum est proportio sicut numerorum quadratorum per hypothesin, constat propositum. Aliter quoque idem. Esto linea g h. cōmunicans a rationali positæ in longitudine, quā facile est inuenire, sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratum d, & non quadratum e, sitque proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, sicut numerus c ad numerum e eritq; f incommensurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7. & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudine primo per conuersam deinde per euersam proportionalitatem, & per secundam partem 7, ex diffinitione igitur, lineæ f g & g h, componunt binomium secundum.

Eucli ex Zamb. *Problema 44* *Propositio 49*

49 Comperire ex binis nominibus secundam.

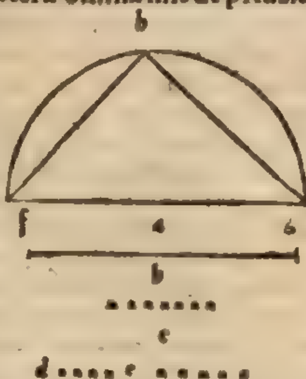
THEON *ex Zamb.* *Explicentur bini numeri αγ, γβ, ut ex ipsis compositus αβ, ad βγ, rationem habeat quā quadratus numerus ad quadratū num. rū, ad ipsum autē γα rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; rationalis δ, ipsiq; δ commensurabilis esto longitudine ζη, ipsa igitur ζη rationalis est. Fiat etiam (per correlarium 6 decimi,) & sicut γα numerus ad αβ, sic quod ex ηζ, ad id quod ex ζθ, cōmensurabile igitur est id quod ex ηζ, ei quod ex ζθ, rationalis igitur est & ζθ. Et quoniā γα, nūerus ad αβ, rationē nō habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex ηζ, ad id quod ex ζθ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Incommensurabilis igitur est ηζ, ipsi ζθ longitudine, ipsæ igitur θζ ζη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa θη. Ostendendum uero quod & secunda. Quoniam rursus est sicut βα, numerus ad αγ sic quod ex θζ ad id quod ex ζη, maior autem est βα, ipso αγ, maius igitur & quod ex θζ, eo quod ζη, esto autem ei quod ex θζ, æqualia quæ ex ηζ, θ. Conuertēdo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut αβ, ad βγ, sic quod ex θζ, ad id quod ex θ. At αβ ad βγ, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex θζ, igitur ad id quod ex θ, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est θζ, ipsi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare θζ, ipsa ζη, maius potest, eo quod fit ex sibi commensurabili, & ipsæ θζ, ζη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ζη, nomen minus commensurabile est longitudine ipsi δ rationali expositæ, ipsa igitur θη, ex binis nominibus est secunda, quod erat faciendum.*

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 44

44 Inomium tertium inuestigare.

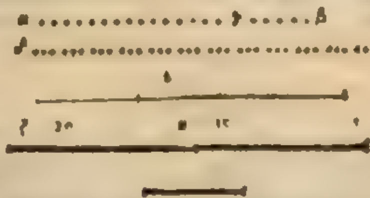
CAMPANVS Binomium quoque tertium sic reperitur. Posita ut prius linea a rationali in longitudine, sit b numerus primus c uero quadratus diuisibilis in quadratum d. & non quadratũ e, cætera omnia sint ut prius. dico quod duæ lineæ f g & g h cõponunt binomium tertiũ: neutra enim earum est commensurabilis in longitudine lineæ a rationali positæ. sed utraque incommensurabilis, f g quidẽ, per ultimã partẽ 7, h g uero, per æquã proportionalitatem & ultimam partem 7. Est enim per æquam proportionalitatem quadratũ lineæ a ad quadratum lineæ g h sicut numerus b ad numerũ e, mediantibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uero numero c, numeri autem b & e non sunt in proportione aliquorum quadratorũ, cũ b sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorum quadratorũ necesse esset per 16 octaui & octauã eiusdẽ tertiũ eis in cõtinua proportionalitate interesse, esset igitur per 17 eiusdẽ numerus b superficialis, quod est impossibile, cum sit primus per hypothesin, incommensurabilis est itaque linea g h, lineæ a rationali positæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potẽtior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi, quæ cõmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 50

50 Inuenire ex binis nominibus tertiam.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri αγ, γβ, ut ex ipsis compositus αβ, ad βγ, rationẽ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum autẽ αγ rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Expliceturque aliquis etiam alius numerus nõ quadratus δ & ad utrũque ipsorũ βα, αγ, rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturque aliqua ratiõalis recta linea quæ sit ε. Fiatque sicut δ ad αβ, sic quod ex ε ad id quod ex ζη. Commensurabile igitur est quod ex ε, ei quod ex ζη. Est autem ε, rationalis, rationalis igitur est & ζη, (per diffinitionẽ.) Et quoniam δ ad αβ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ε ad id quod ex ζη, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ε, ipsi ζη, longitudine (per 9 decimi. Fiat iã rursus sicut αβ numerus ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ. Commensurabile igitur est quod ex ζη, ei quod ex ηθ. Rationalis autem est ζη, rationalis igitur & ηθ. Et quoniam βα, ad αγ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ζη ad id quod ex θη rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur est ζη, ipsi ηθ lõgitudine. Ipsæ igitur ζη & ηθ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Igitur ipsa ζθ ex binis nominibus est. Aio etiã quod & tertia. Quoniã enim est sicut δ ad αβ, sic est id quod ex ε ad id quod ex ζη, sicut autẽ βα, ad αγ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut δ ad αγ, sic quod ex ε ad id quod ex ηθ. At δ ad αγ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ε igitur ad id quod ex ηθ, rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis est igitur ε ipsi ηθ longitudine. Et quoniã est sicut βα, ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, maius igitur est quod ex ζη eo quod ex ηθ. Esto igitur ei quod ex ζη, æqualia quæ ex ηθ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) est sicut αβ ad βγ, sic quod ex ζη ad id quod ex κ. At αβ, ad βγ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζη igitur, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Commẽsurabilis igitur est ζη, ipsi κ lõgitudine. Ipsa igitur ζη, ipsa ηθ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili. Ipsæque ζη, ηθ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ac neutra ipsarum commensurabilis est ipsi ε longitudine ipsa igitur ζθ, ex binis nominibus tertia est, quod inuenire oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 45

45 Inomium quartum scrutari.

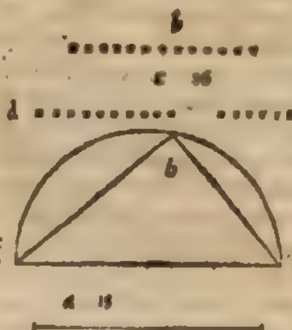
CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi, excepto quod quadratus nume-

Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium, est sicut α β numerus ad β γ, sic quod ex ι ζ ad id quod ex θ. At α ζ, ad β γ, rationem non babet quā quadratus numerus ad quadratū numerum, neque igitur quod ex ι ζ, ad id quod ex θ rationem babet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ι ζ, ipsi θ longitudine. Quare ι ζ ipsa ζ η maius potest eo quod sibi ex incōmensurabili. Suntq; rationales potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est expositæ rationali δ longitudine. Ipsa igitur ι η, per 48 decimi,) quinta est ex binis nominibus, quod erat inueniendum.

47 Eucli. ex Camp. Propositio 47



IN binomio sexto demum oportet insistere.

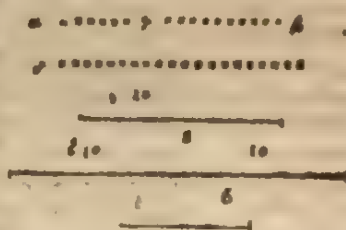


CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutādum est. & tamen erit hic numerus c diuisus in duos nō quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quam componunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ binomiū sextum, quod est propositum inuenire.

53 Eucl. ex Zamb. Problema 18 Propositio 53

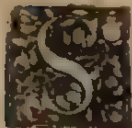
Inuenire ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ ζ, ut α β, ad utrunq; ipsorum rationem nō babeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Sitq; etiā alius numerus δ non existens quadratus, qui ad utrunque ipsorū β α, α γ, rationem nō babet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ sit ι, fiatq; (per diffinitionē) sicut δ ad α ζ, sic quod ex ι ad id quod ex ζ η. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi,) ι ipsi ζ η, potentia, estq; rationalis ι, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam δ ad α ζ, rationem non babet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ι, igitur ad id quod ex ζ η, rationē babet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmensurabilis igitur est ι, ipsi ζ η longitudine. Fiat rursus sicut ζ α ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, Cōmēsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Ratiōale aūt est quod ex ζ η, rationale igitur est & quod ex η θ, ratiōalis igitur η θ. Et quoniā β α ad α γ rationē nō babet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur est quod ex ζ η ad id quod ex η θ, rationē babet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis igitur ex ζ η ipsi η θ lōgitudine. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tātum, ex binis igitur nominibus est ζ θ, (per 36 decimi.) Ostendendum uero quod & sexta. Quoniā enim est sicut δ ad α ζ, sic quod ex ι, ad id quod est ζ η, est autem & sicut ζ α ad α γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur per 22 quinti,) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ι ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationem non babet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ι, ad id quod ex η θ, rationem babet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis igitur est ι ipsi θ η, longitudine, patuit autem quod & ipsi ζ η. Incōmēsurabilis est igitur utraque ipsarum ζ η, & η θ, ipsi ι longitudine. Et quoniam est sicut β α, ad α γ, sic est quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur est quod ex ζ η eo quod ex η θ. Esto igitur ei quod ex ζ η æqualia, quæ ex η θ, λ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiusdem) sicut α ζ ad ζ γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex λ. At α ζ, ad ζ γ, rationē non babet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neque quod ex ζ η, ad id quod ex λ, rationē babet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η ipsi λ lōgitudine, ipsa igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq; ipsæ ζ η, η θ, rationales, potētia tantū cōmēsurabiles. Ac ipsarū ζ η, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ι expositæ rationali, ipsa igitur ζ θ, ex binis nominibus est sexta, quod erat inueniendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 48

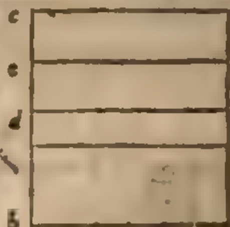
48

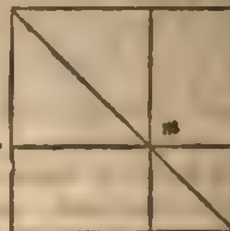


SI fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta, latus quod super eam potest binomium esse necesse est.

CAMPANVS Sit superficies a c, cōtenta linea ratiōali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico quod latus tetragonicum superficiei a c est binomiū. Sit enim punctus d communis terminus duarū portionū binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commensurabilis lineæ a b rationali positæ. Diuidatur item minor portio quæ est d c per æqualia ad punctū e, lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctū f, quod inter partes eius quæ sunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportiōalis, quod qualiter fiat in 11 dictū est.

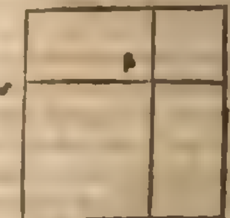
ducantur autē lineæ e g, d h, f k, æquidistātes lineæ a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potētior linea d c in quadrato lineæ sibi cōmunicātis in lōgitudine, sequitur ex secūda parte 11 quod duæ lineæ b f & f d sint cōmunicantes. per 9 igitur est utraque earū cōmunicās toti lineæ b d. quare per diffinitionē ambæ sunt ratiōales in longitudine. Ideoq; per 11 utraque earū cōmunicās toti lineæ b d, quare per 1 utraq; duarū superficierū a f & f h, est ratiōalis. Describatur itaq; quadratū l m cuius latus l r, æquale superficiei a f. cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quantitatē, q̄d ipsius gnomonis quadratū quod sit m n, sit æquale superficiei f h duoq; eius supplemēta sint p m & m q. quæ necesse est esse æqualia duabus superficiebus d g & g c. Quod sic collige. Cū enim sit linea d e medio loco ꝓportiōalis inter lineas b f & f d erit superficies d g, ex 1 sexti medio loco ꝓportionalis inter superficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplementū p m est etiā medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima sexti. sequitur ut p m sit æqualis d g, ideoq; m q, g c, igitur linea l p, est latus tetragonicū superficiei a c. Hanc lineā dico esse binomiū. Cū sint enim ambo quadrata l m. & m n, rationalia, erūt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Est autem per primam sexti a f ad d g, sicut b f ad d e: sed b f est incōmēsurabilis d e, scilicet, quia b f est rationalis simpliciter, ut probatū est, d e uero quia cōmunicat in lōgitudine d c rationali in potentia tantū. erit etiā ipsa rationalis in potētia tantū per 13, q̄d ex præmissis hypothesibus manifestū est. Itaq; per 1 partē 10, superficiesa f. est incōmēsurabilis superficiei d g, igitur & quadratū l m, supplemēto p m, quare per primā sexti & secūdā partē 10 linea l r. est incommēsurabilis lineæ r p. Ex 36 igitur constat lineā l p esse binomiū, quod erat monstrandū.





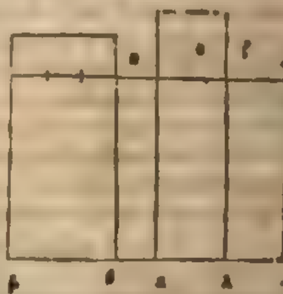
THEON Lemma.

Sint bina quadrata α β, β γ, ponaturq; (per 14 primi. ut δ β, ipsi β ε, sit in rectas lineas. in rectas lineas igitur est & ζ β, ipsi β η. Cōpleaturq; parallelogrammum α γ. Dico quod α γ, quadratum est, & quod δ η, ipsorum α β, β γ, medium est proportionale, & insuper δ γ, ipsorum α γ, γ β, medium proportionale est. Quoniam enim δ β, ipsi β ζ est æqualis, & β ε ipsi β η, tota igitur δ ε, toti ζ η est æqualis. Sed δ ε, utriq; ipsarum α θ, κ γ est æqualis. Igitur (per 33 primi) parallelogrammum α γ, æquilaterum est, est quoque & rectangulum, quadratum igitur est α γ, (per 46 primi) Et quoniam est sicut ζ β ad β η, sic δ η, ad β ε, sed sicut quidē ζ β, ad β η, sic (per primam sexti, α β, ad δ η, sicut uero δ β, ad β ε, sic δ η, ad β γ, & sicut igitur α β ad δ η, sic δ η ad β γ. Igitur δ η, ipsorū α β, β γ, mediū proportionale est. Dico iam & quod δ γ, ipsorū α γ, γ β, medium proportionale est. Quon ā enim est sicut α δ ad δ η, sic est α κ ad κ γ, (æqualis est enim altera alteri) & cōponēdo (per 16 quinti) sicut α κ ad κ δ. sic α γ, ad γ η. sed sicut α η, ad η δ, sic α γ, ad γ δ. sicut autē α γ ad γ η, sic (per primā sexti δ γ, ad γ β, igitur δ γ, ipsorum α γ, γ β, medium & proportionale est.

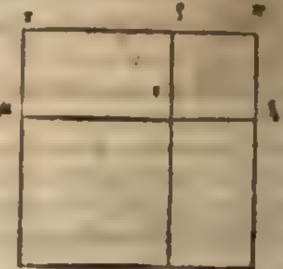


Eucl. ex Zamb. *Problema 16 Propositio 54*

54 Si areola comprehendatur sub rationali ac ex binis nominibus prima, quæ areolam potest irrationalis est, ex binis nominibus uocata.



THEON ex Zamb. *Areola etenim α β γ δ, cōprehēdatur sub rationali α β, & ex prima ex duobus nominibus α δ. Dico quod ipsam α γ areolā potens irratiōalis est, ex binis uocata nominibus. Quoniā enim ex binis nominibus est prima ipsa α δ, diuidatur (per 42 decimi in nomina in ε, sitque maius nomē α ε. Manifestū iam. quod ipsæ α ε, ε δ, ratiōales sunt potentia tantū cōmensurabiles, & α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili & α γ, per 45 decimi) cōmensurabilis est expositæ rationali α β lōgitudine. Secetur iā (per 10 primi ε δ, bifariā in signo ζ. Et quoniā α ε, ipsa ε δ, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, si quartæ igitur parti eius quod*



ex

ex minore hoc est ei quod ex ε ζ, æquū ad maiorē α ε cōparatū fuerit deficiens forma quadrata, in cōmēsurabilia distribuit (per 17 decimi. Cōparetur (per 28 sexti) igitur ad ipsam α ε, ei quod ex ε ζ, æquū quod sub α η, η ε, cōmensurabilis igitur est α η, ipsi η ε lōgitudine. Excitēturq́ (per 31 primi) per ipsa η, ε, ζ, utriq́ ipsarū α β, δ γ, paralleli η θ, ε ι, ζ κ, λ. Et ipsi quidē α θ parallelogrāmo, æquū (per 14 secūdi quadratū cōstituatur σ ν, ipsi autē η κ, τ π. Ponaturq́ (per 14 primi) sicut in rectas lineas μ ν, ipsi ν ξ, in rectas igitur lineas est & ρ ν, ipsi ν ο. Cōpleaturq́ ipsum σ π, parallelogrammū, quadratū igitur est σ π. Et quoniam quod sub α η, η ε, æquum est ei quod ε ζ, est igitur (per cōstructionem) sicut α η, ad ε ζ, sic ζ ε, ad ε η. & sicut igitur (per 1 sexti,) α θ, ad ε λ, sic ε λ, ad η κ. Ipsorum igitur α θ, η κ, mediū ε λ proportionale est. Sed α θ, quidē, æquū est ipsi σ ν, & η κ, æquū est ipsi τ π. Ipsorū igitur σ ν, τ π, mediū ε λ, proportionāle est. Est aūt ipsorū σ ν, τ π, mediū μ ρ proportionāle, (per præostēsum lēma, æquū est igitur μ ρ, ipsi ε λ. Sed μ ρ, quidē, ipsi ο ξ, æquū est, & ε λ, ipsi ζ γ, totū igitur ε γ, ipsis μ γ, ο ξ, est æquale. Sūt aūt & ipsa α θ, η κ, ipsis σ ν, τ π, æqualia, (per 44 primi,) totū igitur α γ, æquū est toti σ π, hoc est ei quod ex μ ξ, quadrato, igitur ipsa μ ξ, ipsum potest α γ. Dico iā quod & ipsa μ ξ, ex binis nominibus est. Quoniā enim cōmēsurabilis est (per 17 decimi,) α η ipsi η ε, cōmēsurabilis igitur est (per 12 decimi, & diffinitionē, & α ε, utriq́ ipsarū α η, η ε. Supponitur aūt (per diffinitionē primæ) α ε ipsi α β, cōmēsurabilis, & ipsæ igitur α η, η ε, ipsi α β, sūt cōmēsurabiles. Ratiōalis uero est α β, ratiōalis igitur est & utraq́ ipsarū α η, η ε. Ratiōale igitur est & utrūq́ ipsorū α θ, η κ. Cōmēsurabile aūt est (per 1 sexti & 12 decimi) α θ ipsi η κ. Sed α θ, ipsi quidē σ ν est æquale, ipsum uero η κ, ipsi τ π, & ipsa igitur σ ν, τ π, hoc est quod ex μ ν, ν ξ, ratiōalia sunt & cōmēsurabilia. Et quoniā incōmēsurabilis est α ε, ipsi ε δ lōgitudine, sed ipsa qdē α ε ipsi α η, est cōmēsurabilis, ipsa aūt δ ε ipsi ε ζ cōmēsurabilis (per 13 decimi) incōmēsurabilis igitur est & α η, ipsi ε ζ. Quare & α θ, ipsi ε λ, incōmēsurabile est. Sed α θ, quidē ipsi σ ν, est æquale, ipsum uero ε λ, ipsi μ ρ, & σ ν, igitur ipsi μ ρ, incōmēsurabile est. Sed sicut σ ν ad μ ρ, sic & ο ν ad ν ρ, incōmēsurabilis igitur est ο ν ipsi ν ρ. Aequalis aūt est ο ν ipsi μ ν, & ν ρ ipsi ν ξ, incōmēsurabilis igitur est μ ν, ipsi ν ξ. Et quod ex μ ν, cōmēsurabile est ei quod ex ν ξ, & utrūq́ ratiōale. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, ratiōales sunt potētia tātū cōmensurabiles, ipsa igitur μ ξ, ex binis nominibus est ipsumq́ α γ, potest quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 49

49 SI fuerit superficies linea ratiōali binomioq́ secūdo contenta, latus eius tetragonicū erit bimediale primū.

CAMPA. Sit eadē figura eædēq́ hypotheses quæ in præmissa, eritq́ ex diffinitiōe binomij secūdi, linea d c, rōnalis in lōgitudine, quare per 19 utraq́ duarū superficierū d g et g c, (ideoque & duo suppleméta p m, m q) erit ratiōalis, linea uero b d erit ratiōalis in potētia tātū, & diuisa in duas lineas cōmunicātes f d & b f, ex diffinitione binomij secūdi & præmissis hypothesibus, & secūda parte 19 per 9 igitur erit utraq́ duarū superficierū a f & f h, (ideoq́ & utrunq́ quadratorū l m & m n) medialis, itaq́ ambæ lineæ l r & r p, sūt mediales in potētia quoq́ cōmunicātes, nam cū linea b f cōmunicet lineæ f d, sequitur ut a f cōmunicet f h. quare quadratū l m, quadrato m n, ideoq́ & linea l r, lineæ r p in potētia, in lōgitudine aūt nō cōmunicāt, qm̄ per 1 sexti una earū ad alterā est sicut l m ad m p. Cū igitur l m nō cōmunicet m p, eo quod altera medialis uidelicet l m, altera uero ratiōalis uidelicet m p, sequitur ut l r nō communicet in lōgitudine r p. Quia igitur ipsæ cōtinēt superficiē rationalē quæ est m p, constat lineam l p ex 31 huius, esse bimediale primum.

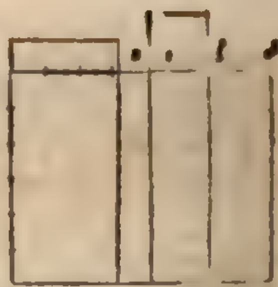
Eucli. ex Zamb. Theorema 37 Propositio 55

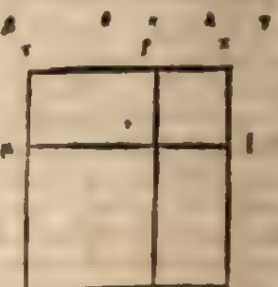
55 Si areola comprehensa fuerit sub rationali, & ex binis nominibus secunda, areolam potens irrationalis est, uocaturq́ ex binis medijs prima.

THEON ex Zāb. Cōprehēdatur areola α β γ δ, sub rationali α β, ac ex binis nominibus secūda α δ. Dico quod α γ areā potens, ex binis medijs est prima. Quoniā enim ex binis nominibus secūda est α δ, diuidatur in nomina in signo ε, ut maius nomē sit α ε, ipsæ igitur α ε, ε δ, (per 49 decimi) rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles, & α ε, ipsa ε δ maius potest eo quod ex sibi commensurabili, ac nomē minus ε δ commensurabile est ipsi α β longitudine. Secetur (per 10 primi,) ipsa ε δ bifariam in signo ζ, & ei quod ex ε ζ, æquum ad ipsam α ε comparetur (per 28 sexti, deficiēs forma quadrata quod sub α η, η ε, commēsurabilis igitur est (per 17 decimi) α η, ipsi η ε lōgitudine. Et per ipsa η, ε, ζ, signa excitētur (per 31 primi) paralleli ipsis α β, γ δ, sintq́ η θ, ε ι, ζ κ, λ. Ac ei quidē quod est α θ, parallelogrāmo cōstruatur (per 14 secūdi) æquū quadratū σ ν, ipsi autē η κ, æquū quadratū τ π. Ponaturq́ per 14 primi, sic in rectas lineas, μ ν, ipsi ν ξ, in rectas lineas igitur est & ρ ν, ipsi ν ο. Cōpleaturq́ σ π quadratū. Manifestū iā est, ex præostenso lēmate quod μ ρ mediū proportionale est ipsorū σ ν, τ π, & per præcedēs theorema æquū ipsi ε λ, & quod α γ areā potest μ ξ. Ostēdendū iam quod μ ξ, ex binis medijs est prima. Quoniā α ε, ipsi ε δ est incōmensurabilis lōgitudine, cōmēsurabilis autē est (per 49 decimi,) ε δ, ipsi α β, incōmensurabilis igitur per 13 decimi. est α ε, ipsi α β, longitudine

 tudine

tudine. Et quoniã cõmẽsurabilis est α η, ipsi ι υ, cõmẽsurabilis est & α ι utriq; ipsarũ α η, η ι. Et α ι, rationalis est, rationalis igitur & utraq; ipsarũ α η, η ι, per cõparationẽ. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ι, ipsi α β, cõmẽsurabilis autẽ est α ι, utriq; ipsarũ α η, η ι, & ipsæ α β, α ι, igitur incõmẽsurabiles sunt ipsi α ζ. ipsæ ζ α, α η, η ι, igitur (per 13 decimi,) rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quare (per 21 decimi,) utrũq; ipsorũ α θ, η κ, mediũ est, quare & utrũq; ipsorũ σ ν, ν π, mediũ est, & ipsæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ sunt (per 21 decimi.) Et quoniã cõmensurabilis est α η ipsi η ι lõgitudine, commẽsurabile est & α θ ipsi η κ, hoc est σ ν ipsi ν π, hoc est quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. quare & ipsæ μ ν, ν ξ. potentia sunt commensurabiles. Et quoniã incommẽsurabilis est α ι, ipsi ι δ, lõgitudine, sed ipsa quidem α ι cõmensurabilis est ipsi α η, & ι δ, ipsi ι ε, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) α η ipsi ι ε. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi & α θ, ipsi ι λ incõmensurabile est, hoc σ ν, ipsi μ ρ, hoc est ο ν, ipsi ν ρ, hoc est μ ν, ipsi ν ξ, incõmẽsurabilis lõgitudine est. Ostensum autẽ est quod ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ existẽtes, potẽtia sunt cõmensurabiles. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Dico iã quod & rationale cõprehẽdunt. Quoniã enim δ ι supponitur utriq; ipsarũ α β, ι ε cõmensurabilis, commensurabilis igitur (per 12 decimi) est & ε ι ipsi ι κ. Et utraq; ipsarũ rationalis, rationale igitur est ι λ, hoc est μ ρ. Sed μ ρ, est quod sub μ ν, & ν ξ. Si uero (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantũ cõmensurabiles, compositæ fuerint rationale cõprehẽdentes, tota irrationalis est, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipsa μ ξ, ex binis est prima medijs. Quod erat ostendendum.



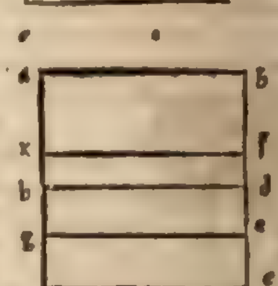


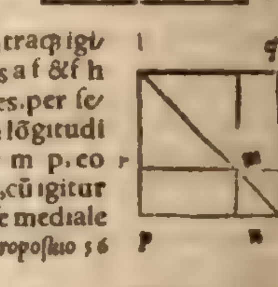
Eucli. ex Camp. Propositio 50

50 

SI binomio tertio ac linea rõnali supficies cõtineatʼ, linea in cã potẽserit bimediale scd'm

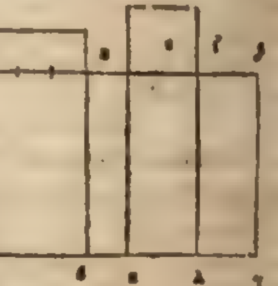
CAMPA. Dispositio & hypotheses maneãt ut supra. Eritq; ex his hypothesibus & diffinitiõe binomij tertij & 10, unaquæq; quatuor superficierũ in quas diuisa est superficies a c, medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n. & utrũq; supplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale, utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ superficies a f & f h sint cõmunicãtes, eo quod duæ lineæ b f & f d sint cõmunicãtes, per secundã partẽ 11 erunt duæ lineæ l r & r p cõicantes in potẽtia, in lõgitudine uero, non quia superficies l m nõ cõmunicat cũ superficie m p, eo quod neq; a f cõmunicat cũ d g. Nã linea b f non cõicat cũ d e, cũ igitur ipsæ contineant superficiẽ quæ est p m, cõstat ex 11 lineã l p esse mediale secũdũ. Quod est propositũ. Euc. i. ex Zãb. Theorema 11 Propositio 56

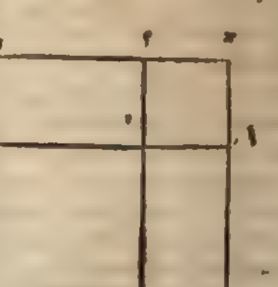




56 Si superficies sub ratiõali, & ex binis nominibus tertia cõprehẽsa fuerit, superficiem potẽs irrationalis est, appellaturq; ex binis secũda medijs.

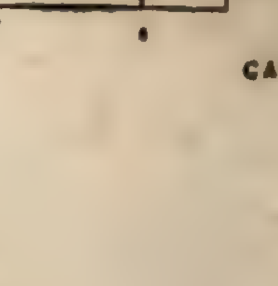
THEON ex Zamb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehẽdatur sub rõnali α ζ. ac ex binis noĩbus tertia α δ diuisa in noĩa in ι, quorum maius sit α ι. Dico quod areolã α γ, potẽs irrõnalis est, uocaturq; ex binis secũda medijs. Construãtur nãq; eadẽ quæ prius. Et quoniã α δ, ex binis est tertia noĩbus, ipsæ igitur α ι, ι δ, rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles, & ipsa α ι, ipsa ι δ, maius potẽ eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & ipsarũ α ι, ι δ, neutra ipsi α ζ est cõmẽsurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius sunt ostẽsa, demonstrabimus, quod ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantum cõmensurabiles. Quare μ ξ, ex binis est medijs. Ostendendũ etiã quod & secũda. Quoniã incõmensurabilis est (per 50 decimi,) δ ι, ipsi α β, lõgitudine, hoc est ipsi ι κ, atqui δ ι cõmẽsurabilis est ipsi ι ε, incõmẽsurabilis igitur est per 13 decimi ε ι, ipsi ι κ lõgitudine. Sũt q; rõnales, ipsæ ε ι, ι κ, igitur rõnales sunt potentia tãtũ cõmẽsurabiles. Mediũ igitur (per 21 decimi est ι λ, hoc est μ ρ, cõprehẽditurq; sub μ ν, ν ξ. mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ, Ipsa igitur μ ξ, ex binis est secũda medijs. Quod fuerat ostendẽdũ. Eucl. ex Cãp Propositio 51



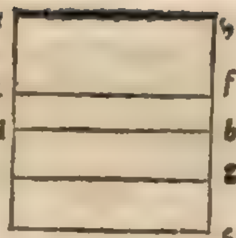


51 

SI linea rationali binomioq; quarto superficies cõtineatur, quæ in eam superficiem potest est linea maior.



CAM

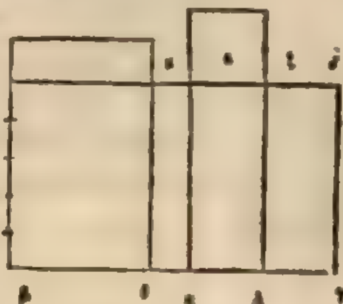


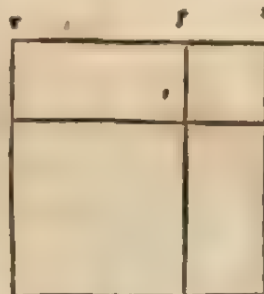
CAMP. Cũctis ut in præmissis manẽtibus erit ex hypothesi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarũ superficierũ d g & g c (quare & utraq; duarũ p m & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta rationale eo q; superficies a d est rõnalis per diffinitionẽ binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in pũcto f in duo incõicãtia per secũdã partẽ 14, erit superficies a f incõmẽsurabilis superficiei f h, ideoq; & quadratũ l m quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p, sunt incõmẽsurabiles in potẽtia quæ cũ cõtineant superficiẽ medialẽ p m & earũ quadrata ambo pariter accepta sint rõnale, cõsta t per 33 lineã l p esse lineã maiorem. Quod erat demõstrãdũ. *Eucl. ex Zãb.* *Theorema 39* *Propositio 57*



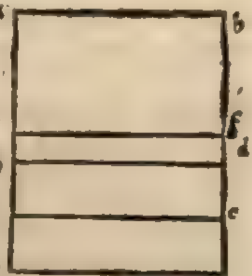
57 Si areola sub rationali ac ex binis quarta noibus cõprehẽsa fuerit ipsam areolã potẽs irrõnalis est, uocaturq; maior.

THEON ex Zãb. *Areola nãq; α γ, cõprehẽdatur sub rõnali α β, & ex binis quarta nominibus α δ diuisa in noĩa in ε, quorũ maius esto α ε. Dico quod areolã α γ potẽs irrationalis est appellata maior. Quoniã enim α δ ex binis est quarta noibus, ipsæ igitur α ε, ε δ, rõnales sũt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, & α ε ipsa ε δ maius potest eo quod ex sibi incõmẽsurabili, & α ε, ipsi α β, lõgitudine cõmensurabilis est. Secetur (per 10 primi) δ ε, bifariã in ζ, & ei quod ex ε ζ, æquũ, ad μ ε, cõparetur (per 44 primi) parallelogrãmũ quod sub α η, η ε. Incõmẽsurabilis igitur est (per 18 decimi, α η, ipsi η ε lõgitudĩe, excitẽtur (per 31 primi) paralleli ipsi α β, suntq; η θ, ε κ, ζ λ. Fiãtq; reliqua eadẽ sicut in præcedẽti, Manifestũ iã est quod μ ξ, est potẽs ipsam α γ. Ostẽdẽdũ uero quod μ ξ irrõnalis est, appellata maior. Quoniã incõmẽsurabilis est α η ipsi η ε lõgitudine, incõmẽsurabile (per 1 sexti & 11 decimi,) est & α θ ipsi η κ, hoc est ν ο ipsi ο π. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles. Et quoniã cõmẽsurabilis est α ε, ipsi α β lõgitudine, rõnale est α κ. Et æquũ est eis quæ ex μ ν, ν ξ. rationale igitur est, cõflatũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã (per 34 decimi) incõmẽsurabilis est δ ε ipsi α β lõgitudine, hoc est ipsi ε κ, sed (per 13 decimi δ ε cõmẽsurabilis est ipsi ε ζ, incõmẽsurabilis igitur est ε ζ, ipsi ε κ lõgitudine. Ipsæ igitur ε κ, ε ζ, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles. Mediũ (per 21 decimi) igitur est λ ε hoc est μ ρ. Cõprehenditurq; sub μ ν, ν ξ, mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ. Et cõpositũ ex ijs, quæ ex μ ν, ν ξ, ratiõale, & μ ν, ipsi ν ξ potẽtia incõmẽsurabilis est. Si autẽ (per 39 decimi duæ lineæ potẽtia incõmẽsurabiles cõpositæ fuerint efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis ratiõale, quod uero sub ipsis mediũ, tota irrationalis est, appellatur aũt maior. Ipsa igitur μ ξ irrõnalis est, uocata maior ipsamq; α γ areolã potest, quod erat ostendendũ.* *Eucli. ex Camp.* *Propositio 52*

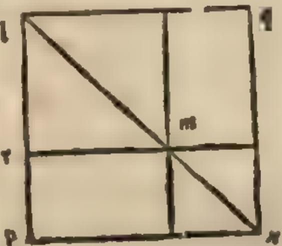




52 SI fuerit supficies linea rõnali atq; binomio quinto cõtẽta, quæcũq; in eã linea põt, potẽs in rõnale & mediale esse, ex necessitate cõuincitur.



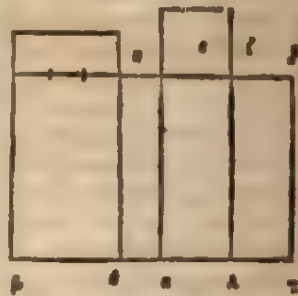
CAMP. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorũ dispositiõe & positiõibus mutãdum, eis enim manentibus erit ex ijs quæ posita sunt in diffinitiõe binomij quinti & 15, utraq; duarũ superficierũ d g & g e quare utraq; duarũ p m & m q, ratiõalis totaque a d quare & duo quadrata l m m n pariter accepta, medialis ex 19. Cũq; ex secũda parte 14 sit linea f b incommensurabilis lineæ f d, ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incõmensurabilis in potẽtia lineæ r p. At quia ipsæ cõtinent superficiẽ rõnalẽ p m, & earũ quadrata ambo pariter accepta sunt mediale, cõclude ex trigesimaquarta lineã l p esse potẽtẽ in rationale & mediale. Qđ promissum est. *Eucl. ex Zãb.* *Theorema 40* *Propositio 58*

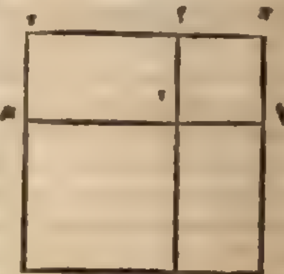


58 Si areola cõprehendatur sub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areo

4 lam

lam potens irrationalis est, appellata rationale mediumq́ potens.



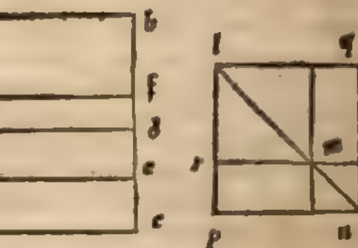


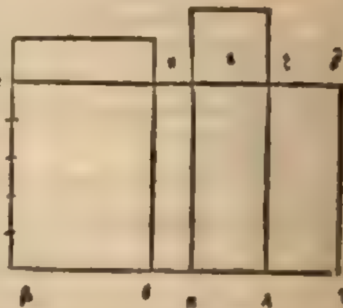
THEON ex Zãb. Areola etenim α γ, cõprehẽdatur sub ratiõali α β, ac ex binis quinta noĩbus α δ distĩcta in noĩa in ε, ut maius nomẽ sit α ε. Dico quod ipsam α γ, areolã potẽs irrõnalis est, appellata ratiõale mediũq; potẽs. Cõstruãtur enim ea quæ superius demõstrata sũt. Nõ dubiũ quod α γ areolã potẽs, est μ ξ. Ostẽdendũ tñ, quod μ ξ est rõnale mediũq; potẽs. Quoniã enim incõmẽsurabilis est α ζ, ipsi ζ ε, incõmẽsurabile igitur est (per 1 sexti, & 11 decimi & α θ, ipsi θ ε, hoc est quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles. Et quoniã α δ, ex binis est quinta noĩbus, ac eius minus segmẽtũ est ε δ, cõmẽsurabilis igitur est ε δ ipsi α β lõgitudine. Sed α ε, ipsi ε δ, est incõmẽsurabilis, & α ϛ, igitur (per 13 decimi) ipsi α ε, est incõmẽsurabilis lõgitudine. Ipsæ igitur α ϛ, α ε, ratiõales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles, mediũ igitur est (per 21 decimi) α κ, hoc est cõflatũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã cõmẽsurabilis est δ ε, ipsi α ϛ, lõgitudine hoc est ε κ, sed δ ε, ipsi ε ζ, cõmensurabilis est, & ε ζ igitur (per 12 decimi) ipsi ε κ cõmensurabilis est. Ratiõalis aũt ε κ. rõnale igitur (per 19 decimi, & ε λ, hoc est μ ρ, hoc est quod sub μ ν, ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, (per 40 decimi) potẽtia incõmẽsurabiles sunt, efficiẽtes conflatum ex ipsarum quadratis mediũ, & quod sub ipsis rationale, ipsa igitur μ ξ, est ratiõale mediũq; potẽs, ipsamq; potest aream α γ. Quod fuerat demonstrandũ.

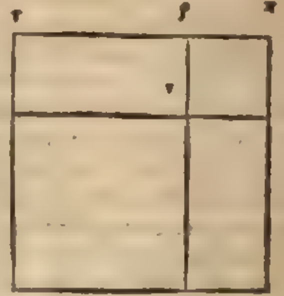
Eucli. ex Camp. Propositio 53

53 SI binomio sexto lineaq́ rationali superficies contineatur, linea quæ in eam potest, in duo medialia potẽs esse ꝓbaẽ.

CAMP. Hæc 53, adhuc te sustinet ociari a pingẽdis figuris, cõtẽta enim est præmissis dispositiõe & positiõibus. Quibus stãtibus, necesse est ex ipsis positis & dispositiõe id est diffinitiõe binomij postremi & 19. quãlibet ex superficiebus a d & d g & g c (ꝓpter q & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) esse medialẽ. Cũq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) sint incõmẽsurabiles erũt duæ lineæ b c & r p incõmẽsurabiles in potẽtia. At quia ipsæ cõtinẽt superficiẽ medialẽ p m earũq; ambaꝝ quadrata pariter accepta sunt mediale, qđ est duplo superficiei unius in alterã incõmensurabile, quod ex eo probatur q superficies b h est incõmẽsurabilis superficiei h c. propter hoc quod linea d b est incõmensurabilis lineæ d c, sequitur ex 55 lineã l p esse, quæ potest in duo medialia.







Eucli. ex Zamb. Theorema 41 Propositio 59

Si areola cõprehẽdatur sub ratiõali, & ex binis sexta nominibus areolã potẽs irrationalis est, appellata bina potẽs media. 59

THEON ex Zãb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehẽdatur sub ratiõali α β, & ex binis noĩbus α δ, diuisa in noĩa in ε, ut maius nomẽ sit α ε. Dico quod ipsam α γ, potẽs, irrõnalis est, appellata bina potẽs media. Cõstruãtur enim quæ & postẽ sis. Nõ dubiũ quod μ ξ est potẽs ipsam α γ. & quod incõmẽsurabilis est μ ν, ipsi ν ξ, potentia. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ε, ipsi α ϛ longitudine, ipsæ igitur α ε, α β, rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, mediũ igitur est (per 21 decimi.) α κ, hoc est cõpositũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rursus quoniã incõmẽsurabilis est ε δ, ipsi α ϛ lõgitudine, incõmẽsurabilis igitur est & ε ζ ipsi ε κ. Et ζ ε, ε κ, igitur rationales sunt potẽtia tãtum cõmensurabiles, mediũ igitur est (per candẽ,) ε λ, hoc est μ ρ, hoc est quod sub μ ν, ν ξ. Et quoniam incõmensurabilis est α ε ipsi ε ζ, & α κ ipsi ε λ incõmensurabile est. Sed α κ quidẽ est cõflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & ε λ est quod sub

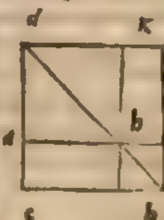
μ ν, ν ξ.

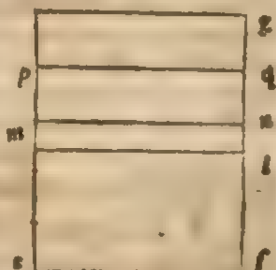
μ ν, ν ξ, incōmmensurabile igitur est (per 1 sexti & 11 decimi,) cōpositū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, ei quod sub μ ν, ν ξ, & ipsorū utrūq; mediū est. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potentia sunt incōmensurabiles. Ipsa igitur μ ξ bina potens est media (per 41 decimi,) & ipsam potest α γ, quod ostendere oportebat. Eucli. ex Camp. Propositio 54

54 

SI lineæ rationali æquū quadrato binomij rectangulum adiungatur, latus eius secundum binomium primum esse conueniet.

CAMPANVS. Hæ sex sequentes, cōuersæ sunt sex præcedētium per ordinē. Huius aūt est hæc intētio. Sit linea a b binomiū, diuisa ad punctū c in duas lineas a c & c b, secūdū suā diffinitionē aut terminū, eiusq; a b quadratū sit b d, sitq; linea e f rationalis in lōgitudine, cui adiūgatur superficies e g æqualis quadrato b d. Dico quod latus secūdū huius superficiei, quod est linea f g, est binomiū primū. Diuidatur enim quadratū b d in duo quadrata b h & h d, quæ sint quadrata duarū linearū portionū binomij, & in duo supplemēta a h & h k, quorū utrūq; cōtinetur sub duabus portionibus binomij, eritq; ex diffinitione binomij quæ habetur per 10, utrūq; istorū quadratorū rationale, & per 19 utrūq; supplemētū mediale. Ex superficie igitur e g abscindatur superficies e l æqualis quadrato d h, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorū supplemētorū a h uel h k, eritq; p g residua æqualis reliquo supplemēto: quare per 1 sexti linea n q, est æqualis lineæ q g. Ex præmissis aūt manifestū est quod utraq; duarū superficierū e l & l m (& ideo tota superficies e n) est ratiōalis. Et utraq; duarū æqualiū n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16 utraq; duarū linearū f l & l n, & tota linea f n, ratiōalis in lōgitudine, & lineæ e f rationali positæ cōmēsurabilis, & per 20 utraq; duarū n q & q g, & tota n g, ratiōalis in potētia tātū, incōmēsurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f sibi æquali, & per cōsequēs & lineæ f n) in lōgitudine. Si igitur linea f n, quæ est maior linea n g ut ex primo duorū antecedentiū 11 demōstratiōi subiūctorū & prima sexti apparet, fuerit potētior linea n g minori in quadrato lineæ secū cōmunicātis in lōgitudine, tūc ex diffinitione binomij primi manifestū est lineā f g esse binomiū per primū. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, sit (per primā sexti) superficies a h medio loco ꝓportiōalis, conuincitur ex prioribus hypothesibus superficiem m q esse inter superficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primā) sexti linea n q quæ est medietas lineæ n g est medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f n l n, est quātū quod ex n q in se per 16 sexti, ideoq; per 4 secūdi quantū quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primā partē 18 cū linea f n diuidatur a superficie sibi adiūcta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendā totā lineā f n desit superficies quadrata in duo cūmunicātia ad punctū l, erit f n potentior n g in quadrato lineæ sibi communicātis in longitudine. Constat ergo propositum.





THEON Lemma.

SI recta linea secetur in inæqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, maiora sunt eo quod bis sub inæqualibus comprehensum est rectangulum.

Sit recta linea α β, seceturq; in inæqualia in γ, sitq; maior α γ. Dico quod quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β, secetur enim (per 10 primi) α β, bifariā in δ. Quoniā igitur recta linea secta est in æqualia in δ, & in inæqualia in γ, igitur (per 5 secūdi) quod sub α γ, γ β, una cū eo quod ex γ δ, æquū est ei quod ex α δ, & perinde quod ex sub α γ, γ β, minus est eo quod α δ. Quod igitur bis sub α γ, γ β, est minus quā duplū eius quod ex α δ, Sed quæ ex α γ, γ β, dupla sunt eorū quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β, quod erat ostendendū.

α δ γ β

Eucli. ex Zāb. Theorema 42 Propositio 60

60 **Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatū latitudinem efficit, ex binis nominibus primam.**

THEON ex Zamb. *Esto ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, ut maius nomen sit α γ. exponaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α β, æquum ad ipsam δ ε, comparetur (per 44 primi δ ε ζ η, latitudinem efficiens δ η. Dico quod δ η ex binis est prima nominibus. Comparetur enim (per 44 primi,) ad δ ε, ei quidem quod ex α γ æquum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquum κ λ. Reliquum igitur quod bis sub α γ, γ β (per 4 secundi,) æquum est ipsi μ ζ. Secetur (per decimā primi) ipsa μ η bifariam in ν, excitetur; (per 31 primi) parallelus ν ξ utrique ipsarum μ λ, η ζ*

νξ

λ, ν ζ. Vtrũq; igitur ipsorũ μ ξ, ν ζ, æquum est ei quod sub α γ, γ β. Et quoniã α ε, ex binis nominibus est diuisa in nomina in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ ε rationalia, sunt sibi inuicem commẽsurabilia. Quare (per 15 decimi, & conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ ε, commẽsurabile est eis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est compositum ex ijs quæ ex α γ, γ ε. Et ipsi δ λ, est æquale, rationale igitur est δ λ. Et ad ipsam δ ε comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi δ μ. & ipsi δ ε, lõgitudine commensurabilis. Rursus quoniã α γ, γ ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium igitur est quod bis sub α γ, γ ε, hoc est ipsum μ ν, & ad ipsam cõparatur μ λ rationalem, rationalis igitur est & μ ν, ipsi λ μ incõmẽsurabilis (hoc est ipsi δ ε,) lõgitudine, est aũt & μ δ rationalis, & ipsi δ ε lõgitudine cõmẽsurabilis, incõmẽsurabilis igitur est (per 13 decimi) δ μ, ipsi μ ν longitudine. Suntq; ipsæ igitur δ μ, μ ν, rationales, potẽtia tantum commensurabiles, ex binis nominibus igitur est, (per 36 decimi δ ν. Ostendendum quod & prima. Quoniam enim (per lemma præcedens 54 decimi) eorum quæ ex α γ, γ ε, medium proportionale est quod sub α γ, γ ε & ipsorum igitur δ θ, κ λ, medium proportionale est μ ξ. Est igitur (per constructionem sicut δ θ ad μ ξ, sic μ ξ, ad κ λ, hoc est sicut δ κ ad μ ν, sic μ ν, ad μ κ, quod igitur sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν. Et quoniam commensurabile est quod ex α γ, ipsi quod ex ε γ, cõmensurabile est & δ θ, ipsi κ λ, quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δ κ ipsi κ μ commensurabilis est. Et quoniam maiora sunt quæ ex α γ, γ ε, eo quod bis sub α γ, γ ε, maius igitur est & δ λ ipso μ ζ. Quare (per lemma præcedens & per primã sexti,) & δ μ, ipsa μ ν maior est, & æquale quod sub δ κ, κ μ, ei quod ex ν ν, hoc est quartæ parti eius quod ex μ ν, & cõmensurabilis est δ κ, ipsi κ μ. Si uero (per 17 decimi,) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ aũt parti eius quod ex minore æquum, ad maiorem cõparetur deficiens forma quadrata, & in commensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsa igitur igitur δ μ, ipsa μ ν maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Suntq; rationales ipsæ δ μ, μ ν, & δ μ nomẽ maius existens, comensurabilis est longitudine ipsi δ ε expositæ rationali, ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est prima, quod oportuit demonstraße.

Eucli. ex Camp. Propositio 55

55 SI lineæ rationali æqua superficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium secundũ esse oportebit.

CAMPANVS Sit lnea a b bimediale primũ, diuisa ad punctũ c secundũ suũ terminum, cætera autem sint ut prius. Dico lineã f g esse binomiũ secundũ. Erit enim superficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent superficiem rationalem, & superficies tres e l, l m, & tota e n, mediales communicantes, eo quod portiones bimedialis primi sunt lineæ mediales potentia tantum communicantes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, commensurabilis lineæ e f rationali positæ, & per 10 linea f n rationalis in potentia tantũ quæ cum sit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonstrationi 41 adiunctorum & 1 sexti, eaque potentior quadrato lineæ communicantis secum in lõgitudine ex prima parte 13, erit à diffinitione linea f g binomium secundum, quod est propositum.

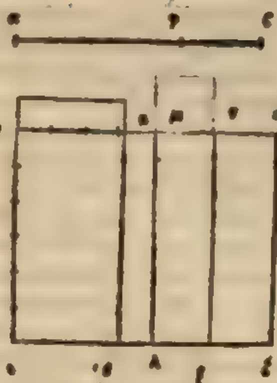
Eucli. ex Zãb. Theorema 41 Propositio 61

61 Quod ex ea quæ ex binis medijs prima ad rationalẽ cóparatũ latitudinẽ, efficit ex binis noibus secũdã.

THEON ex Zãb. Esto (per 41 decimi,) ex binis medijs prima α ε, diuisa in medias in γ, quarũ α γ maior sit, exponaturq; rationalis δ ε. Comparetur q; per 44 primi) ad ipsam δ ε, ei quod ex α ε æquũ parallelogrammũ δ ζ, latitudinem efficiẽs δ ν. Dico quod ipsa δ ν, ex binis est secũda nominibus, Cõstruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α ε, ex binis medijs est prima diuisa in γ, ipsæ α γ, γ β, igitur (per 37 decimi,) mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Quare (per 24 decimi & quæ ex α γ, γ ε, media sint medũ igitur (per correlariũ 23 decimi, est δ λ. Et ad ipsam δ ε cõparatur, ratiõalis igitur est (per 22 decimi μ δ, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis. Rursus quoniã rationale est quod bis sub α γ, γ β, rationale est & μ ζ, ad ipsamq; μ λ, rationalem comparatur, rationalis igitur est (per 20 decimi) μ ν, & lõgitudine commensurabilis ipsi μ λ, hoc est ipsi δ ε. incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ ν longitudine. Suntque rationales ipsæ.

igitur

igitur δ μ, μ ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est (per 36 decimi) δ ν. Ostendēdū iam quod & secunda. Quoniā enim quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β, maius est igitur & δ λ ipso μ ξ, quare (per primam sexti,) & δ μ ipsa μ ν. Et quoniam commensurabile est quod est ex α γ, ei quod ex γ β, commensurabile est & δ θ ipsi κ λ. Quare & δ κ, ipsi κ μ, commensurabilis est, & id quod sub δ κ, κ μ, æquū est ei quod ex μ ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & μ ν, ipsi δ ε longitudine commensurabilis est. ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est secunda, quod erat ostendendū.



Eucli. ex Camp. Propositio 56

56 CVm adiūcta fuerit lineæ in lōgitudine rationali superficies rectāgula æqualis quadraco bimedialis secundi, latus eius secūdum binomium tertium esse necesse est.

CAMPANVS Si fuerit linea a b bimediale secūdum diuisa per terminū suū ad pūctū c, reliqua uero omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomiū tertiū Erit enim ex 11 & nostris positionibus utraq; superficierū e n & m g, medialis, quare per 22 utraq; duarū linearū f m & n g erit rationalis in potentia tantum. lineæ e f rationali potentia commensurabilis At quia bimedialis secundi partes sunt communicantes in potentia tantum, erit superficies e l communicans superficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo est per primam partem 11 f n quàm sit n g. in quadrato lineæ sibi communicantis in lōgitudine. Cūq; sint superficies a h & quadratū h b incōmēsurabilia, eo quod lineæ a c b incōmensurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis eo quod quadrata sibi inuicem communicant ex hypothesi. supplementa quoque cum sibi inuicem sint æqualia, sequitur ut superficies e n sit incommensurabilis superficiei m g, & ideo linea f n, lineæ n g, per diffinitionem igitur est linea f g, binomium tertium. Quod est propositum.

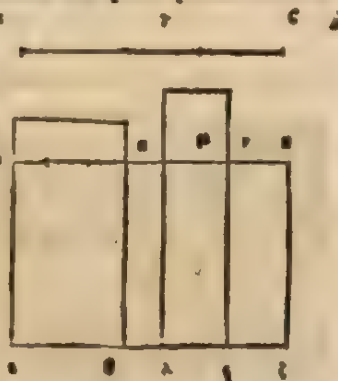




Eucli. ex Zamb. Theorema 44 Propositio 61

61 Quod ex ea quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis nominibus tertiam.

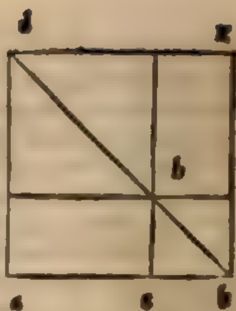
THEON ex Zāb. Esto (per 44 decimi) ex binis medijs secunda α β. diuisa in medias in γ ut maius segmentū sit α γ rationalis autem esto δ ε, & ad ipsam δ ε, ei quod ex α β æquū parallelogrammū cōparetur (per 44 primi δ ζ, latitudinē efficiens δ η. Dico quod δ η est ex binis nominibus tertia. Cōstruantur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā α β ex binis est secūda medijs diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, (per 38 decimi mediæ sunt potētia tātū cōmēsurabiles mediū cōprehēdētes, quare & cōstatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediū est, & est æquale ipsi δ λ mediū igitur est & δ λ, cōparaturq; ad rationalē δ ε. Rationalis igitur est (per 22 decimi μ δ, & ipsi δ ε lōgitudine incōmēsurabilis. Id propterea etiā μ ν rationalis est & ipsi μ λ incōmēsurabilis (hoc est ipsi δ ε) longitudine. Ratiōalis igitur est utraque ipsarum δ μ, μ ν, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis Et quoniā α γ ipsi γ β lōgitudine est incōmensurabilis, sicut autem (per lēma præcedēs 21 decimi) α γ ad γ β, sic quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ β, incōmēsurabile igitur est & quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Quare & cōstatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis sub α γ, γ β, incōmēsurabile est, hoc est δ λ ipsi μ ξ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi.) & δ μ ipsi μ ν incōmensurabilis est. sūtq; ratiōales. Ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est. Ostendendū iā quod & tertia. Similiter iā sicut in præcedētibus ratiocinabimur quod maior est δ μ ipsa μ ν. & quod δ κ ipsi κ μ cōmēsurabilis est. Estq; quod sub δ κ, κ μ, æquū ei quod ex μ ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & neutra ipsarū δ μ, μ ν, cōmēsurabilis est ipsi δ ε lōgitudine, ipsa igitur δ ν, ex binis est tertia nominibus, quod erat ostendēdū.



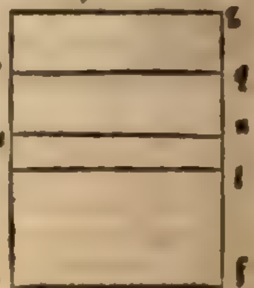
Eucli. ex Cāp. Propositio 57

57 SI lineæ rationali rectangulū æquū quadrato lineæ maioris adiūgatur, alterum se cōtinentiū laterum erit binomium quartum.

CAM



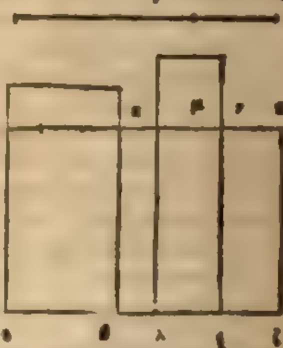
CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuisa secundum terminum suũ ad punctum c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quam prius, erit linea f g binomium quartũ. Cum enim sint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit superficies e n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali positæ, superficies uero m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris cõtinent superficiem medialem, itaque per 20 linea n g est in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineæ a b sunt potentialiter incommensurabiles, superficies e l incommensurabilis erit l m. ideoque linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n est potentior linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum. quod erat propositum.



Eucli. ex Zab. Theorema 45 Propositio 63

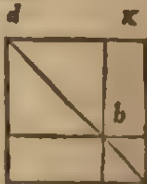
63 Quod ex maiore ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus.

THEON ex Zamb. *Sit maior αβ, diuisa in γ, ut maior sit αγ, ipsa γβ, Rationalis uero esto δε, & ei quod ex αβ, æquum ad ipsam δε, comparetur (per 45 primi,) δζ, parallelogrammum, latitudinem efficiens δη. Dico quod δη, ex binis est quarta nominibus. Construantur eadem quæ in præostensis. Et quoniam (per 39 decimi) maior est αβ diuisa in γ, ipsæ αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatum ex iis quæ ex ipsis fiũt quadrata rationale, quod uero sub ipsis medium. Quoniã igitur rationale est conflatũ ex iis quæ ex αγ, γβ, rationale igitur est δλ, rationalis igitur est & μδ, & ipsi δε longitudine commensurabilis. Rursus quoniam medium est quod bis sub αγ, γβ, hoc est μζ, & ad rationalem comparatur μλ, rationalis igitur (per 23 decimi) est & μη, & ipsi δε, longitudine incõmensurabilis. Incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) & δμ, ipsi μη, lõgitudine. Ipsæ igitur δμ, μη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δη. Ostendendũ iam quod & quarta. Similiter iam sicut & in præcedentibus rationabimur quod maior est δμ ipsa μη. & quotquot sub δν, νμ, æquum est ei quod ex νη. Quoniam igitur incommensurabile est quod ex αγ, ei quod ex γβ, incommensurabile igitur est & δθ ipsi κλ. Quare (per primam sexti & 11 decimi,) & δκ ipsi κμ incommensurabilis est. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore (per 17 decimi) æquum comparatum fuerit parallelogrammum ad maiorem forma quadrata deficiens, & in incõmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod à sibi incommẽsurabili in longitudine, ipsa igitur δμ, ipsa μη maius potest eo quod à sibi incommensurabili, sunt & ipsæ δμ, μη, rationales potentia tantum commensurabiles. & δμ, commensurabilis est ipsi expositæ rationali δε, ipsa igitur δη, ex binis nominibus est quarta, quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 58

58 I lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis supra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintũ esse necesse est.



CAMPANVS Proposita linea a b ea quæ potest supra mediale & rationale diuisa secundum eius diffinitionem ad punctum c. nihil immutetur de reliquis, sequiturq; lineam f g esse binomium quintum, Cum enim partes huius lineæ a b contineãt rationalem superficiem necesse est ut superficies g m, ideoque per 16 linea n g) sit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta sint mediale, erit superficies e n medialis. & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones præ



prædictæ lineæ sunt incõmensurabiles in potentia, erit superficies e l incõmensurabilis superficiei m l, ideoq; & linea f l, lineæ l n: potentior igitur est per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti, conclude propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 46 Propositio 64

64 Quod ex ea quæ rationale mediumq; potest ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.

THEON ex Zamber. Sit rationale mediumq; potens αβ, diuisa in rectas lineas in γ, ut sit maior αγ, exponaturq; rationalis δε, & ei quod ex αβ, æquum ad δε comparetur δζ (per 44 primi) latitudinem efficiens δη. Dico quod δη ex binis est quinta nominibus. Construantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam αβ est rationale mediumq; potens diuisa in γ, ipsæ igitur αγ, γβ, potentia sunt incõmensurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quoniã igitur conflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, medium est, medium igitur est δλ. Quare rationalis est δμ, & ipsi δε longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub αβ, βγ, hoc est μζ, rationalis igitur est μη, & ipsi δε longitudine commensurabilis. Incommensurabilis igitur est δμ, ipsi μη. Ipsæ igitur δμ, μη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δη. Dico quod & quinta. Similiter nanq; ostendetur quòd quod sub δν, νμ, æquũ est ei quod ex νη, & quod δν ipsi νμ longitudine incõmensurabilis est. ipsa igitur δμ, ipsa μη maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & ipsæ δμ, μη, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, & minor μη, commensurabilis est ipsi δε longitudinẽ. Ipsa igitur δη, ex binis est quinta nominibus. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 59

59 QVoties adiuncta fuerit lineæ rationali superficies rectangula æqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundũ, binomium sextum esse conuincitur.

CAMPANVS. In hac 59 sit linea a b linea potens supra duo medialia, quæ autem præter hæc sunt, sicut supra, maneant, & erit tunc linea f g binomium sextum, quod ignorare non poteris, si præmissorũ eiusq; quod 55 proponit, inmemor non fueris, & sic patet in hac, nostra intentio.

Eucli. ex Zamb. Theorema 47 Propositio 65

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamber. Esto (per 47 decimi) bina potens media αβ, diuisa in γ, rationalis autẽ esto δε, & ad ipsam rationalem δε, ei quod ex αβ æquum comparetur (per 44 primi) δζ, latitudinem efficiens δη. Dico quod ipsa δη, ex binis nominibus est sexta. Construantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam αβ bina media potens, est diuisa in γ, ipsæ igitur (per 41 decimi) αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt, medium est utrumq; ipsorum δλ, μζ. Et ad rationalem δε comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum δμ, μη, & ipsi δε longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, incommensurabile est ei quod bis sub αγ, γβ, incommensurabile igitur est (per secundam partem 11 decimi) δλ ipsi μζ. Incommensurabilis igitur est (per primam sexti & 11 decimi) & δμ ipsi μη. Ipsæ igitur δμ, μη, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est δη. Dico quod & sexta. Similiter nanq; rursus ut prius demonstrabimus, quia quod sub δν, νμ, æquum est ei quod ex νη, & quod δν ipsi νμ longitudine incommensura-

bilis est, ac id propterea δ μ ipsa μ ν maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. & neutra ipsarum δ μ, μ ν, cõmensurabilis est expositæ rationali δ ε lõgitudine. ipsa igitur δ ν (per secundas diffinitiones) ex binis est sexta nominibus, quod erat ostendendũ.   *Eucli. ex Camp.*   *Propositio 60*

60 Mnis linea cuilibet binomiorum cõmunicans, sub eadem specie binomium esse probatur.

CAMPANVS. Sit linea a binomium cuiuscunque speciei, sitq; linea b ei cõmunicans in longitudine. Dico lineam b esse binomium eiusdem speciei cuius a. sint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq; ambæ rationales in potentia tãtum communicantes per 10. linea uero b diuidatur per 11 sexti secũdũ proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, sicut a ad b. Cum sint igitur a & b communicantes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, cõmunicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantũ, erit & e, si autẽ in lõgitudine, & e. Eodemq; modo si d est rationalis in potentia tantum uel etiam in lõgitudine, erit quoq; & f similiter, & ex 11 si potentior est c, d, in quadrato lineæ sibi cõmensurabilis in lõgitudine, uel si forte incõmensurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ sibi cõmensurabilis uel etiam incõmensurabilis, necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorũ, ut eiusdem speciei binomij sint a & b. Si autem linea d cõmunicet binomio a in potentia tantum erit etiam & sic linea b. Binomiũ autem eiusdem esse speciei non est necessarium, immo impossibile est ut ambæ simul cadant sub prima specie binomiorũ uel sub secũda, quarta uel quinta, sed necesse est ut ambo cadãt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis, unum enim eorum esse in aliqua ex tribus primis speciebus, & aliud in aliqua ex tribus postremis, est impossibile. Cum enim a cõmunicet cum b in potentia tantum c quoq; cum e, & d cum f communicabit tãtum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non est itaq; possibile ut a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorũ, in quibus altera duarum portionum binomij est rationalis in longitudine, hæ autem species sunt, prima & secũda, quarta & quinta. At uero quia per 11 duæ lineæ c & e simul potentiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, necesse est ut ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem b quid dubitas esse binomium? cum sint enim c & e communicantes in potentia tantum, similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia. conuincitur e & f esse rationales in potentia tantum, quæ quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d, ipsæ componunt indubitanter binomium per 36 huius.

Eucli. ex Zamb.   *Theorema 6*   *Propositio 19*

66 Ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ipsa quoq; ex binis nominibus est ac in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis nominibus α β & ipsi α β longitudine cõmensurabilis esto γ δ. Dico quod ipsa γ δ ex binis nominibus est, & in ordine ipsi α β eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus est α β, diuidatur in nomina in ε, sit maius nomen α ε. Ipsæ igitur α ε, ε β, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Fiatq; sicut α β ad γ δ, sic α ε ad γ ζ. Et reliqua igitur ε β, ad reliquam ζ δ, (per 19 quinti) est sicut α β ad γ δ. Commensurabilis autem est (per hypothesin) α β ipsi γ δ longitudine. Cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ipsa α ε ipsi γ ζ, & ε β ipsi ζ δ. Suntq; rationales ipsæ α ε & ε β, rationales igitur sunt (per 11 decimi) & ipsæ γ ζ, ζ δ. Et quoniã est sicut α ε ad γ ζ, sic est ε β ad ζ δ, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut α ε ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ. Ipsæ autem α ε, ε β, tantum potentia sunt cõmensurabiles, & ipsæ γ ζ, ζ δ. igitur potentia tantum sunt cõmensurabiles, suntq; rationales ex binis igitur nominibus est ipsa γ δ. Dico iam quod in ordine est eadem ipsi α β. Ipsa α ε, ipsa ε β aut maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, uel eo quod ex sibi incõmensurabili. Si uero α ε ipsa ε β maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & γ ζ ipsa ζ δ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et si α ε expositæ rationali cõmensurabilis fuerit, & γ ζ eidem commensurabilis erit (per 12 decimi.) Idq; propterea utraq; ipsarum α β, γ δ, ex binis nominibus est prima, hoc est in ordine eadem. Si uero ε β commensurabilis est ipsi expositæ rationali, & ζ δ eidem commensurabilis est. Ac per hos rursus in ordine eadem est*

ipsi α β

ipsi α β. utraq; enim ipsarũ est ex binis nominibus secunda. Si uero neutra ipsarum α ε, ε β, cõmensurabilis est expositæ rationali, neutra etiam ipsarũ γ ζ, ζ δ, eidem erit commensurabilis, & utraq; tertia est. Si autem α ε ipsa ε β maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & si α ε expositæ rationali commensurabilis est, & γ ζ eidem cõmensurabilis est, & utraq; erit quarta. Si autem ε β, & ζ δ, & erit utraq; quinta. Si uero neutra ipsarum α ε, ε β, & ipsarum γ ζ, ζ δ neutra commensurabilis est expositæ rationali, erit; utraque sexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ex binis nominibus est, & in ordine eadem, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 61

61 OMnis linea alterutri bimedialium commensurabilis, sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, siue in longitudine, siue etiam in potentia tantum cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ cõmunicantes a & b quouis duorum modorum prædictorũ, sitq; a bimediale primum uel secundum, dico quod etiam b est bimediale primum uel secundum, prout fuerit a. Diuiso enim a bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur per 31 & 32 quæ sint c & d, b quoq; diuisa in e & f secundum proportionẽ c ad d ut docet 10 sexti, positaq; g superficie contenta sub c & d, & k sub e & f, & posito h quadrato d, & l, f, erit per coniunctã & euersam & permutatam proportionalitatẽ quemadmodũ in præmissa c ad e & d ad f, sicut a ad b: sicut igitur ex positione a & b sunt cõmunicantes, siue hoc sit in longitudine siue in potentia, sic c & e, itemq; d & f, similiter erunt cõmunicantes. At quia c & d sunt mediales potentia tantũ communicantes, sequitur ex 23 ut e & f sint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum cõmunicantes, cum ipsæ per hypothesin sint proportionales c & d. Cumq; sit per primam sexti g ad h, sicut c ad d & k ad l sicut e ad f, erit g ad h sicut k ad l, & permutatim g ad k sicut h ad l. Quia igitur h est cõmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ sunt d & f cõmunicant in longitudine uel in potentia secundum quod a & b in alterutro eorum cõmunicant, sequitur ex 10 ut g & k quoq; subinuicem cõmunicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primũ a bimediali secũdo, quod portiones bimedialis primi in quas secũdum suum terminũ diuiditur, continent superficiẽ rationalem, bimedialis autẽ secundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primũ, erit superficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primũ per 31. Quod si a fuerit bimediale secũdum, erit superficies g medialis, ob hoc etiam & k, b itaq; per 32 erit bimediale secundum, quare constat propositũ. Idem aliter. Ad lineam rationalem c d (posita a alterutro bimedialium, & b sibi in longitudine uel potentia cõmunicante) adiungatur superficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; superficies c e & f g cõmunicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ sunt quadrata linearum a & b sunt cõmunicantia ex hypothesi: ex prima igitur sexti & decima huius, necesse est duas lineas d e & e g esse cõmunicantes. Et quia si a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium secũdum per 55, ideoq; e g etiam binomium secundum per præmissam, quare latus tetragonicũ superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primũ per 49, at uero si a fuerit bimediale secũdum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g est binomium tertium pet præmissam, quare & latus tetragonicũ superficiei f g (& ipsum est b) bimediale secundum per 50, manifestũ est igitur uerum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 49 Propositio 67

67 Ei quæ ex binis medijs longitudine cõmensurabilis, & ipsa ex binis est medijs, & in ordine eadem. THEON ex Zamb. *Esto ex binis medijs α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto longitudine γ δ. Dico quod γ δ ex binis est medijs, & in ordine ipsi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis medijs est diuisa in medias in ε, ipsæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles.*

rabiles. Fiatq́ (per 11 sexti) sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ, & reliqua igitur εβ ad ζδ, reliquā (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ. Cōmensurabilis autem est αβ ipsi γδ longitudine, cōmensurabilis igitur est & αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ. suntq́ mediæ ipsæ αε, εβ, mediæ igitur sunt & γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad εβ & γζ ad ζδ, ipsæ autem αε, εβ, potentia tantum sunt cōmensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia tantum sunt cōmensurabiles. Ostensum autem quod mediæ. Ipsa igitur γδ, ex binis est medijs. Dico quod & in ordine eadem est ipsi αβ. Quoniam enim est sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ, & sicut igitur quod ex αε ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ. Vicissim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αε ad id quod ex γζ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Commensurabile autem est quod ex αε ei quod ex γζ. Cōmensurabile igitur & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si igitur rationale est quod sub αε, εβ, & quod sub γζ, ζδ, rationale est, ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod sub αε, εβ, medium erit & quod γζ, ζδ, & utraq́ est secunda, ac per hoc & γδ erit ipsi αβ in ordine eadem. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp. Propositio 61

62 Mnis linea communicans lineæ maiori, est linea maior.

CAMPANVS. Et hæc quoq; ueritatē habet, si utrolibet modo cōmunicans fuerit aliqua linea lineæ maiori. Esto enim a linea maior, b uero quouis sibi cōmunicans modo, erit b linea maior. Diuisa nanq; a in eas portiones ex quibus constat per 39 quæ sunt c & d, & b secundum earum proportionē in e & f, positoq́; quod g sit superficies contenta sub c & e, & k sub e & f, & m & h sint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h sicut n ad l, per secundam partem 22 sexti, & coniunctim m & h ad h, sicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, sicut h ad l. quia ergo h cōmunicat cum l eo q̄ d communicat cum f, aut in lōgitudine aut in potentia prout a cōmunicat cum b, sequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cōmunicent cum ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cum itaque duo prima pariter accepta sint rationale per 39, erunt quoq; & duo postrema rationale per diffinitionē. At quia superficiē k necesse est esse medialē sicut g ex 21, lineasq́; e & f esse incōmensurabiles in potentia sicut c & d ex 10, cōcluditur per 39 lineam b esse lineam quæ dicitur maior, quod est propositū. Idem aliter. Cum sit a linea maior cui b cōmunicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia, sumpta linea rationali quæ sit c d, adiūgatur superficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cum igitur quadrata duarū linearum a & b sint cōmunicantia ex hypothesi, erit superficies c e cōmunicans superficiei f g, ideoq́; per primam sexti & 10 huius linea d e lineæ e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e est binomiū quartum, erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum. igitur ex 51 linea b potens in superficiem f g, est linea maior.

Eucl. ex Zamb. Theorema 50 Propositio 68

68 Maiori commensurabilis, eadem quoq; maior.

THEON ex Zamb. *Esto maior αβ, & ipsi αβ cōmensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ maior est. Diuidatur αβ in ε. Ipsæ igitur αε, εβ (per 39 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes quidem conflatum ex earum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. Fiantq́; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam est (per 2 sexti) sicut αβ ad γδ, sic est αε ad γζ & εβ ad ζδ, cōmensurabilis autem est αβ ipsi γδ, cōmensurabilis igitur est & utraq́; ipsarū αε, εβ, utriq; ipsarū γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad γζ, sic εβ ad ζδ, & uicissim (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Et componendo igitur (per 18 quinti) sicut αβ ad εβ, sic γδ ad ζδ, & sicut igitur (per 22 sexti) quod ex αβ ad id quod ex βε, sic quod ex γδ ad id quod ex ζδ. Similiter iam demonstrabimus quod & sicut quod ex αβ ad id quod ex αε, sic quod ex γδ ad id quod ex γζ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex αβ ad ea quæ ex αε, εβ, sic quod ex γδ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Et uicissim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αβ ad id quod ex γδ, sic quæ ex αε, εβ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Commensurabile autem est id quod ex αβ, ei quod ex γδ. Cōmensurabilia sunt igitur & quæ ex αε, εβ, eis quæ ex γζ, ζδ. Suntq́; quæ ex αε, εβ, simul, rationale, & quæ ex γζ, ζδ, simul, rationale. Similiter autem & quod bis sub αε, εβ, commensurabile est ei quod bis sub γζ, ζδ. At quod bis sub αε, εβ, medium est: medium igitur est & quod bis sub γζ, ζδ. Ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia sunt incōmensurabiles, efficientes*

conflatum

conflatum ex earum quadratis simul rationale, & quod bis sub ipsis medium. Tota igitur γ δ (per 37 decimi) irrationalis est, maior appellata. Maiori igitur cōmensurabilis, & eadem maior est, quod ostendendū fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 63

63 SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cōmunicet, ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.

CAMPANVS. Verum quoque est, quod qualitercūque linea aliqua sit cōmunicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantū, ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur, necesse est autem quantū ad primum modum, quod sicut duæ lineæ c & d sunt in potētia incōmensurabiles, ita sint etiam e & f per 10, & quod quēadmodum g est superficies rationalis (nam talem continēt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiā per diffinitionē sit k rationalis, & quemadmodū duo quadrata m & h pariter accepta sunt mediale, sic etiam per 22 duo quadrata n & l pariter accepta erunt mediale, igitur ex 34 b est potēs in rationale & mediale. Quantum autem ad secundum modum, necesse est ex 58, ut linea d e sit binomium quintū, ideoque & per 60 linea e g est binomium quintū, quare per 55 latus tetragonicū superficiei f g, quod est b, erit linea potens in rationale & mediale, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 51 Propositio 69.

69 Rationale ac medium potenti cōmensurabilis, & eadem rationale ac medium potens est.

THEON ex Zamb. Esto rationale mediumque potens α β, & ipsi α β cōmensurabilis esto γ δ. Ostendendū quod & γ δ rationale ac mediū potens est. Distribuatur (per 46 decimi) α β in rectas lineas in ε. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per 40 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes quidem compositū ex earū quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, & eadem construantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod γ ζ, ζ δ potentia sunt incōmensurabiles, & cōmensurabile est conflatū ex ijs quæ ex α ε, ε β, conflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autem sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & conflatū ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, medium est, quod uero sub γ ζ, ζ δ rationale. Rationale igitur est ac medium potens, ipsa γ δ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 64

64 OMnis linea cōmunicans potenti in duo medialia, ipsa quoque potens est in duo medialia. CAMPANVS. Hæc quoque manētibus eisdem dispositione & positiōibus, eo duplici modo quo præmissæ probabuntur uera esse, siue in lōgitudine siue in potentia cōmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quantū enim ad primum argumētationis modum erit per 35 superficies g medialis, ideoque & k per 22, cum cōmunicet ei. duo quoque quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 35 mediale, ideoque duo n & l pariter accepta per 22. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 sunt incōmensurabile duplo superficiei g sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoque l & n pariter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei k, cum itaque sint e & f incōmensurabiles in potentia quemadmodum c & d, erit ex 35 linea b potens in duo medialia. Quantū autem ad secūdum solitæ argumētationis modum erit per 59 d e binomiū sextū, ideoque etiā per 60 linea e g erit binomiū sextū, quare per 55 latus tetragonicū superficiei f g quod est b, erit potens in duo medialia. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 52 Propositio 70

70 Bina potenti media commensurabilis, bina potens est media.

THEON ex Zamb. Esto bina potens media α β, & ipsi α β cōmensurabilis esto γ δ. Ostendendū quod & γ δ, bina potēs est media. Quoniā enim bina potens est media α β, distribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε. Igitur α ε, ε β, (per 41 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarū quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & incōmensurabile est conflatū ex ipsarū α ε, ε β, quadratis, ei quod sub α ε, ε β. Construātur eadem quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incōmensurabiles, & compositū ex ijs quæ ex α ε, ε β, composito ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, cōmensurabile est: quod autem sub α ε, ε β, ei quod

sub γ ε, ε δ, quare & conflatũ ex ipsarũ γ ε, ε δ, quadratis medium est, & quod sub ipsis γ ε, ε δ medium. & insuper hic cõmensurabile est conflatũ ex ipsarũ γ ε, ε δ, quadratis, ei quod sub γ ε, ε δ. Ipsa igitur γ δ, bina potẽs est media, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 65

65 I duæ superficies quarum altera rationalis altera uero medialis, coniungãtur, linea potens in totam superficiem inde compositã aliqua erit quatuor irrationaliũ linearũ, uidelicet aut binomium, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale.

CAMPANVS. Vt si a sit rationalis superficies, & b medialis, erit linea potens in totã a b, aliqua præmissarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiũgatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq; ex 16 linea d e rationalis in longitudine, cõmunicans lineæ c d rationali positæ, & ex 20 linea e g rationalis in potentia tantũ, & ex 30 linea d g binomium, cuius cum altera binomialiũ portionũ quæ est d e, sit rationalis in longitudine cõmunicans lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione speciërũ binomij aut binomiũ primum, aut secundũ, aut quartũ, aut quintũ: tertiũ autem aut sextum nõ erit ex diffinitione, itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totam c g quæ est æqualis duabus simul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primum, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale, quod est propositũ. Bimediale uero secundũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã si esset bimediale secundũ, esset ex 56 linea d g binomium tertiũ, & si esset potens in duo medialia, esset ex 59 linea d g binomiũ sextũ, sed neutrũ erat. Vnde patet nostra intentio.

Eucli. ex Zamb. Theorema 51 Propositio 71

71 Rationali ac medio cõpositis, quatuor fiunt irrationales, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, ac rationale mediumq; potẽs.



THEON ex Zamb. Sit rationale α β, mediũ autẽ γ δ. Dico quod ipsam α δ areolam potẽs, aut ex binis nominibus est, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediumq; potens. Ipsa etenim α β, ipsa γ δ aut maior aut minor est. Esto prius maior, exponaturq; rationalis ε ζ, cõpareturq; (per 44 primi) ad ipsam ε ζ ipsi α β æqua areola ε η, latitudinẽ efficiens ε θ. Ipsi autẽ δ γ æquũ ad ε ζ, hoc est θ η, cõparetur θ ι latitudinẽ efficiens θ κ. Et quoniã rationale est α β, & æquale est ipsi ε η, rationale igitur est & ε η. Et ad ipsam rationalẽ ε ζ cõparatur, latitudinẽ efficiens ε θ, rationalis igitur est ε θ, & cõmensurabilis est ipsi ε ζ longitudine. Rursus quoniã medium est γ δ, & æquũ est ipsi θ ι, mediũ igitur est & θ ι. Et ad rationalẽ ε ζ cõparatur, hoc est ad ipsam θ η, latitudinẽ efficiens θ κ, rationalis igitur est θ κ, & ipsi ε ζ lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniã medium est γ δ, rationale autẽ α β, incõmensurabile igitur est α β ipsi γ δ, quare & ε η incõmensurabile est ipsi θ ι. Sicut aũt ε η ad θ ι, sic (per 1 sexti) est ε θ ad θ κ. Incõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ε θ, ipsi θ κ longitudine. Et ambæ sunt rationales, ipsæ igitur ε θ, θ κ, rationales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ε κ, diuisa in θ. Et quoniã maius est α β ipso γ δ, æquũ autẽ est α β ipsi ε η, & γ δ ipsi θ ι, maius igitur est ε η ipso θ ι, & ε θ igitur maior est ipsa θ κ. Igitur ε θ, ipsa θ κ maius potest, aut eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili. Estq; maior ε θ cõmensurabilis expositæ rationali ε ζ. Ipsa igitur ε κ (per secũdas diffinitiones) ex binis nominibus est prima. Rationalis autẽ est ε ζ. Si areola uero cõprehendatur sub rationali & ex binis nominibus prima, quæ areolam potest, ex binis nominibus est (per 54 decimi.) Igitur quæ ipsum ε ι potest, ex binis nominibus est. Quare & ipsum α δ potens, ex binis nominibus est. Possit uero ε θ ipsa θ κ, maius eo quod ex sibi incõmensurabili, estq; maior ε θ, cõmensurabilis ipsi ε ζ expositæ rationali lõgitudine. Ipsa igitur ε κ, ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est ε ζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolam potest, irrationalis est appellata maior (per 57 decimi.) Igitur quæ ipsam ε ι potest areolã, maior est. Quare & ipsam α δ potens maior est. Sed iam esto minus α β ipso γ δ, & ε η igitur, ipso θ ι minus est, quare & ε θ, minor est ipsa θ κ. At θ κ ipsa ε θ maius potest, aut eo quod ex sibi cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili longitudine, & minor ε θ est, cõmensurabilis longitudine ipsi ε ζ expositæ rationali, ipsa igitur ε κ, ex binis nominibus est secũda. Rationalis autẽ est ε ζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali, & ex binis secũda nominibus, quæ areolã potest, ex binis est prima medijs (per 55 decimi) quæ igitur ipsam ε ι potest areolam, ex binis est prima medijs. Quare & quæ ipsam α δ areolam potest, ex binis medijs est prima. Atqui θ κ, ipsa ε θ maius possit, eo quod ex sibi incõmensurabili, & minor ε θ est, cõmensurabilis expositæ rationali ε ζ. Ipsa igitur ε

κ, ex

κ. ex binis nominibus est quinta. Rationalis autẽ est εζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam potest, rationale ac medium potens est (per 58 decimi.) Quæ igitur ipsam ελ areolam potest, rationale ac medium potest, quare & ipsam αδ areolam potens, rationale ac medium potest. Rationali igitur ac medio cõpositis, quatuor irrationales fiunt, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potens, quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 66

66 Cum cõiunctæ fuerint duæ superficies mediales incõmensurabiles linea potẽs in totam superficiẽ alterutra erit duarũ irrationaliũ linearũ, uidelicet aut bimediale secũdũ, aut potẽs in duo medialia.

CAMPANVS. Vt si a & b sint duæ sup̃ficies mediales incõmensurabiles (si enim essent cõmensurabiles, esset cõposita ex eis medialis ex 9 & 11, quare & linea potẽs in eã, medialis ex 19) dico φ linea potens in cõpositam ex ambabus, erit aut bimediale secundũ, aut potens in duo medialia. Sit quidẽ linea c d, rationalis, sup̃ficies uero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, similiter quoq; linea e g, rationalis in potẽtia tantũ. Cumq; sup̃ficies c e & f g, sint incõmensurabiles sicut a & b eis æquales, ideoq; lineæ d e & e g ex prima sexti & 10 huius, erit ex 37 linea d g binomiũ. Cuius cum utraq; binomialiũ portionũ quæ sunt d e & e g, sit incõmensurabilis lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut sextũ. Linea ergo potens in totã c g æqualem cõpositæ ex a & b, erit ex 50 & 53, aut bimediale secundũ, aut potẽs in duo medialia. Quod est propositũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 54 Propositio 72

72 Binis medijs adinuicem incõmensurabilibus cõpositis, reliquæ duæ irrationales fiunt; quæ ex binis secunda medijs, & quæ bina potens est media.

THEON ex Zamb. Cõponantur etenim bina media adinuicẽ incõmensurabilia αβ, γδ. Dico quod αδ areolã potens, aut ex binis est secũda medijs, aut bina potẽs est media. ipsum namq; αβ ipso γδ aut maius est aut minus. Sit prius maius αβ ipso γδ, exponaturq; rationalis εζ, & ipsi αβ æquũ ad ipsam εζ (per 45 primi) cõparetur εη latitudinẽ efficiens εθ, ipsi autẽ γδ æquũ θι, latitudinẽ efficiens θκ. Et quoniã utrunq; ipsorũ αβ, γδ, mediũ est, & utrũq; igitur ipsorũ εη, θι, mediũ est. Et ad ipsam εζ rationalẽ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ipsas εθ, θκ, utraq; igitur ipsarũ εθ, θκ, rationalis est (per 22 decimi) & ipsi εζ lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniam αβ ipsi γδ incõmensurabile est, & æquũ est αβ quidẽ ipsi εη, & γδ ipsi θι, incõmensurabile igitur est & εη ipsi θι. Sicut aũt (per 1 sexti) εη ad θι, sic est εθ ad θκ, incõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) εθ ipsi θκ lõgitudine. Ipsæ igitur εθ, θκ, rationales sunt, potẽtia tantum cõmensurabiles. Ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est. Ipsa autẽ εθ ipsa θκ aut maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo qđ ex sibi cõmensurabili longitudine, & neutra ipsarũ εθ, θκ, cõmensurabilis est longitudine ipsi εζ expositæ rationali. Ipsa igitur εκ (per 50 decimi) ex binis est tertia nominibus. Rationalis aũt est εζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali & ex binis nominibus tertia, quæ areolam potest, ex binis est secũda medijs (per 56 decimi.) Quæ areolam igitur ελ, hoc est αδ potest, ex binis est secũda medijs. Sed iam εθ ipsa θκ, maius possit, eo quod ex sibi lõgitudine incõmensurabili. Et quoniã incõmensurabilis est utraq; ipsarũ εθ, θκ, ipsi εζ lõgitudine, ipsa igitur εκ ex binis est sexta nominibus (per 53 decimi.) Si uero sub rationali & ex binis sexta nominibus areola cõprehendatur, quæ areolã potest, bina potẽs est media (per 59 decimi.) Quare & quæ αδ potest areolã, bina potens est media. Similiter iam ostendemus, qđ & si minor fuerit αβ ipsa γδ, quæ ipsam αδ areolã potest, aut ex binis est secũda medijs, aut bina potẽs est media. Binis igitur medijs inuicẽ incõmensurabilibus cõpositis, reliquæ irrationales fiũt, quæ ex binis secũda medijs & quæ bina potens est media. Quod erat ostendendũ. Eucli ex Camp. Propositio 67

67 Cum posita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.

CAMPANVS. Vult quod si linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex sex præhabitis lineis irrationalibus quæ sunt binomium & eius quinq; comites, ipsa nõ erit aliqua aliarũ. Si enim quadrato eius æqualis superficies adiungatur ad lineam rationalem b c quæ sit b d, si quidem a fuerit binomiũ, erit ex 54 linea c d binomiũ primum. Quæ si fuerit bimediale primum, erit c d ex 55 binomium secundum. Si autem bimediale secũdum, erit c d ex 56 binomium tertium. Et si linea maior, erit c d ex 57 binomium quartũ. At si potens in rationale & mediale, aut si potens in duo medialia, erit

ex 55 c d binomium quintum, aut ex 59 binomiũ sextum. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebus binomiorũ a diffinitione, est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex præhabitarũ linearum irrationaliũ. De linea autẽ mediali constat quod ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentiũ, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. Cum autẽ superficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius suarum comitũ, latus eius secundum est binomium, aut primum, aut secundum, & sic de cæteris per 54 quinq; eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per 10. Cum igitur sit impossibile eandem lineã esse rationalẽ in potẽtia, & irrationalẽ tam in longitudine q̃ in potentia, nimirũ impossibile lineã medialẽ esse binomialẽ, aut aliquã ex quinq; suis comitibus.

THEON

Quæ ex binis nominibus, & post ipsam irrationales, neq; mediæ, neq; inuicem sunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incõmensurabilem ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima medijs ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus secundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verum quod ex maiore ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus sextam (per 65 decimi.)

Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem, manifestum est quod & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 68

68 I linea de linea abscindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantũ rationales cõmunicãtes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuũ.

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex a b, sintq; ambæ rationales tantum potentia cõmunicãtes, quales docuit inuenire 17 & 15, & hæ sunt quæ cõponunt binomium. Dico q a c reliqua est irrationalis & ipsa uocatur residuũ. Constat enim ex 7 secundi, quod quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta, quæ cõponunt superficiẽ rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & 9 huius, tantũ sunt quantũ duplum superficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 superficies a b in b c sit medialis, ideoq; & duplũ eius mediale per 23, & ideo irrationale per 19, sequitur ut ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei unius earũ in alterã, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratũ lineæ a c est irrationale, cum ipsum sit incõmensurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, itaq; etiã ex diffinitiõe linea a c est irrationalis, quod est propositũ. Exẽplariter in figura, esto supficies e g æqualis duob. quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; sit supficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterã, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 secundi supficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; supficies e g sit incõmensurabilis supficiei d f, eadẽ erit ex 9 incõmensurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicũ latus a c.

Incipiunt hexades per aphæresin, hoc est per abscisionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55 Propositio 73

75 Si à rationali rationalis auferatur, potentia tantum cõmensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autem apotome.

THEON ex Zamb. A rationali nanq; α β, rationalis auferatur β γ, potentia tantum toti cõmensurabilis existens. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, apotome appellata. Quoniam α β ipsi β γ longitudine est incõmensurabilis, estq; (per lemma 21 decimi) sicut α β ad β γ sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incõmensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex α β, ei quod sub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incõmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, quadrata, ei autem quod sub α β, β γ, commensura-

mensurabile est quod bis sub α β, β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, incõmensurabilia sunt ei quod bis sub α ε, ε γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incõmensurabilia sunt ei quæ ex α β, β γ, quoniam (per 5 secũdi) & quæ ex α β, β γ, æqua sunt ei quod bis sub α ε, ε γ, una cum eo quod ex γ α. Rationalia autẽ sunt ea quæ ex α ε, ε γ, quadrata, irrationalis igitur est linea α γ, uocatur autẽ ipsa, apotome.

Eucli. ex Camp. *Propositio 69*

69 SI fuerit linea de linea abscisa, fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes superficiemq; rationalẽ continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuũ mediale primũ.

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex linea a b, sintq; ambæ quales proponitur, quas ex 14 & 15 reperies, & hæ sunt quæ cõiungunt bimediale primum. Dico quod reliqua linea a c erit irrationalis, & ipsa dicitur residuũ mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta, mediale, duplum uero superficiei unius in alteram, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incõmensurabile sunt duplo superficiei unius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componũtur ex duplo superficiei unius in alterã & quadrato lineæ a c, sequitur per 9 ut quadratũ lineæ a c sit incõmensurabile duplo superficiei unius in alterã, quare tam ipsum quadratũ quàm latus eius a c, est irrationale per diffinitionẽ, constat ergo propositum. Quod (quemadmodũ in præmisso) si libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idem sic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d f, æqualis duplo superficiei unius in alterã, & superficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per 7 secundi superficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cum itaq; per hypothesin sit superficies e g medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantũ. Cum uero sit superficies e h rationalis per hypothesin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 61, linea g h est residuũ, & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione consequẽtis superficies f g est irrationalis, & eius latus tetragonicũ quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 56 *Propositio 74*

74 Si à media auferatur media potentia tantum toti subsistens commensurabilis, cum tota uero rationale comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur uero mediæ apotome prima.

THEON ex Zamb. *A media nanq; α β, media auferatur β γ potentia tantum cõmensurabilis subsistens toti α β, & cum ipsa α β rationale cõprehendens quod sub α β, β γ.* Dico quod reliqua *α γ irrationalis est, appellaturq; mediæ apotome prima.* Quoniam enim *α β, β γ, mediæ sunt, media quoq; sunt quæ ex α β, β γ.* Rationale autẽ *quod bis sub α β, β γ, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmensurabile est quod bis sub α β, β γ, quoniam & si tota uni earũ incõmensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incõmensurabiles erunt (per 16 decimi.)* Rationale autẽ *est quod bis sub α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ, uocatur sane mediæ apotome prima. Quod fuerat ostendendũ.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 70*

70 SI linea de linea secetur, fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, continentesq; mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuum mediale secundum.

CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abscisa ex linea a b, utraq; autẽ a b & b c, sint ut ponitur, & ipsæ per 16 reperiũtur, & sunt quæ cõponunt bimediale secundum. Dico q; linea reliqua quæ est a c, est irrationalis, & ipsa dicitur residuũ mediale secundũ. Sunt enim ex hypothesi & 11 ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta mediale, similiter quoq; duplum superficiei unius in alterã, est mediale. Cum itaq; ex 11 mediale non differat à mediali nisi irrationali, erit quadratũ lineæ a c in quo per 7 secundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alterã irrationale, quare & linea a c irrationalis. Figurali quoq; exẽplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo superficiei unius in alterã, erit f g per 7 secundi æqualis quadrato a c, quæ cum sit differẽtia superficiei unius medialis e g ad superficiẽ medialẽ d f, ipsa est irrationalis per 11, & eius tetragonicũ latus a c irrationale.

IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterā, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uero e g est medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantū rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantū. Et quoniam a b & b c sunt incōmensurabiles in longitudine, adeoq; quadratū utriusq; earū superficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi cōmunicent) sunt quoq; incōmensurabilia duplo superficiei unius in alterā, sequitur ut e g sit incōmensurabilis h c, quapropter linea d g, lineæ d h, igitur ex 61, linea g h est residuū, & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 57 Propositio 75

75 Si à media media auferatur potentia tantum toti cōmensurabilis subsistens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediæ secunda apotome.

THEON ex Zamb. *A media nanq; αβ, media auferatur γβ potentia tantum toti αβ cōmensurabilis subsistens, unaq; cum ipsa tota αβ medium cōprehendens quod sub αβ, βγ. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis δι. Et ipsis quidem quæ ex αβ, βγ, æquū ad δι comparetur (per 44 primi) δη, latitudinē efficiens δε, ei uero quod bis sub αβ, βγ, æquū ad ipsam δι cōparetur (per 44 primi) δθ, latitudinē efficiēs δζ. Reliquū igitur ζη, æquū est ei quod ex αγ. Et quoniam ea quæ ex αβ, βγ, media sunt, medium igitur est & δη, & ad ipsam rationalem δι comparatur, latitudinē efficiens δε: rationalis igitur est (per 22 decimi) δε, & ipsi δι longitudine incōmensurabilis. Rursus quoniam quod sub αβ, βγ, medium est, & quod bis igitur sub αβ, βγ, medium est, & est æquale ipsi δθ, & δθ igitur medium est, & ad ipsam δι rationalem comparatū est, latitudinē efficiens δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incōmensurabilis. Et quoniam αβ, βγ, potentia tantum sunt cōmensurabiles, incōmensurabilis est igitur αβ ipsi βγ longitudine. Incōmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex αβ quadratū, ei quod sub αβ, βγ. Sed ei quidem quod ex αβ, cōmensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ. ei autem quod sub αβ, βγ, cōmensurabile est quod bis sub αβ, βγ. Incōmensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum est δη, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum est δθ. Incōmensurabile igitur est δη, ipsi δθ. Sicut autem δη ad δθ, sic εδ ad δζ. Incommensurabilis igitur est εδ, ipsi δζ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur εδ, δζ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ipsa igitur ζε, apotome est. Rationalis autem δι. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi,) & quæ illud potest irrationalis est. Ipsum autem ζη, potest ipsa αγ, ipsa igitur αγ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome.*

Eucli. ex Camp. Propositio 71

71 I linea de linea detrahat, fuerintq; ambæ potentialiter incōmensurabiles, continentesq; mediale, quadrataq; earū ambo pariter accepta rationale, reliq̄ linea erit irrationalis, uocabiturq; minor.

CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quæ per 17 reperiuntur & cōponunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quæ dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici modo ut antecedentes facile probabit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68 Propositio 76

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incōmensurabilis, cum tota uero efficiens quod ab eis simul rationale, quod uero sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.



THEON ex Zamb. *A recta nanq; linea αβ, auferatur recta linea βγ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem*

αβ compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, simul rationale, quod uero bis sub ipsis αβ, βγ, simul medium. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, appellata minor. Quoniam namque compositum quidem ex ijs quæ ex αβ, βγ, quadratis rationale est, quod uero sub ipsis αβ, βγ, medium, incommensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod ex αγ. Rationale autem est, conflatum ex ijs quæ ex αβ, βγ, irrationale igitur quod ex αγ, ipsa igitur αγ irrationalis est, appellatur autem minor.

α γ β

Eucli. ex Camp. Propositio 72

72 SI linea de linea dematur, fuerintque ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemque rationalem continẽtes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturque iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoque nescire non potest qui priora nouerit, nisi a memoria exciderint: quin positis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 11 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt, sit a c reliqua, irrationales. & ipsa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

a c b

Eucli. ex Zamb. Theorema 59 Propositio 77

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incõmensurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale, reliqua irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. *A recta enim linea αβ, recta linea auferatur βγ, toti αβ potentia subsistens incõmensurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipsarũ αβ, βγ, quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipsarum αβ, βγ, quadratis medium est, quod uero bis sub ipsis αβ, βγ, rationale, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, quadrata ei quod bis sub αβ, βγ, & reliquũ igitur quod ex αγ, incõmensurabile est ei quod bis sub αβ, βγ. Quod uero bis sub αβ, βγ, rationale est, quod igitur ex αγ, irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa αγ, uocatur autẽ cum rationali mediũ totum efficiens. Quod erat ostendendũ.*

α γ β

Eucli. ex Camp. Propositio 73

73 SI linea à linea detrahatur, fuerintque ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemque medialem continentes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incõmensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturque iuncta cum mediali faciens totum mediale.

CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 19 reperiuntur, & ipsæ sunt quæ cõponunt lineam potentẽ in duo medialia, eritque a c reliqua irrationalis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (sicut præmissa) duplici argumentatione concludes, processum 70 moneo diligenter attendas.

a c b

Eucli. ex Zamb. Theorema 60 Propositio 78

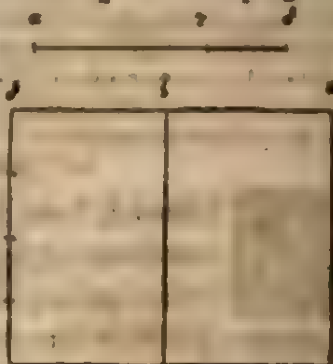
78 Si à recta linea recta linea sublata fuerit potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarũ quadratis medium, quod uero bis sub ipsis medium, insuper ipsarum quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis, reliqua irrationalis est, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. *A recta namque linea αβ, recta linea auferatur βγ potentia incõmensurabilis subsistens toti, efficiens compositum ex ipsarum αβ, βγ, quadratis medium, quod uero sub ipsis αβ, βγ, medium, insuper ipsarum αβ, βγ, quadrata incommensurabilia ei quod bis sub αβ, βγ. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.*

α γ β

Exponatur

Exponatur rationalis δι, & eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum ad ipsam δι comparetur (per 44 primi) δε, latitudinem efficiens δκ, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum auferatur δθ, latitudinem efficiens δζ, reliquũ igitur ζε, æquum est ei quod ex αγ, quare αγ potest ipsum ζε. Et quoniam compositum ex ipsarũ αβ, βγ, quadratis medium est, & ipsi δε est æquale, ipsum igitur δε medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δκ, rationalis igitur est (per 22 decimi) δκ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub αβ, βγ, medium est, & ipsi δθ æquale, igitur δθ medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, et quod bis sub αβ, βγ, incommensurabile igitur est & δε ipsi δθ. Sicut autem (per primã sexti) δε ad δθ, sic est & δκ ad δζ. incommensurabilis igitur est κδ ipsi δζ, & utræque sunt rationales. Ipsæ igitur κδ, δζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζκ, rationalis autem est ζθ. Quod uero sub rationali & apotome comprehensum rectangulum, irrationale est & illud potens irrationalis est (per 73 decimi.) ipsum autem ζε, potest ipsa γα. igitur ipsa γα irrationalis est, appellatur sane cum medio medium totum efficiens. Quod erat ostendendũ.



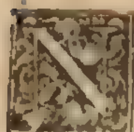
CAMPANVS Est autem præmittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad secundam sit sicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.



Intelligendũ est hoc de quãtitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit secunda, sit quoq; tertia maior quarta, cum uero minor, & minor. Exempli gratia sit differentia a ad b, sicut c ad d, dico quod erit a ad c sic b ad d, est enim (per hanc cõmunem animi conceptionem differentia extremorũ, composita est ex differentijs ipsorũ ad media) differentia a, ad c, composita est ex ea quæ est a ad b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ est b ad c, & ea quæ est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b, sicut c ad d, ea uero quæ est b ad c est cõmunis, sequitur per communem scientiam ut sit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 74.*

74 Vlla linea nisi una tantũ residuo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Sit linea a c residuũ, quæ fuerit reliqua, abscisa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 66. Dico quod ipsa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi sub hac diffinitione. neq; maiori b c neq; minori b c. Si autem potest, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quam b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 secundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius earum in alteram in quadrato a c, similiter quoq; quadrata duarum linearũ a d & d c pariter accepta, excedunt duplum superficiei unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem a c, sequitur ex præmisso antecedente ut differentia duorum quadratorũ duarum linearũ a b & b c pariter acceptorũ ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, sit sicut differentia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c. Cum autẽ sint duo quadrata utriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi, duplum uero superficiei unius in alteram portionum utriusq; sectionis mediale per hypothesin, & 19, erit una & eadem differentia duarum superficierũ rationalium & duarum medialium, hoc autem est impossibile, rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie, ut patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 5, medialis autem, non differt a mediali nisi

nisi irrationali superficie per u. Hoc autem fit manifestius in figura, sic. Sit enim superficies e f. adiũcta ad lineã e g, æqualis ambobus quadratis duarum superficierum a b & b c pariter acceptis, at g h sit æqualis duplo superficiei unius in alteram. Eritq; f h. æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secũdi. Similiter quoque sit k l. adiuncta ad lineã k m. æqualis duobus quadratis duarũ linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differẽtia e f ad g h, sicut k l ad m n. Quare per antecedens præmissum. erit permutatim differentia e f ad k l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n. Et quia utraque duarum superficierum e f & k l est rationalis, utraque uero duarum superficierum g h & m n medialis, sequitur impossibile, uidelicet, superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 61 Propositio 79

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantũ toti subsistens commensurabilis.

THEON ex Zãb. Sit apotome α β, cõgruẽs aũt ei sit β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Dico quod ipsi α β, altera non congruit rationalis potẽtia tantũ subsistens toti cõmensurabilis. Si enim possible, cõgruat, sitq; β δ. Ipsæ igitur α δ, δ β, potẽtia tãtũ sunt cõmẽsurabiles. Et quoniã (per 7 secũdi) quo excedũt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedũt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodẽ nãq; id est quod ex α β, utraq; excedũt) uicissim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β. Sed quæ ex α β, β δ, ea quæ ex α γ, γ β, excedũt rationali, utraq; nãq; rationalia sunt, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, rationali excedit, quod est impossibile. Vtraq; nãq; media sunt, & (per 12 decimi) medium nõ excedit rationali. Ipsi igitur α β, altera non congruit rationalis potentia tantũ cõmensurabilis existẽs toti. Vna igitur tantũ ipsi apotomæ cõgruit, rationalis potentia tantũ toti subsistens cõmensurabilis. Quod erat ostendendũ.

Eucli. ex Camp. Propositio 75

75 NVlla linea nisi una tantum residuo mediali primo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS Hæc quoque probabis simili modo. Sint enim in utraq; sectione ambo quadrata pariter accepta, mediale, duplũ uero superficiei unius in alterã ratiõale. Et quia ut prius eadẽ differentia quadratorũ unius sectionis ad quadrata altius, quæ est dupli superficiei unius ad duplum superficiei alterius, erit una & eadẽ superficies differentia duarũ medialium & duarum rationalium. Quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 62 Propositio 80

80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti subsistens commensurabilis, & cum tota rationale comprehendens.

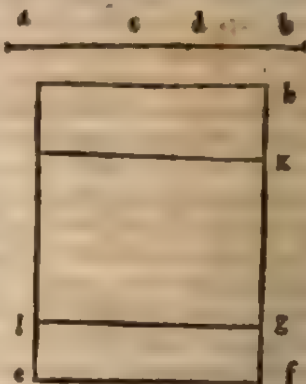
THEON ex Zãb. Esto namq; media apotome prima α β. & ipsi α β, cõgruat β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles, rõnale cõprehẽdẽtes duo quod sub α γ, γ β. Dico quod ipsi α β, altera nõ congruit media, toti potẽtia tantũ subsistẽs cõmẽsurabilis, & cũ tota ratiõale cõprehendẽs. Si enim possibile, cõgruat & δ β. ipsæ igitur α δ, δ β, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, ratiõale cõprehẽdentes quod sub α δ, δ β. Et quoniã (per 7 secũdi) quo excedũt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedũt & que ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodẽ etenim rursus excedũt, id est quod ex α β) uicissim igitur (per 16 quinti) quo excedũt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β. At quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, excedit rationali, utraque nẽpe rationalia. Et que ex α δ, δ β, igitur quadrata, quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali. Quod est impossibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi,) mediũ sane mediũ nõ excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cõgruit recta linea media, potentia tantũ toti subsistẽs cõmensurabilis, & cum tota rationale cõprehendens. Quod oportuit demonstrare.

76 Eucli.ex Camp. Propoſitio 76



Vlla linea reſiduo mediali ſcd'o cóiũgibilis eſt, ut ſub termino ea rũ fiãt, niſi tm̃ quæ ab ea ante ſepata erat

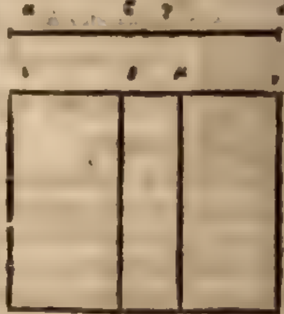
CAMP. Sit em̃ a c reſiduũ mediale ſcd'm, quæ fuit reſidua, aſciſa b c ex a b, erũtq́ ex 74. duæ lineæ a b & b c, mediales potẽtia tãtũ cõicãtes mediale cõtinẽtes. Dico q̃d ipſa a c, nulli lineæ alij q̃ c b, ſub hac diffinitione cõiũgi poteſt. Sin aũt, cõiũgatur lineæ c d. Sitq́ linea e f rõnalis in lõgitudine, ad q̃ cõniũgatur ſupficies e h. æqualis quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearũ a d & d c pariter acceptis, à qua abſcidatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq́ per 7 ſcdi ſupficies l h æqualis duplo ſupficiei a b in b c, & l k p eãdẽ æqualis duplo ſupficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarũ partiũ primæ ſectiõis ſũt mediale. & duplũ etiã ſuperficiei mediale incõmẽſurabile duob⁹ quadratis pariter acceptis



(quæ neſcire diligẽs Geometra nõ poterit qui poſitiões diligẽter ſeruauerit) erit ſupficies e h medialis, cũ ipſa ſit æqualis duob⁹ quadratis pariter acceptis, & ſupficies l h medialis cũ ipſa ſit æqualis duplo ſupficiei uni⁹ in alterã, per 20 igitur eſt utraq; duarũ linearũ f h & g h. rõnalis in potẽtia tm̃. Et quia una eſt incõmẽſurabilis alij, eo q ſuperficies e h eſt incõmẽſurabilis ſuperficiei h l ſicut duo quadrata duplo ſuperficiei, erit ex 68 linea f g reſiduũ Quare linea f g quæ eſt reſiduũ, cõponitur lineæ g h. ut ſint ambæ ſub termino earũ quæ erãt ante ſeparationẽ. Similiter quoq; pbabis eandẽ f g cũ linea g k cõponi eadẽ cõditione, mediãtibus ſuperficieb⁹ e k & k l, quarũ prima eſt æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d c. pariter acceptis, & ſecũda duplo ſuperficiei unius in alterã, quod eſt impoſſibile per 74. Et hic modus demõſtrationis poteſt eſſe cõmunis 75 cæteriſq; quatuor eã ſequentibus. Euch.ex Zamb. Theorema 61 Propoſitio 81

Mediæ apotomæ ſecũdæ una tãtũ cõgruit recta linea media potẽtia tm̃ toti commẽſurabilis & cũ tota mediũ cõprehẽdẽs.

THEON ex Zãb. *Eſto media apotome ſecũda α β, & ipſi α ε, cõgruẽs ſit ε γ. Ipſæ igitur α γ, γ ε, mediæ ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, mediũ cõprehẽdẽtes quod ſub α γ, γ β. Dico quod ipſi α β, alia nõ cõgruit recta linea media, potẽtia tãtũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis & cũ tota mediũ cõpbẽdẽs. Si enim poßibile cõueniat ε δ, igitur α δ, & δ β, mediæ ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, mediũ cõprehẽdẽtes quod ſub α δ, δ β. Exponaturq; rõnalis ε ζ. Et eis qdẽ quæ ex α γ, γ ε, æquũ ad ipſam ε cõparetur (per 44 primi,) ε η, latitudinẽ efficiẽs ε μ, ei uero quod ſub α γ, γ ε, æquũ auferatur θ η latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur ε λ, (p 7 ſecũdi) æquũ eſt ei quod ex α ε. Quare α ε, ipſum põt ε λ. Rurſus iã eis quæ ex α δ, δ ε, æquũ ad ipſam ε ζ cõparetur (per 44 primi,) ε ι, latitudinẽ efficiẽs ε ν. Eſt aũt & ε λ, æquũ ei quod ex α β, quadrato, reliquũ igitur θ η, (per 7 ſecũdi) æquũ eſt ei quod bis ſub α δ, δ ε. Et quoniã ipſæ α γ, γ ε, mediæ ſũt, media igitur ſũt & quæ ex α γ, γ β, & æqualia ſunt ipſi ε η, mediũ igitur (per 16 decimi & correlariũ 23) eſt ε η. Et ad ipſam rationalẽ ε ζ apponitur, latitudinẽ efficiẽs ε μ, rõnalis igitur eſt (per 22 decimi,) ε μ, & ipſi ε ζ lõgitudie incõmẽſurabilis, rurſus quoniã quod ſub α γ, γ ε, mediũ eſt, & quod bis ſub α γ, γ ε, mediũ eſt (per correlariũ 23 decimi) & æquũ eſt ipſi θ η, & θ η. igitur mediũ eſt. Ad ipſamq; ε ζ rõnalẽ apponitur, latitudinẽ efficiẽs θ μ, rõnalis igitur eſt θ μ (per 22 decimi,) & ipſi ε ζ, lõgitudine incõmẽſurabilis. Et quoniã α γ, γ ε, potẽtia tãtũ ſũt cõmẽſurabiles, incõmẽſurabilis igitur eſt α γ, ipſi γ ε, lõgitudine. Sicut aũt α γ, ipſi γ ε, ſic eſt (per lẽma 21 decimi) quod ex α γ ad id quod ſub α γ, γ ε. Incommẽſurabile igitur eſt (per 11 decimi, quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ ε. Sed ei quod ex α γ, cõmẽſurabilia ſũt quæ ex α γ, γ ε. Ei aũt quod ſub α γ, γ ε. cõmẽſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β. Incõmẽſurabilia igitur ſunt q̃ ex α γ, γ ε. ei quod bis ſub α γ, γ β. E is aũt quæ ex α γ, γ β, æquũ eſt ε η, ei uero quod bis ſub α γ, γ ε, æquũ eſt θ η. Incõmẽſurabile igitur eſt ε η, ipſi θ η. Sicut aũt ε η, ad θ η, ſic eſt ε μ, ad θ μ. Incõmẽſurabilis igitur eſt ε μ, ipſi θ μ lõgitudine. Et utræq; ſunt rõnales. Ipſæ igitur ε μ, μ θ, rõnales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. apotome igitur eſt ε θ, cõgruẽs aũt ei eſt θ μ. Similiter oſtẽdemus quod & θ ν, ei cõgruit. Apotome igitur, alia & alia cõgruit recta linea, potẽtia tantũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis, quod (per 79 decimi,) eſt impoßibile. Mediæ igitur apotomæ ſecũdæ una tantũ cõgruit recta linea potẽtia tantũ, toti ſubſiſtẽs cõmenſurabilis & cũ tota mediũ cõprehẽdẽs quod erat oſtẽdendũ.* Eucl.ex Cãp. Propoſitio 77



77



Vlla linea minori coniungibilis eſt ut ſub termino ſuo fiant niſi tantum quæ ante ſibi abſciſionẽ cõiungebatur.

CAM-

CAMPANVS Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es, cõsule 11. & sine obiectione concludes propositum. si quemadmodũ in 74 processeris, poterisque si libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Eucl. ex Zāb. Theorema 64 Propositio 81

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale. quod uero bis sub ipsis medium.

THEON ex Zamb. *Esto minor α β, & ipsi α β congruens esto ε γ. ipsæ igitur β γ, γ ε, potentia sunt incommensurabiles, efficientes cõflatũ quidẽ ipsarũ quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis mediũ. Dico quod ipsi α ε, alia recta linea non congruit efficiens eadem. Si enim possibile, congruat ε δ, & igitur α δ, δ ε, potentia sunt incõmensurabiles efficientes quæ ex δ, δ β, quadrata simul rationale, quod autẽ bis sub ipsis α δ δ ε, medium. Et quoniã quo excedunt quæ ex α δ, δ ε, ea quæ ex α γ, γ ε, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, quod bis sub α γ, γ ε. quæ aũt ex α δ, δ β, quadrata, ea quadrata quæ ex α γ, γ ε, rationali excedunt, utraque enim rationalia. & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ ε, rationali excedit, quod (per 26 decimi) est impossibile, utraq; nanque media sunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale, quod uero bis sub ipsis medium, quod ostendere oportebat.*

α ε γ δ

Eucli ex Camp. Propositio 78

78 Linea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale, nisi uni tantum componi non potest ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS Quid sit linea quæ proponitur, ex 71 didicisti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare, à processu 75, in, quo quã non deues, sed sicut in 76, si te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 65 Propositio 83

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarũ quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale.

THEON ex Zamberto. *Sit cum rationali medium totum efficiens α β, & ipsi α ε congruat ε γ. Ipsæ igitur α γ, γ ε, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum quidem ex ipsarum α γ, γ ε, quadratis mediũ, quod uero bis sub ipsis α γ, γ ε, rationale. Dico quod ipsi α β, alia non congruit eadem efficiens. Si enim possibile, congruat ε δ, & ipsæ igitur α δ, δ ε, rectæ lineæ, potẽtia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ipsarũ α δ, δ ε, quadratis mediũ, quod uero bis sub ipsis α δ, δ ε, rationale. Quoniã igitur quo excedunt quæ ex α δ, δ ε, ea quæ ex α γ, γ ε, eo excedit & quod bis sub α δ, δ ε, id quod bis sub α γ, γ ε, cõsequẽter ut in præcedẽtibus, quod uero bis sub α δ, δ β. id quod bis sub α γ, γ ε, excedit rationali, rationalia namq; utraque & quæ ex α δ, δ ε, igitur ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, quod est (per 26) impossibile, utraque enim media sunt (per 77 decimi.) Ipsi igitur α ε, alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium, quod autem bis sub ipsis rationale. Efficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat demonstrandum.*

α β γ δ

Eucli. ex Camp. Propositio 79

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totũ mediale, nisi una linea tantum iungi nequit ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale, magistra est 72. De qua quod hæc 79 enuntiat concludere cogeris, sicut de residuo mediali secundo (quod per 76 enuntiatum est) conclusisti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 66 Propositio 84

84. Efficienti cum medio medium totum, una tantum congruit recta linea

 poten-

potentia incommensurabilis toti subsistens,& cum tota efficiens conflatũ ex ipsarum quadratis medium,& quod bis sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex ijs quæ ab ipsis,ei quod bis sub ipsis.

THEON ex Zāb. Esto cũ medio mediũ totũ efficiens α ε,congruẽs autem illi sit ε γ,ipsæ igitur α γ,γ β potentia sunt incommensurabiles,efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ,& quod bis sub ipsis α γ,γ ε,mediũ,insuper & quæ ex α γ,γ ε,quadrata,incõmensurabilia ei quod bis sub α γ,γ ε. Dico quod alia ipsi α β, nõ cõgruit,cũ tota efficiẽs proposita. Quod si possibile est,congruat β δ,ut & α δ,δ β,potẽtia sint incõmensurabiles efficiẽtes quæ ex α δ,δ ε,quadratis simul mediũ,& quod bis sub ipsis α δ,δ ε,mediũ,& insuper quæ ex α δ,δ ε,incõmẽsurabilia ei quod bis sub α δ,δ β. Exponaturq; ratiõalis ι ζ. Et eis quidẽ quæ ex α γ,γ ε,æquũ ad ipsam ι ζ,cõparetur (per 45 primi,) ι κ,latitudinẽ efficiẽs ι μ,ei aũt quod bis sub β γ,γ ε,æquũ auferatur (per 44 primi) θ κ,latitudinẽ efficiens θ μ. Reliquũ igitur quod ex α β,(per 7 secũdi) æquũ est ipsi ι λ,ipsa igitur α ε,ipsum ι λ potest. Rursus eis quæ ex α δ,δ ε,æquũ ad ipsam ι ζ cõparetur per 44 primi,) ι ν,latitudinem efficiens ι ν. Est autem quod ex α ε,æquum ipsi ι λ. Reliquum igitur quod bis sub α δ,δ ε,æquum est ipsi θ ι. Et quoniã conflatum ex ijs quæ ex α γ ε,medium est,ac ipsi ι κ,æquale,medium igitur est & ι κ. Et ad rationalem comparatur ι ζ,latitudinem efficiens ι μ,rationalis igitur est (per 22 decimi) ι μ,& ipsi ι ζ,longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α γ,γ ε,mediũ est & ipsi θ κ æquale,medium igitur est θ κ. Et ad ipsam rationalẽ ι ζ apponitur,latitudinem efficiẽs θ μ,rationalis igitur est θ μ,& ipsi ι ζ longitudine incommensurabilis. Et quoniã incõmensurabilia sunt quæ ex α γ,γ ε,ei quod bis sub α γ,γ ε,incommensurabile igitur est ι κ,ipsi θ κ,incommensurabilis igitur est & ι μ,ipsi μ θ longitudine,& ambæ rationales sunt. Ipsæ igitur ι μ,μ θ,potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Igitur ipsa ι θ,apotome est. Congruens autẽ ei,est θ μ. Similiter iam ostendemus quod ι θ,rursus apotome est. congruens autem ei est θ ν. Apotomæ igitur ipsi alia & alia cõgruit potentia tantum toti subsistens commensurabilis,quod (per 79 decimi) impossibile esse ostendimus. Ipsi igitur α β,alia recta linea non congruit. Ipsi igitur α ε,una recta linea tantum congruit,potentia tantum toti subsistens incommensurabilis,& cum tota efficiens quæ ex ipsis quadratis simul medium,& quod bis sub ipsis. Efficitur igitur cum medio medium totum,& quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Ex Campano. Residuorum diffinitones.

1 Si fuerit idem totũ positæ rationali lineæ in lõgitudine commensurabile,quod positum erat,dicetur residuum primum.

2 Si uero linea adiuncta,positæ rationali communicet in longitudine,dicetur residuum secundũ. 3 Quod si fuerit utraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis,uocabitur residuum tertium. 4 Si eadem tota positæ rationali cõmunicet in longitudine,nũcupabitur residuum quartum. 5 Si uero linea adiuncta,positæ rationali,communicet in longitudine,uocabitur residuum quintum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali altera residuo,adiectaq; ipsi residuo secundũ eius terminum,si fuerit totum compositũ potentius linea adiecta,in quadrato lineæ ipsi toti cõmunicantis in longitudine.

Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali,altera residuo,adiectaq; ipsi residuo secundũ eius terminum, si fuerit totum compositũ potentius linea adiecta,in quadrato lineæ ipsi toti incommẽsurabilis in longitudine.

6 Quod si fuerit utraque rationali positæ in longitudine incommensurabilis,appellatur residuũ sextum.

Ex Zam.

Ex Zamberto. Apotomarum diffinitiones.

1 Siquidem tota expositæ rationali longitudine cōmensurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uero congruens commensurabilis fuerit, longitudine expositæ rationali, secunda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uero congruens, quinta. 6 Si autem neutra, sexta.

Commune initium triū priorum diffinitionū.

Supposita rationali & apotomæ, siquidem tota, congruente maius potuerit eo quod fit ex sibi lōgitudine cōmēsurabili

Commune trium initium posteriorum diffinitionum.

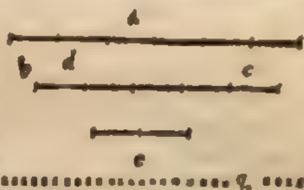
Rursus supposita rationali & apotomæ, si tota maius potuerit cōgruente eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili.

Eucli. ex Camp. Propositio 80



80 R Esiduum primum inuestigare.

CAMPANVS Ab inuentione omniū specierum residui, facile nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorū si minor portio abscindatur de maiori, linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm residuorum. Proprijs tamen inuentionibus residuorum insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita, cui commensurabilis in longitudine sumatur b c, sitq́ e numerus quadratus diuisus in f non quadratum & in quadradratum g. sitque proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, sicut e ad f, eritq́ per ultimam partem septimæ, c d rationalis in potentia tantum. Cum itaque sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi communicantis id longitudine quod patet in explanatione binomij primi, constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.



Eucli. ex Zamb. Problema 19 Propositio 85

85 Inuenire primam apotomen.

THEON ex Zāb. Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto β η, rationalis igitur est β η. Exponanturq́ bini quadrati numeri δ ε, ε ζ, quorum excessus δ ζ non sit quadratus. Igitur (per correlariū 1 lemmatis 28 decimi.) ε δ, ad δ ζ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratū numerum. Fiatq́ (per correlariū 6 decimi) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β η quadratū ad id quod ex η γ, quadratū, cōmēsurabile igitur est quod ex β η, ei quod ex η γ. Rōnale aūt quod ex β η, rationale igitur & quod ex η γ. Rationalis igitur est (per diffinitionem, & η γ. Et quoniā ε δ ad δ ζ rōnem nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū nūerū. neq́ igitur quod ex β η, ad η γ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum, incommensurabilis igitur est β η ipsi η γ longitudine, utræque autem sunt rationales. Ipsæ igitur β η, η γ, (per 9 decimi) rationales sunt potentia commensurabiles. Igitur ipsa β γ, apotome est (per 73 decimi. Dico quod & prima. Quo namque maius est quod ex β η, eo quod ex η γ, sit quod ex θ. Et quoniam sicut ε δ ad δ ζ, sic est quod ex β η, ad id quod ex η γ, conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) sicut δ ε, ad ε ζ, sic quod ex η β ad id quod ex θ, At δ ε ad ε ζ, rationē habet, quā quadratus nūerus ad quadratū numerū, uterq́ enim quadratus est. Quod igitur ex η β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commēsurabilis igitur est β η ipsi θ longitudine, & β η ipsa η γ maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur β η ipsa η γ maius potest eo quod ex sibi longitu-



dine commensurabili, estque tota β ε, ipsi α expositæ rationali commensurabilis. igitur (per tertias diffinitiones,) β γ apotome est prima. Inuenta igitur est prima apotome β γ. quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 81

81 Esiduum secundum patefacere,

CAMPANVS Ad habendum residuum secundum, sit a linea rationalis posita, eique communicans in longitudine c d, & sit quadratum c d ad quadratum b c, sicut f ad e. eritque b d residuum secundum ex diffinitione. Si dubitas, aut positas non seruas hypotheses, aut binomij secundi repetitione indiges.

Eucli. ex Zāb. Problema 19 Propositio 86

86 Inuenire secundam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α. & ipsi α longitudine commensurabilis esto ε γ. Rationalis igitur est ε γ. Et exponantur bini numeri quadrati δ ε, ε ζ, quorum excessus δ ζ non sit quadratus. Fiatque (per correlarium lēmatis 25 decimi) sicut δ ζ ad δ ε, sic quadratū quod ex ε γ, ad quadratum quod ex ε β. cōmensurabile igitur est (per 11 decimi,) quod ex ε γ quadratū, ei quod ex ε β, quadrato. Rationale autem est quod ex γ ε, rationale igitur est quod ex ε β. Rationalis igitur est β ε. Et quoniā quod ex ε γ quadratū ad id quod ex ε β, rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmensurabilis igitur est (per 19 decimi) γ ε. ipsi ε β longitudine. & ambæ sunt rōnales. Ipsæ igitur γ ε. ε β, rōnales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur (per 73) β γ apotome est. Dico quod & secūda. Quo etenim maius est quod ex β ε, eo quod ex ε γ, esto quod ex θ. Quoniam igitur est (per correlariū 6 decimi,) sicut quod ex β ε, ad id quod ex ε γ, sic est ε δ numerus ad δ ζ, numerum, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti.) est sicut quod ex β ε, ad id quod ex θ, sic est δ ε, ad δ ζ, & uterque ipsorum δ ε, ε ζ, quadratus est, quod igitur ex β ε, ad id quod ex θ. per 9 decimi,) rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commensurabilis igitur est β ε, ipsi θ, & β ε, ipsa ε γ, maius potest, eo quod ex θ. Igitur β ε, ipsa ε γ, maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et congruens est γ ε, commensurabilis longitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ per tertias diffinitiones) secunda est apotome. Inuenta est igitur secunda apotome β γ. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 82

82 Esiduum tertium perscrutari.

CAMPANVS Residuum tertium sic habetur. Posita ut prius a rationali numeróque e quadrato diuiso in f non quadratum & g quadratū, assumptoque h numero primo, sit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e, sitque quadratum lineæ b c ad quadratū lineæ c d, sicut e ad f. eritque ex diffinitione (de quo si hæsitas consule binomium tertium) linea d b, residuum tertium.

Eucli. ex Zamb. Problema 20 Propositio 87

87 Inuenire tertiam apotomen,

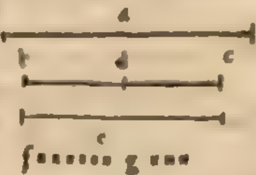
THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ε, β γ, γ δ, rationem adinuicem nō habentes quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Ipse autē β γ, ad δ β rationem habeat, quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatque (per correlariū 6 decimi,) sicut ε ad β γ, sic quod ex α quadratū ad id quod ex ζ η, quadratū, sicut uero β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex η θ. Quoniam igitur est sicut ε ad β γ, sic quod ex α, quadratū ad id quod ex ζ η quadratū, quod igitur ex α, quadratū et quod ex ζ η quadrato est cōmensurabile. Quadratū autē ex α, ratiōale est. rationale igitur est & quod ex ζ η, rationalis igitur est ζ η. Et quoniā ε, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neque igitur quod ex α, quadratū, ad id quod ex ζ η, quadratum rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ζ η longitudine. Rursus quoniā est sicut β γ ad γ δ sic quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex η θ. cōmensurabile igitur est quod ex ζ η, et quod ex η θ. Rationale autem est quod ex ζ η. rationale igitur quod ex η θ, rationalis igitur est η θ. Et quoniam β γ, ad γ δ, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationē habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η, ipsi η θ lōgitudine. Et utraeque sunt rationales, ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt, potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est

ζ θ

ζ θ(per 73 decimi.) Dico quod & tertia. Quoniā enim enim est sicut ι ad β γ, sic quod ex α, quadratū ad id quod ex ζ η quadratū, sicut aūt β γ, ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut ι ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex θ η. Sed ι ad γ δ rationē nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex η θ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. incōmēsurabilis igitur est α ipsi η θ lōgitudine. Neutra igitur ipsarum ζ η, η θ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α exposit e rationali. Quo nēpe maius est quod ex ζ η eo quod ex η θ, esto id quod ex κ. Quoniā igitur est sicut β γ ad γ δ, sic est quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut ε γ ad β δ, sic est quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex κ. At ε γ, ad ε δ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, & quod ex ζ η, igitur ad id quod ex κ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, commensurabilis igitur est ζ η, ipsi κ longitudine Et ζ η, ipsa η θ. maius potest, eo quod ex κ, ipsa igitur ζ η, ipsa η θ, maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarum ζ η, η θ, cōmensurabilis est lōgitudine ipsi α expositæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiōes) ζ θ, apotome est tertia. Inuenta igitur est tertia apotome, quod erat agendū. Eucl. ex Camp. *Propositio 83*

83 
Esiduum quartum inuenire.

CAMPANVS Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, cōmunicans lineæ a ratiōali positæ, numerus autē e quadratus, sit diuisus in f & g, quorū sit uterque nō quadratus, sitq; quadratū lineæ b c, quadratū lineæ d c, sicut e ad f, & scies ex diffinitione, lineam d b esse residuum quartū, si eorū quæ in inuentione binomij quarti didiceras, oblitus nō fueris. Eucl. ex Zāb. *Problema 11* *Propositio 88*



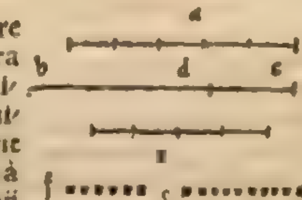
88 Inuenire quartam apotomen.

THEON ex Zāb. *Exponatur rōnalis α, & ei lōgitudine cōmēsurabilis esto ε η, rōnalis igitur est & ε η. Exponantur q; (per lēma secūdū 15 decimi) bini nūeri δ ζ, ζ ι, ut totus δ ι ad utrū q; ipsorū δ ζ, ζ ι, rōnem nō habeat quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Fiatq; per correlariū 6 (sicut δ ι ad ι ζ, sic quod ex ε η quadratū, cōmēsurabile igitur est (per correlariū 11 decimi) quod ex ε η, et quod ex η γ. Rōnale aūt est id quod ex β η, rōnale igitur & quod ex η γ. rōnalis igitur est (per 7 diffinitionē decimi,) & η ι. Et quoniā δ ι ad ι ζ, rōnem nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex ε η ad id quod ex η γ rationē habet, quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi,) β η, ipsi η γ lōgitudine. Et utræq; rōnales sunt. Ipsæ igitur ε η, η γ, rōnales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est ε γ. Dico quod & quarta. Quo nempe maius est quod ex ε η, eo quod ex η γ, esto (per lēma 13 decimi,) quod ex θ. Quoniā igitur est sicut δ ι, ad ι ζ, sic est quod ex β η, ad id quod ex η γ, & cōuertēdo igitur (per correlariū 18 quinti,) sicut ι δ, ad δ ζ, sic quod ex η ε, ad id quod ex θ. Sed ι δ, ad δ ζ, rationē nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū nūerū, neq; igitur quod ex η ε ad id quod ex θ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incommēsurabilis igitur est (per 9 decimi) ε η, ipsi θ lōgitudine, & β, ipsa η γ, maius potest, eo quod ex θ, ipse igitur ε η, ipsa η γ maius potest, eo quod ex sibi incōmensurabili, estq; tota β η, cōmensurabilis lōgitudine ipsi α rationali expositæ. Ipsa igitur ε γ, (per 4 diffinitiones apotome est quarta. Inuenta igitur est quarta apotome, quod faciēdū erat.* Eucl. ex Cāp. *Propositio 84*



84 
Esiduum quintum demonstrare.

CAMPANVS Cum residuū quintū inuenire libuerit, erit linea c d communicans lineæ a rationali positæ in lōgitudine, sicut erat in inquisitione secūdi, & erit quadratus numerus e diuisus in f & e, quorum neuter quadratus sicut in præmissa, erit quadratū lineæ c d ad quadratū b c, sicut f ad e, ex quibus à diffinitione cōcludere licet (habita sufficiēti notitia binomij quinti) lineā d b esse residuū quintū. Eucl. ex Zāb. *Theorema 11* *Propositio 89*



89 Inuenire quintam apotomen.

THEON ex Zāb. *Exponatur ratiōalis α, & ipsi α lōgitudine cōmensurabilis esto γ η, rōnalis igitur est γ η. Exponantur q; (per secundū lemma 28 decimi.) bini numeri δ ζ, ζ ι, ut δ ι ad utrūq; ipsorū δ ζ, ζ ι, rationē rursus non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; (per correlariū 6 decimi) sicut ζ ι, ad ι δ, sic quod ex η γ ad id quod ex η ε, cōmensurabile (per 11 decimi,) igitur est quod ex γ η, et quod ex β η. Rationale autem est quod ex γ η, rationale & quod ex η ε, rationalis igitur est ε η. Et quoniam est sicut δ ι, ad ι ζ, sic est quod ex ε η ad id quod ex η γ. At δ ι, ad ι ζ, rationē nō habet quā nūerus quadratus ad quadratum numerū, neq; igitur quod ex β η ad id quod ex η γ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) ε η ipsi η γ, lōgitudine. Et utræq; sunt rōnales. ipsæ*



igitur β η, η γ, rationales sunt potentia tantum cōmēsurabiles. Igitur ε γ, apotome est per 73 decimi. Dico quod & quinta. Quo nāque maius est id quod ex β η, eo quod ex η γ, esto id quod ex θ. Quoniā igitur est sicut quod ex ε η, ad id quod ex η γ sic est δ ε ad ε ζ, cōuertēdo igitur (per correlariū 13 quinti) est sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β η, ad id quod ex θ. At ε δ, ad δ ζ, rationē nō habet quàm quadratus numerus ad quadratū numerum, neque igitur quod ex ε η, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis (igitur per 9 decimi) ε η, ipsi θ, longitudine. Ipsaq; η ε, ipsa η γ, maius potest eo quod ex θ. Ipsa igitur η ε, ipsa η γ maius potest, eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. & congruens est longitudine commensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ, apotome est quinta. Inuenta igitur est apotome quinta. Quod ostendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 85

85 Esiduum sextū demum præsto sit reperire.

CAMPANVS. Residuum sextum sic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos. & erit h numerus primus. Et quadratū lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e. at uero quadratū lineæ b c, quadratū c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitione linea d b. residuum sextum. Cui si non plane animus tuus assenserit, exerceri te conuenit in inuentione binomij sexti.



90 Inuenire sextam apotomen.

f .... g ......

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ε, β γ, γ δ, rationem non habentes adinuicem quā quadratus numerus ad quadratum. Insuperq; & β γ, ad β δ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlarium 6 decimi) sicut ε ad β γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ η, sicut autē β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ. Quoniam igitur est sicut ε ad β γ, sic est quod ex α ad id quod ex ζ η, cōmensurabile igitur est (per 6 decimi.) quod ex α ei quod ex ζ η, rationale autē quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζ η, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniā ε ad β γ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ η, rationē nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζ η longitudine. Rursus quoniā est sicut β γ, ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ, rationale autē est quod ex ζ η, ratiōale igitur est, & quod ex η θ, rationalis igitur & η θ. Et quoniā β γ ad γ δ rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi.) ζ η, ipsi η θ longitudine. Et utraq; rationales. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Igitur ζ θ apotome est. Dico iam quod & sexta. Quoniam enim est sicut ε ad β γ sic quod ex α ad id quod ex ζ η, sicutq; β γ ad γ δ sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex η θ. At ε ad γ δ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neque igitur quod ex α, ad id quod ex θ η, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi η θ lōgitudine, & neutra ipsarū ζ η, η θ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nempe maius est quod ex ζ η, eo quod ex ζ θ, esto quod ex κ. Quoniam enim est sicut β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, conuertēdo igitur (per correlarium 13 quinti) est sicut β γ ad β δ sic est quod ex ζ η, ad id quod ex κ. At γ β, ad β δ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex κ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η ipsi κ longitudine. Et ζ η, ipsa η θ maius potest, eo quod ex κ. Igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod est sibi longitudine incōmensurabili, & utraque ipsarū ζ η, η θ, incommensurabilis est lōgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζ θ, apotome est sexta. Inuenta igitur est apotome sexta ζ θ, quod erat agendum. Sit prædictarum sex apotomarum inuentionis ostensio concisior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima α γ, cuius maius nomen sit α β, & ab ipsa quidem α β, auferatur ipsi quidem β γ, æqualis β δ. Ipsæ igitur α β, β γ, hoc est α β, β δ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α β, ipsa β γ, hoc est ipsa β δ, maius potest, eo, quod ex sibi incommensurabili. & α β commensurabilis est expositæ rationali longitudine. Igitur α δ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus* in numeros exponentes.



ε .... β ...... γ

α β δ

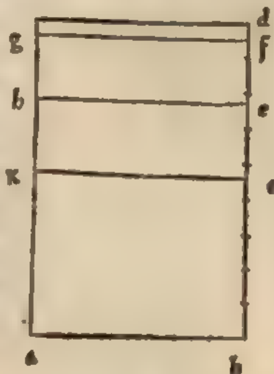
*scrupitnon pari numero, id est eiusdem ordinis

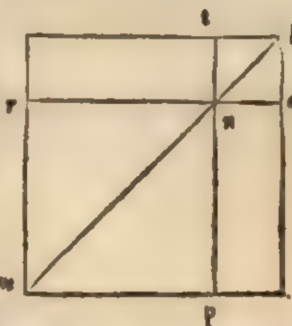
Eucli. ex Camp. Propositio 86

86 I fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta. latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

CAMPANVS. Sit superficies a c contenta linea rationali a b & residuo primo

mo b c, dico latus tetragonicum superficiei a c, esse residuum. Adiungatur enim ad lineam b c, linea c d, sitq́ꝫ illa cuius detractione b c fuit residuum primum. Eritq́ꝫ ex diffinitione, b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tātum, b d quoque erit potētior d c, in quadrato lineæ secum cōmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis, eritq́ꝫ ex secunda parte 18 b f communicans in longitudine f d, per 9 igitur utraque earum cōmunicat cū tota linea b d, quare per diffinitionē ambæ sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq́ꝫ lineæ f g, e h, & c k, æquidistantes a b, eritq́ꝫ per 19 utraque duarum superficierum a f & g d, rationalis. Sit quadratū ergo l m, æquale superficiei a f. eritq́ꝫ rationale, & latus eius rationale in potentia. In tra illud quadratū protracta diagonali linea l m, describatur quadratum l n, æquale superficiei g d, erit que ipsum rationale, & eius latus ratiōale in potētia. protrahantur autem duæ lineæ m p, q n, æquidistanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratū p r esse æquale superficiei a c, & eius latus quod est n p est residuum. Cum enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d, ideoq́ꝫ & inter duo quadrata l m & n l. Cūq́ꝫ ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata, erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratum l n est æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaque gnomo circūscriptus quadrato m n, est æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f, relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n sit residuū, sic collige. Est enim utraque duarū p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrunque quadratum l m & n l est rationale. unáque earum est incommensurabilis alij per primam sexti & 10 huius, eo quod quadratum l m est incommensurabile l r superficiei, sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est quod ipsæ sunt incommensurabiles, est enim per primā sexti una earum ad alteram, sicut linea b f quæ est rationalis in longitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantum, ex 65 igitur linea p n, quæ potest in superficiem a c, est residuum. Et hoc est quod intendimus.



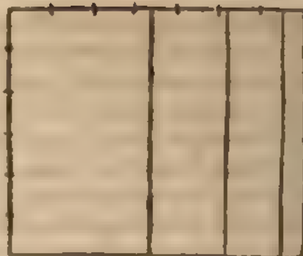


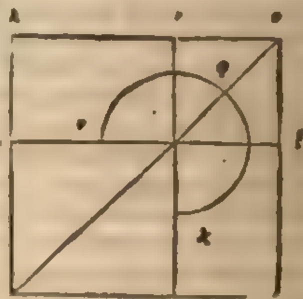
Eucli. ex Zamb. *Theorema 67* *Propositio 91*

91 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome prima, quæ areolā potest apotome est.

THEON ex Zamb. *Cōprehendatur etenim areola α β, sub rationali α γ, & apotome prima α δ. Dico quod ipsam α β areolā potens, apotome est. Quoniā apotome est α δ, esto eidē cōgruens (per 79 decimi) δ η. Ipsæ igitur α η, δ η, rationales sunt potentia tantū commensurabiles. & tota α η, (per 3 diffinitiones) commensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, & α η ipsa η δ, (per 73 decimi,) maius potest eo quod ex sibi lōgitudine commensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δ η æquū ad ipsam α η cōparetur deficiēs forma quadrata, in cōmēsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuiserit. Secetur (per 10 primi) δ η bifariā in ε, & ei quod ex ε η, æquū ad ipsam α η cōparetur (per 28 sexti,) deficiēs forma quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η, cōmēsurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ η. Et per ε, ζ, η, signa, (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitētur ε θ, ζ ι, η κ. Et quoniā cōmensurabilis est α ζ ipsi ζ η, longitudine, & α η igitur utriq; ipsarū α ζ, ζ η, cōmensurabilis est lōgitudine. Sed α η cōmensurabilis est ipsi α γ, & utraque igitur ipsarum α ζ, ζ η, commensurabilis est longitudine ipsi α γ, & rationalis est α γ, rationalis igitur est & utraq; ipsarum α ζ, ζ η, quare & utrunque ipsorum α ι, ζ κ, rationale est. Et quoniam commensurabilis est δ ε, ipsi ε η, & δ η, igitur utriq; ipsarū δ ε, ε η, lōgitudine cōmensurabilis est. Rationalis aūt est δ η, & ipsi α γ lōgitudine incōmensurabilis, rationalis igitur est & utraq; ipsarū δ ε, ε η, & ipsi α γ, lōgitudine incōmensurabilis, utrūq; igitur ipsorū δ θ, ε κ, mediū est. Apponatur iā, ipsi quidē α ι, æquū quadratū λ μ, ipsi autē ζ κ, æquum auferatur communē ipsi λ μ angulum habēs cū qui sub λ ο μ, ν ξ, sitq; ν ξ, circa eundem igitur dimetientē sunt (per 26 sexti,) ipsa λ μ, ν ξ, quadrata, sit eorū dimetiens ο ρ, ac describatur figura. Quoniā certe rectangulum cōprehensum sub α ζ, ζ η, æquum est ei quod ex ε η, quadrato,*

est





est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ ad ε η, sic ε η ad ζ η. Sed sicut quidem α ζ ad ε η, sic (per 1 sexti) α ι, ad κ η, sicut autẽ ε η ad ζ η, sic est κ η, ad κ ζ. Ipsorum igitur α ι, κ ζ, medium proportionale est κ η, est autem ipsorum λ μ, ν ξ, medium proportionale ν μ, sicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi,) & α ι, ipsi quidem λ μ quadrato æquum est, at κ ζ, ipsi ν ξ, & κ η igitur, ipsi μ ν est æquale. Sed κ η, (per 36 primi) ipsi δ θ est æquale, & μ ν, ipsi λ ξ. Igitur δ κ, æquum est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Est autẽ & α κ æquũ ipsis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquũ igitur α ϐ, (per 43 primi) æquũ est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Quod igitur ex λ ν quadratũ, ipsi α β, æquũ est. Ipsa igitur λ ν, ipsam α β areolam potest. Dico quod & λ ν apotome est. Quoniã enim rõnalia sunt α ι, ζ κ, & æqualia sunt ipsis λ μ, ν ξ, & utrũq; igitur ipsorũ λ μ, ν ξ, ratiõale est, hoc est quod ex utraq; ipsarũ λ ο, ο ν, & utraq; igitur ipsarũ λ ο, ο ν, rõnalis est. Rursus quoniã δ θ mediũ est, & ipsi λ ξ, est æquale mediũ igitur est λ ξ. Et quoniã λ ξ mediũ est, & ν ξ rõnale, incõmẽsurabile igitur est λ ξ, ipsi ν ξ. Sicut autẽ λ ξ ad ν ξ, sic est λ ο ad ο ν. Incõmẽsurabilis igitur est (per 11 decimi) λ ο, ipsi ο ν longitudine. Et utraq; rationales, ipsæ igitur λ ο, ο ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi,) λ ν & ipsam α ϐ areolam potest. Quæ igitur ipsam α ϐ areolam potest apotome est. Si areola igitur cõprehẽdatur sub rationali & apotome prima, quæ areolam potest apotome est. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Propositio 87



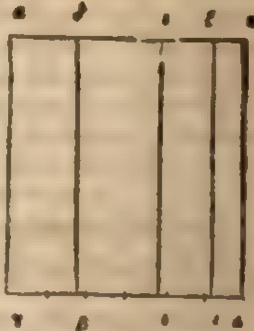
SI superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

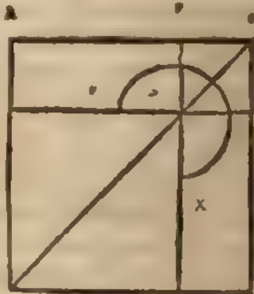
CAMPANVS In hac quoque argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte 11 & nona & decimanona & 15 & 69.

Eucl. ex Zãb. Theorema 68 Propositio 92

92 Si areola comprehensa fuerit sub rationali & apotome secunda quæ areolam potest mediæ apotomæ est prima.

THEON ex Zamb. Areola namque α ϐ, cõprehendatur sub rationali α γ, & secunda apotomæ α δ. Dico quod quæ α ϐ areolam potest, mediæ apotome est prima. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ η. Ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantũ commensurabilis (per 3 diffinitiones,) & ipsa δ η, congruens, cõmensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa uero α η tota ipsa congruente η δ maius potest eo quod ex sibi commẽsurabili. Quoniã igitur ipsa α η plus quàm η δ potest eo quod ex sibi commensurabili longitudine. Si igitur quartæ parti eius quod ex η δ, æquũ ad ipsam α η, cõparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, ipsam dirimet in commensurabilia (per 17 decimi. Secetur (per 10 primi) n᷑pe δ η, bifariam in ε, & ei quod ex ε η, æquum ad ipsam α η, cõparetur forma deficiẽs à quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η, commensurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ η, longitudine. Et per ipsa ε, ζ, η, signa, (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitentur ε θ, ζ ι, η κ. Et quoniam (per 15 decimi,) α ζ ipsi ζ η, longitudine commensurabilis est, & α η igitur utriq; ipsarum α ζ, ζ η, longitudine cõmensurabilis est. Rationalis autem est α η, & ipsi α γ, longitudine incõmẽsurabilis, & utraq; igitur ipsarũ α ζ, ζ η, ratiõalis est, & ipsi α γ lõgitudine incommensurabilis, utrũq; igitur ipsorũ α ι, ζ κ, medium est. Rursus quoniam commensurabilis est δ ε, ipsi ε η, & δ η, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utrique ipsarũ δ ε, ε η, cõmensurabilis est. Sed δ η, ipsi α γ longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est utraque ipsarũ δ ε, ε η, & ipsi α γ lõgitudine cõmensurabilis, igitur & utrũq; ipsorum δ θ, ε κ, (per 19 decimi,) rationale est. Constituatur ergo (per 14 secundi) ipsi quidẽ α ι æquum quadratum λ μ, ipsi autẽ ζ κ æquũ auferatur ν ξ, circa eundẽ existens angulũ ipsi λ μ qui sub λ ο μ. Circa eũdem igitur dimetientem sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata. Esto (per 26 sexti) ipsorum dimetiens ο ρ, & describatur figura. Quoniã nempe ipsa α ι, ζ κ, media sunt, & aduuicem cõmensurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, sunt æqualia. & quæ igitur ex λ ο, ο ν, media sunt, & ipsæ λ ο, ο ν, igitur mediæ sunt potentia tantũ commensurabiles. Et quoniam quod sub α ζ, ζ η,





æquum

æquū est ei quod ex ι η, est igitur sicut α ζ, ad ι η, sic ι η, ad ζ η. Sed sicut quidē α ζ ad ι η, sic α ι, ad ι κ, sicut autē ι η, ad ζ η, sic ι κ, ad ζ κ. Ipsorū igitur α ι, ζ κ. mediū proportiōale est ι κ. Sed ipsorū λ μ, ν ξ, quadratorū, mediū proportiōale est (per lēma 53 decimi,) μ ν, & α ι quidē æquū est ipsi λ μ, & ζ κ ipsi ν ξ. Igitur μ ν, ipsi ι κ, æquū est. Sed ipsi quidē ι κ, æquū est δ θ, at μ ν, ipsi λ ξ (per 36 primi) est æquale. Totū igitur δ κ. æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Quoniā ergo totū α κ, æquū est ipsis λ μ, ν ξ, quorū δ κ æquū est ipsi υ φ χ gnomoni & ipsi ν ξ, reliquū igitur α β ipsi σ τ, est æquale. Hoc est, ei quod ex λ ν: quod igitur ex λ ν, æquale est α ϐ, areolæ æquum est, ipsam igitur α β areolam, ipsa λ ν potest. Dico quod λ ν mediæ apotomæ est prima. Quoniā enim ι κ rationale est, & ipsi ν μ æquale hoc est ipsi λ ξ, rationale igitur est λ ξ, hoc est id quod sub λ ο, ο ν, (per constructionem.) Ostensum autem est, quod ν ξ medium est. Igitur λ ξ, ipsi ν ξ, est incommensurabile. Sicut autē λ ξ ad ν ξ, sic λ ο, ad ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, lōgitudine sunt incōmensurabiles. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes. Ipsa igitur λ ν, mediæ apotomæ est prima (per 74 decimi.) Et ipsam α β potest areolā. Igitur quæ ipsam α ϐ areolā potest, mediæ apotomæ est prima. Si areola igitur comprehensa fuerit, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 88

88 SI linea rationali residuoq́ꝫ tertio superficies contineatur, erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

CAMPANVS Priori demonstrationi insiste, & facile concludes propositū ex diffinitione residui tertij & secunda parte 11 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69 Propositio 93

93 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome tertia, quæ areolā potest mediæ apotomæ est secunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α ϐ, comprehendatur sub rationali α γ, & apotome tertia α δ. Dico quod quæ ipsam α ϐ, areolā potest, mediæ apotomæ est secunda. Esto enim (per 79 decimi,) ipsi α δ congruens δ η ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles, & neutra ipsarum α η, η δ, ipsi α γ, expositæ rationali cōmensurabilis est longitudine. At (per 17 decimi, tota α η, ipsa δ η, cōgruente maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquū ad ipsam α η, apponatur forma deficiens quadrata, in incommēsurabilia (per 18 decimi) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi.) nēpe δ η bifariā in ε, & (per 28 sexti) ei quod ex ε η, æquū ad ipsam α η, cōparetur forma deficiens quadrata, sitq́ꝫ quod sub α ζ, ζ η. Excitēturq́ꝫ (per 31 primi) per ε, ζ, η, signa, ipsi α γ, paralleli ε θ, ζ ι, η κ, cōmensurabiles igitur sunt α ζ, ζ η, cōmensurabile igitur est & α ι ipsi ζ κ. Et quoniā α ζ, ζ η, cōmēsurabiles sunt lōgitudine, & α η, igitur (per parabolē) utriq́ꝫ ipsarū α ζ, ζ η, cōmensurabilis est lōgitudine. Rationalis autē est α η, & ipsi α γ, longitudine incommensurabilis, & utraque igitur ipsarū α ζ, ζ η, rationalis est, & ipsi α γ, lōgitudine incommensurabilis, & utrūque igitur ipsorū α ι, ζ κ, (per 21 decimi,) medium est. Rursus quoniam cōmensurabilis est δ ε ipsi ε η, lōgitudine, & δ η, igitur utriq́ꝫ ipsarū δ ε, ε η, lōgitudine cōmēsurabilis est (per 16 decimi.) Rationalis autē est η δ, & ipsi α γ, lōgitudine incōmēsurabilis, rationalis igitur est & utraq́ꝫ ipsarū δ ε, ε η, & ipsi α γ, lōgitudine incōmensurabilis. Vtrūq́ꝫ igitur ipsorū δ θ, ε κ, (per 21 decimi,) mediū est. Et quoniā α η, η δ potentia tantum sunt cōmensurabiles, incōmensurabilis igitur est longitudine α η, ipsi η δ. Sed α η, ipsi quidē α ζ longitudine cōmensurabilis est, & δ η, ipsi ε η, incōmensurabilis igitur est α ζ, ipsi ε η longitudine. Sicut aūt α ζ, ad ε η, sic α ι ad ε κ, incōmēsurabile igitur est α ι, ipsi ε κ. Cōstituatur igitur (per 14 secūdi,) ipsi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipsi aūt ζ κ, æquū auferatur ν ξ, circa eundē existēs angulū cū μ λ. Circa igitur eundē dimetientē, sunt λ μ, & ν ξ, esto (per 26 sexti) ipsorū dimetiens ο ρ, describaturq́ꝫ figura. Quoniam igitur quod sub α ζ, ζ η, æquū est ei quod ex ε η, est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ, ad ε η, sic ε η ad ζ η. Sed sicut quidem α ζ ad ε η, sic est α ι ad ε κ, sicut autem ε η ad ζ η, sic est ε κ, ad ζ κ, & sicut igitur α ι ad ε κ, ita ε κ ad ζ κ. Ipsorū igitur α ι, ζ κ, mediū proportionale est ε κ, est autē (per lēma 53 decimi,) ipsorū λ μ, ν ξ, quadratorū, mediū proportionale μ ν, & α ι, æquū est ipsi λ μ, & ζ κ, ipsi ν ξ. Et ε κ igitur, æquū est ipsi μ ν. Sed μ ν. ipsi λ ξ, est æquale, & ε κ, ipsi δ θ, æquum est (per 26 primi, & totū igitur, δ κ, æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Est aūt & α κ. æquū ipsis λ μ, ν ξ, reliquū igitur α ϐ, æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipsa λ ν, ipsam α β, areolā potest. Dico iam quod λ ν mediæ apotomæ est secūda. Quoniā enim ostēsum est quod α ι, ζ κ, media sūt & æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, mediū igitur est (per correlarium 23 decimi, & utrūq́ꝫ ipsorū quæ ex λ ο, ο ν, media igitur est utraq́ꝫ ipsarū λ ο, ο ν. Et quoniam α ι ipsi ζ κ, cōmēsurabile est, igitur quod ex λ ο, ei quod ex ο ν, cōmēsurabile est. Rursus quoniā ostēsum est quod α ι, ipsi ε κ incōmēsurabile est, incōmēsurabile igitur est λ μ ipsi μ ν, hoc est quod ex λ ο, ei quod sub λ ο, ο ν, quare & λ ο, incōmēsurabilis est lōgitudine ipsi ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Dico iā quod & mediū cōprehēdunt. Quoniā patuit quod ε κ, mediū est, & ei est æquale quod sub λ ο, ο ν, mediū igitur (per correlariū 23 decimi,) est & quod sub λ ο, ο ν. Quare ipsæ λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tantū commensurabiles medium comprehendentes. Ipsa igitur λ ν mediæ apotomæ est secunda (per 75 decimi,) & ipsam potest α ϐ. Quæ igitur ipsam α β areolam potest, mediæ apotomæ est secūda. Quod ostendere oportuit.

Eucli.

Eucli.ex Camp. Propositio 89

89 I fuerit superficies linea rationali residuoq́ʒ quarto contenta, linea super eam potens erit linea minor.

CAMPANVS In hac quoq́ʒ nõ aliter procedas quàm prius, facile erit tibi propositum concludere, si præmissam non despicis. ex diffinitione residui quarti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71. & sic patebit propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 70 Propositio 94

94 Si areola comprehendatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolam potest minor est.

THEON ex Zãb. Areola nãque αβ, comprehendatur sub rationali αγ, & quarta apotome αδ. Dico quod quæ αβ areolã potest, minor est. Sit enim (per 80 decimi.) ipsi αδ congruens δε, ipsæ igitur αε, εδ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & αε, ipsi αγ, expositæ rationali longitudine commensurabilis est, & tota αε, ipsa δε congruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniam igitur (per 51 decimi) αε ipsa εδ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine incommẽsurabili, si igitur quartæ parti eius quod ex δε, æquum ad ipsam αε, comparetur (per 28 sexti,) forma deficiens quadrata, in incommensurabilia (per 18 decimi,) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi) igitur δε, bifariam in η, & ei quod ex ηε, (per 28 sexti,) æquum ad ipsam αε cõparetur forma deficiens quadrata, sitq́; quod sub αζ, ζε, incommensurabilis igitur est longitudine αζ, ipsi ζε. Excitentur igitur (per 31 primi) per η, ζ, ε, signa. parallelæ ipsis αγ, βδ, sintq́; ηθ, ζι, εκ. Quoniã igitur rationalis est αε, & ipsi αγ, longitudine commensurabilis, rationale igitur est totum ακ. Rursus quoniã commensurabilis est δε ipsi αγ longitudine, & utræq́; sunt rationales, mediũ igitur est δκ, (per 21 decimi.) Rursus quoniã incommensurabilis est αζ, ipsi ζε longitudine, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) & αι ipsi ζκ. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidem αι æquum quadratũ λμ, ipsi autem ζκ, æquum auferatur νξ Ad eundem existens ipsi λμ, angulum qui sub λομ, circa igitur eundem dimetientem sunt. (per 26 sexti,) ipsa λμ νξ, quadrata. Sit ipsorũ dimetiens ορ, describaturq́; figura. Quoniã igitur quod sub αζ, ζε, æquũ est ei quod ex ηε, proportionaliter igitur est (per 17 sexti) sicut αζ, ad ηε, sic ηε, ad ζε. Sed sicut quidem αζ ad ηε, sic αι ad ηκ, sicut autem (per 1 sexti) ηε, ad ζε, sic ηκ, ad ζκ. Ipsorũ igitur αι, ζκ, medium proportionale est ηκ. Ipsorũ autẽ λμ, νξ, quadratorũ (per lẽma 53 decimi) medium proportionale est μν, & αι, æquum est ipsi λμ, & ζκ, ipsi νξ, & ηκ, igitur, ipsi μν est æquale. Sed ipsi quidem ηκ, æquũ est δθ, ipsi autem μν, æquum est λξ. Totum igitur δκ, æquũ est ipsi υφχ, gnomoni, & ipsi νξ. Quoniã igitur ακ, totum æquũ est ipsis λμ, νξ, quadratis, quorũ δκ, æquũ est ipsi υφχ, gnomoni & ipsi νξ quadrato, reliquum igitur αβ. (per 3 cõmunẽ sententiã) æquũ est ipsi στ, hoc est ei quod ex λν, quadrato. Igitur λν, ipsam αβ, areolam potest, Dico quod λν irrationalis est, appellata minor. Quoniã enim ακ rationale est, & eis est æquale quæ ex λο, ον, sunt quadratis, conflatum igitur ex ijs quæ ex λο, ον, rationale est (per diffinitionẽ.) Rursus quoniã δκ mediũ est, & δθ, æquũ est ei quod bis sub λο, ον, quod igitur bis sub λο, ον, medium est. Et quoniã patuit quod αι, ipsi ζκ, est incommensurabile: incõmensurabile igitur est (per 11 decimi) quadratum quod ex λο, ei quod ex ον quadrato. Ipsæ igitur λο, ον, (per 76 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur λν, irrationalis est appellata minor, & ipsam areolam αβ potest. Quæ igitur ipsam αβ areolam potest minor est. Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 90

90 I fuerit linea rationali residuoq́ʒ quinto superficies contẽta, latus eius tetragonicũ, erit cũ rationali componens mediale.

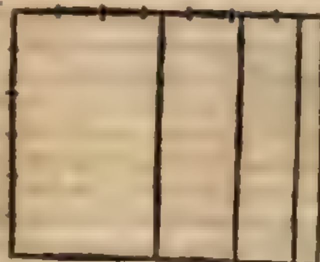
CAMPANVS Nitere præmissa argumentatiõe ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72, quod propositũ est concludere.

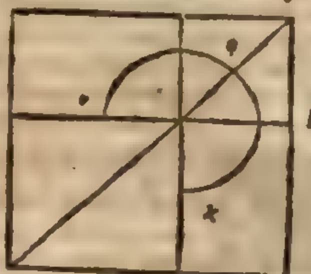
Eucli.ex Zamb, Theorema 71 Propositio 95

95 Si areola comprehendatur sub rationali & quinta apotome, quæ areolam potest, est quæ cum rationali medium totum conficit.

THEON ex Zamb. Areola etenim αβ, comprehendatur sub rationali αγ, & quinta apotome αδ. Dico quod quæ

quæ ipsam areolam α β potest, est quæ cum rationali medium totum conficit. Sit nanque (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ ε, ipsæ igitur α ε, ε δ, (per 80 decimi,) rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & congruens ε δ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α γ, expositæ rationali. Et tota α ε, congruente δ ε maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δ ε, æquū ad ipsam α ε, (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommensurabilia ipsam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi,) δ ε, bifariā in ι signo, & ei quod ex ι ε, (per 28 decimi, æquum ad α ε, cōparetur forma deficiens quadrata, sitq́ quod sub α ζ, ζ ε. Incommensurabilis igitur est (per 9 & 14 decimi) α ζ, ipsi ζ ε longitudine. Excitenturq́; (per 31 primi) per ι, ζ, ε, signa ipsi α γ paralleli ι θ, ζ η, ε κ. Et quoniā α ε ipsi α γ longitudine est incommensurabilis, & utræq; sunt ratiōales, mediū igitur est α κ. Rursus quoniā δ ε est ratiōalis, & ipsi α γ lōgitudine cōmēsurabilis, rationale igitur est δ κ. Constituatur igitur (per 14 secundi, ipsi quidē α η æquū quadratū λ μ, ipsi autē ζ κ, æquū quadratū auferatur ν ξ. Ad eundem angulū qui sub λ ο μ, sunt ipsa λ μ, & ν ξ, ad eādem igitur diametrū, sunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per (per 26 sexti) ipsorū dimetiens ο ρ, describaturq́ figura. Similiter iam ostendemus, quod λ ν, potest ipsam α β, areolam, dico quod ipsa λ ν, est quæ cum rationali mediū totū cōficit. Quoniā enim ostēsum quod α κ mediū est, & ei sunt æqua quæ ex λ ο, ο ν, cōflatū igitur ex eis quæ ex λ ο, ο ν, mediū est, (per correlariū 23 decimi.) Rursus quoniā δ κ ratiōale est, & ei est æquum quod bis sub λ ο, ο ν, & quod bis igitur sub λ ο, ο ν, rationale est. Et quoniā incommensurabile est α η ipsi δ κ, incommensurabile igitur est quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, potentia sunt incōmensurabiles efficientes conflatum ex ipsarum quadratus mediū, quod autē bis sub ipsis rationales. reliqua igitur λ ν, (per 77 decimi) irrationalis est appellata cū rationali mediū totum efficiens. Et ipsam α β, areolam potest, quæ igitur ipsam α β, areolam potest, est quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonstrare.

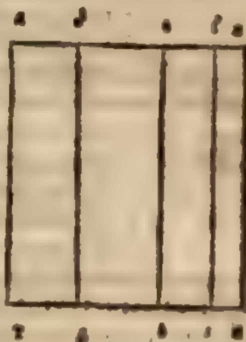




Eucli. ex Camp. Propositio 95

9 

I linea rationali residuoq́ sexto superficies contineatur, latus tetragonicum quod super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

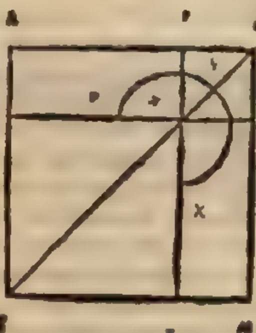


CAMPANVS Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur præmisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti, & secunda parte 14 & 9 & 19 & 71. In his autē omnibus processum tuum nihil offendere poterit. si primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris. & quid quoq́ supponet solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato l m te dubitare cōtigerit. ad suum æquale in superficie a d tibi recurrendū erit, & patebunt tuo ingenio.

Eucl. ex Zamb. Theorema 61 Propositio 96

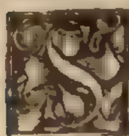
96 Si areola cōprehendatur sub rationali & apotome sexta, quæ areolā potest, est quæ cum medio medium totum efficit.

THEON ex Zamb. Areola nanque α β, cōprehendatur sub rationali α γ & apotome sexta α δ. Dico quod quæ α β areolam potest, est quæ cū medio medium totum efficit. Esto enim (per 79 decimi,) ipsi α δ congruens δ ε, ipsæ igitur α ε, ε δ, (per 90 decimi) rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Et neutra ipsarū α ε, ε δ, (per 3 diffinitiones) cōmensurabilis est ipsi α γ expositæ rōnali longitudine, & tota α ε ipsa δ ε cōgruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniā igitur α ε ipsa ε δ, maius potest eo quod ex sibi lōgitudine incōmēsurabili, si igitur (per 28 sexti,) quartæ parti eius quod ex δ ε, æquū ad ipsam α ε cōparetur forma deficiēs quadrata in incōmēsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) δ ε, bifariā in signo ι, & ei quod ex ι ε, (per 28 sexti,) æquū ad ipsam α ε, comparetur forma deficiens quadrata, sitq́ quod sub α ζ, ζ ε. Incommensurabilis

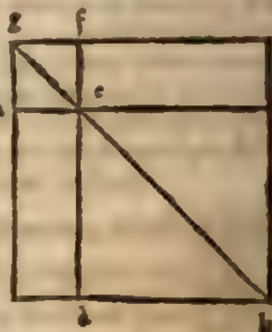


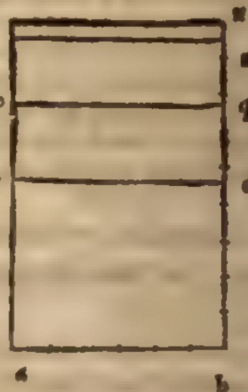
bilis igitur est (per 12 decimi α γ, ipsi ζ κ, longitudine. Sicut autem (per 1 sexti) α ζ, ad ζ κ, sic α ι ad ζ κ, incommensurabile igitur est (per 9 decimi, (α ι ipsi ζ κ. Et quoniam ipsæ α κ, α γ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium est α κ. Et quoniam ipsæ α γ, δ κ, rationales sunt longitudine incōmensurabiles, mediū est & δ κ, (per 21 decimi.) Quoniam igitur ipsæ α γ, γ δ, potentia tantum sunt commensurabiles, igitur α γ, ipsi δ γ longitudine est incōmensurabilis. Sicut autem, α γ ad γ δ, sic est α κ, ad δ κ, incommensurabile igitur est α κ, ipsi κ δ. Cōstituatur igitur (per 14 secundi,) ipsi α ι, æquū quadratū λ μ, ipsi autem ζ κ, æquum auferatur ν ξ, ad eundem angulum ipsi λ μ, circa eūdem dimetientem igitur (per 26 sexti) sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata, esto ipsorum dimetiēs ο γ. describaturq; figura. Similiter iam ex præcedentibus ostendemus, quod λ ν est quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam nāq; patuit quod α κ mediū est & eis est æquale quæ ex λ ο, ο ν. conflatum igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, medium est (per correlarium 23 decimi.) Rursus quoniam patuit quod δ κ mediū est, & ei æquale quod bis sub λ ο, ο ν, & quod igitur bis sub λ ο, ο ν, mediū est. Et quoniam patuit quod α κ, ipsi δ κ est incommensurabile, incommensurabilia igitur sunt & quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadrata ei quod bis sub λ ο, ο ν. Et quoniam α ι, ipsi ζ κ, est incōmensurabile, incōmensurabile est igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsæ λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia ei, quod bis sub ipsis. Ipsa igitur λ ν, irrationalis est, appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat demonstrandū.

Eucli. ex Camp. Propositio 92

92 I ad lineam rationalē superficies æqualis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est.

CAMPANVS Hæ sex sequentes, sunt conuersæ sex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hæc est intentio, quod si sit superficies a c adiuncta ad lineam ratiōalem a b, æqualis quadrato residui quod sit d e, erit eius latus secundum quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum, linea per cuiusabscisionem ipsa d e fuerit residuum, sitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 61 utraq; duarū linearum d f & f e, rationalis in potentia, & una earum incommensurabilis alij. Describatur ergo quadratum lineæ f e, quod sit e g, & quadratū d e quæ posita est esse residuū, quod sit e h, & adijciantur supplementa d κ & f l, eritq; quadratū g h, tāquam quadratum lineæ d f, & quadratum e h erit sicut superficies a c. Erit etiam utrūq; quadratorū g h & g e, rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineā a b, æqualis quadrato g h, eritq; ob hoc ratiōalis, quare per 16 linea m n est rationalis in lōgitudine, superficies uero p n sit æqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rōnalis. & per 16 linea m n rōnalis in lōgitudine. itaq; tota linea b n est rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidistans a b, eritq; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestum uero est quod cum tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarum linearum d f & f e, & superficies a c sit æqualis quadrato lineæ d e quod est e h, erit per 7 secūdi superficies residua ex a n quæ est c f æqualis duplo superficiei ex d f in f e, quare & horū dimidia quæ sunt r n & d g, necesse est esse æqualia. Cūq; igitur ex prima sexti sit superficies d g medio loco proportiōalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n. ideoq; per primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cūq; sit q n dimidiū lineæ n c, & linea q n diuisa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, sequitur ex prima parte 11 quod linea b n sit potentior linea n c in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine. Quia ergo superficies d g est medialis ex 19, ex hypothesi autē superficies c r sibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantum per 20, ideoq; etiam duplum eius quod est linea n c est rationalis tantum in potentia. quia ergo b n est rationalis in longitudine communicantis lineæ a b positæ rationali. & potentior n c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudi-





ne.sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 73 Propositio 97

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem primam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. *Sit apotome α ϐ, rationalis autem sit γ δ, & ei quod ex α ϐ. æquum ad ipsam γ δ. comparetur γ ι. latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ, est prima apotome. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α ϐ cõgruens ϐ η, ipsæ igitur α η. η ϐ. (per 80 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et ei quidẽ quod ex α η, (per 44 primi) æquum, ad ipsam γ δ, cõparetur γ θ, ei autẽ quod ex β η, comparetur κ λ. Totũ igitur γ λ. æquũ est eis quæ ex α η, η ϐ, quorũ γ ι æquum est ei quod ex α ϐ. reliquum igitur ζ λ, æquum est ei quod bis sub α η, η ϐ. Secetur (per 10 primi) ζ μ bifariã in signo ν, & excitetur (per 31 primi) per ν, ipsi γ δ parallelus ν ξ. Vtrũque igitur ipsorum, ζ ξ, λ ν, æquum est ei quod sub α η, η β. Et quoniam quæ ex α η. η ϐ, rationalia sunt, & eis quæ ex α η, η ϐ, æquũ est δ μ, rationale igitur est (per diffinitionẽ decimi,) δ μ. Et ad rationalem apponitur γ δ. latitudinẽ efficiẽs γ μ. rationalis igitur est γ μ, (per 29 decimi,) & ipsi γ δ longitudine commensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α η, η ϐ, medium est (per 21 decimi,) & ei quod bis sub α η. η ϐ, æquũ est ζ λ. mediũ igitur est ζ λ. Et ad ipsam γ δ rationalẽ apponitur. latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est ζ μ. & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Et quoniã quæ ex α η, η ϐ, rationalia sunt, quod autẽ bis sub α η, η ϐ, medium est, incommensurabilia igitur sunt quæ ex α η, η ϐ, ei quod bis sub α η, η ϐ. Et eis quidẽ quæ ex α η. η ϐ, æquum est γ λ, ei aũt quod bis sub α η, η ϐ, æquum est ζ λ. incõmẽsurabile igitur est (per 9 decimi,) δ μ ipsi ζ λ. Sicut autem (per 1 sexti,) δ μ, ad ζ λ. sic est γ μ, ad ζ μ, incommensurabilis igitur est (per 13 decimi.) γ μ ipsi ζ μ, lõgitudine. Et utræque sunt rationales, igitur γ μ, μ ζ, (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur γ ζ apotome est. Dico insuper quod & prima. Quoniam nempe eorum que ex α η, η ϐ, mediũ proportionale est quod sub α η, η ϐ, & quod ex α η, æquum est ipsi γ θ, ipsi autem quod sub α η, η ϐ, est ν λ, ei autem quod ex ϐ η, æquũ est κ λ. & ipsorũ igitur γ θ, κ λ, mediũ proportionale est ν λ. Est igitur (per 1 sexti,) sicut γ θ ad ν λ. sic est ν λ, ad κ λ. Sed sicut quidẽ γ θ ad ν λ, sic est γ κ ad ν μ. sicut aũt ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ. sic ν μ, ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ, (per 17 decimi) æquũ est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ, Et quoniã quod ex α η, ei quod ex η ϐ est incommensurabile, commensurabile est γ θ ipsi κ λ. Sicut autem γ θ ad κ λ. sic γ κ, ad κ μ, cõmensurabilis est igitur (per 11 decimi) γ κ ipsi κ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ sunt inæquales scilicet γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata quod scilicet sub γ κ, κ μ, & γ κ ipsi κ μ commensurabilis est, ipsa, igitur μ γ. ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et γ μ, commensurabilis est ipsi γ δ, expositæ rationali longitudine. Ipsa igitur γ ζ, (per 85 decimi,) apotome est prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem efficit primam apotomen. Quod erat ostendendum.*

Eucli.ex Camp. Propositio 98

98 CVm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineam rationem, alterum latus eius erit residuum secundum.

CAMPANVS Hic erit linea d e residuum mediale primum, & linea e f erit linea illa per cuius abscisionem d e fuerat residuum mediale primum. Dico quod b c erit residuũ secundum. Quod nescire non poteris, si demonstrationi præmissæ (quousque eam solido amplectaris habitu) institeris, & quales lineas oportebat esse d f & f e uigilanter attenderis. de quo si dubitas, 89 requirenda erit.

Eucli.ex Zamb. Theorema 74 Propositio 98

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem secundam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. *Sit mediæ apotomæ prima α ϐ, rationalis autem esto γ δ, & ei quod ex α ϐ, (per 44 primi.) æquum ad ipsam γ δ, apponatur γ ι, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est secunda, esto namque ipsi α ϐ congruens ϐ η, ipsæ igitur α η, η ϐ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex α η æquum ad ipsam γ δ comparetur (per 44 primi,) γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ. ei autem quod ex η ϐ, æquum ad ipsam κ θ comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α η, η ϐ, medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ rationalem comparatur, latitudinem efficiens γ μ. rationalis igitur est & γ μ, & ipsi γ δ in longitudine incommensurabilis (per 22 decimi.) Et quoniam γ λ æquum est eis quæ ex α η, η ϐ, quadratis. quorum quod ex α ϐ, æquum est ipsi γ ι, reliquum igitur quod bis sub α η, η ϐ, æquum est ipsi ζ λ. Rationale au*

tem est quod bis sub αε,εβ.comprehenditur.rationale igitur & ζλ. Et ad ζε,rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζμ,rationalis igitur est (per 20 decimi,) & ζμ,& ipsi γδ longitudine commensurabilis. Quoniam igitur quæ ex αε,εβ,hoc est ipsum γλ,medium est,quod autem bis sub αε,εβ,hoc est ipsum ζλ,rationale. incõmensurabile igitur est (per 9 decimi,) γλ ipsi ζλ. Sicut autem γλ,ad ζλ,sic est γμ,ad ζμ,incommẽsurabilis igitur γμ,ipsi ζμ longitudine,& utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γμ,μζ,rationales sunt potentia tantum commensurabiles,ipsa igitur γζ,apotome est (per 73 decimi,) Dico etiam quod & secũda. Secetur namq; (per 10 primi) ζμ bifariam in ν. Excitetur q; (per 31 primi,) per ν,ipsi γδ,parallelus νξ,utrũq; igitur ipsorum ζξ, νλ,æquum est ei quod sub αε,εβ. Et quoniã (per lẽma 53 decimi) ipsorum quæ ex αε,εβ,quadratorum medium proportionale est quod sub αε,εβ.& quod ex αε,æquum est ipsi γθ,quod uero sub αε,εβ,ipsi νλ. quod autẽ ex βε ipsi κλ.& ipsorũ igitur γθ,κλ,medium proportionale est νλ (per idem lemma.) Est igitur sicut γθ ad νλ,sic νλ,ad κλ,sed sicut quidem γθ ad νλ, sic est γι ad νμ,sicut aũt νλ,ad κλ.sic est νμ ad μκ. Sicut igitur (per 11 quinti) γι ad νμ,sic est νμ, ad κμ. Igitur quod sub γι,κμ,(per 17 decimi) ei est æquũ quod ex νμ,hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniã quod ex αε,commensurabile est ei quod ex βε,commensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γθ ipsi κλ,hoc est γι,ipsi κμ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ,& μζ,quartæ autem parti eius quod ex μζ (per 17 decimi,) æquum ad maiorem γμ apponitur deficiens forma quadrata,quod scilicet sub γι,κμ.& ipsam in commensurabilia despescit,ipsa igitur γμ ipsa μζ,(per eandem) maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili Et congruens ζμ,(per 85 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γδ expositæ rationali. Ipsa igitur γζ, apotome est secunda,(per 3 diffinitiones. Quod igitur a mediæ apotomæ prima ad rationalẽ comparatum latitudinem secundam efficit apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 94

94 SI superficies æqualis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem,alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

CAMPANVS. Hic etiam erit d e residuũ mediale secundum,& sequetur ut sit c b residuum tertium. Quod ut facile concludas,primæ demonstrationi insistas, & quales lineas conueniat esse d f & f e.ex 70.collige.

Eucli. ex Zamb. Theorema 71 Propositio 99

99 Quod ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparatum latitudinem tertiam apotomen conficit.

THEON ex Zamb. Esto mediæ apotomæ secunda αβ,rationalis autem esto γδ.& ei quod ex αβ,(per 44 primi) æquum ad ipsam γδ apponatur γι,latitudinem efficiens γζ. Dico quod γζ est apotome tertia. Sit namq; αβ congruens βε,ipsæ igitur αε,εβ,(per 81 decimi.) mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes. Et ei quidem quod ex αε.(per 44 primi,) æquum ad ipsam γδ,cõparetur γθ,latitudinem efficiens γκ,ei autem quod ex βε,(per eãdem) æquum ad ipsam κθ comparetur κλ,latitudinem efficiens κμ. Totum igitur γλ,æquum est eis quæ ex αε,εβ. Et ea quæ ex αε,εβ,media sunt,medium igitur est & γλ. Et ad ipsam γδ apponitur,latitudinem efficiens γμ. Rationalis igitur est γμ,& ipsi γδ longitudine incõmensurabilis, Et quoniam totũ γλ,æquum est eis quæ ex αε,εβ,quorum γι æquum est ei quod ex αβ.reliquum igitur λζ (per 7 secundi,) æquum est ei quod bis sub αε,εβ.Secetur igitur (per 10 primi) ζμ,bifariam in ν,signo,& ipsi γδ,(per 31 primi) parallelus excitetur νξ,utrũq; igitur ipsorum ζξ,νλ,æquũ est ei quod sub αε,εβ. Mediũ autem est quod sub αε,εβ, medium igitur est & λζ. Et ad ipsam ιζ rationalem comparatur,latitudinem efficiens ζμ,rationalis igitur est (per 22 decimi) ζμ,& ipsi γδ,longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ αε,εβ,potentia tantum sunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) αε,ipsi εβ longitudine. Incommẽsurabile igitur est & quod ex αε,ei quod sub αε,εβ. Sed ei quidem quod ex αε,cõmensurabilia sunt quæ ex αε,εβ,ei autem quod sub αε,εβ,commensurabile est quod bis sub αε,εβ. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex αε,εβ, ei quod bis sub αε,εβ. Sed eis quidẽ quæ ex αε,εβ,æquum est γλ ei autem quod bis sub αε,εβ,æquũ est ζλ. Incõmẽsurabile igitur est γλ,ipsi ζλ. Sicut autem γλ ad ζλ.sic est per 1 sexti,& 11 decimi) γμ ad ζμ,incommensurabiles igitur

tur est γ μ, ipsi ζ μ longitudine. Et utræque sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico quod & tertia. Quoniã enim quod ex α ε commensurabile est ei quod ex ε β, cõmensurabile igitur est γ θ ipsi κ λ, quare & γ κ, ipsi ν μ. Et quoniã eorũ quæ ex α ε, ε β, (per lẽma 55 decimi) medium proportionale est quod sub α ε, ε β, & ei quidem quod ex α ε æquum est γ θ, ei autem quod ex ε β æquum est κ λ, ei autem quod sub α ε, ε β, æquum est ν λ, & ipsorum γ θ, κ λ, igitur (per lemma 55 decimi) medium proportionale est ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ. Sed sicut γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti) est γ κ ad ν μ, sicut autem ν λ, ad κ λ, sic est ν μ, ad κ μ. Sicut igitur γ κ, ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ, quod igitur sub γ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi,) æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata, & in commensurabilia ipsam diuidit, igitur γ μ ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Et ipsarum γ μ, μ ζ, neutra commẽsurabilis est longitudine ipsi γ δ expositæ rationali. Ipsa igitur γ ζ, (per 93 decimi apotome est tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem cõparatũ latitudinem, efficit tertiam apotomen, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 95

95 CVm adiuncta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris, latus eius secundum erit residuum quartum.

CAMPANVS. Si fuerit d e linea minor, asserit hæc 95 φ b c erit residuũ quartũ. Est autẽ sumendũ ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e, cũ d e fuerit linea minor, & est astruendum propositum præmisso modo excepto quod in hac & duabus sequentibus necesse est lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommensurabilia, quæ in tribus præmissis diuidebatur necessario duo commẽsurabilia, nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum & ideo earum quadrata cõicantia, propter quod & superficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes, quapropter etiã & duæ lineæ b m & m n, ideoq́ fuit in tribus præmissis linea b n potentior linea n c, in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine ex prima parte 11. In hac autem & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & superficies a m & p n incõmẽsurabiles. propter quod et duæ lineæ b m et m n incõmẽsurabiles ideoq́ per primam partem 14 tam in hac quàm in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potẽtiorem linea n c, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Cætera perqui re ut prius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 76 Propositio 100

100 Quod ex minori ad rationalem comparatum latitudinem efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Sit minor α β, rationalis autẽ esto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ comparetur γ λ, latitudinem efficiẽs γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est quarta. Sit (per 79 decimi) ipsi α β, cõgruẽs β ε. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per 80 decimi) potentia sunt incommẽsurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, quadrata rationale, quod autẽ bis sub α ε, ε β, medium. Et ei quidem quod ex α ε, (per 25 sexti æquũ) ad ipsam γ δ cõparetur γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex β ε æquũ ad ipsam κ θ cõparetur κ λ, latitudinẽ efficiens κ μ. Totũ igitur γ λ æquũ est eis quod ex α ε, ε β, & cõflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, rationale est, ratõale igitur est & γ λ, & ad rationalẽ γ δ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur est (per 21 decimi) γ μ, & ipsi γ δ logitudine cõmensurabilis. Et quoniã totum γ λ æquũ est eis quæ ex α ε, ε β, quorũ γ λ, æquũ est ei quod ex α β, reliquum igitur ζ λ (per 7 secũdi) æquũ est ei quod bis sub α ε, ε β. Secetur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in ν signo. Exciteturq́ (per 31 primi) per ν signũ, utriq; ipsarũ γ δ, μ λ, parallelus ν ξ, utrũq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α ε, ε β. Et quoniã quod bis sub α ε, ε β, mediũ est & ipsi ζ λ æquale, medium igitur est & ζ λ. Et ad ipsam ζ ι rationalẽ cõparatur: latitudinẽ efficiẽs ζ μ,

rationalis igitur est ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniã conflatum quidem ex ijs quæ ex α ε, ε ϛ, rationale est, quod aũt bis sub α ε, ε ϛ, mediũ. incõmẽsurabilia igitur sunt quæ ex α ε, ε ϛ, ei quod bis sub α ε, ε ϛ. At γ λ. æquũ est eis quæ ex α ε, ε ϛ, ei autẽ quod bis sub α ε, ε ϛ, æquũ est ζ λ. incõmẽsurabile igitur est (per 9 decimi,) γ λ. ipsi ζ λ. Sicut autẽ γ λ, ad ζ λ. (per 1 sexti & 11 decimi) sic est γ μ ad μ ζ. incõmensurabilis igitur est γ μ, ipsi ζ μ lõgitudine. Et utræq; sunt rõnales. ipsæ igitur γ μ, μ ζ, (per 73 decimi) rõnales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico quod & quarta. Quoniã enim ipsæ α ε, ε ϛ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles, incõmẽsurabile est igitur & quod ex α ε, ei quod ε β. Et ei quidẽ quod ex α ε, æquũ est γ θ, ei aũt quod ex ε β, æquũ est & κ λ. Incõmẽsurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut aũt γ θ ad κ λ, sic est γ κ ad κ μ, incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi,) γ κ ipsi κ μ lõgitudine. Et quoniã ipsorũ quæ ex α ε, ε β mediũ proportionale est (per lẽma 55 decimi) quod sub α ε, ε ϛ, & id quod ex α ε æquũ est ipsi γ θ, quod autẽ ex ε ϛ æquũ est ipsi κ λ, quod uero sub α ε, ε ϛ, æquũ est ipsi ν λ, ipsorũ igitur γ θ, κ λ, mediũ proportiõale est (per idẽ lẽma) ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ. Sed sicut quidẽ γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti,) est γ κ ad κ μ, sicut autẽ ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad μ ν, sic est μ ν ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ. æquũ est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sũt γ μ & μ ζ. & quartæ parti eius quod ex μ ζ, (per 17 decimi,) ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata, quod scilicet sub γ κ, κ μ, & in incõmẽsurabilia ipsam diuidit, ipsa igitur γ μ. ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & tota γ μ, ipsi γ δ, expositæ rationali cõmensurabilis est lõgitudine. Ipsa igitur γ ζ, apotome est quarta (per 55 decimi) quod ex minori ad rationalẽ igitur comparatũ latitudinẽ, quartam efficit apotomen, quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp. Propositio 96

96 SI ad lineã rõnalẽ quadrato lineæ cũ rõnali cõstituẽtis mediale æqualis superficies adiũgatur, latus eius, secũdũ erit residuũ qntũ.

CAMPANVS Pone similiter hic lineã d e esse illã quæ iũcta cũ rõnali cõponat totũ mediale, & attẽde ex 71 quales lineas oporteat esse d f & f e, & cõcludes sine offendiculo, si prius habitæ demõstrationi oportune insisteris, lineã b c esse resid uum quintum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 77 Propositio 101

101 Quod ex ea quæ cũ rationali medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem quintam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs α ϛ. rationalis autẽ esto γ δ. & ei quod ex α ϛ, (per 44 primi.) æquũ ad ipsam γ δ, cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ζ, Dico quod ζ γ, apotome est quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipsi α β, cõgruẽs β ε. Ipsæ igitur α ε, ε β. rectæ lineæ potentia tantũ, sunt incõmensurabiles, efficiẽtes cõflatũ quidẽ ex ipsarũ quadratis mediũ, quod autẽ bis sub ipsis rationale Et ei quidẽ quod ex α ε, (per 44 primi) æquũ ad ipsam γ δ cõparetur γ θ, ei autẽ quod ex ε β, æquũ esto κ λ. Totũ igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α ε, ε β. Quod autẽ conflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε ϛ, simul, mediũ est, mediũ igitur est (per 22 decimi) γ λ. Et ad ipsam rationalẽ γ δ, apponitur, latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ, incõmensurabilis. Et quoniã totũ γ λ, æquũ est ijs quæ ex α ε, ε ϛ, quorum γ ε, æquũ est ei quod ex α ϛ, reliquũ igitur ζ λ, æquũ est ei quod bis sub α ε, ε ϛ. Secetur inquã (per 10 primi) ζ μ, bifariã in ν, excitetur q; (per 11 per 31 primi, utriq; ipsarũ γ δ, μ λ, parallelus ν ξ. Vtrũq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α ε, ε ϛ. Et quoniã quod bis sub α ε, ε ϛ, rationale est & ipsi ζ λ est æquale, rationale igitur est ζ λ. Et ad rationalẽ ε ζ, cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ζ μ, rõnalis igitur est (per 20 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ lõgitudine cõmẽsurabilis. Et quoniam γ λ quidẽ mediũ est, at ζ λ, rationale, igitur γ λ ipsi ζ λ est incõmensurabile. Sicut autẽ γ λ ad ζ λ, sic γ μ, ad μ ζ, incommensurabilis igitur est γ μ, ipsi μ ζ lõgitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, (per 73 decimi,) rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Igitur γ ζ, apotome est, Dico quod & quĩta. Similiter nanque ostendemus quod sub γ κ, κ μ, æquũ est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniã quod ex α ε et quod ex ε β est incõmensurabile, quod uero ex α ε æquũ est ipsi γ θ, quod autẽ ex ε β ipsi κ λ, incõmensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autẽ γ θ ad κ λ, sic est γ κ, ad κ μ. Igitur γ κ, ipsi κ μ lõgitudine est incommensurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi) æquũ ad ipsam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata, & in incõmẽsurabilia ipsam diuidit, igitur (per 55 decimi,) γ μ, ipsa μ ζ, maius potest eo quod ex sibi longitudine incommẽsurabili. Et congruens ζ μ, ipsi γ δ rationali expositæ est cõmensurabilis. Igitur γ ζ, est apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totum, & reliqua quæ sequũtur. Quod fuerat ostendendũ.

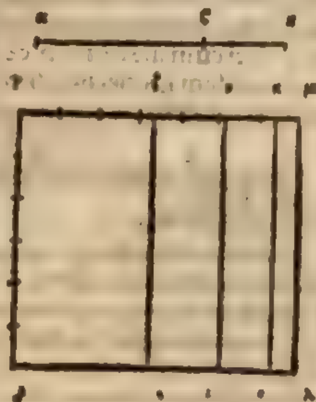
Eucl. ex Camp. Propositio 97

SI ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato lineæ cũ mediali componentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit residuum sextum.

CAM-

CAMPANVS. Nunc ultimo conuenit lineā d e esse illam, quæ iuncta cū mediali componit totū mediale cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet sit illa per cuius abscisionē linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 71 didiceris, priorēque argumentationē firma mente tenueris, sine obice quoquā lineā b c esse residuum sextū concludere poteris. Si autē fortassis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit, de quadrato g h ad sibi æqualē superficiem a n conferendū erit, & sic patebit propositum nostrū. Eucli. ex Zamb. Theorema 78 Propositio 102

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem efficit sextam apotomen.



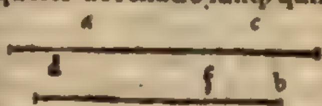
THEON ex Zamb. Sit cum medio medium totum efficiens αβ, rationalis autem esto γδ, & ei quidē quod ex αβ (per 44 primi) æquū ad ipsam γδ cōparetur γε, latitudinē efficiēs γζ. Dico quod γζ sexta est apotome. Sit inquā (per 54 decimi) ipsi αβ cōgruens βη, ipsæ igitur αη, ηβ, potētia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatum quidē ex iis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub αη, ηβ, medium, insuper incommensurabilis quæ ex αη, ηβ, ei quod bis sub αη, ηβ. Cōparetur inquam ad ipsam γδ, ei quidē quod ex αη, æquū γθ, latitudinem efficiens γκ, ei autē quod ex βη, sit κλ. Totū igitur γλ æquū est eis quæ ex αη, ηβ. Igitur γλ, medium est. Et ad rationalē γδ, comparatur latitudinem efficiens γμ. rationalis igitur est (per 22 decimi) γμ, & ipsi γδ longitudine incommensurabilis. Quoniā igitur γλ æquum est eis quæ ex αη, ηβ, quorū γε æquum est ei quod ex αβ, reliquum igitur ζλ æquū est ei quod bis sub αη, ηβ. Et quod bis sub αη, ηβ, medium est, & ζλ igitur medium est. Et ad ipsam ζε, comparatur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζμ, & ipsi γδ, longitudine incōmensurabilis. Et quoniam quæ ex αη, ηβ, incommensurabilia sunt ei quod bis sub αη, ηβ, & eis quidē quæ ex αη, ηβ, æquū est γλ, ei uero quod bis sub αη, ηβ, æquum est ζλ, incommensurabile igitur est γλ ipsi ζλ. Sicut autem γλ ad ζλ, sic est γμ ad ζμ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) γμ ipsi μζ longitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γμ, μζ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est γζ (per 75 decimi,) Dico quod & sexta. Quoniā ζλ, æquū est ei quod bis sub αη, ηβ, secetur (per 10 primi) in ν ipsa ζμ, bifariā, exciteturq; (per 31 primi) per ν ad ipsam γδ, parallelus νξ. Vtrūq; igitur ipsorū ζξ, ξλ, æquū est ei quod sub αη, ηβ. Et quoniā ipsæ αη, ηβ, potentia sunt incommensurabiles, incommensurabile igitur est quod ex αη, ei quod ex ηβ. Sed ei quidem quod ex αη, æquum est γθ, ei autem quod ex ηβ, æquum est κλ, incommensurabile igitur est γθ, ipsi κλ. Sicut autem γθ, ad κλ, sic est γκ ad κμ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) γκ, ipsi κμ. Et quoniā eorum quæ ex αη, ηβ, mediū proportionale est (per lemma 53 decimi.) quod sub αη, ηβ, & quod ex αη, æquum est ipsi γθ, ei autem quod ex ηβ, æquum est κλ, ei uero quod sub αη, ηβ, æquū est ξλ, ipsorū igitur γθ, κλ, mediū est proportionale ξλ. Est igitur sicut γθ ad ξλ, sic est ξλ ad κλ, & id propterea iam (per 55 decimi) γμ, ipsa μζ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & ipsarum neutra ipsi γδ, expositæ rationali est commensurabilis, ipsa igitur γζ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 98



98 Omnis linea residuo commēsurabilis, ipsa quoque in termino & ordine est idem residuum.

CAMPANVS Quod 60 & quatuor eā sequētes de binomio eiusq; comitibus quinq; ꝓposuerūt, hæc 98 & quatuor eā sequētes de residuo suisq; quinque comitibus uerū esse proponunt, quibus qui usq; ad solitum habitū institerit, has ignorare non poterit. Quid quid autē in illis de communicātia in longitudine & potētia tantum dictum est, in his quoque idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo communicans in longitudine, siue in potentia tantum, ipsa etiam est residuum. Sed si communicat in longitudine, non solum est ipsa residuum, sed etiam eiusdem speciei residuum, uerbi gratia, linea cōmunicans in longitudine residuo primo, est residuū primū. & secundo cōmunicans est secundū, sic quoq; in cæteris. Quod autē linea cōmunicat residuo in potētia tantū, ipsam quoq; necesse est esse residuum, sed non eiusdem speciei immo impossibile est, ut linea cōicās in potētia tantū residuo primo aut secūdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cū eo sub eadē specie. sed necesse est ut ambo cadāt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exēpli gratia, à residuum: cui



communicet b in longitudine, dico quod b erit residuum eiusdem speciei cum a. Adiūgatur enim linea c ad lineam a. & c illa sit per cuius abscisionē a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, ad quā sic se habeat b sicut a ad c, sitq́ cōposita ex a & c e, cōposita uero ex b & d, sit f, eritq́ ex permutata proportionalitate a ad b, sicut c ad d, & per 12 quinti erit e ad f, sicut a ad b, uel sicut c ad d. Cum itaque a cōmunicet cum b, erit per 12 e cōmunicans cum d & e communicans cum f. Et quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d, sequitur per 14 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine uel si forte incommensurabilis, sit similiter ꝓ potētior d. At quoniam omnis linea cōmunicans in longitudine lineæ rationali est similiter illi rationalis (similiter dico, quia ambæ erūt rationales in longitudine, uel ambæ in potētia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuū eiusdē speciei cum a. Si autē b cōmunicat in potentia cum a, ipsa quoq́ erit residuū, nō tamen eiusdem speciei necessario, sed quemadmodū dictum est, cuius demōstratio ex ijs quæ in 66 de binomijs dicta sunt, colligenda est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79 Propositio 101

101 Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome est & in ordine eadem.

THEON ex Zamberto. *Sit apotome α β, & ipsi α β, longitudine cōmensurabilis esto γ δ. Dico quod & γ δ apotome est, & in eadem. Quoniā enim α β apotome est, sit ei congruens (per 79 decimi,) β ε. ipsæ igitur α ε, ε β, (per eandē,) rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Et ipsius α β ad γ δ, rationi eadem sitt ratio ipsius β ε, ad δ ζ. Et igitur sicut (per 12 quinti,) unum ad unū, omnia sunt ad omnia, est igitur & sicut tota α ε, ad totam γ ζ, sic est α β, ad γ δ. Commensurabilis autem est α β, ipsi γ δ longitudine, commensurabilis igitur est (per 11 decimi, & α ε, ipsi γ ζ, & β ε, ipsi δ ζ. Et ipsæ α ε, ε β, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Apotome igitur est γ δ. Dico etiā quod in ordine eadē ipsi α β. Quoniā est sicut α ε, ad γ ζ, sic est β ε, ad δ ζ, uicissim igitur (per 16 quinti,) est sicut α ε, ad ε β, sic est γ ζ, ad δ ζ. Iam ipsa α ε, ipsa ε β, aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidem α ε, ipsa ε β maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi cōmēsurabili. Et siquidē cōmēsurabilis est α β ipsi expositæ rationali lōgitudine, & (per 13 decimi) γ ζ, quoque, si uero β ε, & δ ζ, etiam, si autem neutra ipsarum α ε, ε β, & neutra ipsarum γ ζ, ζ δ. Si uero α ε, ipsa ε β, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. Et si α ε, ipsi expositæ rationali commensurabilis est lōgitudine, & γ ζ, (per 13 decimi,) si autem β ε, & δ ζ, etiā, si uero neutra ipsarum α ε, ε β, neutra etiam ipsarum γ ζ, ζ δ. Igitur γ δ apotome est, & ipsi α β in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 99



99 Omnis linea utrilibet residuo mediali communicans, est sub ipsius termino & ordine residuum mediale.

CAMPANVS Verum est quod dicitur, siue cōmunicet linea cum utrolibet residuo mediali in longitudine, siue in potentia. Sit enim a utrumlibet residuum mediale, cui b communicet in lōgitudine uel potentia. Dico quod b est etiam residuum mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a. & sit c per cuius abscisionem a fuit residuū mediale. Et ad b adiūgatur alia quæ sit d, sitq́ b ad d, sicut a ad c, totaq́ cōposita ex a & c, sit e & ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d, quæ sint g & h. & superficies e in c, sit k, & f in d, sit l. Et quia est ut prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autē & c mediales potentia tātum cōicantes ex 69 & 70, sequitur ex 21 ut f & d eis cōmunicantes sint etiā mediales potētia tantū cōicantes. Constat autē ex prima sexti, quod sit k ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad. Et quia est e ad c sicut f ad d, sequitur ut sit k ad g, sicut l ad h. Et permutatim k ad l, sicut g ad h. Cum ergo g cōmunicet cum h, sequitur ut k cōmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiā per diffinitionem l rationalis. quare per 69 b etiam est residuū mediale primum. Si autē k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 21 etiam l medialis, ideoque b per 70 residuum mediale secundum. Quare constat propositum.



IDEM aliter Si linea b communicat cum linea a (quæ est utrūlibet residuum mediale) in longitudine uel in potentia, sit superficies c e adiūcta ad lineā rationalē c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, erūtq; ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodū & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq; per primam sexti & 10 huius, d e & e g sunt communicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93, & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94, at cum d e est residuum secūdum, linea e g est etiā residuum secundū, & cum illa tertium similiter, & hæc est tertium per 91, sequitur ita que ex 57 & 58 ut b sit residuum mediale primum aut secūdum, prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 80 Propositio 104

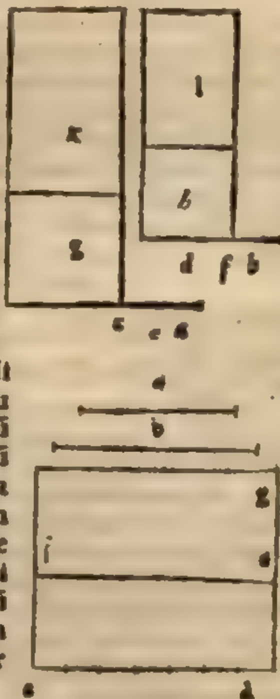
104 Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotome est, & in ordine eadem.

THEON ex Zāb. *Sit mediæ apotome α β, & ipsi α β commensurabilis esto γ δ. Dico quod & γ δ mediæ apotome est, & in ordine eadem ipsi α β. Quoniam enim mediæ apotome est α β, esto ei congruens (per 80 decimi) ipsa β ε, ipsæ igitur α ε, ε β, mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles, fiatq; (per 12 sexti) sicut α β ad γ δ, sic β ε ad δ ζ commēsurabilis igitur est (per 6 decimi) & α ε ipsi γ ζ, & β ε ipsi δ ζ. Ipsæ autē α ε, ε β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles. ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, mediæ sunt in potentia tantum commēsurabiles, mediæ igitur apotome est (per 74 & 75 decimi) γ δ. Ostendendum est quod & in ordine eadem est ipsi α β. Quoniā enim est sicut α ε ad ε β, sic γ ζ ad ζ δ sed sicut quidem α ε ad ε β, sic quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β. sicut autē γ ζ ad ζ δ, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ δ, est igitur (per 11 quinti) & sicut quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Et uicissim (per 16 quinti) sicut quod ex γ ζ ad id quod ex α ε, sic quod sub α ε, ε β ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Commensurabile autem est quod ex α ε, ei quod ex γ ζ cōmensurabile igitur est & quod sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Si quidem igitur quod sub α ε, ε β, rationale est, rationale est & quod sub γ ζ, ζ δ. Si autem medium est quod sub α ε, ε β, medium est & quod sub γ ζ, ζ δ, mediæ igitur apotomæ est γ δ & ipsi α β, in ordine eadem. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 100



100 SI linea aliqua lineæ minori communicet, ipsa quoq; erit linea minor.



CAMPANVS Facile est hanc probare duplici modo sicut præmissam, siue cōmunicet linea aliqua cū linea minori in lōgitudine, siue in potentia. Hoc autem apposito, quantum ad primum modum quod cum sit f ad d sicut e ad c, erit ex secunda parte 22 sexti quadratū f ad quadratum d sicut quadratū e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarū linearum f & d ad quadratū d, sicut quadrata duarū linearū e & c ad quadratū c, & permutatim quadrata duarū linearū f & d ad quadrata duarū linearū e & b, sicut quadratū d ad quadratū c. Cōmunicat autem quadratū d, cū quadrato c, ergo duo quadrata duarū linearū f & d pariter accepta cōmunicāt cū duobus duarū linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarū linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionē & duo duarum linearum f & d pariter accepta ratiōale. Cumq; sit superficies K medialis, erit etiā l sibi cōmunicās medialis, igitur ex 71 b est linea minor. Quātū autē ad secundum modum erit per 95 linea d e residuum quartum, ideoq; per 91 & linea e g erit etiā residuum quartum, ideoq; etiā per 59 linea b est linea minor.

Eucli. ex Zāb. Theorema 81 Propositio 105

105 Minori commensurabilis, minor est.

THEON ex Zāb. *Sit minor α β, & ipsi α β, cōmensurabilis esto γ δ, Dico quod γ δ, minor est. Fiant inquā sicut prædicta, Et quoniam ipsæ α ε, ε β, potentia sunt incōmensurabiles, & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incōmensurabiles*

les. Quoniam igitur est sicut α ε, ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ, est igitur (per 22 sexti,) & sicut quod ex α ε ad id quod ex ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod ex ζ δ. Componendo igitur (per 18 quinti,) est sicut quod ex α ε, ε β, ad id quod ex ε β, sic est quod ex γ ζ, ζ δ, ad id quod ex ζ δ, & uicissim (per 16 quinti. Commensurabile autem est (per 6 decimi, quod ex β ε ei quod ex δ ζ, commensurabile igitur est & cōflatum ex ipsarū α ε, ε β, quadratis, conflato ex ipsarū γ ζ, ζ δ, quadratis. Rationale autē est (per 22 decimi) conflatū ex ipsarum α ε, ε β, quadratis, rationale igitur est (per correlariū 15 decimi & 11 quinti,) & conflatū ex ipsarū γ ζ, ζ δ, quadratis. Rursus quoniam est sicut quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ, ad id quod sub γ ζ, ζ δ, & uicissim cōmensurabile autem est (per 6 decimi) quod ex α ε quadratum ei quod ex γ ζ, quadrato, cōmensurabile igitur est quod sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Mediū autem quod sub α ε, ε β, medium itidem quod sub γ ζ, ζ δ, ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, (per 22 decimi) sunt incommensurabiles, sunt efficientes quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. Ipsa igitur γ δ, minor est. Minori commensurabilis igitur, & quæ sequuntur. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 101

101 Mnis linea communicans lineæ cum rationali componenti mediale, est cum rationali componens mediale.

CAMPANVS Hanc quoque duplici prædicto modo non est difficile probare, siue de communicantia in lōgitudine siue in cōmunicantia in potētia tantum intelligatur. Sed quantū ad primum modū, erunt duo quadrata duarū linearum f & d pariter accepta mediale per 22, quemadmodū sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipsa cōmunicant, & superficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum est superficies k ex 72 cui ipsa cōmunicat. Igitur ex 72 b est cum rationali cōponens mediale. Quantum ad secundum modum, erit d e residuum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 90. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Figura propositionis 100

Eucli. ex Zamb. Theorema 82 Propositio 106

106 Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cū rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zamb. Esto cum rationali medium totum efficiens α ε, & ipsi α ε cōmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ est cū rationali mediū totū efficiēs. Sit inquā (per 79 decimi) ipsi α ε cōgruēs β ε. ipsæ igitur α ε, ε β (per 80 decimi, potentia sunt incommensurabiles, efficientes quidē ex ipsarū quadratis medīū, quod autem sub ipsis rationale & eadem cōstruātur. Similiter iam ostendemus ex præcedētibus, quod ipsæ γ ζ, ζ δ, in eadē sunt ratiōe ipsis α ε, ε β, & conflatum quidē ex ipsarum α ε, ε β, quadratis, commensurabile est conflato ex iis quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, quod autem sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incommēsurabiles, efficientes conflatum quidē ex ipsarū γ ζ, ζ δ, quadratis medium, quod autem sub ipsis rationale. Ipsa igitur γ δ est cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totū efficienti, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 102

102 Mnis linea commensurabilis lineæ cum mediali constituēs mediale, est cum mediali constituens mediale.

CAMPANVS Hic quoque pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris. & duplici modo præmisso sine difficultate cōcludes eam quoque cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, superficies l medialis quemadmodum & k. & duo quoque quadrata duarum linearum f d pariter accepta mediale, sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73, neque duo secunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b est cum mediali cōponens mediale. Quantum autem ad secundum modum, erit d e residuum sextum ex 97, ideoq; & e g ex 91. Quare b est cum mediali cōponens mediale ex 91.

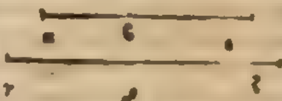
Figura eadē

Eucl. ex Zamb. Theorema 83 Propositio 107

107 Cum medio medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens est.

THEON

THEON ex Zāb. Esto cum medio mediū, totū efficiēs α ε, & ipsi α ε, cōmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ cū medio mediū totū efficiēs est. Sit (per 78 decimi) ipsi α β, cōgruēs β η, & eadē cōstruantur. ipsæ igitur α η, η ε, per eandem potētia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarū quadratis mediū, & quod sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum quidem ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Suntq́; sicut ostensum est, ipsæ α η, η β, commensurabiles ipsis γ ζ, ζ δ, conflatū ex ipsarum, α η, η ε, quadratis conflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autem sub α η, η ε, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Et ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarum quadratis mediū, & quod sub ipsis mediū, & insuper incommēsurabile conflatū ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. igitur γ δ. cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum erat.

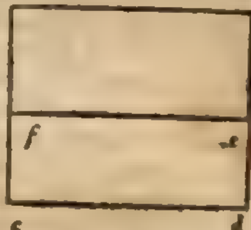


Eucli. ex Camp. Propositio 103

103 SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potēs, erit alterutra duarum irrationalium aut residuum, aut linea minor.

CAMPANVS Sit enim tota superficies constās ex a & b, rationalis. a qua detrahatur b quæ sit medialis. Dico quod linea potens in a reliquū, aut est residuum aut linea minor. Esto namq́ linea c d rationalis, superficiesq́ c e sibi adiuncta sit tanquā a, & f g tanquā b, & tota c g sicut tota a b, eritq́ c g rationalis, ideoq́ per 20 linea d g rationalis, in longitudine, & f g medialis ideoq́ per 22 e g rationalis in potentia tantum, est igitur ex diffinitione linea d e residuū primum aut quartū, ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e, & ideo in superficiem a sibi æqualem est residuū aut linea minor. Quod est propositū.





Eucli. ex Zamb. Theorema 84 Propositio 108

108 A rationali, media ablata, reliquā areolam potens una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. A rōnali enim β γ, auferatur media ε δ. Dico quod quæ reliquam areolam ι γ potest, una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζ η, & ipsi (per 44 primi,) æquum ad ipsam ζ η, comparetur rectangulum parellogrammum η θ. ipsi autem δ ε, æquū auferatur η κ, reliquum igitur ι γ, (per 3 communem sententiam) æquum est ipsi λ θ. Quoniam igitur ε γ rationale est, medium autem β δ, æquum uero β γ ipsi η θ, & β δ, ipsi η κ, rationale igitur est η θ, medium autem η κ. Et ad ipsam ζ η comparatur, rationalis igitur est (per 20 decimi) ζ θ, & ipsi ζ η, cōmensurabilis longitudine, rationalis autem (per 22 decimi,) ζ κ. & incommensurabilis longitudine ipsi ζ η. Incommensurabilis igitur est (per lēma 12 decimi,) ζ θ ipsi ζ κ longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur ζ θ, ζ κ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζ κ, congruens autem ei est κ θ. At ζ θ, ipsa κ ζ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Possit prius eo quod ex sibi commensurabili, & tota θ ζ, cōmensurabilis est ipsi ζ η, expositæ rationali lōgitudine, apotome igitur prima est κ θ, (per 3 diffinitiones & 85 decimi.) Areolam aūt sub rationali & apotome prima cōprehensam potens: apotome est (per 91 decimi.) Quæ igitur λ θ, hoc est ι γ potest, apotome est. Si autem θ ζ, ipsa ζ κ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & tota ζ θ commensurabilis est longitudine expositæ rationali ζ η apotome quarta est κ θ. Areolam autem sub rationali & apotome quarta comprehensam potens, minor est (per 94 decimi.) A rationali media ablata igitur, reliquam, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostēdendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 104

104 SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

CAM

CAMPANVS Hæc quoq; sicut præmissa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autẽ rationalis, & tũc dico quod in a reliquũ potest, aut est residuum mediale primum, aut cũ rationali componens mediale. Cũ enim c g æqualis sit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, & cũ sit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, residuũ secundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuum mediale primũ, aut cum rationali componẽs mediale. Quod est propositum nostrũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 85 Propositio 109

109 A medio, rationali sublato, aliæ duæ irrationales fiũt, uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zãb. A medio ε γ, rationale auferatur ε δ. Dico quod quæ reliquum potest δ γ, una duarũ irrationaliũ est, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiẽs. Exponatur enim rationalis ζ η, & cõparentur similiter areolæ. Consequenter est autem rationalis quidẽ ζ θ, & ipsi ζ η lõgitudine incommensurabilis. Rationalis autem est (per 22 decimi η ζ, & ipsi ζ η, longitudine commensurabilis. Ipsæ igitur ζ θ, ζ η, (per 20 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles, Apotome igitur est ipsa η θ. Cõgruens autẽ est ζ η. At ζ θ, ipsa ζ η, uel maius potest eo quod ex sibi commensurabili, Si quidem θ ζ, ipsa ζ η, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili & est cõgruens (per 80 decimi) ζ η commensurabilis ipsi ζ η expositæ rationali longitudine, ipsa η θ apotome est secunda (per 3 diffinitiones.) Rationalis autẽ est ζ η. Quæ autẽ potest quod sub rationali & apotome secũda, mediæ apotomæ est prima (per 92 decimi.) Quare λ θ, hoc est γ δ, potens, mediæ apotomæ est prima. Si autẽ θ ζ, ipsa ζ η maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ζ η congruens est commensurabilis longitudine ipsi ζ υ, expositæ rationali, apotome quinta est η θ. Quare ipsam δ γ potens, (per 95 cum rationali medium totũ efficiens est. A medio igitur, rationali sublato, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. est Camp. Propositio 105

105 I superficies medialis de superficie mediali detrahatur, fueritq; reliqua toti incommensurabilis, quæ in ipsam reliquam potest alterutra erit duarum irrationalium, uidelicet aut residuũ mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.

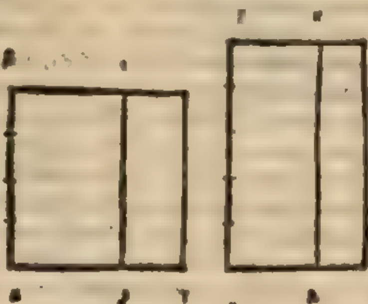
CAMPANVS. Si a duarum præmissarum demonstratione non deuias, cõcludes sine difficultate propositũ. Sint enim tota a b & b mediales, & sit a reliqua incommensurabilis toti (aliter enim esset a medialis ex 23, & eius latus tetragonicũ mediale ex 19) tũc dico quod linea potẽs in a, est residuũ mediale secundũ, aut cũ mediali cõponens mediale. Nã cũ sit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rõnalis in potentia tantũ, per eandẽ quoq; cũ sit f g æqualis b, erit etiã e g rationalis in potẽtia tantum, & cum sit a incommmensurabilis toti a b, erit etiam f g incommensurabilis c g, ideoq; per primã sexti & 10 huius erit etiam e g incommensurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit residuum tertium, aut sextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuũ mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 86 Propositio 110

110 A medio, medio ablato incommensurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ secunda, uel cum medio medium efficiens.

THEON

THEON ex Zamb. *Auferatur enim sicut in praecedentibus descriptionibus, à medio β γ, medium ε δ, incõmensurabile toti. Dico quod quæ α γ, potest, una est duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ secunda, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium est (per 22 decimi) utrũque ipsorũ, ε γ. β δ. & β γ, ipsi β δ, est incommensurabile, erit per cõsequẽs rationalis utraq; ipsarũ ζ θ, ζ κ, & ipsi ζ κ longitudine incommensurabilis. Et quoniã incommensurabilis est ε γ, ipsi β δ, hoc est κ θ ipsi η κ, incommensurabilis est (per 1 sexti & 11 decimi,) & ζ θ, ipsi ζ κ, & ipsæ igitur θ ζ, ζ κ. (per 73) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est κ θ, cõgruens autem est ζ κ. At θ ζ, ipsa ζ κ maius potest aut eo quod ex sibi comensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidẽ igitur θ ζ, ipsa ζ κ, maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & neutra ipsarũ θ ζ, ζ κ. cõmensurabilis est ipsi ζ κ, exposita rationali lõgitudine, apotome tertia est ipsa κ θ. Rationalis autẽ α λ. Quod autẽ sub rationali & apotome tertia cõprehensum rectangulum, irrationale est, & quæ illud potest irrationalis est, appellaturq; mediæ apotomæ secũda (per 91 decimi,) quare λ θ, hoc est α γ, potens, mediæ est apotomæ secũda. Si autem θ ζ, ζ κ, maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine, & neutra ipsarum θ ζ, ζ κ, ipsi ζ κ, longitudine est cõmensurabilis, apotome sexta est θ κ. Quæ autem potest id quod sub rationali & apotome sexta, est cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipsum λ θ, hoc est α γ potest, cum medio medium totum efficiens est (per 96 decimi.) A medio igitur, medio ablato, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 106

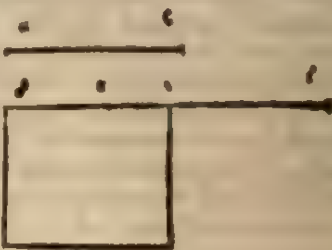
106 Linearum irrationalium quæ sunt residuum & post ipsam subsecutæ, ullam, alŋ termino & ordine subesse impossibile est, residuo quoque, binomŋ terminum uel ordine conuenire, non est possibile.

CAMPANVS Vult autem per hanc 106, quod residuum, & aliæ quinque lineæ irrationales eã sequentes differũt specie & diffinitione adinuicẽ, & nulla linea una potest esse sub duabus neque sub pluribus speciebus harũ sex linearũ irrationaliũ quæ sunt residuũ & eius quinq; comites. & quod omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomŋ, nec est possibile lineã unã simul esse residuũ & binomiũ cuiuscunq; speciei residui uel binomŋ. Pars prima sic cõstat, quoniã superficies æquales quadratis residui & suarũ quinq; comitũ cum adiunguntur ad lineã rationalẽ habent secunda latera necessario diuersa abinuicem ex 92 & quinque eam sequẽtibus. sunt autẽ secunda latera residuũ primum & secundum & deinceps usque ad sextum. Secunda pars cõstat hoc modo. Si eadẽ linea potest esse simul residuum & binomiũ, sit a cuius quadrato superficies æqualis adiungatur ad rationalem lineã b c sitq; b d. eritq; ex 54 linea c d binomium primum, & ex 92 residuum primum. Inquantum ergo binomium primũ, diuidatur in suas binomiales portiones ad punctum e, sitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionẽ. inquantũ autẽ est residuum primũ, ei adiungatur d g per cuius abscisionem fuerat residuum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cũ itaq; sit utraq; duarũ linearũ c g & c e rationalis in longitudine, erit etiã per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e est rationalis in potẽtia tantum cum ipsa sit per hypothesin minor portio binomŋ primi, erit per 68 linea d g residuum, & quia ipsa erat rationalis in potentia tantum cum per eius abscisionem esset linea c d residuum. sequitur impossibile per 67. Quod ut clarius pateat, esto superficies b d adiuncta ad lineam rationalem b c. æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaque linea d g sit rationalis in potentia. erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g sit residuum. erit ex 92 linea c d residuum primũ. quod esse non potest, cũ linea quæ dicitur residuum, sit irrationalis per 61.

Eucli. ex Zamb. Theorema 87 Propositio 111

111 **Apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus.**

THEON ex Zāb. *Esto apotome αβ. Dico quod αβ non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim possibile esto, exponatur rationalis δγ. Et ei quod ex αβ, (per 45 primi,) æquū ad ipsam γδ. cōparetur rectangulū γε. latitudinē efficiēs δε. Quoniā igitur apotome est αβ, apotome igitur est (per 95 decimi) prima ipsa δε. Esto ei (per 79 decimi) congruēs εζ, ipsæ igitur δζ, ζε, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. & δζ, ipsa ζε maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & δζ, commensurabilis est ipsi δγ expositæ rationali longitudine. Rursus quoniā ex binis nominibus est αβ, ex binis igitur nominibus est prima (per 60 decimi) ipsa δε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in η, sitq; maius nomē δη, ipsæ igitur δη, ηε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & δη, ipsa ηε maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & δη, commensurabilis est longitudine ipsi δγ expositæ rationali, & δζ igitur ipsi δη lōgitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur ηζ, (per 15 decimi) cōmensurabilis est longitudine ipsa δζ. Quoniā igitur δζ, ipsi ηζ, est commēsurabilis irratiōalis autem est δζ, rationalis igitur est & ηζ. Quoniam igitur commensurabilis est δζ ipsi ηζ, incōmensurabilis autem est δζ, ipsi ζε, incommensurabilis igitur est longitudine ζη ipsi ζε, & sunt rationales. Ipsæ igitur ηζ, ζε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi) εη, sed & rationalis, quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Quod erat ostendendum.*



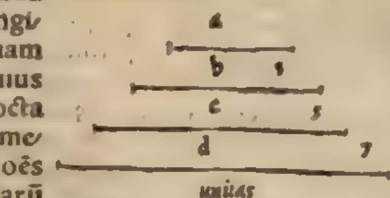
107 Eucli. ex Camp. Propositio 107



Linea quæ residuū dicitur, ullaue irrationaliū, quæ post eam sunt nequit esse sub termino binomij, aut sub termino & ordine ullius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile ullam earum cum ea quæ præcesserit in termino ordine conuenire.

CAMPANVS Vult per hanc ultimam libri decimi. q̄ tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demōstratū est (& ipsæ sunt linea medialis, binomiū & eius quinque comites residuū & eius quinq; comites) sint abinuicē singulæ a singulis specie differentes. & q̄ nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum, & quod species linearū irrationaliū possunt in infinitū produci, quarū nulla cū alia cōuenit in diffinitiōe & ordine. Quod aūt hæ tredecim lineæ. uidelicet medialis binomiū & eius quinque comites residuū & eius quinq; comites, sint irrationales, demonstratū esse superius memēto, de mediali quidē, ex 19, de binomio aūt & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinque eam sequentibus, at uero de residuo suisq; quinq; comitibus. ex 61 & quinque eā sequentibus Nullam autē harum tredecim linearū irrationalium posse cōuenire in specie cū aliqua aliarū sic collige. Esto enim ut ad unā eandemq; lineā rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarū tredecim linearū irrationaliū, secundū q̄ ordine se inuicem sequūtur, eritq; ex 20 secūdū latus primæ istarū tredecim superficierū & quinque eam sequentiū. rationale in potentia tātū. Secunda autē latera secundæ istarum tredecim superficierū & quinque eam sequentiū esse omnes species binomiorū per ordinē. uidelicet binomiū primum, secundū, & deinceps usque ad sextū, ex 54 & quinque eā sequentibus demonstratū esse memineris. Secūda uero latera octauæ superficiei & quinq; eā sequentiū, sunt species residuorū in ordine, uidelicet residuum primum & residuum secundū, & deinceps usque ad sextū. quod ex 91 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cū igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum. quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 65 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. & cum nulla species residuorū conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi. sequitur ut omnia secunda latera harum tredecim superficierū sint abinuicem diuersa. ideoq; per primā sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ. cum earum omnium altitudo sit una, quare etiā hæ tredecim lineæ irrationales propositæ, sunt singulæ a singulis diuersæ. Possunt autē harum tredecim linearū irrationalium species, in infinitū produci, infinitæ enim sunt species linearū medialium infinitæ quoque binomiorum, & sic de singulis Quod hoc modo constat. Esto linea a, medialis, sumaturq; unitas & quotlibet numeri primi ut 3. 5. & 7.

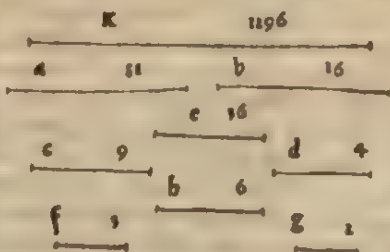
5,& 7,& sint totidē lineæ b,c,d,quot sunt sumpti numeri primi,sintque quadrata istarū linearum b,c,d,ad quadratum a,sicut hi numeri primi ad unitatē,eruntq; lineæ b,c,d, mediales ex 11,quoniā ipsæ cōmunicant in potētia cū linea a mediali. Omnes autem erunt diuersæ in longitudine ab a,& a seinuicē per ultimā partē 7: quoniam nullius istorum numerorum ad unitatē nec alicuius eorum ad alterū per 16 & 8 & correlariū secundæ octaui & præsentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratum,erit ergo a,& oēs sibi cōicantes in longitudine,sub prima specie linearū medialium,b uero & omnes sibi cōicantes in lōgitudine,sub secunda,c autem & oēs eidē cōicantes uel cōmensurabiles,sub tertia,d quoque & omnes sibi cōicantes in longitudine,sub quarta. Et quia numeri primi sunt infiniti ut ex 21 noni didicisti,necesse est species linearum medialium esse infinitas. Quod autē est dictum de linea mediali: intellige de binomio suisque qninq; comitibus,& residuo suisq; quinque comitibus,nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis,siue cōmunicet ei in lōgitudine siue in potētia ut probatū est in 11,ita etiā omnis linea cōicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum,uel etiā residuo aut alicui suarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia,est secū sub eadē specie,ut probatum est in 6o & quatuor eam sequentibus,& 97 & quatuor eā sequentibus. Sūt igitur species harum tredecim linearum irrationalium infinitæ,quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoque aliter demonstrare,species linearum irrationaliū esse infinitas. Nam omne latus tetragonicum superficiei dictæ a numero nō quadrato,est irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaque tales numeri sint infiniti,erunt etiam species harū linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit secundam partem huius ultimæ conclusionis libri decimi sic exponi,ut dicamus ab unaquaque linea rationali in potentia tantum,infinitas linearum irrationalium species produci,quarū nullā cum aliqua earum quæ ipsam præcesserint, possibile est in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5,eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine,quoniā ipsum est incōmēsurabile lateri tetragonico superficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quod huius lateris latus,itēq; secundi lateris latus,& rursus huius tertij lateris latus,& sic in infinitū,sunt lineæ irrationales tam in longitudine quam in potētia,& quod nulla earum conuenit diffinitione uel specie cum aliqua quæ eam præcesserit in ordine: estque latus tetragonicum præmissæ superficiei quæcunque dicta fuerit à numero non quadrato earum omnium sicut radix & principium,& quælibet ipsarum est principium omniū ipsam sequentiū. & quæcunque ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscū tur,diuersæ sunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ a quoquā alio tetragonico lateris talis superficiei generātur. Et hoc dico,cum ipsarum superficierū non fuerit proportio sicut numerorū quadratorū. Hæc autem ut possimus firma demonstratiōe colligere,antecedēs ad ipsa præmittere oportet. Sitque istud,



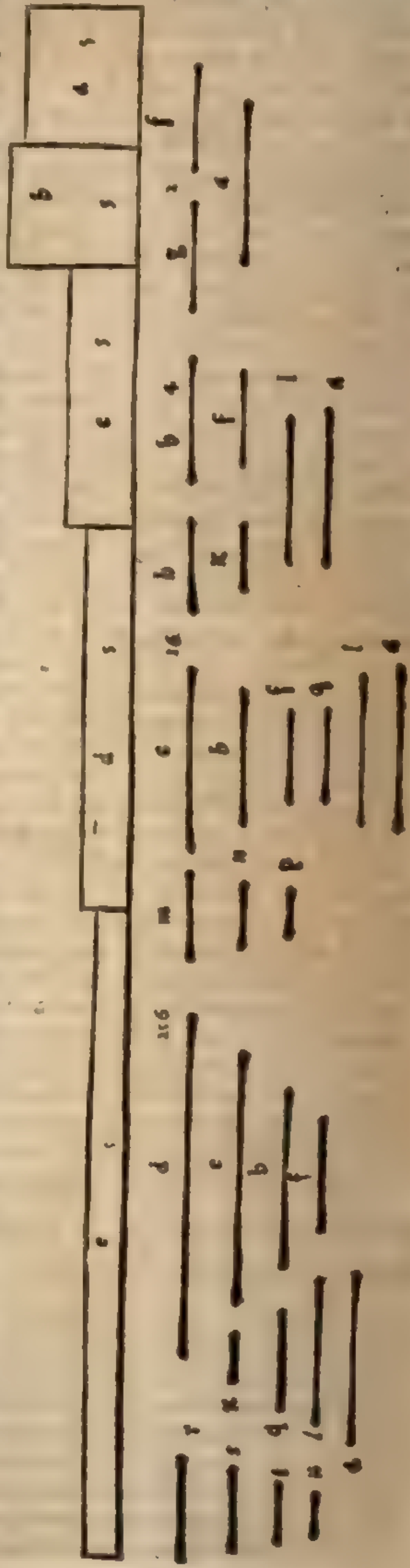


Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur,quota latera tetragonica duorum præcedētium inuicem duces,totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b sit k: at c d sint latera tetragonica a & b: fiat autē e, ex c in d: sintq; iterum f & g latera tetragonica c & d,& fiat h ex f in g. Dico quod h est latus tetragonicū e,& quod e rursus est latus tetragonicū k. Cum enim ex f in se & in g fiant c & h,erit c ad h sicut f ad g,sed & sit h ad g, sicut f ad g,eo quod ex g in f & in se fiunt h & d, sūt igitur c,h,d,cōtinue proportionales. Itaq; ex h in se,quātū ex c in d,quare h,est latus tetragonicū e.



Eadem quoque ratiõe cũ ex c in se sit a,& in d sit e,& ex d in se sit b,erunt etiã a.e,b,cõti nue proportionales in proportione c ad d. Cũ igitur ex a in b sit k,sequitur etiã ut ex e in se sit k.quare e est latus tetragonicũ k. Cõstat itaque quod dicitur. Restat itaque de demõstrare quod propositũ est. Sit igitur super ficies a,rationalis,dicta à numero non quadrato ut 5 ,sitq; linea a,eius tetragonicũ latus,& suman tur quotlibet lineæ rationales in lõgitudine quæ sint b,c,d,e. Sintq; dictæ à nũeris quorũ quisque præcedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequẽtis, ut si b sit 2,c 4,d 16,e uero 256,ad has aũt lineas ratio nales in lõgitudine,adiũgatur superficies æqualis a,erũtq; secũda latera singularũ rõnalia in lõgitu dine per 16:ut secundũ latus b,2 & dimidiũ,secũdũ c,unũ & quarta,secundũ uero d.una quarta & u na 16,at uero superficiei e secũdũ latus,erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b:g,uero sit tetragonicũ latus scđi lateris supficiei b.eritq; per præmissam antecedẽs ut ex f in g sit a. Rursus sit h tetragonicũ latus scđi lateris c,k quoq; sit tetra gonicũ lat9 h.eritq; p prædictũ antecedẽs ut ex b in h sit a,& ex f in k sit tetragonicũ lat9 a,q; sit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus scđi lateris superficiei d, sed cũ n sit tetragonicũ lat9 m,& p tetragonicũ n, eritq; per prædictũ antecedẽs ut ex c in m fiat a,& ex b in n l,& ex f in p tetragonicũ latus l quod sit q. Amplius aũt sit r,tetragonicũ latus lateris scđi superficiei e,sit quoque s tetragonicũ r & t s,sit & u tetragonicũ t,seqturq; per dictũ añcedẽs, ut ex d in r fiat a,& ex c in s l,& ex b in t,sit q,& etiã ex f in u,tetragonicũ latus q,qđ sit x,& sic in infinitũ. Di co ergo has lineas a.l,q,x. quarũ a est tãq; radicale principiũ,esse irrõnales,a quidẽ in lõgitudine tm, ceteræ uero in lõgitudine & in potẽtia. & dico q; nulla earũ cõuenit cũ alia in diffinitiõe uel ordi ne. Cũ enim ex f in g & k fiant a & l:erit a ad l.sicut g k. Et quia ut patet ex dictis hypothesibus g & k sunt incommensurabiles in longitudine & in po tentia,sequitur etiam ut a & l sint incommẽsura biles in longitudine & in potentia. Eadem ratione a & q,est enim a ad q.sicut g ad p. Et,ppter eandẽ causam etiã a & x,cũ sint sicut g & u. Et hac uia quo q; necesse est,ut l & q sint simpliciter incõmẽsurabi les tã in lõgitudine q; in potẽtia,cũ enim ex f in k & p,fiãt l & q,erit l ad q,ut k ad p. At k & p nec cõ mẽsurabiles sunt in lõgitudine nec in potentia. Si enim sint,erũt h & n cõmẽsurabiles,sed nõ sunt,at uero l & x oportet esse utroq; modo incõmẽsura biles,est enim l ad x:sicut k ad u,eo q; ex f in k & u fiũt l & x. Sũt autẽ k & u,utroq; modo incõmẽsu rabiles, sin aũt accidet d & h esse cõmẽsurabiles,q; est incõueniẽs,q uero & x qđ sint quoq; incõmẽsu rabiles, potẽtia & lõgitudine,ex eo patet,q; est q ad x sicut p ad q:cõstat autẽ qđ p & u sunt incom mensurabiles,nã si non,erũt n & c cõmẽsurabiles, ideoq; m & s.sed nõ sunt. Manifestũ est itaq; infi nitas lineas irrõnales in lõgitudine & in potentia incõmensurabiles,& ideo diffinitiõe & specie diffe rentes,produci ex linea a rõnali in potẽtia tantũ.



Re-

Restat aũt nũc ostẽdere q᷑ quæcũq; irratiõales lineæ ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac uia generantur, diuersæ sunt ab omnibus tã in lõgitudine quã in potẽtia quæ à qualibet alia linea ratiõali in potẽtia tantum quadratũ cuius ad quadratum prioris nõ sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, hac eadẽ uia egrediuntur hoc quoq; sic cõstat. Sint a & b rõnales in potẽtia tãtũ siue tetragonica latera duarũ superficierũ dictarũ à numeris nõ quadratis sitq; ut illi numeri nõ sint in proportiõe aliquorũ numerorũ quadratorũ, lineæ quoq; quæ ꝑcedũt hac uia ab a sint c, d, e. & a b ꝑcedãt f, g, h. Dico quod nulla ex lineis c, d, e, cõicat in lõgitudine uel potẽtia cũ aliqua ex lineis f, g, h. cũ enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f. & e & h, tetragonica latera d & g, nõ est possibile ut aliqua ex c, d, e. cõicet cum sua cõpari ex f, g h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo cõmunicet e cũ h. sequitur ut d cõmunicet cum g, & c cũ f, quare & a cum b etiã in lõgitudine, quod est cõtra hypothesin. Vniuersaliter autẽ uerũ est dicere quãlibet harũ esse utroq; modo incõmẽsurabilẽ cuilibet istarũ. Dato nãq; quod d cõicet cũ h etiã in potẽtia tantũ, sequitur ut c quoq; cõmunicet cũ g. & a cum f. quod non est possibile. Attendere autẽ oportet, quod cũ dico latus lateris, nihil aliud intelligo ꝙ latus superficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicũ latus lineæ a, uoco lineã illam quæ potest in superficiẽ dictã a linea a. talis autem superficies est ꝙ cõtinet linea a & linea rõnalis in lõgitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicũ latus cuiuslibet lineæ sit linea a, cuius tetragonicũ latus uolo inuenire, b uero sit linea rationalis in lõgitudine dicta ab unitate, & ipsa est minima omniũ linearũ rationaliũ numeratarũ ab integris. medio loco proportionalis inter eas sit c, est igitur per 16 sexti c tetragonicũ lat9 a. idẽ enim fit ex a in b & ex c in se. At uero ex a in b fit superficies dicta ab a Quicquid enim à quolibet in unũ ducto producitur, ab eo quod unũ multiplicat denominatur. Et nota quod cũ c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c esse maiorẽ linea a & minorem, prout b etiã fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamberto.

Apotome & quæ post eã irrationales, neque mediæ, neque adinuicẽ sunt eædẽ. Quod ex media nãq; ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ efficit rõnalẽ & ei ad quã apponitur lõgitudine incõmẽsurabilẽ (per 22 decimi.) Quod uero ex apotome ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit apotomen (per 97 decimi.) Quod aũt ex mediæ apotomæ prima ad rationalem apposiũ latitudinẽ, secũdam efficit apotomen (per 98 decimi.) Quod ex mediæ secunda apotomæ ad rationalẽ apposiũ latitudinẽ, tertiam efficit apotomẽ (per 99 decimi.) Quod ex minori ad rationalẽ appositũ latitudinẽ quartã efficit apotomen (per 100 decimi.) Quod ex efficiẽte cũ rationali mediũ totum ad rationalẽ apposiũ latitudinẽ efficit quintã aptomen (per 101 decimi.) Quod ex efficiẽti uero cũ medio medium totũ ad rationalem cõparatũ latitudinem, sextam efficit apotomen, (per 102 decimi.) Quoniam igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidẽ quoniã rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem) patet quod & ipsæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniã ostensum est (per 111 decimi) quod apotome non est eadẽ ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem aũt appositæ latitudinẽ efficiant, quæ sane post apotomen apotomas, consequenter unaquæq; quæ in ordine circa eandẽ, quæ uero post eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & easdem, ordine consequenter. aliæ igitur sunt quæ post apotomen & aliæ quæ post eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales sint tredecim hæ uidelicet.

1 Media. 2 Ex binis nominibus 3 Ex binis prima, medijs. 4 Ex binis secũda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediũq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ secũda apotome. 11 Minor. 12 Cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs. 13 Cũ medio mediũ totũ efficiẽs.

Eucli. ex Zamb. Theorema 88 Propositio 112

112 Quod ex rationali ad irrationalem eam quæ ex binis nominibus appositum latitudinem efficit apotomen cuius nomina cõmensurabilia sunt nominibus eius quæ ex binis nominibus est, & in eadem ratione, & insuper apotome quæ gignitur eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

THEON ex Zamb. *Sit rõnalis quidẽ α, ex binis uero nominibus sit βγ, cuius maius nomen esto δγ, & ei quod ex α æquũ esto id quod sub εγ, ιζ. Dico quod ipsa ιζ apotome est, cuius nõia cõmẽsurabilia sunt ipsis γδ, δβ, & in eadẽ ratione, & insuper ιζ eundem ordinẽ habet ipsi εγ. Sit enim rursus ei quod ex α æquũ id quod sub εδ, θ. Quoniã igitur quod sub εγ, ιζ, æquum est ei quod sub εδ, δθ, est igitur (per 14 quinti) sicut γε, & βδ, sic est θ ad ιζ, maior autẽ est γβ ipsa εδ, maior igitur & θ ipsa ιζ. Esto ipsi θ æqualis ιθ. Est igitur (per 7 & 11 quinti) sicut γδ ad εδ, sic est θζ ad ζι. diuidẽdo igitur est (per 17 quinti) quod sicut γδ, ad βδ, sic est θζ ad ζι. Fiat sicut θζ, ad ζι, sic ζη, ad ηι, &*

tota igitur θι,(per 11 q̃nti)ad totã κζ, est sicut ζκ ad κι. Sicut enim unũ antecedentiũ ad unũ cõsequẽtiũ, sic oĩa antecedẽtia ad oĩa sequẽtia. Sicut autẽ (per 11 quinti) ζκ ad κι, sic est γδ ad δε, & sicut igitur (per 11 quinti) θκ, ad κζ, sic γδ, ad δβ, cõmẽsurabile aũt est (per 11 decimi) quod ex γδ, ei quod ex εδ, cõmẽsurabile igitur est & quod ex θκ, ei quod ex ζκ. Et est sicut (per 22 sexti) quod ex θκ, ad id quod ex κζ, sic est θκ, ad κι. Et quoniã ipsæ tres θκ, κζ, κι, sunt proportiõales cõmẽsurabilis igitur est (per 11 decimi) θκ, ipsi κζ lõgitudine, quare & θι, ipsi ικ lõgitudine est cõmẽsurabilis. Et quoniã (per correlariũ 20 sexti.) quod ex α æquũ est ei quod sub ιθ, βδ, rõnale aũt est id quod ex α, rõnale igitur est & id quod sub θι, εδ. Et ad ipsam εδ, rõnali apponitur, rõnalis igitur est & ιθ, & ipsi βδ lõgitudine cõmẽsurabilis, quare & ei cõmẽsurabilis ικ, rõnalis est, & ipsi εδ, lõgitudine cõmẽsurabilis. Quoniã igitur est sicut γδ, ad δε, sic ζκ ad κι, ipsæ autẽ γδ, δε, potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, & ipsæ igitur ζκ, κι, (per 11 decimi) potẽtia tãtũ sunt cõmẽsurabiles. Rõnalis aũt est κι, & ipsi βδ lõgitudine cõmẽsurabilis. Rõnalis igitur est & ζκ. & ipsi γδ lõgitudine cõmẽsurabilis. Ipsæ igitur ζκ, κι, rõnales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles (per 11 decimi.) Igitur ζι apotome est. Verũ γδ, ipsa δε, aut maius põt eo quod ex sibi cõmẽsurabili, aut quod ex sibi incõmẽsurabili. Si quidẽ γδ, ipsa δβ, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & ζκ (per 15 decimi) ipsa κι maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili. Et si γδ, ipsi expositæ rõnali cõmẽsurabilis est lõgitudine, & ζκ si autẽ δβ, & κι, si uero neutra ipsarũ γδ, δε, & neutra ipsarũ ζκ, κι. Si aũt γδ, ipsa βδ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & ζκ, ipsa κι, maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili. Et si quidẽ γδ cõmẽsurabilis est ipsi expositæ rõnali lõgitudine, & ζκ, si aũt βδ, & κι, si uero neutra ipsarũ γδ, δε, & neutra ipsarum ζκ, κι. Quare ipsa ζι apotome est, cuius nomina ζκ, κι, cõmẽsurabilia sunt eis noibus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc est ipsis γδ, εδ, & in eadẽ rõne, & eundẽ habet ordinẽ ipsi βγ. A rõnali igitur & reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 89. Propositio 113

113 Quod ex rõnali ad apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficit eã quæ ex binis noibus cuius noia cõmẽsurabilia sunt ipsius apotomes noibus, & in eadẽ rõne, & insup quæ gignit̃ ex binis noib9, ipsi apotomæ eũdẽ obtinet ordinẽ

THEON ex Zãb. Esto rõnalis quidẽ α, apotome aũt sit βδ, & ei quidẽ quod ex α, æquũ esto quod sub εδ, κθ, ut quod ex α ratiõali ad ipsam εδ apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficiat ipsam κθ. Dico quod κθ ex binis noibus est, cuius noia cõmẽsurabilia sunt eis quæ ipsius βδ, sunt noibus, & in eadẽ rõne, & q. ipsa κθ, eũdẽ habebit ordinẽ ipsi εδ. Sit, inquã, (per 80 decimi) ipsi βδ cõgruẽs δγ. Ipsæ igitur εγ, γδ, (per 80 decimi,) rõnales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Et ei quod ex α, æquũ esto id quod sub βγ, η, rõnale aũt est quod ex α, rõnale igitur & quod sub εγ η. & ad rõnalẽ εγ cõparatũ, rõnalis igitur est (per diffinitionẽ decimi.) ipsi η, & ipsi βγ lõgitudine cõmẽsurabilis. Quoniã igitur (per 20 decimi) quod sub εγ, η, æquũ ei quod sub εδ, κθ, proportiõaliter igitur est (per 16 sexti) sicut εγ, ad βδ, sic est κθ ad η, maior autẽ est εγ, ipsa εδ, maior igitur est & κθ, quàm η. Ponatur (per 2 primi) ipsi η, æqualis κι. Cõmẽsurabilis (per 12 decimi) igitur est κι ipsi εγ, lõgitudĩe. Et quoniã est sicut γε ad εδ, sic est θκ, ad κι. cõuertẽdo igitur est (per correlariũ 19 q̃nti) sicut εγ ad γδ, sic est κθ ad θι. Fiat (per 11 quinti) sicut κθ, ad θι, sic θζ, ad ζι, & reliqua igitur κζ, ad θζ, est sicut κθ, ad θι, hoc est sicut εγ, ad γδ. Ipsæ aũt βγ, γδ, potẽtia tãtũ sunt cõmẽsurabiles, & ipsæ igitur κζ, ζθ, (per 11 decimi) potẽtia tãtũ sunt cõmẽsurabiles. Et quoniã est sicut κθ ad θι, sic κζ, ad ζθ. sed sicut κθ, ad θι, sic θζ, ad ζι, & sicut igitur (per 11 quinti) κζ ad ζθ, sic θζ ad ζι. Quare (per correlariũ 19 sexti) & sicut prima ad tertiã, sic quod ex prima ad id quod ex secũda, & sicut igitur (per 11 quinti) κζ, ad ζι, sic quod ex κζ, ad id quod ex ζθ, cõmẽsurabile autẽ est (per 9 decimi.) quod ex κζ, ei quod ex ζθ. Ipsæ κζ, ζθ, potẽtia sunt cõmẽsurabiles. cõmẽsurabilis igitur est κζ, ipsi ζι, lõgitudine, quare & ικ, ipsi ζι, lõgitudine cõmẽsurabilis est. Rõnalis aũt est κι, & ipsi εγ lõgitudine cõmẽsurabilis: rõnalis igitur est. (per 11 decimi κζ, & ipsi βγ lõgitudine cõmẽsurabilis. Et quoniã est sicut εγ ad γδ sic κζ, ad ζθ, uicissim quoq; (per 16 quinti,) & sicut βγ ad κζ, sic δγ, ad ζθ, cõmẽsurabilis aũt est βγ, ipsi κζ: cõmẽsurabilis igitur est & ζθ, ipsi γδ. Ipsæ aũt εγ, γδ. rõnales sũt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, & ipsæ igitur κζ, ζθ, rõnales sunt potẽtia cõmẽsurabiles. Ex binis igitur noibus est κθ. Si quidẽ igitur εγ, ipsa γδ, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & κζ, ipsa ζθ, maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. Et si εγ, cõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi expositæ rõnali. & κζ quoq;. Si aũt γδ cõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi expositæ rõnali, & ζθ quoq; si aũt neutra ipsarũ βγ, γδ, & neutra ipsarũ κζ, ζθ. Si uero εγ, ipsa γδ maius potest eo quod ex sibi incõmẽsurabili. & κζ, ipsa ζθ maius poterit eo quod ex sibi incõmẽsurabili. Et si εγ ipsi expositæ rõnali cõmẽsurabilis est lõgitudine. & κζ, si aũt γδ, & ζθ, si uero neutra ipsarũ βγ, γδ, & neutra ipsarũ κζ, ζθ. Ex binis noibus igitur est κθ, cuius noia κζ, ζθ, cõmẽsurabilia sunt ipsis βγ, γδ noibus ipsius apotomes & in eadẽ rõne, & insuper κθ, ipsi εγ eũdẽ habebit ordinẽ. Quod erat ostendendũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 90 Propositio 114

114 Si areola comprehẽdatur sub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cõmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus, & in eadem ratione quæ areolam potest rationalis est.

THEON

THEON ex Zāb. Cōprehēdatur areola sub apotome α ϐ, & ea quæ ex binis nominibus γ δ, cuius maius nomē γ ι, sintq; eius quæ ex binis noībus noīa γ ι, ι δ. (per 113 decimi) cōmēsurabilia ipsius apotomes noībus α ζ, ζ ϐ, & in eadē rōne. Sitq; potēs id quod sub α β, γ δ, ipsa η. Dico quod ipsa η rōnalis est. Exponatur enim rōnalis θ, & ei quod ex θ, æquū ad ipsam γ δ cōparetur, latitudinē efficiens κ λ, igitur ipsa κ λ, apotome est (per 113 decimi) cuius noīa sint κ μ, μ λ, cōmēsurabilia noībus eius quæ ex binis noībus hoc est ipsis γ ι, ι δ. & in eadē rōne. Idē & ipsæ γ ι, ι δ (per 12 decimi) cōmēsurabiles sunt ipsis α ζ, ζ ϐ, & in eadē rōne, est igitur sicut α ζ, ad ζ β, sic est κ μ, ad μ λ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α ζ, ad κ μ, sic est ϐ ζ ad λ μ, & reliqua igitur α ϐ, (per 12 quinti) ad reliquā κ λ est, sicut α ζ, ad κ μ. Cōmensurabilis aūt est α ζ, ipsi κ μ, cōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) & α ϐ ipsi κ λ. Estq; (per cōstructionē) sicut α β ad κ λ, sic est quod sub γ δ, α ϐ, ad id quod sub γ δ, κ λ. Cōmēsurabile igitur est & quod sub γ δ, α ϐ, ei quod sub γ δ, κ λ. Aequū autē est id quod sub γ δ, κ λ, ei quod ex θ, cōmēsurabile igitur est quod sub γ δ, α ϐ, ei quod ex θ. Quod aūt sub γ δ, α ϐ, æquū est ei quod ex η, cōmēsurabile igitur est & quod η, ei quod ex θ. Ratiōale autē est id quod ex θ, rōnale igitur est & id quod ex η, Ratiōalis igitur est (per diffinitionē decimi) η, & ipsam potest areolā quæ sub γ δ, α ϐ. Si areola igitur cōprehendatur sub apotome, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

CORRELARIVM. Fitq; nobis & id propterea manifestū, quod possibile est rōnalem areolam sub irrationalibus rectis lineis contineri. Eucli. ex Zamb. Theorema 91 Propositio 115

115 A media infinitæ irrōnales fiūt, neq; ulla ulli earū quæ prius est eadem.

THEON ex Zāb. Esto media α. Dico quod ab α infinitæ irrōnales fiūt neq; ulla ulli earū quæ prius est eadē. Exponatur rōnalis ϐ, & ei quod sub ϐ α (per 14 secūdi) æquū esto id quod ex γ. Igitur γ irrōnalis est. Quod enim sub irrōnali & rōnali (per lēma 35 decimi) irratiōale est, & nulli earū quæ prius est eadē. Nō enim quod ex ulla earū quæ prius ad rōnalē appositū latitudinē efficit mediā. Rursus idē ei quod sub ϐ γ, æquum esto id quod ex δ. Irrōnale igitur est id quod ex δ, irrōnalis igitur δ, & nulli earū quæ prius eadē est, Nō enim quod ex ulla earū quæ prius ad rōnalē appositū latitudinē efficit γ. Similiter quoq; idē & huiusmodi ordo sequetur, si in infinitū extendas, manifestū est igitur quod à media infinitæ fiunt irratiōales, neque ulla ulli earū quæ prius eadem.

ALITER. Esto media α γ. Dico quod ab α γ, infinitæ sunt irrōnales, neq; ulla ulli earū quæ prius est eadē. Excitetur (per 11 primi) ipsi α γ ad angulos rectos α β, sit rōnalis α ϐ, cōpleaturq; ϐ γ, irrōnale igitur est (per 11 decimi) & ipsum potēs irrōnalis est. Possit aūt (per lēma 31 decimi) ipsum γ δ, igitur γ δ est irrōnalis & nulli earū quæ prius eadē est, Nō enim quod ex ulla earū quæ prius ad ratiōalē appositū latitudinē efficit mediā. Rursus cōpleatur ι δ, irrōnale igitur est ι δ, & ipsum potēs irrationalis est, possit aūt ipsum δ ζ, irrōnalis igitur est δ ζ, & nulli earū quæ prius eadem. Nō enim quod ex ulla ipsarū quæ prius ad rōnalē appositum latitudinē efficit γ δ, à media igitur infinitæ irrōnales, & quæ sequūtur reliqua. Quod erat ostēdendū. Eucli. ex Zāb. Theorema 92 Propositio 116.

116 Minori commensurabilis, minor est.

THEON ex Zāb. Esto minor α, & ipsi α cōmēsurabilis esto (per 11 decimi) ϐ. Dico quod β minor est. Exponatur γ δ rōnalis, & ei quod ex α (per 44 primi,) æquū ad ipsam γ δ cōparetur γ ι, latitudinē efficiēs γ ζ. Apotome igitur est quarta γ ζ. Ei aūt quod ex β, (per eandē) æquū ad ipsam ζ ι cōparetur ζ η, latitudinē efficiēs ζ θ. Quoniā igitur cōmēsurabilis est α ipsi ϐ, cōmēsurabile igitur est & quod ex α, ei quod ex ϐ. Sed ei quidē quod ex α, æquū est γ ι, ei autē quod ex β, æquū est ζ η, cōmensurabile igitur est γ ι, ipsi ζ η. Sicut autē γ ι ad ζ η, sic est γ ζ, ad ζ θ. Cōmensurabilis igitur est γ ζ, ipsi ζ θ lōgitudine. Apotome aūt quarta est (per 100 decimi) ipsa γ ζ. Igitur & ζ θ, quarta est apotome. Rōnalis aūt est ζ η. Si uero areola cōprehēdatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolā potest minor est (per 64 decimi.) ipsam autem ζ η areolam, ipsa β potest, ergo α minor est. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 93 Propositio 117

117 Cū rationali mediū totū efficienti cōmēsurabilis, cum rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zamb. Sit cū rōnali mediū totū efficiēs α, cōmēsurabilis aūt ei esto ϐ. Dico quod ϐ cū rationali mediū totū efficiēs est. Exponatur rōnalis γ δ, & ei quidē quod ex α æquū ad ipsam γ δ cōparetur γ ι, latitudinē efficiēs γ ζ. Apotome igitur est quinta ipsa γ ζ (per 102 decimi) Ei aūt quod ex ϐ (per 44 primi) æquū ad ipsam ζ ι cōpa

retur ζ ε, latitudinẽ efficiẽs ζ θ. Quoniã igitur cõmẽſurabilis eſt α ipſi β. cõmẽſurabile igitur eſt id quod ex α ei quod ex β. Sed et quidẽ quod ex α. æquũ eſt γ ε, ei uero quod ex β, æquũ eſt ζ η. Igitur γ ε, ipſi ζ θ, eſt cõmẽſurabile. Cõmẽſurabilis igitur eſt γ ζ. ipſi ζ θ. longitudine. Quinta autem apotome eſt γ ζ. Apotome igitur quinta eſt, & ζ θ. Rationalis autẽ ζ ε. Si uero areola cõprehẽdatur ſub rationali & apotome quinta, quæ areolã poteſt cũ rationali mediũ totum efficiẽs eſt (per 95 decimi.) Poteſt aũt ipſum ζ η, ipſa β. Igitur β. cũ rationali mediũ totũ eff.ciẽs eſt. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 94* *Propoſitio 118*

118 Propoſitum nobis ſit oſtendere, quod in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

THEON ex Zamb. *Eſto quadratũ α β γ δ, dimetiẽs uero illius ſit α, γ. Dico quod α γ, ipſi α β, lõgitudine eſt incõmenſurabilis. Si enim poſſibile, ſit cõmẽſurabilis. Dico quod eueniet, quod idem nũerus erit par & impar. Manifeſtũ quidẽ igitur (per 47 primi) quod id quod ex α γ duplũ eſt eius quod ex α β. Et quoniã α γ ipſi α β cõmẽſurabilis eſt, igitur α γ, ad α β rõnẽ habet quã nũerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat aũt. quã ε ζ ad η. Sintq; ε ζ, η, minimi eãdẽ rõnẽ habentiũ eis. Igitur ε ζ nõ eſt unitas. Si enim ε ζ, eſt unitas, & rationem habet ad η, quam α γ ad α β, & maior eſt α γ ipſa α β, maior igitur eſt ε ζ unitas ipſo η nũero, quod eſt impoſſibile. Igitur ε ζ, nõ eſt unitas, nũerus igitur. Et quoniã eſt ſicut α γ ad β, ſic eſt ε ζ ad η, & ſicut igitur (per 15 quinti) quod ex γ α, ad id quod ex α β, ſic qui ex ε ζ, ad eũ qui ex η. Duplũ aũt eſt quod ex γ α eius quod ex α β. Duplus igitur eſt & qui ex ε ζ, eius qui ex η, par igitur eſt qui eſt ex ε ζ, quare & ipſe ε ζ, par eſt. Si enim impar eſſet, & qui ex eo quadratus impar eſſet (per 29 noni,) quippe quoniã ſi quilibet nũeri impares cõpoſiti fuerint, multitudoq; fuerit impar, & totus impar eſt. Igitur ε ζ, par eſt. Secetur (per 10 primi) ε ζ, bifariã in θ. Et quoniã ipſi ε ζ, η, numeri, minimi ſunt eãdẽ eis habentiũ rõnẽ, primi ſunt adinuicẽ (per 24 ſeptimi,) & ε ζ, par eſt. Impar igitur eſt η. Si enim eſſet par, ipſos ε ζ, η, metiretur binarius, (omnis etenim par, habet partẽ dimidiã) primos adinuicẽ exiſtentes, quod eſt impoſſibile. Igitur η nõ eſt par. Et quoniã ipſius ε θ, duplus eſt ε ζ, quadruplus igitur eſt qui ex ε ζ. eius quod ex ε θ, Duplus aũt qui ex ε ζ. eius qui ex η. duplus igitur qui ex η, eius qui ex ε θ. Igitur qui ex η par eſt, & par igitur eſt η per ea quæ dicta ſunt, ſed & impar. quod eſt impoſſibile. Igitur α γ, ipſi α β longitudine nõ eſt cõmenſurabilis, incõmenſurabilis igitur.*

ζ . . . θ . . . ε

η . . .

α β

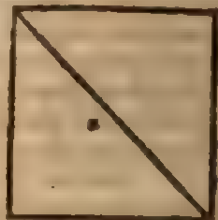


δ γ

Oſtendendũ & aliter, quod incõmẽſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri. Sit enim pro dimetiente, α pro latere uero, ſit β. Dico quod α, ipſi β lõgitudine eſt incõmẽſurabilis. Si enim poſſibile, ſit cõmenſurabilis. Fiatque rurſus ſicut α ad β, ſic ε ζ, ad η ſintq; minimi eandẽ eiſdẽ habẽtiũ rõnẽ, ipſi ε ζ. η. Igitur ipſi ε ζ, η, primi ſunt adinuicẽ. Dico primũ quod η nõ eſt unitas. Si enim poſſibile, eſto unitas. Et quoniã eſt ſicut α ad β, ſic eſt ε ζ, ad η, & ſicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex ε ζ, ad eũ qui ex η. Duplũ aũt eſt id quod ex α, eius quod ex β. Duplus igitur & qui ex ε ζ, eius qui ex η. Et η unitas eſt. Igitur ε ζ binarius eſt quadratus. Quod eſt impoſſibile. Igitur η non eſt unitas, numerus igitur. Et quoniã eſt ſicut quod ex α ad id quod ex β, ſic qui ex ε ζ, ad eum qui ex η, & rurſus ſicut quod ex β, ad id quod ex α. ſic qui ex η ad eũ qui ex ε ζ, metitur aũt quod ex β, id quod ex α, metitur igitur & qui ex η quadratus eũ qui ex ε ζ, quare & latus idem η ipſum ε ζ metitur, metitur autem & ſeipſum η, igitur η ipſos ε ζ, η, metitur qui primi ſunt adinuicem. Quod eſt impoſſibile. Igitur α, ipſi β non eſt commenſurabilis, incommenſurabilis igitur. Quod oſtendere oportuit.

ζ . . . . θ . . . .

η . . .

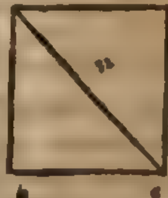


Priorum dilucidior explanatio.

Sit quadratum a b c d, dimetiẽs uero ipſius ſit a c. Manifeſtũ eſt quod iſoceles eſt triãgulũ c d a. æquum habẽs d a ipſi d c. ſimiliterq; triãgulum iſoceles eſt a b c. Sit igitur d a unitatũ 4 ſiue pedum: ſicq; & c d. quatuor, quare manifeſtum eſt quod ex d a quadratum eſt unitatũ ſiue pedũ 16 ſic etiã & quod ex c d. 16 eſt unitatũ ſiue pedũ. At quoniã id quod ex a c æquũ eſt eis quæ ſunt ex d a, c d, queẽadmodũ ex 47 primi perſpicuũ eſt, manifeſtũ eſt quod id quod ex a c eſt duplũ eius quod ex d a. At id quod ex d a, eſt unitatũ 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla, quidem: At quoniam longitudine commenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur earũq; quadrata rationẽ habent quam numerus quadratus ad numerũ quadratũ, at efficiẽs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur, neque quæ ex eis quadrata ſunt rationẽ habẽt quam numerus quadratus ad numerũ quadratũ (nullum enim quadratum alterius quadratũ duplũ eſt incõmẽſurabilis igitur eſt longitudine dimetiẽs lateri, efficiens enim 32 ſiue latus eſt unitatum 5 & minutorum 19, quæ 5, 19: ac 4, nulllam habent communem menſuram 32 ad 16 ſicut dictum eſt rationẽ nõ habet qualem quadratus

Græcus non habet

a 4 d



4

b c

dratus

dratus numerus ad quadratum numerum.

Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis ut α,β, & plures aliæ magnitudines ex binis * *diuisionibus comperiuntur (plana intelligo) adinuicem incommensurabiles. Quoniam si ipsarum α,β, linearum rectarum mediam proportionalem susceperimus γ, erit igitur sicut α ad β, sic quæ ex α species ad eam quæ ex γ similē similiterq; descriptam* * *speciem, siue quadrata, siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint, siue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. Cum ostenderimus quod ex binis interuallis diuersæ areolæ incō mensurabiles, ostendemus eas quæ ex solidis speculationes, qualiter sunt solida commensurabilia & incōmensurabilia adinuicē. Si enim in ijs quæ ex α,β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris cōstituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda, uel pyramides, uel prismata, erūt ipsa cōstituta adinuicem sicut bases & si quidem bases sint commensurabiles, commensurabilia erunt ipsa solida. Si uero incommensurabiles, incommensurabilia. Sed & si duobus expositis circulis α β, ipsis conos uel cylindros altitudine æquales describemus, erūt adinuicē sicut bases hoc est sicut ipsi circuli. Et si ipsi circuli sunt cōmensurabiles & ipsi coni & cylindri cōmensurabiles erunt. Si uero ipsi circuli erūt incommensurabiles, ipsi coni & cylindri erūt incōmensurabiles. Et nobis fit manifestū, quod non solū in lineis & superficiebus sunt cōmensurabile & incommensurabile, sed in solidis quoq; figuris hoc reperitur.*

διαστάσεων intervallis

εἴδη figura



DECIMI LIBRI FINIS.

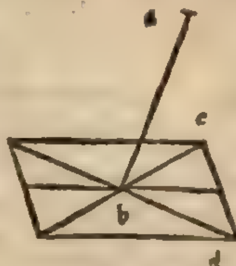
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER VNDECIMVS.

Eucli. ex Campano. Diffinitiones.



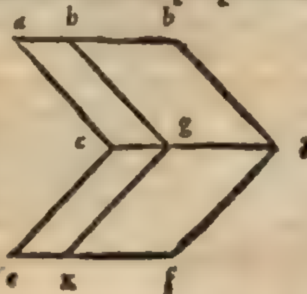
Orpus, est quod longitudinem latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, sunt superficies.

Linea erecta supra superficiem, est quæ cum singulis sibi conterminalibus lineis in ea superficie expassis angulos rectos facit. Linea autem hæc supra eam superficiem perpendicularis esse, & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.



Intelligatur enim linea a b exurgere supra planū, ita quod pūctus a imaginetur in aëre, & b in plano, & à puncto b ducantur plures lineæ in eodē plano: ut b c, b d, & quolibet aliæ. Si igitur ita fuerit quod linea a b cum linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipsa dicetur esse perpēdicularis ad illā superficiem in qua protractæ sunt hæ lineæ, uidelicet b c & b d, & aliæ cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est, quoties puncto uno eodē lineæ quæ est communis terminus illarum superficierum duæ perpendiculares conterminales superstant, quæ rectum continentes angulum in eisdē superficiebus sitæ sunt.



Verbi gratia, imaginemur superficiē a b c d exurgere, superficiem uero c d e f iacere, & intelligamus lineam c d esse cōmunem terminum ambarum. In ea itaq; signetur punctus g, a quo ad lineā c d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in superficie c d e f, quæ sit g k & alia in superficie a b c d quæ sit g h. Si igitur angulus

quem

quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

4 Superficies æquidistantes sunt quæ in utramlibet partem protractæ nõ concurrent, etsi in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes, quod omnes planæ superficies, aut sunt æquidistantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas nõ est necessariũ uel esse æquidistantes uel in utrãque partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie non sunt nec æquidistant ab inuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

5 Aequa corpora sunt atque similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atque similes.

6 Similia corpora, sunt quæ similibus superficiebus numero æqualibus cõtinentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus, non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

7 Corpus serratile, dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelogrammæ sunt, duæ uero triangulæ, continetur,

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti, tectũ unico fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositũ, serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

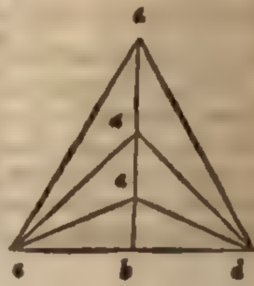
8 Sphæra, est transitus arcus circunferẽtiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineáque diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circunducatur, corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrũ, constat esse centrum semicirculi circunducti.

9 Pyramis laterata, est figura corporea quam continent superficies à quarum una reliquæ sunt ad unum oppositum punctum sursum erectæ.

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambiẽtes, ab ipsius basi ad unũ punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntque oẽs hæ laterales superficies, triangulæ, basis uero frequenter non est triangula.

10 Pyramis rotunda, est figura solida, estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec usq; ad locum unde moueri cœpit redeat triangulo ipso circũducto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si autem longius, acutiangula. Si uero breuius, obtusiangula erit. Axis autem ipsius figuræ, est latus fixũ. Basisq; sua, circulus. Dicitur autẽ figura hæc pyramis columnæ rotundæ.



Sit trigonus a b c, rectum angulum habẽs qui sit b, figaturq; alterũ duorũ laterum ambiẽtiũ rectũ angulũ b, sitq; latus quod figitur, a b, quo fixo, circunducatur trigonus quousq; ad locũ unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidem est, quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quum rotatu trigoni peruenerit ad sitũ lineæ b d, ita q; punctus c cadat super punctũ d, fiat linea una, hoc est ut ipsa tũc cõiũgatur situi à quo mo-

mouerí cœpit ſecundum rectitudinem, eritq́ linea hæc quaſi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiuſdem) angulus c a b eſt medietas recti, erit angulus c a d rectus. ideo q́ pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b ſit lõgius latere b c, erit acutiãgula. Erit enim tũc (ex 32 primi & 19) eiuſdẽ angulus c a b, minor medietate recti. ideoq́ totus angulus c a d, eſt minor recto & acutus, quare pyramis acutiãgula. Quod ſi latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiuſdẽ) & totus c a d, qui eſt duplus ad ipſum c a b, maior recto & obtuſus, igitur & pyramis conuenienter tunc dicitur obtuſiangula. Axis autẽ huius pyramidis dicitur linea a b Baſis uero eius, circulus quem deſcribit linea c b ſuper cẽtrum b Dicitur quoque hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu ſuo deſcriberet parallelogrãmum prouenienſ ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus & craſſitudine id eſt altitudine æquales, eſt tranſitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipſá que ſuperficie donec ad locum ſuum redeat circunducta. Diciturq́ hæc figura columna rotunda. Columnæ itaque rotundæ atque ſphæræ circuliq́ue, unum atque idem eſt centrum.



Sit parallelogrammum rectãgulum a b c d, figaturque latus a b, & eo fixo totum parallelogrammũ quouſq́ ad locũ ſuũ cadat uel redeat circũducatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu deſcripta, rotũda colũna nominatur, cuius baſes ſunt duo circuli, & eſt unus eorum. circulus quem deſcribit motu ſuo linea b c, cuius circuli centrum eſt punctus b. alter uero eſt, quem motu ſuo deſignat linea d a & eius centrum eſt punctus a Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b quæ manet fixa in motu parallelogrãmi. Quod ſi imaginati fuerimus parallelogrammũ a b c d cum peruenerit rotatu ſuo ad ſitum a b e f, coniungi ſitui à quo moueri cœpit ſecũdum continuitatem ſuperficiei planæ, ut ſcilicet totum ſit unum parallelogrãmum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoque diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & ſphæræ & circuli idẽ eſſe centrum, intelligi debet cum horũ una eſt eadẽq́ diameter. Verbi gratia, diximus enim quod d e eſt diameter iſtius colũnæ. Sphærã igitur atque circulũ quorũ diameter eſt linea d e, neceſſe eſt idem centrũ habere cum centro propoſitæ columnæ. Sit enim ut linea d e ſecet lineá a b in puncto g, eritq́ g centrum colũnæ. diuidit enim axẽ colũnæ per æqualia, quod patet per 15 primi, nã anguli qui ſunt ad g ſũt æquales ex 15 primi, & anguli qui ſũt ad a & b. recti ex hypotheſi. linea quoq́ a d. eſt æqualis lineæ b e, itaq́ d g eſt æqualis e g, & a g æqualis g b. Cunque anguli c & f ſint recti, ſi ſuper punctum g ſecundũ ſpatium d g, ac ſuper lineã d e circulus deſcribatur, tranſibit ex conuerſa primæ partis 30 tertij per puncta c & f. itaque punctum g eſt centrum circuli cuius diameter eſt diameter colũnæ ideoq́ & ſphæræ. Quare manifeſtum eſt omni parallelogrammo rectangulo circulum, omnique columnæ rotundæ ſphæram eſſe circunſcriptibiles. Sicq́ patet quod uoluit iſtud theorema.



12 Angulus corporeus ſiue ſolidus, eſt quem cõtinent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una ſuperficie ſiti ad unum punctum angulatem conueniunt.

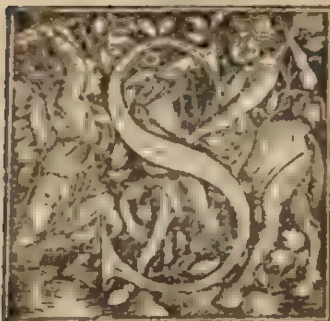
Duo anguli plani angulum ſolidũ perficere nequeũt: ſicut nec duæ rectæ lineæ nequnt ſuperficiem claudere. Angulos quoque planos ſolidum angulum continentes in eadem ſuperficie non cõuenit eſſe ſitos, ſed in diuerſis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit ſibi inuicem ſecundum ſitum rectitudinis applicari.

Similes

13 Similes sunt figuræ corporeæ rotundæ, siue sint colũnæ siue earũ pyramides, quarũ axes diametris suarum basium sunt proportionales.

Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis. si fuerit proportio axis unius earũ ad diametrum suæ basis sicut axis alterius ad diametrũ suæ basis, illæ duæ columnæ aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Ex Translatione Zamberti. Diffinitiones



Olidum, est quod lõgitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet. Solidi uero terminus, superficies est. 2 Recta linea ad planum recta est, quando ad omnes contingẽtes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectũ est, quando communi segmento ipsorũ planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipsorũ planorũ, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineę ad planũ inclinatio est, quãdo à termino sublimi rectæ lineæ in planũ ducta perpẽdiculari, à signo facto & à termino lineæ in plano, recta cõiũcta fuerit, angulus acutus qui sub ducta linea & stante cõtinetur. 4 Plani ad planũ inclinatio, est angulus acutus comprehensus sub ijs quæ ad angulos rectos cõmuni segmento ducuntur ad idẽ signum in utroque ipsorum planorũ. 5 Planum ad planum similiter inclinari dicitur & alterum ad alterum, quãdo prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint. 6 Parallela plana, sunt quæ contactum non admittũt. 7 Similes solidæ figuræ, sunt quæ sub similibus planis, æqualibus multitudine comprehẽdũtur. 8 Similes solidæ figuræ & æquales, sunt quæ sub similibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus, cõprehẽduntur, 9 Angulus solidus est sub pluribus duabus lineis sese adinuicẽ tangentibus & nõ existẽtibus in eadem superficie ad omnes lineas inclinatio. Aliter

Solidus angulus, est qui sub pluribus duobus planis angulis comprehenditur non existentibus in eodem plano ad unum signum constitutis.

10 Pyramis, est figura solida planis comprehensa ab uno plano ad unum signum constituta. 11 Prisma, est figura solida planis comprehensa, quorũ duo quæ ex opposito æqualia & similia & parallela sunt, reliqua uero parallelogrãma. 12 Sphæra, est quando semicirculi manente dimetiente circũductus semicirculus in seipsum rursus reuoluitur unde incepit, circumassumpta figura. 13 Axis sphæræ, est manens recta linea quã circum semicirculus uertitur. 1 Centrum sphæræ, est illud quod & semicirculi. 15 Dimetiens sphæræ, est recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraque parte sub ipsius sphæræ superficie.

16 Conus, est quando rectanguli trianguli manente uno eorũ quæ circa rectum angulum latere, circũductũ triangulum in idem rursus unde sumpserat exordium circunuoluitur, ea assumpta figura. Et si manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectangulus erit conus. Si uero minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius.

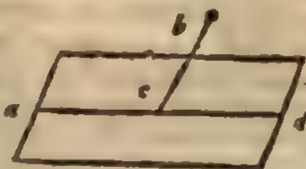
17 Axis coni, eſt manens quædam recta linea quam circum triangulū uertitur. Baſis autem, eſt circulus ſub circumducta recta linea deſcriptus.

18 Cylindrus, eſt quando rectanguli parallelogrammi manente uno eorum quæ circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum in idem unde ſumpſit exordium ſteterit, ea aſſumpta figura.

19 Axis cylindri, eſt manens quædam recta linea quam circum parallelogrammū uertitur. Baſis autem, circuli qui ſub ijs quæ ex oppoſito circum ductis lateribus ſunt deſcripti. 20 Similes coni & cylindri, ſunt quorū axes & dimetientes baſium, ſunt proportionales. 21 Cubus, eſt figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum, eſt figura ſolida ſub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Dodecaedrum, eſt figura ſolida ſub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehenſa. 24 Icoſaedrum, eſt figura ſolida ſub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehenſa.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1

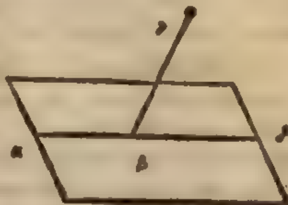
1 Ineæ rectæ partem eſſe in plano & partem in ſublimi, eſt impoſſibile.



CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico ꝙ non eſt poſſibile, ut pars eius ſit in plano, & pars ſurſum eleuata. Si enim eſt poſſibile, ſit pars eius quæ eſt a c ſita in plano, & pars eius quæ eſt c b in ſublimi poſita, & protrahatur directe a c in plano in quo ipſa ſita eſt, uſque ad d, eritq́ꝫ ut uni eidemq́ꝫ lineæ quæ eſt linea a c, duæ lineæ penitus diuerſæ quæ ſunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijciantur. Quod eſt impoſſibile ex 11 primi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 Rectæ lineæ partem in ſubiecto plano, partem uero in ſublimi eſſe, eſt impoſſibile.

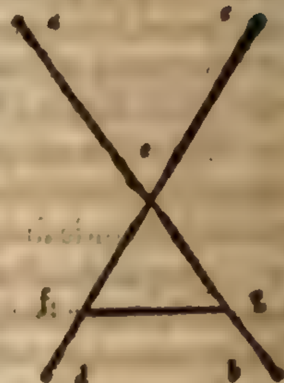


THEON ex Zamberto. *Si enim poſſibile, rectæ lineæ α β γ. pars quidem α β eſto in plano, pars autem β γ eſto in ſublimi, erit iam quædam ipſi α β continua recta linea in rectum in ſuppoſito plano, ſit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ, commune ſegmentum eſt α β, quod eſt impoſſibile. Recta linea namque cum recta linea non concurrit in pluribus ſignis uno, ſi adinuicem ipſæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in ſubiecto plano, partem autem in ſublimi eſſe, eſt impoſſibile. Quod fuerat oſtendendum.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2 Mnes lineæ duæ quarum altera alteram ſecat, in una ſuperficie ſitæ ſunt, omniſq́ꝫ triangulus, in una ſuperficie totus conſiſtit. CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, ſe inuicē ſecantes in puncto c. Dico eas eſſe in ſuperficie una, & omnem triangulū dico eſſe in ſuperficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea

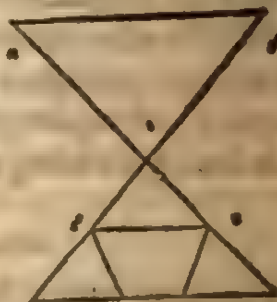
a b, & ducatur linea f g. Quia igitur impossibile est partē trianguli e f g esse in plano & partem in sublimi, quinetiā suarum terminalium linearum unius aut plurium pars similiter sit in plano & pars similiter in sublimi, cum de lineis hoc sit impossibile per præmissam, erit quoq; impossibile de triangulo. Itaq; totus triāgulus e f g, est in superficie una. Ex hac igitur secunda parte & præmissa, constat prima pars huius secundæ propositionis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si binæ rectæ lineæ se adinuicē secuerint, in uno sunt plano, & omne triangulū in uno plano est.

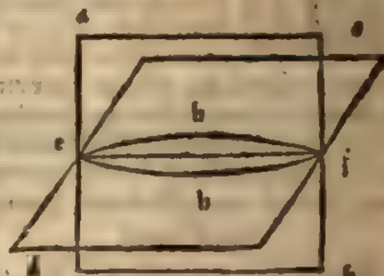
THEON ex Zamberto. *Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quod ipsæ αβ, γδ, in uno consistunt plano, & omne triangulū in uno est plano. Assumantur in ipsis εγ, εβ, signa utcunq; ζ, η, connectanturq; γβ, ζη, extendaturq; ζθ, ηκ, dico primum quod triangulum εβγ in uno est plano. Si ipsius namq; trianguli εγβ pars, aut ζγθ, aut ηβκ in subiecto plano est, reliquum uero in alio, erit etiam unius ipsarum εγ, εβ, rectarum linearum pars in subiecto plano, pars autem in alio. Si autem ipsius εγβ trianguli, ζγβη, pars fuerit in subiecto plano, reliquum uero in alio, erit & ambarum εγ, εβ, rectarum linearum pars quidem in subiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impossibile esse ostensum est. Igitur triangulum βγε in uno est plano. In quo enim est triangulum βγε, in eo est & utraq; ipsarum εγ, εβ. In quo autem est utraq; ipsarū εγ, εβ, in eodem sunt & αβ, γδ. (per eandem.) Ipsæ igitur αβ, γδ, rectæ lineæ, in uno existunt plano, & omne triangulū in uno est plano, quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 Mnium duarum superficierū seinuicem secantium, communis sectio est linea recta.

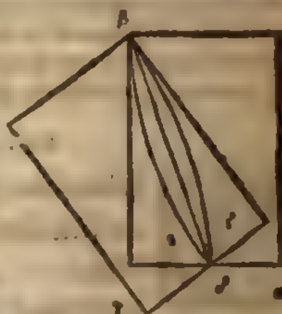
CAMPANVS. De planis superficiebus intellige, & uerum erit quod dicitur. Sint itaq; duæ superficies planæ a b & c d, seinuicē secantes. Dico quod earum cōmunis sectio, erit linea recta. Esto enim duo puncta e & f termini cōmunis sectionis earum quæ continētur per lineam rectam quæ sit e f. Si igitur linea e f est in utraq; duarum superficierū a b & c d, constat propositum. At uero si in neutra, aut si non in altera, cum ambo puncta e & f sint in utraq; superficierū a b & c d, in ea superficie in qua ipsa non fuerit, protrahatur linea recta quæ sit e h f, erunt igitur duæ rectæ lineæ e f & e h f, habētes duos terminos cōmunes. Quod est impossibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent superficiem, quod est contra petitionem ultimā primi libri.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si bina plana se adinuicē secuerint, cōmunis eorū sectio recta linea est.

THEON ex Zamb. *Bina etenim plana αβ, βγ, se adinuicem dispescant, cōmunis autem sectio sit linea δβ. Dico quod δβ linea recta est. Si autē non, connectantur δβ in ipso αβ plano, recta linea δεβ, & in ipso βγ plano, recta linea δζβ, erunt nempe duarum rectarum linearum δεβ, δζβ, iidem fines, & perinde areolam cōprehendent, quod (per ultimam cōmunem sententiam) est impossibile. Ipsæ igitur δεβ, δζβ, rectæ lineæ nō sunt. Similiter quoq; ostendemus, quod neq; ulla alia ex δ in β ducta recta linea est, præter ipsam δβ cōmunem sectionem ipsorum αβ, βγ, planorū. Si bina igitur plana se adinuicem secuerint, ipsorū communis sectio recta linea est. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 I fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantiū se, ipsa ad earundem superficiem

perficiem

perficiem perpendicularis erit.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super incisionē duarum linearū c d & e f secantiū se in puncto b, de quibus constat per ante præmissam ꝙ ipsæ sunt sitæ in una superficie. Dico ꝙ linea a b. perpendicularis est ad ipsarū superficiem. Sint enim c b & b d, æquales, at uero f b & b e æquales, & protrahantur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidistātes per 27 eiusdem. Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui sit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 26 primi e g, æqualis f h, igitur a pūcto a, uel quouis puncto lineæ a b, demittantur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d & a e æqualis a f. Itemq; per 8 eiusdē æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiusdē erit angulus a b g, æqualis angulo a b h, quare ex diffinitiōe uterq; est rectus, & linea a b perpendicularis ad lineam g h. Simili quoq; modo probabis eandem esse perpendicularē ad omnes lineas protractas à puncto b in superficie duarum lienarū c d & e f, igitur ex diffinitione constat, lineam a b esse perpendicularē ad superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ c d & e f seinuicem secantes. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

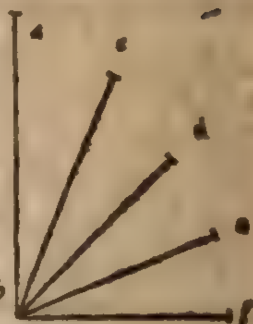
4 Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicē dispescentibus in cōmuni sectione ad rectos angulos steterit, & ad earūdem planū ad angulos rectos erit.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam ε ζ. duabus rectis lineis α β, γ δ, seinuicem dispescentibus in ε signo, ex ε ad angulos rectos constituatur. Dico quod ε ζ etiam ad ipsarū α β γ δ planum ad angulos est rectos. Assumantur nanq; ipsæ α ε, ε β, γ ε, ε δ. sibi inuicem æquales. Extendaturq; quædam recta linea per ε utcunq;, sitq; η ε θ, coniunganturq; ipsæ ζ α, ζ η, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β. Et quoniam binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β. sunt æquales, & æquales comprehendunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) basis α δ æqualis est basi γ β, & triangulū α ε δ ipsi γ ε β triangulo æquū est, quare & angulus qui sub δ α ε angulo qui sub ε β γ est æqualis. Est autē & qui sub α ε η angulus, ei qui sub β ε θ æqualis: bina igitur sunt triangula (per 26 primi) α η ε, β θ ε, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterū alteri, & unum latus uni lateri æquū ad æquos angulos, α ε ipsi ε β, & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt: æqualis igitur est η ε ipsi ε θ, & α η ipsi β θ. Et quoniā æqualis est α ε ipsi ε β, cōmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, basis igitur ζ α (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis. Id propterea & ζ γ ipsi ζ δ est æqualis. Et quoniā æqualis est α δ ipsi γ β, est autem & ζ α ipsi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales sunt altera alteri, & basis ζ δ, basi ζ γ est æqualis: & angulus igitur qui sub ζ α δ, angulo qui sub ζ β γ est æqualis. Et quoniā rursus ostensum quod α η ipsæ β θ est æqualis, sed ζ α ipsi ζ β est æqualis, binæ iam ζ α, α η, duabus ζ β, β θ, sunt æquales, & angulus qui sub ζ α η, ostensus est æqualis ei qui sub ζ β θ, basis igitur ζ η (per 4 primi) basi ζ θ est æqualis. Et quoniā rursus æqua est ostensa η ε ipsi ε θ, cōmunis autem ε ζ, duæ igitur η ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ sunt æquales & basis ζ θ, basi ζ η est æqualis: angulus igitur qui sub η ε ζ, angulo qui sub θ ε ζ est æqualis, uterq; igitur ipsorū η ε ζ, θ ε ζ, angulorū, rectus est. Ipsa igitur ζ ε, ad ipsam η θ contingēter per ε ductam, recta est. Similiter iam demōstrabimus, quod ζ ε ad omnes eam tangētes rectas lineas & in subiecto existentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planū (per 2 diffinitionē 11) recta est, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem existentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipsa ζ ε in subiecto plano, est ad angulos rectos. Subiectū autem planū, est quod fit per ipsas α β, γ δ, rectas lineas. Ipsa igitur ζ ε ad angulos rectos est ei quod per α β, γ δ, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI super tres lineas conterminales cōmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat, eædem tres lineæ in una superficie sitæ erunt. CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super cōmunem terminū trium linearū b c, b d, b e, angulariter se contingentiū in puncto b, quarū nulla aliȷ directe applicetur, quod idem est ac si seinuicem secent in

puncto e, protractæ enĩ se secabũt. Dico ꝙ tres lineæ b c, b d, b e sunt in una sup̃ficie sitæ. Constat autẽ de quibusq; earũ duabus ꝙ ipsæ sunt in una sup̃ficie sitæ, per 2 huius uel per primã partẽ secundæ huius. Si igitur linea b d non fuerit in sup̃ficie duarũ linearũ b c & b e, sed illæ duæ in plano, hæc autẽ in sublimi, erit ut hæc sup̃ficies in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & b d, si ꝓtrahatur & per illud q̃d notũ est super quartã, secet illam in qua sitæ sunt b c & b e, eritq; per 3 huius cõmunis earũ sectio linea recta, & ipsa sit b f. Quia igitur ex præmissa, linea a b est perpẽdicularis ad superficiẽ duarũ linearũ b c & b e, seq̃tur ex diffinitiõe ut ipsa sit perpẽdicularis ad lineã b f. quare angulus a b f, est rectus. Cũq; etiã angulus a b d sit rectus ex hypothesi, sequitur impossibile, uidelicet partẽ suo toti esse æqualẽ.



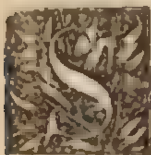
Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicẽ tangentibus, ad angulos rectos in cõmuni contactu extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano.

THEON ex Zamb *Recta enim linea quædam α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos cõmuni contactu β constituatur. Dico quod ipsæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano. Non enim, sed si poßibile est, sint ipsæ quidẽ β δ, β ε, in subiecto plano, ipsa autẽ β γ in sublimi, protendaturq; per ipsas α β, β γ, planũ. Cõmunem sectionem, inquam, faciet in subiecto plano, & rectam efficiet lineã (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur sunt plano deducto per ipsas α β, β γ, ipsæ tres rectæ lineæ α β, β γ, β ζ. Et quoniam α β recta est ad utranq; ipsarũ β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta est ipsa α β. Subiectũ autem planũ, id est quod per β δ, β ε. Ipsa igitur α β, recta est ad subiectũ planũ, quare (per 3 diffinitionẽ undecimi) ad omnes eam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos ipsa α β. Tangit autẽ ipsam β ζ existens in subiecto plano. Angulus igitur qui sub α β ζ, rectus est. Supponitur autẽ qui sub α β γ, rectus, æqualis igitur est & qui sub α β ζ, angulus, ei qui sub α β γ, & in uno sunt plano. Quod est impoßibile. Ipsa igitur β γ recta linea in altiori plano non est. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano (per 2 undecimi.) Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicẽ tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano. Quod erat ostendendũ.*

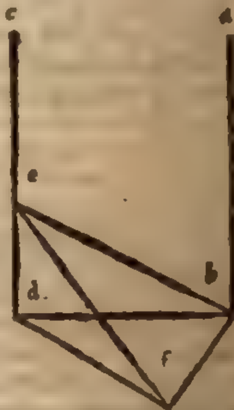


Eucli. ex Camp. Propositio 6



6 SI fuerint duæ lineæ super unam superficiẽ perpendiculares, eas æquedistantes esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, perpendiculares ad unã superficiẽ. Dico eas esse æquidistantes. Protrahatur enĩ linea b d, eruntq; ex diffinitione duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in sup̃ficie una, ipsæ sunt æquidistantes per secũdam partẽ 28 primi. Ipsas aũt esse in superficie una, sic collige. A puncto b, super lineã b d, in plano cui perpẽdiculariter insistũt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineã b f, & ex linea c d, sume d e æqualẽ b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, triãguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cũ uterq; sit rectus, itaq; per 4 primi linea b e, est æqualis lineæ d f. Itemq; cũ duo latera e b & b f triãguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e triãguli f d e, & basis e f cõmunis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione, erit etiã angulus e b f rectus, itaq; linea f b, perpẽdiculariter est erecta super cõmunem terminũ trium linearũ b a, b d, b e, se contingentiũ angulariter in pũcto b, quare per præmissam ipsæ sunt in superficie una. Cum igitur ex secũda parte secundæ huius linea c d sit in eadem superficie cum utraq; linearũ e b & b d, sequitur a b & c d esse in sup̃ficie una. Constat ergo propositũ.



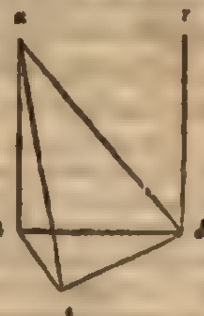
Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si binæ rectæ lineæ eidem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, subiecto cuidã plano sint ad angulos rectos. Dico quod parallelus est α β, ipsi γ δ. Concurrãt enim in signis subiecto plano β, δ, connectanturq; β, δ. Et (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano excitetur δ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α ε, α δ. Et quoniã recta α β linea est ad subiectũ planũ, & ad omnes igitur eam*

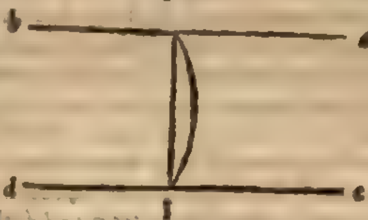
tangentes

tangentes rectas lineas (per 3 diffinitionem undecimi) & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos ipsa αβ. Tangit autem ipsam αβ, utraque ipsarum βδ, βε, existens in subiecto plano, rectus igitur est uterque ipsorum angulorum αβδ, αβε, id propterea etiam uterque ipsorum γδβ, γδε, rectus est. Et quoniam αβ ipsi δε est aequalis, communis autem βδ, duae igitur αβ, βδ, duabus εδ, δβ, sunt aequales. & rectos comprehendunt angulos: basis igitur αδ (per 4 primi) basi βε est aequalis. Et quoniam aequalis est αβ ipsi δε, sed & αδ ipsi βε, duae igitur αβ, βε, duabus εδ, δα, sunt aequales, & ipsorum communis basis est αε. angulus igitur qui sub αβε (per 8 primi) angulo qui sub εδα est aequalis: rectus autem qui sub αβε, rectus igitur & qui sub εδα. Igitur εδ, ad ipsam δα, recta est, est autem & ad utranque ipsarum βδ, δγ, recta. Igitur εδ, tribus rectis lineis βδ, δα, δγ, ad angulos rectos in contactu stetit. Igitur ipsae tres rectae lineae βδ, δα, δγ, (per 5 decimi) in uno sunt plano, & in quo sunt ipsae βδ, δα, in eodem & αβ: omne enim triangulum in uno est plano (per 2 undecimi.) Ipsae igitur αβ, βδ, δγ, rectae lineae, in uno sunt plano. Et uterque ipsorum αβδ, βδγ, angulorum, rectus est: parallelus igitur est αβ, ipsi γδ (per 28 primi.) Si duae igitur rectae lineae eidem plano ad angulos fuerint rectos, parallelae erunt ipsae rectae lineae. Quod ostendendum fuerat.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

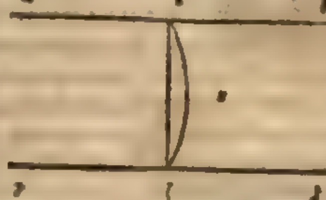
7 I in duabus lineis aequedistantibus, duobus punctis signatis, ab altero ad alterum recta linea ducatur, in qua superficie illae duae lineae sitae sunt, eam quoque in eandem sitam esse necessario comprobatur.



CAMPANVS. Sint duae lineae a b & d c aequidistantes, de quibus constat per diffinitionem quod ipsae sunt in superficie una, in eis autem signentur duo puncta e & f, & producatur linea recta e f. Dico itaque lineam e f, esse sitam in superficie linearum a b & c d. Sin autem sit e f in alia superficie ut in sublimi, dependens quoque superficies si protrahatur, secabit necessario superficiem in qua sitae sunt duae lineae a b & c d, eritque per 3 huius, communis sectio earum, linea recta eisdem punctis terminata. Quod est impossibile. sic enim duae rectae lineae concluderent superficiem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si fuerint binae rectae lineae parallelae, assumanturque in ipsarum utraque contingentia signa, ad ipsa signa connexa recta linea in eodem est plano cum ipsis parallelis.

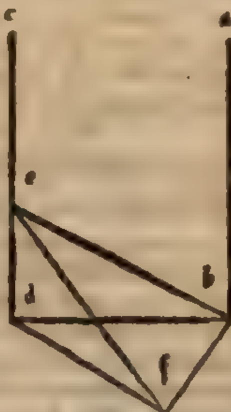


THEON ex Zamb. Sint binae rectae lineae parallelae αβ, γδ, sumanturque in ipsarum utraque utcunque signa ε, ζ. Dico quod ad ipsa ε, ζ, signa, *adiecta recta linea, in eodem est plano cum ipsis parallelis. Non enim, sed si possibile, esto in sublimiori sicut εηζ.* exciteturque per εηζ, planum, sectionem iam faciet in supposito plano rectam lineam, efficiat (per 3 undecimi) εζ. Binae igitur rectae lineae εηζ, εζ, areolam comprehendunt. Quod est impossibile (per ultimam communem sententiam.) Igitur quae ex ε in ζ adiecta recta linea, in sublimiori plano non est. In eo igitur (in quo & αβ & γδ parallelae) est plano, quae ex ε in ζ adiuncta est recta linea. Si fuerint igitur binae rectae lineae parallelae, assumanturque in ipsarum utraque utcunque signa, ad ipsa signa adiecta recta linea, in eodem est cum ipsis parallelis plano. Quod ostendere oportebat.

ἐπιζευγνυμένη

διήχθω

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 

I in idem planum duae rectae lineae aequedistanter erigantur, altera uero earum orthogonaliter sistat, reliquam quoque ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

CAMPANVS. Haec est quasi conuersa sextae. Sint enim duae lineae a b & c d aequidistantes, & sit earum altera ut c d erecta perpendiculariter super superficiem quam libet. Dico reliquam earum quae est a b, esse perpendicularem ad eandem superficiem. Fiat enim prorsus eadem dispositio quae est sexta, eritque ut ibi uterque duorum angulorum f b e, & f d e, erectus: primus quidem, per positionem, secundus autem, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt duae lineae b d & b e. Cumque per praemissam duae lineae a b & c d sint in eadem superficie cum duabus lineis b d & b e, sequitur lineam f b esse perpen

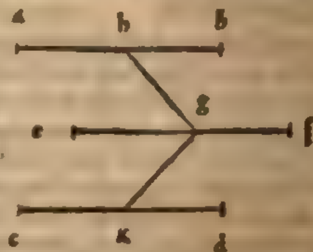
dicularitèr erectã ſupra ſuperficiẽ in qua eſt linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiam angulus d b a eſt rectus per ultimã pertem 19 primi, ſequitur per 4 huius, lineã a b eſſe perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ b d & b f. Quare conſtat propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8

8 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectes erit.



THEON ex Zamb. Sunt binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, altera autẽ ipſarũ, hoc eſt α β, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico quod reliqua γ δ, eidem plano ad angulos rectos erit. Concurrãt enim ipſæ α β, γ δ, in ſubiecto plano in ſignis β, δ, connectanturq́; (per primũ poſtulatũ) β, δ. Igitur ipſæ α β, γ δ, β δ, in uno ſunt plano. Excitetur q́; (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano δ ε, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi α β æqualis δ ε, cõnectanturq́; β ε, α δ. Et quoniã α β recta eſt ad ſubiectũ planũ, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes (per 2 undecimi diffinitionẽ) recta eſt ipſa α β. Igitur uterq; ipſorũ α β δ, α β ε, angulorũ rectus eſt. Et quoniam in parallelos α β, γ δ, recta linea incidit β δ, igitur ipſi anguli α β δ, γ δ β, duobus rectis ſunt æquales (per 29 primi) rectus autem eſt qui ſub α β δ, rectus igitur & qui ſub γ δ β. Igitur γ δ, ad β δ recta eſt. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, cõmunis autẽ β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β δ, angulo qui ſub ε δ β eſt æqualis, rectus enim uterq;: baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, & β ε ipſi α δ, binæ igitur α β, β ε, binis ε δ, δ α, ſunt æquales altera alteri, & cõmunis ipſarũ baſis α ε. Angulus igitur qui ſub α β ε, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis (per 8 primi.) Rectus autẽ eſt qui ſub α β ε, rectus igitur & qui ſub ε δ α. Igitur ε δ, ad α δ recta eſt, ſed recta eſt etiam ad ipſam δ β, igitur ε δ, ad id quod per β δ, δ α, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangẽtes rectas lineas & exiſtentes in eo quod per β δ, α β, plano, rectos efficiet angulos ipſa ε δ (per 3 undecimi diffinitionẽ.) In eo autẽ quod per β δ, δ α, plano eſt ipſa δ γ. Quoniã igitur in eo quod per β δ, δ α, plano ſunt ipſæ α β, β δ, in quo autẽ ipſæ α β, β δ, in eodem eſt & δ γ, igitur ε δ ipſi δ γ ad angulos eſt rectos. Quare & γ δ, ipſi δ ε ad rectos angulos eſt. Eſt autẽ & γ δ ipſi δ β ad angulos rectos. Igitur ipſa γ δ, duabus rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcentibus δ ε, δ β, ab ipſa δ ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa γ δ, in eo quod per δ ε, δ β, plano ad angulos rectos eſt (per 4 undecimi.) Subiectũ autẽ planũ eſt, quod per δ ε, δ β. Igitur ipſa γ δ in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit. Quod oſtendiſſe oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

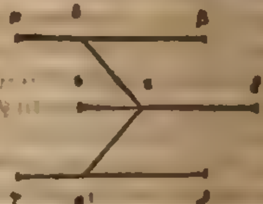
9 I duæ lineæ uni non in una ſuperficie æquidiſtant, eas quoq; ſibi inuicem æquidiſtare neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d æquidiſtans lineæ e f, nec ſint omnes in ſuperficie una. Dico quod eædem quoq; ſibi inuicẽ ſunt æquidiſtãtes. De iis quidẽ quæ ſunt omnes in ſuperficie una, probatũ eſt per 30 primi. At uero de iis quæ in una ſuperficie non ſunt, ut eſt hic e f quæ intelligatur ſurſum erecta in ſublimi, reſtat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus g, à quo educantur duæ perpendiculares ad duas lineas a b & c d, quæ ſint g h & g k, eritq; per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, uidelicet, illam in qua ſunt ſitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmiſſam bis aſſumptã utraq; illarũ duarũ linearũ a b & c d, perpendicularis eſt ad eandẽ ſuperficiẽ uidelicet ad illam in qua ſitæ ſunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius igitur ipſæ ſunt ſibi inuicẽ æquidiſtãtes. Quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem exiſtentes plano, adinuicem ſunt parallelæ.



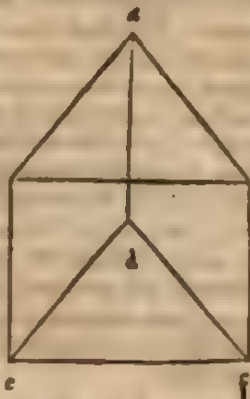
THEON ex Zamb. Sit enim utraq; ipſarũ α β, γ δ, ipſi ε ζ parallelus, nõ exiſtẽs eidem in eodẽ plano. Dico quod parallelus eſt α β ipſi γ δ. Sumatur enim in ipſa ε ζ, utcũq; ſignũ θ. Et ab ipſo θ, ipſi ε ζ in eo quod per ε ζ, α β, plano ad angulos recto, excitetur θ η (per 11 primi) in eo autẽ quod per ζ ε, γ δ, ipſi ε ζ rurſus ad angulos excitetur rectos θ κ. Et quoniã ε ζ ad utranq; ipſarũ η θ, θ κ, recta eſt, igitur (per 4 undecimi) ε ζ ad id quod per η θ, θ κ, planũ ad angulos eſt rectos, & ε ζ ipſi α β parallelus eſt, & α β igitur ei quod per η θ, θ κ, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa γ δ, ei quod per η θ, θ κ, plano, ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarũ α β, γ δ, ei quod per

η θ, θ κ,

β ε, ε ζ, plano ad angulos est rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ (per 6 undecimi.) Parallelus igitur est α β ipsi γ δ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

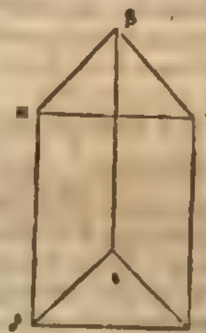
10 SI duæ lineæ se angulariter contingẽtes, duabus alijs se contingentibus eis oppositis æquidistantes fuerint, non autem in superficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æqui sibi inuicem esse comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes alijs duabus quæ sunt d e & d f, se quoq; angulariter contingentibus in puncto d, nec sint cum eis in superficie una. Dico angulũ a, esse æqualẽ angulo d. Esto enĩ linea d e æqualis lineæ a b, cui ipsa posita est esse æquidistans. & d f æqualis a c, cui etiam ipsa æquidistare ponitur, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis assumpta, utraq; duarum linearũ b e & c f, æqualis & æquidistans lineæ a d: per conceptionẽ igitur & præmissam, eædem sunt æquales & æquidistãtes sibi inuicẽ, & itaq; per 33 primi denuo repetitã duæ lineæ b c & e f, sunt etiam æquales & æquidistantes. Igitur per 8 primi constat propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.

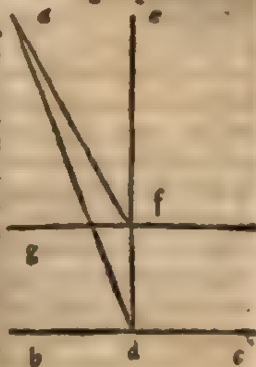


THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, sese inuicẽ tangentes parallelæ sint, non tamen in eodem plano. Dico quod angulus qui sub α β γ, æquus est angulo δ ε ζ.* * *Suscipiantur enim ipsæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, sibi inuicem æquales, cõnectanturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipsi ε δ æqualis & parallelus est, & α δ igitur ipsi β ε æqualis & parallelus est. idq; propterea ipsa γ ζ, ipsi β ε est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarũ α δ, γ ζ ipsi ε β est æqualis & parallelus (per 33 primi.) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non existentes, & adinuicẽ sunt parallelæ (per 9 undecimi,) parallelus igitur est α δ ipsi γ ζ, & æquales eidem. Et ipsas connectunt ipsæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipsi δ ζ est æqualis, & parallelus. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales, & basis etiã α γ basi δ ζ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ, (per 8 primi) angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicem sese tangentes, fuerint ad binas rectas lines inuicem sese tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendent. Quod erat ostendendum.*

* ἀπειλήφθωσαν

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 PVncto in aëre assignato, ab eo ad datam superficiẽ, perpendicularem ducere.

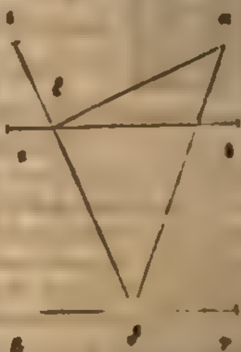


CAMPANVS. Sit punctus a, sursum in aëre, à quo uolumus ad superficiem subiacentem, perpendicularẽ ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cõtigerit, ad quam ab ipso puncto a ducatur perpẽdicularis a d, secundũ doctrinã 12 primi. Rursusq; à puncto d, in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis à puncto a, extrahatur linea d e quæ sit perpẽdicularis ad lineam b c, ut docet 11 primi. Ad hãc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à puncto a, quæ sit a f. Hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enim linea f g æquidistans lineæ b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f est rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpẽdicularis ad superficiem in qua est triangulus a d f, ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpẽdicularis ad eandem superficiem. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cumq; etiã angulus d f a, sit rectus, sequitur ex 4 huius, lineam a f esse perpendicularẽ ad superficiẽ in qua sunt duæ lineæ d f & f g. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 11

11 A dato signo in sublimi, ad subiectũ planũ perpendicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. *Sit datum quidem signũ in sublimi α, datũ autem planũ suppositũ. oportet iam ab ipso α*
ἄλλως *signo, in subiectũ planũ perpendicularẽ rectã lineam ducere.* Extendatur enim quædã in subiecto plano recta linea utcunq;, sitq; β γ, excitetur q; (per 12 primi) ab ipso α signo, in ipsam β γ, perpendicularis α δ. Si igitur α δ perpendicularis est ad subiectũ planũ, factũ iam est quod quæritur. Si autẽ non, excitetur (per 11 primi) ab ipso δ signo ipsi β γ in subiecto plano ad angulos rectos δ ε. Exciteturq; (per 12 primi) ab ipso α, in ipsam δ ε, perpendicularis α ζ, & per ζ signum ipsi β γ parallelus excitetur (per 31 primi) ζ θ. Et quoniã β γ utriq; ipsarũ δ α, δ ε, ad angulos est rectos, igitur (per 4 undecimi) β γ ad id quod per ε δ α planũ ad angulos est rectos. Et ei parallelus est η θ. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera uero ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planũ ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur η θ ei quod per ε δ, δ α, plano ad angulos est rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per ε δ, δ α, plano existentes, ipsa η θ recta est (per conuersionẽ diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autẽ ipsam, ipsa α ζ existens in eo quod per ε δ, δ α, plano. Igitur η θ, ad ipsam ζ α recta est (per 2 undecimi.) Quare & ζ α, recta est ad ipsam η θ. Est autẽ & α ζ ad ipsam δ ε recta, igitur α ζ ad utrãq; ipsarũ θ η, δ ε, recta est. Si autẽ recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicẽ se tangẽtibus in contactu ad angulos rectos steterit, & ad id quod per ipsa planũ ad angulos rectos erit. Igitur ζ α ad id quod sub ε δ, η θ, planũ ad angulos rectos est. Quod autẽ per ε δ, η θ, planũ est subiectũ. Ipsa igitur α ζ, ipsi subiecto plano ad angulos rectos est. A dato igitur signo in sublimi α, in subiectum planũ perpendicularis recta linea acta est. Quod facere oportebat.* Eucli. ex Camp. Propositio 12



12 SVperficie proposita, punctoq; in ea assignato, ab eo puncto ad datam superficiem, lineam orthogonaliter erigere.

CAMPANVS. Cum à pũcto quolibet in superficie proposita assignato, perpendicularẽ educere libuerit, à quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito, ad eandem superficiẽ perpendicularẽ (quemadmodũ præmissa docuit) demitte, quæ si assignatũ punctũ ceciderit, ipsa est quã quæris. Sin autẽ, ab ipsa assignato pũcto ad demissam perpendicularẽ, æquidistantẽ ducito, eamq; per 8 huius probabis esse quam quæris. Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 12

12 Ad datũ planũ, à dato in eo signo, ad angulos rectos rectã lineã constituere. THEON ex Zamb. *Sit datũ planũ suppositũ, signũ autẽ in eo sit α. Oportet ab ipso α signo, ipsi supposito plano ad angulos rectos rectam lineã constituere. Intelligatur signũ quoddã in sublimi, sitq; β, & ab ipso β (per 11 undecimi) ad subiectum planũ perpendicularis excitetur β γ, exciteturq; (per 11 primi) ab ipso α signo, ad angulos rectos α δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ sunt α δ, γ β, altera autem ipsarũ β γ ad subiectũ planũ ad rectos est angulos, reliqua igitur α δ ad subiectũ ad angulos est rectos (per 8 undecimi:) ad datum igitur planũ, à signo in eo dato α, ad rectos angulos constituta est α δ. Quod facere oportebat.* Eucli ex Camp. Propositio 13

13 DVas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, impossibile est.

CAMPANVS. Si enim possibile est ut duæ lineæ uni eidemq; superficiei super punctũ unum perpẽdiculariter insistant, superficies in qua ipsæ perpẽdiculares sitæ sunt intelligatur produci quousq; secet in superficiẽ, cui dictæ lineæ perpẽdiculariter insistunt. eritq; per 3 huius, cõmunis earũ sectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarũ duarũ perpendiculariũ cum cõmuni sectione continet angulum rectũ, sequitur ut angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. Quemadmodũ autem demonstratũ est impossibile esse ab uno eodemq; puncto extra superficiem duas lineas super punctũ unũ ad eandem superficiẽ esse perpẽdiculares, ita etiã demõstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodemq; puncto extra superficiẽ signato ad eandem superficiẽ protractas ad ipsam esse perpẽdiculares. Si enim hoc fuerit, ipsæ erunt æquidistãtes ex 6 huius. Quod est impossibile ex diffinitiõe linearũ æquidistantiũ. Constat igitur ex hac, q; si aliqua superficies plana aliam planã superficiẽ orthogonaliter secet, & ab aliquo puncto secantis sũperficiei ad superficẽ sectam perpẽdicularis ducatur, in cõmuni earũ sectione eam cadere necesse est. Alioqui ab eodem pũcto secãtis superficiei ad cõmunem earũ sectionẽ perpẽdicularis protrahatur, ut docet 12 primi, & à puncto in quo incidit cum cõmuni sectione, alia perpẽdicularis ad eandem cõmunẽ sectionẽ in superficie secta educatur ut docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarũ perpendiculariũ

etiam

etiā est perpendicularis ad superficiē sectam. Ergo ab uno puncto protractæ sunt duæ lineæ perpēdiculares ad eandem superficiē, quod est impossibile, relinquitur itaq; propositū nostrum. Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Ab eodem signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.

THEON ex Zamb. Si enim possibile, ab eodem signo α, ad idem planum binæ rectæ lineæ αβ, αγ, ad angulos rectos constituātur ad easdē partes. *Extendaturq; per βα, αγ, planū. Quod iam efficiet sectionē per α in subiecto plano lineam rectam, efficiat lineā δαε. Ipsæ igitur αβ, αγ, δαε, in uno sunt plano (per 3 undecimi.) Et quoniam γα ad subiectū planum ad angulos rectos est, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangentes & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionē.) Ipsam autē tangit δαε in subiecto existēs plano. Igitur angulus qui sub γαε, rectus est, & id propterea angulus qui sub βαε, rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub γαε ei qui sub βαε, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodem igitur signo, ad idem planū binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituūtur ad easdem partes. Quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 14.

δίιχθω

14 SI linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat, illæ duæ superficies si etiam in infinitū in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

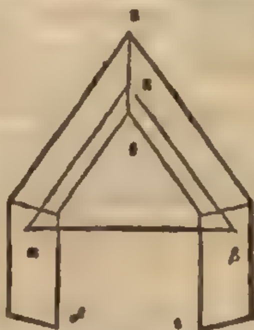
CAMPANVS. Posita enim una linea duabus supficiebus orthogonaliter insistere, si impossibile est supficies illas cōcurrere, in earū cōmuni sectione quæ per 3 huius, erit linea recta, pūctus quocūq; modo signetur, à quo duæ lineæ in illis duabus supficiebus ad lineā illā quæ ipsis perpēdiculariter superstat protrahatur, eritq; cōstitutus triāgulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; triāguli uterq; duorū angulorū q super perpendicularē consistūt, est rectus, ut patet ex diffinitione lineæ sup superficiē perpēdiculariter stantis, hoc aūt est impossibile per 32 primi. Ecōuerso quoq;, uidelicet.

Si super duas superficies æquidistātes linea recta ceciderit quæ ad alterā earum perpendicularis sit, ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus æquidistātibus, intelligatur linea recta ambas penetrās quæ alteri earū perpēdiculariter superstat. Dico q eadem linea reliquæ superficiei perpēdiculariter superstat. Sit enim superficies una secans positas supficies æquidistantes, super lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis sectio huius superficiei & alterius sectarū uidelicet illius cui linea penetrās ponitur perpēdiculariter insistere, continēs angulū rectū cum ipsa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē. Si igitur alia cōmunis sectio ipsius supficiei secantis & reliquæ duarū sectarū cum eadē linea penetrāte non contineat angulū rectū, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cōmunes sectiones in alterutrā partem protractæ necessario concurrāt, quare & supficies quæ positæ sunt æquidistantes, necessario concurrēt. Et qa hoc est impossibile, erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie easdē supficies æquidistantes secante super eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex ista 14, constat uerū esse quod diximus. Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 14

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.

THEON ex Zamb. Recta enim quædam linea αβ, ad utrunq; γδ, εζ, planorū, sito ad angulos rectos. Dico quod parallela sunt ipsa plana. Si autē non, *extensa concurrunt. Concurrant. Efficient iam cōmunem sectionem lineam rectam. efficiant ηθ (per 3 undecimi,) assumaturq; in ipsa ηθ, utcunq; signū κ, cōnectanturq; ακ, βκ. Et quoniā αβ recta est ad ipsum εζ planū, & ad ipsam igitur βκ rectā lineā existentē in ipso εζ extenso plano, recta est ipsa αβ. Igitur angulus qui sub αβκ, rectus est. Et id propterea etiā angulus qui sub βακ, rectus est. Triāguli igitur αβκ, anguli qui sub αβκ, βακ, duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile (per 17 primi.) Igitur ipsa γδ, εζ, plana, extensa nō concurrūt, parallela igitur sunt ipsa γδ, εζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt. Quod oportebat demōstrare.



ἐκβαλλόμενα

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint duæ lineæ se contingentes angulariter, æquidistantes alijs duabus se contingentibus, non autem in superficie una, ab eisdem

eisdem lineis contentæ duæ superficies in nulla parte quantumcunque producantur possunt concurrere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes duabus lineis d e & d f, se angulariter contingẽtibus in puncto d, & nõ sint in superficie una, dico earũ superficies in quãcunque partem & quantũcunque protrahãtur, nunquam concurrere. Protrahatur etenim à pũcto d, prout docet 5 huius, perpẽdicularis ad superficiẽ duarum linearũ a b & a c, sitque d g, & à puncto g, ducatur g h æquidistãs a b, & g k, æquidistãs a c, eritque ex diffinitione uterque duorũ angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidistans lineæ g k, & linea d e æquidistans lineæ g h, quare per ultimã partem 29 primi, uterque duorũ angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoque per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad superficiem duarum linearũ d e & d f. Cumque ipsa eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiẽ duarum linearũ a b & a c, ex præmissa liquet quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Si binæ rectæ lineæ seinuicem tangentes ad binas rectas lineas seinuicẽ tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano existentes, parallela sunt quæ per ipsas plana.

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes δ ε, ε ζ, sint parallelæ, sed non in eodem existentes plano. Dico quod * educta quæ per α β, β γ & δ ε, ε ζ, plana, non concurrunt adinuicem. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipso β signo, in id quod per δ ε, ε ζ, planum perpendicularis β η, & * extendatur in planũ per η signũ. Et per η, ipsi quidem ε δ parallelus excitetur (per 31 primi) η θ, ipsi autẽ ε ζ, ipsa η κ. Et quoniam β η ad id quod per δ ε, ε ζ, planũ recta est, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 3 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δ ε, ε ζ, plano existentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam utraque ipsarũ η θ, η κ, existens in eo quod per δ ε, ε ζ, plano, rectus igitur est (per 4 undecimi) uterque ipsorũ qui sub β η θ, β η κ, angulorũ. Et quoniam parallelus est β α ipsi η θ, ipsi igitur sub η β α, β η θ, anguli (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, sed rectus est qui sub β η θ, rectus igitur est qui sub η β α, igitur ipsa η β, ipsi β α ad angulos rectos est. Id propterea etiam β η, ipsi β γ ad angulos rectos est. Quoniã igitur recta linea β η duabus rectis lineis β α, β γ, sese inuicem tangentibus ad angulos rectos stetit, igitur (per 4 undecimi) β η & ad id quod per β α, β γ, planũ ad rectos angulos est. Est autem & ei quod per η θ, η κ, plano, recta quod uero per η θ, η κ planũ, id est quod per δ ε, ε ζ. ipsa igitur β η ei quod per δ ε, ε ζ plano recta est. Igitur β η ad utrunque eorũ quæ per α β γ, δ ε ζ, planorũ, recta est. Plana autẽ ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt (per 14 undecimi.) Parallelũ igitur est quod per α β, β γ, planum, ad id quod per δ ε, ε ζ. Si binæ igitur rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes fuerint parallelæ, sed non in eodem plano, parallela sunt quæ per ipsas plana. Quod ostendendum erat.*

ἐκβαλλόμενα

συμβαλοῦσι

Eucli ex Camp. Propositio 16

16 
SI duas superficies æquidistantes una superficies secet, cõmunes earum sectiones æquidistantes erunt.

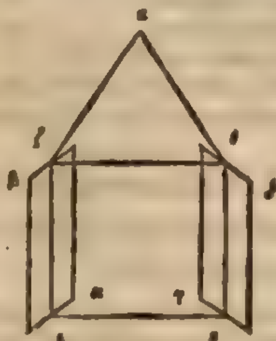
CAMPANVS. Constat equidẽ ex tertia, quod una superficie quascũque duas superficies æquidistantes secante, cõmunes earum sectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cum sint ambæ sitæ in superficie secante, si ipsæ non fuerint æquidistantes, ponãtur ad quodlibet unum punctũ concurrere, erit itaque ut unus atque idem punctus sit in utraque illarũ duarũ sectionũ cõmunium. Cumque una illarũ cõmunium sectionum sit in una duarũ superficierũ sectarũ & reliqua in altera. sequitur superficies illas quæ positæ sunt esse æquidistantes concurrere, hoc autem impossibile est. Erunt igitur cõmunes earum sectiones æquidistantes. Quod est propositum.

CAMPANVS. Ex hac & præmissa potes elicere conclusiõnẽ unam similem 30 primi, uidelicet istam. Si fuerint duæ superficies uni æquidistantes, ipsæ quoque erunt adinuicẽ æquidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarum utraque duarum extremarũ æquidistat mediæ, dico quod necesse est ipsas extremas æquidistare adinuicem. Secentur omnes illæ tres superficies duabus superficiebus se quoque inuicem secantibus, eruntque

ex hac 16 cõmunes sectiones duarum extremarũ superficierũ, æquidistãtes sectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarũ superficierũ, erunt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ contingunt se in cõmuni sectione duarũ superficierũ tres positas superficies secantium, ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16

16 Si bina plana parallela à plano aliquo dissecta fuerint, cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt.



THEON ex Zamb. *Bina, inquam, plana parallela αβ, γδ, à plano εζ ηθ secentur, cõmunes autem ipsorum sectiones, sint εζ, ηθ. Dico quod parallelus est εζ, ipsi ηθ. Si autẽ non, productæ ipsæ εζ, ηθ, uel ad partes ζθ, uel ad εη concurrent. Producantur primum ad ζθ partes, & concurrant in κ. Et quoniam εζκ est in plano αβ, & omnia igitur quæ in ipsa εζκ signa in ipso αβ sunt plano (per 1 undecimi.) Vnum autem eorum quæ in εζκ recta linea signorũ est κ, igitur κ, in ipso est αβ plano, & id propterea etiam κ, in ipso γδ est plano. Igitur αβ, γδ, plana, producta concurrent. Non concurrunt autem per hypothesin, quoniam parallela supponuntur. Igitur ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ productæ ad partes ζθ, non concurrent. Similiter quoq; ostendemus, quod ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ neq; ad partes εη productæ concurrent. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ sunt: parallelus igitur est εζ, ipsi ηθ. Si bina igitur plana, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

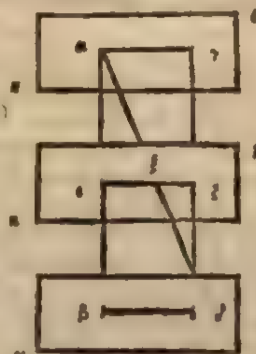
Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI superficies tres uel plures æquidistantes duas rectas lineas se inuicem contingẽtes uel æquidistantes secent, illarum linearũ portiones proportionales esse probantur.

CAMPANVS. Intelligantur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunq; contingerit tres superficies æquidistantes, aut etiam plures tribus: dico itaq; duas portiones illarum linearũ inter quaslibet duas superficies interceptas, proportionales esse quibusq; duabus inter alias duas ex illis æquidistantibus superficiebus interceptis. Coniungantur enim duæ extremitates illarum duarum linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cum utraq; illarũ duarum linearũ penetrantiũ superficies propositas, in superficie una illas æquidistantes superficies positas secante. Si ergo harum superficierũ communes sectiones quæ per præmissam erunt æquidistantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte secundæ sexti constabit propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17

17 Si binæ rectæ lineæ à planis parallelis secentur, in easdem rationes secabuntur.



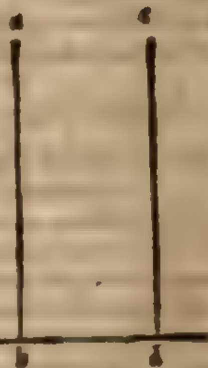
THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, à planis parallelis ηθ, κλ, μν, secẽtur in α, ε, β, γ, ζ, δ, signis. Dico quod est sicut αε recta linea ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Connectantur αγ, βδ, αδ, & concurrat αδ ipsi κλ plano in ξ signo, cõnectanturq; εξ, ξζ. Et quoniam bina plana parallela κλ, μν, à plano εβδξ secentur, ipsorum cõmunes sectiones εξ, βδ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Idq; propterea quoniam bina plana parallela ηθ, κλ, à plano αξζγ secentur, cõmunes ipsorum sectiones αγ, ξζ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri βδ trianguli αβδ, recta linea parallelus ducta est εξ, proportionaliter igitur sicut αε ad εβ, sic est αξ ad ξδ. Rursus quoniam lateri αγ trianguli αδγ, recta linea parallelus ducta est ξζ, proportionaliter igitur sicut αξ ad ξδ, sic γζ ad ζδ, patuit autẽ & sicut αξ ad ξδ, sic αε ad εβ, & sicut igitur (per 11 quinti) αε ad εβ, sic γζ ad ζδ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis secentur, & reliqua. Quod erat ostendendũ.*

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI in superficie assignata orthogonaliter steterit linea, omnis superficies à linea illa quorsumlibet ducta, ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

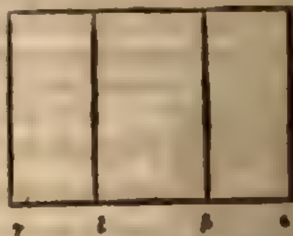
CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiem, & à linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perendiculariter erectam. Cum enim ipsa secet superficiem

ciem assignatã, erit earũ cõmunis sectio linea recta ex 3 huius, sitq́ b d. In hac ergo communi sectione signato puncto quolibet qui sit d, extrahatur ab eo in superficie quæ producta est à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ sit d c. Eritq́ ex secunda parte 28 primi, linea c d, æquidistans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius, linea c d, est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipsam lineã b d, in ipsa superficie quæ producta est à linea a b, est perpendicularis ad propositam superficiem, ex diffinitione superficiei supra superficiẽ orthogonaliter erectæ, constat uerum esse quod propositũ est.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 16* *Propositio 18*

18 **Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt.**

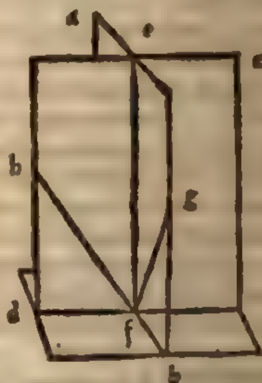


THEON *ex Zamber. Recta enim linea α β, subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico quod & omnia quæ per α β plana, ad subiectum planum ad angulos rectos sunt. Extendatur, inquam, per α β, planũ δ ε, sitq́ (per 3 undecimi) communis sectio ipsius δ ε lineæ plani, & subiecti, γ ε, & sumatur in γ ε, contingens signum ζ, & ab ipso ζ, (per 11 undecimi) ipsi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipsa ζ η. Et quoniam α β ad subiectum planum recta est, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa α β (per 2 undecimi diffinitionem,) quare & ad γ ε recta est. Igitur angulus qui sub α β ζ, rectus, est autem qui sub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipsi ζ η parallelus est. Ipsa autẽ α β, ad subiectum planum ad angulos rectos est, & ζ η igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planum rectum est quando quæ communi sectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipsi γ ε sectioni planorum cõmuni, in uno planorum δ ε, scilicet ad angulos rectos acta ζ η, ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse, igitur planum δ ε rectum est ad suppositum planum. Similiter iam ostendetur quod omnia quæ per α β plana, recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 19*

19  **I duæ superficies seinuicem secantes, supra unam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.**

CAMPANVS. Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatam superficiem, sitq́ cõmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpẽdicularem ad assignatam superfciem. Alioqui à puncto f qui est communis terminus sectionum duarum superficierũ secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur una linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficie c d, & ipsa sit f h, eruntq́ duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter insistentes super punctum unum ad superficiem assignatã. Hoc autẽ, impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi à puncto f in utraque duarum superficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ, & linea f d, superficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarum linearũ f b & f d, ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autẽ ad neutram, sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in superficie assignata unam lineam perpendicularẽ ad lineam f b, quæ ex



quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiẽ orthogonaliter erectæ, cum linea f g continebit angulum rectum: per quartã igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad superficiem assignatã. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto f in superficie assignata, quæ sit perpendicularis ad lineam f d, sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam. quod est impossibile per 11 huius. Quod si confitearis lineam e f esse perpendicularẽ ad lineam f b, sed non ad lineam f d, sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipsorũ cõmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

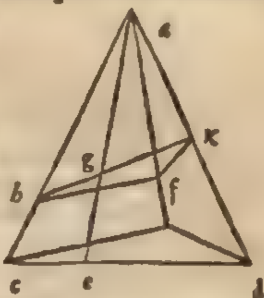
THEON ex Zamber. *Bina etenim plana α β, β γ, subiecto plano ad angulos sint rectos, communis autem ipsorum sectio sit β δ. Dico quod ipsa β δ, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Non sit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipso δ signo in plano quidẽ α β, ipsi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipsa δ ε, in plano autem β γ, ipsi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad subiectum planum rectum est, & cõmuni ipsorũ sectioni α δ ad angulos rectos α δ in ipso α β plano excitatur δ ε, igitur δ ε ad subiectum planum recta est. Similiter iam demõstrabimus, quod & δ ζ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo δ, ad subiectum planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos constitutæ sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum, a signo δ ad angulos rectos non constituetur alia, præter δ β communem sectionem, ipsorum β α, β γ, planorũ. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 I tres anguli superficiales solidum angulum contineãt, illorum trium angulorũ quicq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ supra superficiem b c d, continentes tres superficiales angulos, ex quibus solidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto a constituentibus, pariter acceptos, tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem æquales, aut si duo tantũ æquales existente tertio minore utrolibet duorum æqualium, constat per communem scientiam uerum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorũ maior fuerit siue illi duo ponantur æquales siue non æquales, adhuc constat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorũ pariter acceptos, tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, esse maiores, sic collige. Esto enim trium propositorũ angulorum superficialiũ angulus c a d, maior utrolibet reliquorũ duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et sumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineam a f, quas ponam esse æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in superficie duarum linearũ a c & a d, quousq; secet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f æqualis a g, posita a k cõmuni, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum sit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a h, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur constat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si solidus angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores sunt quomodocunq; suscepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, sub tribus planis, hoc est β α γ, γ α δ, δ α β, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; suscepti, reliquo sunt maiores. Si quidem ipsi qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, anguli sunt*

inuicem æquales, manifestũ est quod bini reliquo, quomodocunq; suscepti sunt maiores. Si autem non, sit maior qui sub β α γ, constituaturq; (per 23 primi) ad α β rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo qui sub δ α β, in eo quod per β α γ plano, æqualis angulus β α ε, ponaturq; (per 3 primi) ipsi α δ æqualis α ε, & per ε signũ ducta β ε γ linea, dissecet ipsas α β, α γ, rectas lineas in signis β, γ, connectanturq; δ β, δ γ. Et quoniã δ α ipsi α ε est æqualis, cõmunis autem α β, duæ δ α, α ζ duabus δ α, α ε, sunt æquales, & angulus qui sub δ α ζ, angulo qui sub ζ α ε est æqualis: basis igitur δ β (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniam duæ δ β, δ γ, ipsa β γ sunt maiores, quarum δ β ipsi β ε ostensa est æqualis, reliqua igitur δ γ, reliqua ε γ maior est. Et quoniam ipsa δ α ipsi α ε æqualis, communis autem α γ, & basis δ γ basi ε γ maior est, angulus igitur qui sub δ α γ, angulo qui sub ε α γ maior est. Ostensum autem est, quod & qui sub δ α β, est æqualis ei qui sub β α ε. Ipsi igitur qui sub δ α β, δ α γ, eo qui sub β α γ sunt maiores. Si solidus igitur angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; assumpti sunt maiores reliquo. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 21


21 OMnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

CAMPANVS. Anguli solidi quantitas, ex angulorũ superficialium ipsum solidum continentiũ quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiam proponitur, quoslibet superficiales angulos solidum quẽlibet continẽtes pariter acceptos, quatuor rectis angulis esse minores. Sit enĩ triãgula pyramis a b c d, cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorũ, hic tamen sit a, de quo dico, quod tres superficiales anguli ipsum a continentes, sunt minores quatuor rectis. Constat enĩ ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorũ hanc pyramidem circumstantium (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse æquales sex angulis rectis, de tribus autem angulis basis eius quæ est triangulus b c d, constat quoq; per eandem, ꝙ ipsi sunt æquales duobus rectis. Cum igitur sex anguli trium triangulorũ prædictorũ hanc nostram pyramidem (de cuius supremo angulo disputamus) circundantium, qui inquam sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent, sint ex præmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis, sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorũ pyramidem circundantiũ his sex angulis demptis erunt ex cõmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituũt solidum angulum a) minores 4 rectis.

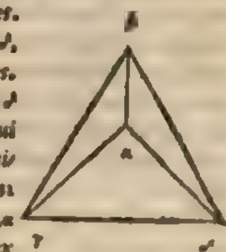
Si autẽ angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis sup̃ficialibus quàm tribus cõtineatur quod erit secundum multitudinẽ angulorũ suæ basis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorũ ipsam pyramdem circundantiũ pariter accepti sint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorũ suæ basis duplicatus eo ꝙ tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli suæ basis, cumq; omnes anguli suæ basis sint tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorũ suorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonstratum est, cumq; igitur omnes anguli triangulorũ pyramidem circũdantiũ qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis, ut euidenter constat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita, adhuc necessario sequitur ex communi scientia superficiales angulos solidum angulum a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorũ pyramidem circũdantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistunt, excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Omnis solidus angulus, sub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis cõprehenditur.

THEON ex Zamb. *Sit solidus angulus qui ad α, comprehensus sub planis*

planis angulis qui sub β α γ, δ α γ, δ α β. Dico quod ipsi β α γ, δ α γ, δ α β, anguli, quatuor rectis sunt minores. Assumatur, inquam, in unaquaq; ipsarũ α γ, α β, α δ, rectarũ linearũ signa utcunq;, sintq; β, γ, δ, cõnectanturq; ε γ, γ δ, δ ε. Et quoniã solidus angulus est qui ad ε sub tribus enim planis angulis cõprehenditur, hoc est sub ijs qui sub γ ε α, α β δ & γ β δ (per 20 undecimi) bini utcũq; sumpti reliquo sunt maiores. Igitur qui sub γ ε α, α β δ, eo qui sub γ β δ sunt maiores. Et id propterea qui sub β γ α, α γ δ, eo qui sub β γ δ sunt maiores, & insuper qui sub γ δ α, α δ β, eo qui sub γ δ β sunt maiores. Igitur sex anguli γ ε α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, tribus, hoc est eis qui sub γ β δ, β γ δ, γ δ β, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub γ β δ, β δ γ, β γ δ, duobus rectis sunt æquales, igitur qui sub γ ε α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, sex anguli, duobus rectis sunt maiores. Et quoniã uniuscuiusq; ipsorũ α ε γ, α β δ, α γ δ, triangulorũ tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorũ anguli nouem qui sub γ β α, α γ β, β α γ, α γ δ, δ α γ, γ δ α, α δ ε, δ ε α, ε α δ, sex rectis sunt æquales. Quorũ qui sub α β γ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, δ β α, sex anguli, duobus rectis sunt maiores: reliqui igitur qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, tres anguli cõprehendentes solidum angulum, quatuor rectis sunt minores. Omnis igitur solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis cõprehenditur. Quod erat ostendendũ.



Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI tres anguli superficiales quorũ quilibet duo pariter accepti tertio sint maiores, cunctis sibi inuicem æquis lineis contineãtur, de tribus basibus angulos illos ab ipsarũ linearũ æqualium terminis subtendentibus, triangulũ substitui uel constitui possibile est.

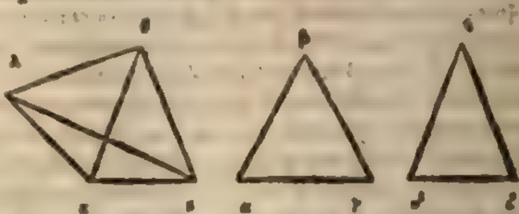
CAMPANVS. Sint tres superficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quilibet duo eorũ tertio sint maiores, sintq́ sex latera eos cõtinentia, æqualia, quæ sint a b, a c, d e, d f, g h, g k, & subtendantur eis tres bases quæ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus, triangulũ aio constitui posse. Esto enĩ angulus b a l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahãtur l b, l c, eritq́ ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypothesi uero constat, totalem angulũ a esse maiorẽ angulo g, erant enim quilibet duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k est maior. Cumq́ sint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, sequitur duas lineas l b & b c esse multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b est æqualis e f, erũt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Cõstat itaq; hoc modo, quaslibet duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, esse longiores tertia. Igitur ex 22 primi constat uerum esse quod dicitur. Hoc dũtaxat addito, quod si duo anguli b a c & d pariter accepti sint æquales duobus rectis, erũt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cũ sit æqualis ex hypothesi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores sunt linea h k, cumq́ ex eadem lineæ duæ l b & b c sint lõgiores linea l c, sequitur ut prius b c & e f pariter acceptas esse longiores h k. At uero si duo prædicti anguli sunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq́ & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ sunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ sunt longiores linea h k.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

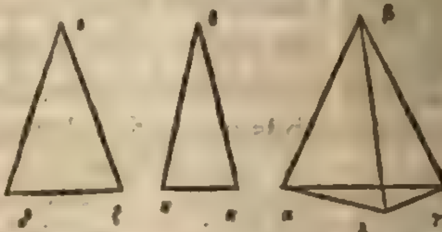
22 Si fuerint tres anguli plani quorũ bini reliquo sint maiores quomodocunq; assumpti, comprehendant autem ipsos æquales rectæ lineæ, ex connectentibus æquales rectas lineas triangulũ constitui est possibile.

THEON ex Zamb. Sint tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ bini reliquo sint maiores quomodocunq; sumpti, hoc est α β γ, δ ε ζ, ipso η θ κ, ipsi autẽ qui sub δ ε ζ, η θ κ, ipso α β γ, & insuper qui sub η θ κ, α β γ, eo qui sub δ ε ζ, sintq; æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, rectæ lineæ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Dico quod ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ constituere est possibile, hoc est quod ipsarũ α γ, δ ζ, η κ, binæ quomodocũq; sumptæ reliqua sunt maiores. Siquidem qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli inuicem sunt æquales, manifestũ quod & ipsis α γ, δ ζ, η κ, æqualibus adinuicẽ factis, est possibile ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ construi. Si autẽ non, sint inæquales. Constituaturq;

turq; (per 23 primi) ad ipsam θκ rectã lineã, & ad signũ in ea θ, angulo qui sub αβγ, æqualis angulus qui sub κθλ, & ponatur (per 2 primi) uni ipsarũ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, æqualis θλ, cõnectanturq; κλ, ηλ. Et quoniã binæ αβ, βγ, duabus κθ, θλ, sunt æquales, & angulus qui ad β angulo q sub κθλ est æqualis, basis igitur αγ (per 4 primi) basi κλ est æqualis. Et quoniã qui sub αβγ, ηθκ eo qui sub δεζ sunt maiores, æqualis autẽ qui sub κθλ eis qui sub αβγ, & ηθκ, qui igitur sub ηθλ eo qui sub δεζ maior est. Et quoniã duæ ηθ, θλ, duab. δε, εζ sunt æquales, & angulus qui sub ηθλ angulo qui sub δεζ maior est, basis igitur ηλ (per 24 primi) basi δζ maior est. Sed ipsæ ηκ, κλ, ipsa ηλ sunt maiores, multo magis igitur ηκ, κλ, ipsa δζ sunt maiores. Aequalis autẽ est κλ, ipsi αγ: ipsæ igitur αγ, ηκ, reliqua δζ sunt maiores. Similiter iam ostẽdemus, qđ & ipsæ quidẽ αγ, δζ, ipsa ηκ sunt maiores, & ηκ, δζ, ipsa αγ. Possibile igitur est, ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulũ confici. Quod ostẽdendũ erat.

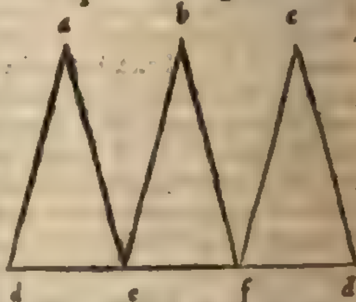


ALITER. Sint dati tres anguli plani qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, quorũ duo reliquo sint maiores quomodocũq; assumpti. Cõprehendãt autẽ ipsos æquales rectæ lineæ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ. Cõnectanturq; ipsæ αγ, δζ, ηκ. Dico qđ ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulũ constitui est possibile, hoc est rursus quod duæ reliqua sunt maiores quomodocũq; assumptæ. Siquidem rursus qui ad β, ε, θ, signa anguli sunt æquales, erunt quoq; ipsæ αγ, δζ, ηκ æquales, & duæ reliqua erunt maiores. Si autẽ non, sint inæquales qui ad ipsa β, ε, θ, signa anguli, sitq; maior angulus qui ad β, utroq; ipsorũ ε, θ: maior igitur est (per 24 primi) & αγ recta linea, utraq; ipsarũ δζ, ηκ, & manifestũ, quod αγ cũ utraq; ipsarũ δζ, ηκ, reliqua maior est. Dico quod & δζ, ηκ, reliqua αγ sunt maiores. Constituatur (per 23 primi) ad αβ rectã lineã ad signumq; in ea β, ei qui sub ηθκ angulo æquus qui sub αβλ, ponaturq; (per 2 primi) uni ipsarũ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, æqualis βλ: cõnectanturq; αλ, λγ. Et quoniã duæ αβ, βλ, duabus ηθ, θκ, sunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehendũt: basis igitur αλ (per 4 primi) basi ηκ est æqualis. Et quoniã qui ad ε, θ, signa anguli, eo qui sub αβγ sunt maiores, quorũ qui sub ηθκ, ei qui sub αβλ est æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui sub λβγ maior est, & quoniã duæ λβ, βγ, duabus δε, εζ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub δεζ angulo qui sub λβγ maior est, basis igitur δζ (per 24 primi) basi λγ maior est. Ostensum autẽ est qđ æqualis est ηκ ipsi αλ. Ipsæ igitur δζ, ηκ, ipsis αλ, λγ, sunt maiores, Sed ipsæ αλ, λγ, ipsa αγ sunt maiores, mul. magis igitur δζ & ηκ, ipsa αγ sunt maiores. Ipsarũ igitur αγ, δζ, ηκ, rectarũ linearũ duæ reliqua sunt maiores, quõcunq; assumptæ. Possibile igitur est ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulũ confici. Quod oportuit ostendere.



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 Ribus angulis superficialibus propositis, quorũ quiq; duo pariter accepti tertio sunt maiores omes, & tres simul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint, solidum angulum constituere.



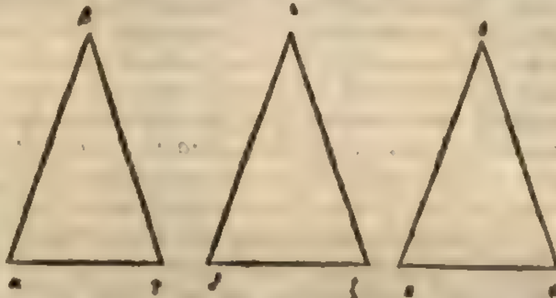
CAMPANVS. Sint propositi tres anguli sup̃ficiales qui sunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolumus unũ solidum angulũ cõstituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quiq; duo eorũ pariter accepti tertio sint maiores, & ex 21 huius, ut omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq; sint hæc posita. Latera uero eos continẽtia cuncta adinuicẽ sint æqualia, eisq; subtendantur tres bases, & ipsæ sint d e, e f, & f d, eritq; ex præmissa possibile, de tribus lineis his basibus æqualibus triangulũ cõstitui. Sit igitur ex eis secundũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõstitutus, cui sicut docuit 5 quarti, circũscribatur circulus d e f supra centrũ g, & ptrahatur g d, g e, g f. Quæ cum sint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe circuli, lateraq; tres propositos angulos ambiẽtia æqualia ex hypothesi, necesse est ut earũ quælibet quolibet illorũ laterũ sit minor, æqualẽ autẽ aut maiorẽ esse est impossibile. Si enim linea exiens à centro g, circũferentiã circuli d e f esset æqualis alicui laterũ a d, a e, b e, b f, c f, c d, sequeretur propter ea quæ posita sunt, annuente 8 primi, tres angulos a, b, c, propositos, esse æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq; hi tres sint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 15 primi, protracta paulisper una linearũ exeuntiũ à cẽtro ad circũferentiã in continuũ & directũ, essent etiã tres anguli a, b, c, æquales etiã quatuor rectis.

Quod

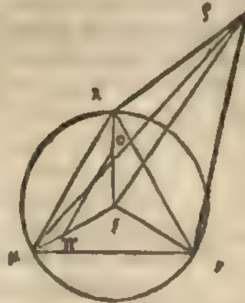
Quod est contra posita. Quod si esset maior superpositis tribus triangulis quorũ sunt anguli a,b,c, tribus triãgulis diuidẽtibus triangulũ d e f unoquoq; illi cum quo cõmunicat in basi, ita q bases superponãtur basibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, sequeretur ex 21 primi tres angulos a,b,c, esse maiores tribus qui sunt d g e, e f g, f g d. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Quod est amplius contrariũ positis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambiẽtibus, maius esse linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiam potentius. Sit igitur potẽtius in linea g h, quæ sit secundũ 12 huius orthogonaliter erecta super superficiẽ anguli uel circuli d e f, demittãturq; tres hypothenusæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres supficiales æquales tribus ppositis, constituentes angulũ solidũ in pũcto h. Cum enim quadratũ lineæ a d sit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi, at quadratũ lineæ d h sit æquale eisdẽ ex penultima primi, necesse est lineã a d esse æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum bases etiã sint æquales, erit ãgulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare constat factũ esse q̃d facere disposuimus.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 3* *Propositio 23*

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; sumpti sint reliquo maiores, solidum angulũ conficere, oportet uero ipsos tres, quatuor rectis esse minores.



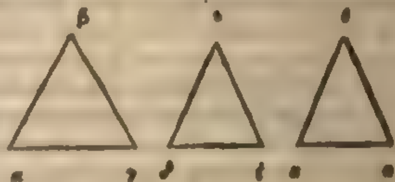
THEON *ex Zamb. Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo quomodocũq; assumpti reliquo sint maiores, insupq; ipsi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Igitur (per 22 undecimi) ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ confici est possibile. Construatur, sitq; λ μ ν, sic ut α γ æqua sit ipsi λ μ, & δ ζ ipsi μ ν, & η κ ipsi λ ν. Circumscribatur autem (per 5 quarti) ipsi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, sumaturq; (per 1 tertij) ipsius centrum, quod quidem erit aut intra triangulum λ μ ν, aut in uno laterum ipsius, aut extra, sit prius intra triangulum, sitq; ξ, connectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod α β, ipsa λ ξ maior est. Si autem non, aut α β ipsi λ ξ est æqualis, aut ea minor. Sit primum æqualis. Et quoniam α β ipsi λ ξ est æqualis, sed α β ipsi β γ est æqualis, igitur λ ξ ipsi β γ est æqualis. Ipsa autem λ ξ ipsi ξ μ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iam α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ, basi λ μ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub λ ξ μ est æqualis. Id propterea etiam & qui sub δ ε ζ, ei qui sub μ ξ ν est æqualis, & præterea qui sub η θ κ, ipsi qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli, ipsis tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, sunt æquales. Sed tres qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt æquales, & tres igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis sunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod est impossibile. Igitur α β ipsi λ ξ æqualis non est. Dico etiam quod nec minor est α β, ipsa λ ξ. Si enim possibile, esto, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis ξ ο, ipsi autẽ β γ æqualis ξ π, connectaturq; ο π. Et quoniã æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est & ξ ο ipsi ξ π: quare & reliqua ο λ, reliquæ π μ est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi ο π, & æquiangulũ est λ μ ξ ipsi ο π ξ, quemadmodũ igitur ξ λ ad ipsam λ μ, sic est ξ ο ad ο π: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autẽ est λ ξ ipsa ξ ο, maior igitur est & λ μ, ipsa ο π. Sed ipsa λ μ, posita est ipsi α γ æqualis, & α γ igitur, ipsa ο π maior est.*



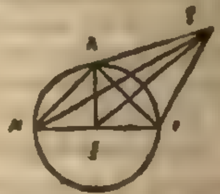
Quoniam igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ, angulo qui sub ο ξ π maior est (per 25 primi.) Similiter iam ostendemus, quod & qui sub δ ε ζ, eo qui sub μ ξ ν maior est, & qui sub η θ κ eo qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur tres anguli qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ sunt maiores. Sed qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis supponũtur minores: multo igitur magis qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impossibile. Nõ igitur α β minor est quàm λ ξ. Ostensum autẽ est, quod neq; æqualis, maior igitur est α β quàm λ ξ.

Constituatur iam à signo ξ ipsius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi.) Et quo maius est quadratũ quod ex α β, eo quod ex λ ξ, ei æquum esto quod ex ξ ρ, cõnectanturq; ρ λ, ρ μ, ρ ν. Et quoniam ρ ξ recta est, & ad

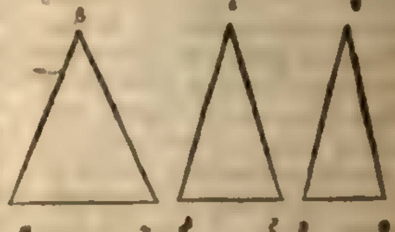
ipsius λ μ ν circuli planum, & ad unamquamq; igitur ipsarū λ ξ, μ ξ, ν ξ (per conuersionē 3 diffinitionis undecimi) recta est ipsa ρ ξ. Et quoniam æqualis est λ ξ ipsi ξ μ, cōmunis autem & ad angulos rectos est ξ ρ, basis igitur ρ λ (per 4 primi) basi ρ μ est æqualis. Iam id propterea & ρ ν, utriq; ipsarū ρ λ, ρ μ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei supponitur æquum quod ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquū est eis quæ ex λ ξ, ρ ξ. Eis autem quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquum est (per 47 primi) quod ex λ ρ, rectus enim est qui sub λ ξ ρ. Quod igitur ex α β, æquū est ei quod ex ρ λ. Aequalis igitur est α β ipsi ρ λ. Sed ipsi quidem α β, æqualis est unaquæq; ipsarū β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, ipsi autem ρ λ, æqualis est utraq; ipsarū ρ μ, ρ ν. Vnaquæq; igitur ipsarū α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, unicuiq; ipsarū ρ λ, ρ μ, ρ ν, est æqualis. Et quoniam duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, sunt æquales, & basis λ μ basi α γ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub λ ρ μ (per 8 primi) ei qui sub α β γ est æqualis. Id propterea & qui sub μ ρ ν, ei qui sub δ ε ζ est æqualis, & qui sub λ ρ ν, ei qui sub η θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui sub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui sunt æquales tribus datis scilicet eis qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidus angulus cōstruitur qui ad ρ, cōprehensus sub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis. Quod facere oportebat.



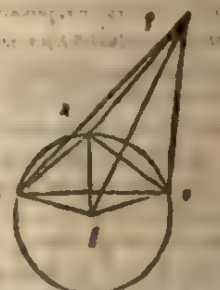
Sed iam esto centrū circuli in uno laterum trianguli, sitq; in μ ν, estoq; ξ. Connectaturq; λ ξ. Dico rursus quod maior est α β quàm λ ξ. Si autē non, aut α β est æqualis ipsi λ ξ, aut ea minor. Sit primum æqualis. Duæ iam α β, β γ, hoc est δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc est ipsi μ ν sunt æquales. Sed ipsa quidē μ ν, ipsi δ ζ supponitur æqualis, & ipsæ igitur δ ε, ε ζ, ipsi δ ζ sunt æquales. Quod est impoßibile. Igitur α β, ipsi λ ξ, æqualis non est. Similiter iam ostendemus, quod neq; minor, igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si similiter quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei æquū & ad angulos rectos ad circuli planum constituemus sicut quod ex ρ ξ, cōstituetur problema.



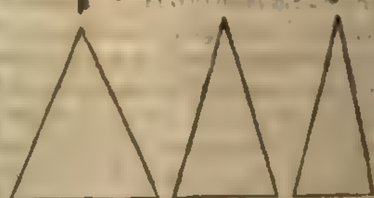
Sed iam esto centrum circuli extra triangulum λ μ ν, sitq; ξ. Connectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & sic maior est α β quàm λ ξ. Si autem non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi μ λ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub μ ξ λ est æqualis. Idq; propterea etiā qui sub η θ κ, ei qui sub λ ξ ν est æqualis. Totus igitur qui sub μ ξ ν, duobus qui sub α β γ, η θ κ, est æqualis. Sed qui sub α β γ, η θ κ, ipso qui sub δ ε ζ sunt maiores. Et qui sub μ ξ ν igitur, eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniā duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ν ξ, sunt æquales, & basis δ ζ basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui sub δ ε ζ est æqualis. Patuit autem quod & maior. Quod est absurdū. Igitur α β, ipsi λ ξ non est æqualis. Itidemq; ostendemus quod neq; minor. Igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si etiam ad angulos rectos in circuli plano rursus constituamus ipsam ξ ρ, & ipsi æqualem ponamus eam quæ potest id quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, constituetur problema.



Dico insuper quod α β non est minor quàm λ ξ. Si enim poßibile, esto. Ponaturq; (per 3 primi) ipsi quidem α β æqualis ξ ο, ipsi autem β γ æqualis ξ π. Connectaturq; ο π. Et quoniam æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est ξ ο ipsi ξ π, quare & reliqua ο λ, reliquæ μ π, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi π ο, & æquiangulū est triangulū λ ξ μ ipsi triangulo π ξ ο. Est igitur (per 6 sexti) sicut λ ξ ad λ μ, sic ξ ο ad ο π, & uicißim (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autem est λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur est & λ μ, quàm ο π. Sed λ μ, ipsi α γ est æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior est (per 14 quinti.) Quoniā igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ (per 25 primi) angulo qui sub ο ξ π maior est. Similiter iam & si ipsam ξ ρ æqualem utriq; ipsarū ξ ο, ξ π, assumamus, & connectamus ipsam ο ρ, ostendemus quod & qui sub η θ κ angulus eo qui ο ξ ρ maior est.



Constituatur iam (per 23 primi) ad ipsam λ ξ rectam lineam, ad signumq; in ea ξ, ei quidem qui sub α β γ angulo æquus angulus qui sub λ ξ σ, ei autem qui sub η θ κ æqualis qui sub λ ξ τ, ponaturq; (per 3 primi) utraq; ipsarū ξ σ, ξ τ, ipsi ο ξ æqualis, & connectantur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniam binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, sunt æquales, & angulus qui sub α β γ angulo qui sub ο ξ σ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) hoc est λ μ, basi ο σ est æqualis. Idq; propterea etiam λ ν, ipsi ο τ est æqualis. Et quoniā duæ λ μ, λ ν, duabus σ ο, ο τ, sunt æquales, & angulus qui sub μ λ ν angulo qui sub σ ο τ maior est, basis igitur μ ν (per 25 primi) basi σ τ maior est. Sed ipsa quidē μ ν, ipsi δ ζ est æqualis: & ipsa igitur δ ζ quàm σ τ maior est. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus σ ξ, ξ τ, sunt æquales, & basis δ ζ basi σ τ maior, est, angulus



est, angulus igitur qui sub δ ε ζ (per 21 primi) angulo qui sub ε ζ η maior est. Aequalis autẽ est qui sub ε ζ η, eis qui sub α β γ, η θ α. igitur qui sub δ ε ζ, eis qui sub α β γ, η θ α, maior est. Sed & minor. Quod est impoßibile. Quomodo autem id quod ex γ ζ, æquum sumatur ei quo quod ex α β maius est eo quod ex λ ζ, sic ostendemus. Exponantur α β & λ ζ rectæ lineæ, sitq́ maior α β, describaturq́ super ipsa semicirculus α γ β, & in semicirculo α γ β * annectatur ipsi λ ζ rectæ lineæ æqualis ipsa α γ, connectanturq́ γ β. Quoniam igitur in semicirculo α γ β angulus est qui sub α γ β, rectus igitur est qui sub α γ β (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius est eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem est α γ ipsi λ ζ: quod igitur ex α β, maius est eo quod ex λ ζ, eo quod ex γ β. Si ipsi igitur γ β æqualem ζ ρ assumamus, quod ex α β maius est quàm id quod ex λ ζ, eo quod ex ζ ρ. Quod facere proposueramus.

in quarto

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 SI superficiebus æquidistãtibus solidum contineatur, eius oppositæ superficies sibi inuicẽ æquales sunt & æquidistantium laterum.

CAMPANVS. Quicquid dicant alij, solidum æquidistantibus superficiebus contentum, superficiebus paribus necesse est contineri, quæ sicut esse non possunt pauciores sex, ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnã hexagonam, posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicẽ æquidistant, contineri. Sic quoq; octogonam 10, & decagonam 12, & ad istarum similitudinem, in infinitum. Sed horum omnium solidorũ æquidistantibus superficiebus contentorum quæ infinita esse pronuntio, solum illud dicitur parallelogrammũ, cuius omnes superficies ipsum ambiẽtes parallelogrãmæ sunt, & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantum superficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidũ, corpus a b, cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente cõprehendas, patebitq; tibi unamquãq; earum quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera, cum sint communes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundum quod adinuicem opponuntur, æquidistantes ex hypothesi, sequitur ex 10 bis assumpta, ut quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina æquidistantia. Constat itaq; secundum. At uero ex 34 primi manifestum est, omnia latera opposita istarũ sex superficierũ esse æqualia, erunt igitur bina latera angulum planum continẽtia cuiusq; earum, æqualia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimæ cõmunis scientiæ in primo libro positæ, necesse est quasque duas superficies in solido a b oppositas, esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 24

24 Si solidum sub parallelis planis cõprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.

THEON ex Zamb. Solidum, inquam, γ δ η θ, sub parallelis planis α γ, η ζ, α θ, δ ζ, ζ β, α ε, cõprehendatur. Dico quod quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc est β η, γ ε, à plano α γ secantur, cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur est α β, ipsi γ δ. Rursus quoniam planum α γ dispescit plana bina parallela β ζ, α ε, cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per eandem.) parallelus igitur est α δ, ipsi β γ. Patuit autẽ quod & α β ipsi δ γ est parallelus: parallelogrammũ igitur est α γ. Similiter iam ostendemus, quod & unumquodq; ipsorũ δ ζ, ζ η, η β, β ζ, α ε, parallelogrammũ est. Connectantur α θ, δ ζ. Et quoniam parallelus est α β ipsi δ γ, & β θ ipsi γ ζ, binæ iam α β, β θ, sese inuicẽ tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, sese inuicẽ tangentibus parallelæ sunt, nõ tamen in eodẽ plano, igitur æquales cõprehendũt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui sub α β θ, angulo q sub δ γ ζ, est æqualis.

Et quoniã binæ α β, β ε, duabus δ γ, γ ζ, sunt æquales, & angulus qui sub α β ε, angulo qui sub δ γ ζ est æqualis, basis igitur α ε (per 4 primi) basi δ ζ, est æqualis, & triangulũ α β ε triãgulo δ γ ζ est æquale. Et quoniã ipsius quidẽ α β ε, duplum (per 41 primi) est β ε parallelogrammũ, ipsius uero δ γ ζ dupũl est ipsum γ ε parallelogrammũ, æquũ igitur est parallelogrammũ β ε, parallelogrãmo ε γ. Similiter iam ostendemus, quod & α γ ipsi ε ζ est æquale, & α ε ipsi β ζ. Si planũ igitur sub parallelis planis cõprehendatur, quæ ex opposito eius plana, æqualia & parallelogrãma sunt. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 25*

25 I superficies quædam secet solidũ parallelogrammũ æquidistanter duabus ipsius solidi sũpficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem uelut ad cõmunem terminum copulantur, suis basibus sunt proportionalia.

CAMPANVS. Sit corpus a b, solidũ parallelogrammũ, & secet ipsum sũpficies c d æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e & f b. Et sit superficies g h, basis ipsius solidi a b, de qua constat per præmissam ꝙ ipsa sit æquidistantiũ laterũ. Et sit cõmunis sectio duarũ superficierũ c d & g h, linea h d, de qua cõstat per 3 huius, ꝙ ipsa sit linea recta, & per 16 huius, ꝙ ipsa sit æquidistãs g e. Ideoq́ꝫ sunt duæ superficies g d & h b æquidistantiũ laterũ, & ipsæ sunt bases duorũ partialiũ corporũ in quæ sũpficies c d diuidit solidum a b. Dico itaq́ꝫ ꝙ ꝓportio solidi a d ad solidũ b c, est sicut basis g d ad basin h b. Protrahantur enim utrinq́ꝫ quantũ libuerit, quatuor lineæ penetrãtes superficiẽ c d super eius angulos. & ipsæ sunt a f & c b cum duabus reliquis sibi æquidistãtibus. Sumãturq́ꝫ ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponãtur singulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti c, aliæ similiter quot libuerit, quæ ponantur æquales lineæ c d. Super quas utrinq́ꝫ constituantur solida parallelogrãma secũdum longitudinũ exigentiã, sintq́ꝫ ex parte puncti b, solida f k & l m, & ex parte pũcti c, solida a n & p q. Eritq́ꝫ ex diffinitiõe corporũ æqualiũ atq́ꝫ similiũ, unũquodq́ꝫ solidorũ f k & l m æquale solido c d, & unũquodq́ꝫ a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentũ quemadmodũ in prima sexti. Est enim solidũ c m ita multiplex solidi b c, sicut basis h m, basis h b, & solidũ q c ita multiplex solidi a d, sicut basis q h, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h, solidum c m est æquale solido q c ex diffinitione corporũ æqualiũ atq́ꝫ similiũ, & si basis est minor basi, & solidũ est minus solido, & si maior, maius, quod patet ex diffinitiõe eadẽ, resecata maiori basi ad æqualitatẽ minoris, & descripto super eam solido parallelogrãmo. Itaq́ꝫ ex diffinitione incõtinuæ ꝓportionalitatis proportio solidi a d ad solidũ c b, sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositũ.

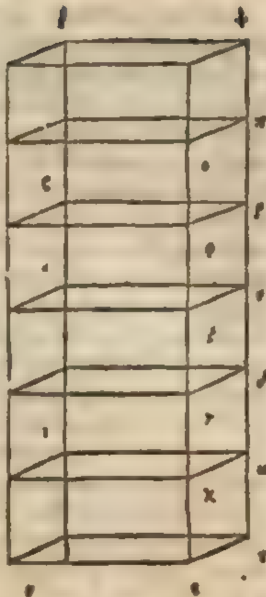
CAMPANVS. Quod si superficies aliqua secet corpus serratile æquidistãter duobus eius triangularibus superficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantẽ superficiẽ uelut ad cõmunem terminũ copulantur, suis basibus erũt ꝓportionalia. Sit enim a f corpus serratile, cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Constat igitur ex diffinitione serratilis, unãquamq́ꝫ trium superficierũ quæ sunt a b d e, b c e f, a c d f, esse parallelogrammũ. Secet igitur superficies g h k, istud serratile æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a b c, d e f. Dico ꝙ proportio serratilis a k ad serratile g f, est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrãmis ꝓbatur. Protractis enim in utranq́ꝫ partẽ lineis a d, b e, c f, factisq́ꝫ inter eas ex parte pũcti e serratilibus æqualibus serratili g f, & ex parte pũcti b aliis æqualibus serratili a k utrinq́ꝫ quouis numero, ex diffinitione incõtinuæ ꝓportionalitatis (si cuncta uigili mente perlustres) nõ erit tibi difficile cõcludere q̃d diximus.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 22* *Propositio 25*

25 Si solidum parallelepipedũ plano secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, erit sicut basis ad basin sic solidum ad solidum.

THEON ex Zãb. *Solidũ, inquã, parallelepipedũ α β γ δ secetur à plano υ ε parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis scilicet ipsis ρ α & δ φ. Dico q̃d est sicut α ε ζ φ basis ad ε θ γ ζ basin, sic est α β ζ υ solidũ ad ε θ γ δ solidũ.*

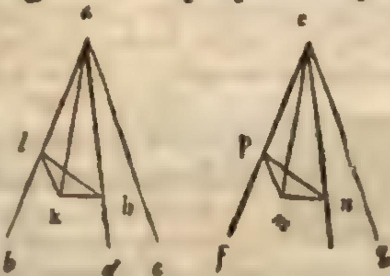
Extendatur



Extēdatur ergo α θ ex utraq; parte, ponāturq; ipsi quidē ι θ æquales quotcunq; θ μ, μ ν, ipsi autē α ι æquales, α κ, κ λ, cōpleanturq; ipsa λ ο, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogrāma, & ipsa λ π, κ ρ, δ μ, μ τ, solida. Et quoniā ipsæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicē sunt æquales, æqualia quoq; sunt ipsa λ ο, κ φ, α ξ, parallelogrāma sibijnuicē (per 1 sexti,) & ipsa quoq; κ ξ, κ β, α ε, sibi inuicē (per eandē) sunt æqualia. Et similiter ipsa λ ψ, κ π, α ρ, sibi inuicē (per 24 undecimi) sunt æqualia, ex opposito enim. Idq; propterea etiā ipsa quidem ι γ, θ χ, μ σ, parallelogrāma adinuicē sunt æqualia (per 1 sexti,) ipsa quoq; θ ο, θ ι, ι ν, sibi inuicem (per eandē) sunt æqualia. Et insuper ipsa δ θ, μ υ, ν τ, (per 24 undecimi) sunt æqualia (ex opposito enim.) Tria igitur plana ipsorū λ π, κ ρ, α ν, solidorū, tribus reliquorū planis sunt æqualia (idq; propterea & ipsorū ι δ, δ μ, μ τ, solidorū) Sed tria, tribus quæ ex opposito (per 24 undecimi) sunt æqualia. Ipsa igitur tria solida λ π, κ ρ, α ν, inuicē sunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionē) id propterea etiā tria solida ι δ, δ μ, μ θ, inuicē sunt æqualia. Quotuplex igitur est λ ζ basis ipsius α ζ basis, totuplex est & λ ν solidū ipsius α ν solidi, & iam id propterea quotuplex est ν ζ basis ipsius ζ θ basis, totuplex est & ν ν solidū ipsius θ ν solidi, & si æqualis est λ ζ basis ipsi ν ζ basi, æquū est & λ ν solidū ipsi ν ν solido, & si excedit λ ζ basis ipsam ν ζ basin, excedit quoq; ipsum λ ν solidū ipsum ν ν solidū, & si deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iam existentibus magnitudinibus, binis quidē basibus α ζ, ζ θ, duobus autē solidis α ν, ν θ, assumūtur æque multiplicia, ipsius quidē α ζ basis & α ν solidi, ipsa λ ζ basis & λ ν solidū, ipsius autē θ ζ basis & θ ν solidi, ipsa ν ζ basis & ipsum ν ν solidū. Ostensumq; est, quod si λ ζ basis excedit basin ν ζ, excedit quoq; & λ ν solidū ipsum ν ν solidum, & si æquale, æquale, & si deficit, deficit (per diffinitionē 6 quinti.) In eadē autē ratione magnitudines esse dicūtur, & reliqua. Est igitur sicut α ζ basis ad ζ θ basin, sic est α ν solidum ad θ ν solidum. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 26*

26 
VPer datum punctū datæ lineæ, angulo solido proposito æqualem angulū solidum constituere.



CAMPANVS. Solidus angulus propositus sit a, qui contineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continētibus, cui super punctū e lineæ e f propositæ quæ ad libitū proponentis iaceat aut in sublimi consurgat, iubemur æqualē angulum solidum constituere. Qualiscunq; sit situs lineæ e f, à puncto g ubicunq; uolueris signato, producto lineā g e, eruntq; (ex 1 huius) duæ lineæ e f & g e in superficie una. In hac itaq; superficie super punctū e datū in assignata linea secundum consiliū 23 primi constitue angulū æqualē angulo b a c, & ipsæ sit f e g, dehinc ex linea a d abscinde lineā a h sicut uolueris, & à pūcto h producito perpendicularē h k ad superficiē in qua sunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum sit, 11 huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert, utrum perpēdicularis h k occurrat superficiei in qua sunt duæ lineæ a b & a c, inter ipsas lineas, aut extra aut in earū altera, ducito tamen lineā a k. Positoq; puncto in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulū f e m in superficie linearū e f & e g, æqualē angulo b a k, & lineā e m æqualē lineæ a k, & ex linea e f, sume lineā e p æqualē lineæ a l, & à puncto m educ lineā m n perpendicularē ad superficiē in qua sunt duæ lineæ e f & e g. & pone eam æqualē h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulū solidū in pūcto e, æqualē angulo a proposito. Cum sint enim ex hypothesi duo latera a k & k h, trianguli a k h æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui sunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpēdiculariter erectæ supra superficiē, erunt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n, æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiā per eandē, h l & n p æquales, cum sint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; modo ꝓbabis, angulū g e n esse æqualē angulo c a d. Constat itaq; nos effecisse quod uolumus. Huic si studiosus insisteris, quotcunq; lateribus solidus angulus propositus cōtineatur, quod a te petitur sine offendiculo perficere poteris.

Eucli. ex Zamb. *Problema 4* *Propositio 26*

26 **Ad datam rectam lineam, ad signumq; in ea, dato solido angulo æquū solidum angulum constituere.**

THEON

THEON ex Zamb. Sit quidẽ data recta linea α β, datumq́; in ea signũ sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, cõprehẽsus sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam α β rectã lineã, & ad signũ in ea α, ei q ad δ solido angulo æquũ solidũ angulũ cõstituere. Sumatur in ipsa δ ζ, cõtingens signũ ζ, excitetur q́; (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, planũ perpẽdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cõnectatur q́; δ η, cõstituatur q́; (per 23 primi) ad ipsam α β, & ad signũ in ea α, ei qui sub ε δ γ angulo æqualis angulus qui sub β α λ, ei aũt qui sub ε δ η, æqualis qui sub β α κ, ponatur q́; (per 2 primi) ipsi δ η æqualis α κ, constituatur q́; (per 19 undecimi) ab ipso κ signo, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos κ θ, ponatur q́; (per 2 primi) κ θ ipsi η ζ æqualis, cõnectatur q́; θ α. Dico quod angulus solidus qui ad α, cõprehensus sub β α λ, β α θ, θ α λ, angulis, æquus est ei qui ad δ solido angulo, cõprehenso sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α β, δ ε, cõnectantur q́; θ β, κ β, ζ ε, η ε. Et quoniã ζ η recta est ad subiectũ planũ, & (per 3 diffinitionẽ undecimi) ad omnes igitur tangẽtes eã rectas lineas & in subiecto existẽtes plano, rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq́; ipsorũ qui sub ζ η δ, ζ η ε, angulorũ, & iam id propterea uterq́; ipsorũ θ κ α, θ κ β, angulorũ, rectus est. Et quoniã binæ κ α, α β, duabus η δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & æquales cõprehendunt angulos, basis igitur κ β (per 4 primi) basi η ε est æqualis. Est autẽ & κ θ ipsi η ζ æqualis, & rectos cõprehendunt angulos: æqualis igitur est & β θ, ipsi ζ ε. Rursus quoniã duæ α κ, κ θ, duabus δ η, η ζ, sunt æquales, & rectos angulos cõprehendunt, basis igitur α θ (per 4 primi) ipsi δ ζ est æqualis. Est autẽ & α β, ipsi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, & basis θ β, ipsi ζ ε est æqualis. Angulus igitur qui sub β α θ, (per 8 primi) angulo qui sub ε δ ζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θ α λ ei qui sub ζ δ γ est æqualis. Quoniã si assumamus æquales α λ, δ γ, cõnectamusq́; ipsas κ λ, θ λ, η γ, ζ γ, quoniã totus qui sub β α λ, toti qui sub ε δ γ est æqualis, quorũ qui sub β α κ, ei qui sub ε δ η supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub κ α λ, reliquo qui sub η δ γ est æqualis. Et quoniã binæ κ α, α λ, duabus η δ, δ γ, sunt æquales, & rectos cõprehendunt angulos, basis igitur κ λ (per 4 primi) basi η γ est æqualis. Est aũt & κ θ, ipsi η ζ æqualis, binæ iam λ κ, κ θ, binis γ η, η ζ, sunt æquales, & angulos rectos cõprehendunt: basis igitur θ λ (per 4 primi) basi ζ γ est æqualis. Et quoniã binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, sunt æquales, & basis θ λ basi ζ γ est æqualis, & angulus igitur qui sub θ α λ (per 8 primi) angulo qui sub ζ δ γ est æqualis. Est autẽ & qui sub β α λ, ei qui sub ε δ γ æqualis. Ad datam igitur rectã lineã α β, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus constitutus est. Quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Proposítio 27

27 
Super assignatam lineam, dato solido æquidistantiũ superficierũ simile solidum constituere.

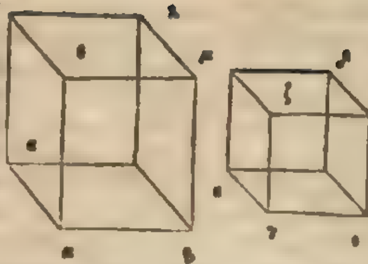
CAMPANVS. Sit assignata linea a b, de cuius situ utrũ in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, sitq́; assignatũ parallelogrammũ solidum, corpus c d, cui super lineam a b, iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes supficiales angulos, ex qbus cõponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secundũ præcepta præmissæ super punctũ a lineæ a b, cõstituatur angulus solidus æqualis c, quem contineãt tres lineæ a b, a h a k, & auxilio 10 sexti fit proportio c e ad a b, & c f ad a h, & g c ad a k, proportio una. Dehinc à tribus punctis b, h, k, ptrahantur sex lineæ h l æquidistãtes lineæ a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterũ b l æquidistãs lineæ a h, & b n æquidistãs lineæ a k rursus quoq; k n æquidistãs a b, & k m æquidistans a h, amplius autem protrahãtur, m p æquidistãs h l, & p l æquidistans h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq́; completũ solidum parallelogrammũ a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similium superficierũ & diffinitione similium corporũ si earum memineris, facile concludes.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Proposítio 27

27 Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere.

THEON ex Zamb. Esto quidem data recta linea α β, datum autem solidum parallelepipedũ esto γ δ. Oportet iam ex data recta linea α β, ipsi γ δ solido parallelepipedo dato simile similiterq́; positũ solidũ parallelepipedũ describere. Constituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsam α β rectam lineã, ad signumq́; in ea α, ei qui ad γ solido angulo æqualis qui sub β α θ, θ α κ, κ α β, cõprehẽditur ut æqualis sit qui sub β α θ ei qui sub ε γ ζ, qui uero sub β α κ ei qui sub ε γ η, & insuper qui sub κ α θ ei qui sub η γ ζ. Fiatq́; sicut ε γ ad γ η, sic β α ad α κ, sicut autẽ η γ ad γ ζ, sic κ α ad α θ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut ε γ ad γ ζ, sic β α ad α θ. Cõpleaturq́; ipsum θ β parallelogrammũ, & ipsum α λ solidum. Et

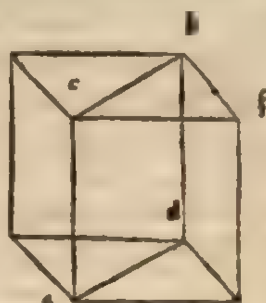
dum. Et quoniã est sicut ι γ ad γ ι, sic β α ad α κ, & quæ circũ æquos angulos qui sub ι γ ι, β α κ, latera sunt proportionalia, igitur parallelogrammum ι ι ipsi κ ε parallelogrammo est simile (per diffinitionẽ sexti) idq; propterea & κ θ parallelogrammũ ipsi ι ζ parallelogrammo est simile, & insuper ipsum ζ ι ipsi θ ε. Tria igitur parallelogrãma ipsius γ δ solidi, tribus parallelogrãmis ipsius α λ solidi sunt similia. Sed tria, tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur γ δ solidum, toti α λ solido simile est. A data igitur recta linea α β, dato solido parallelepipedo γ δ simile & similiter positum descriptũ est α λ. Quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI superficies aliqua solidum parallelogrammũ super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet, eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est.

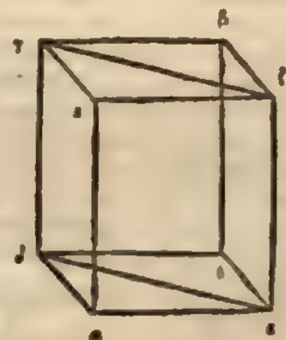
CAMPANVS. Sit corpus a b solidum parallelogrammũ, de quo sit positum φ superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierũ oppositarũ ipsum terminantiũ quæ sint a d & c b. Dico quod ipsa diuidit istud solidum propositũ, per æqualia. Constat enim φ ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia, quorũ superficies quadrilateras binas & binas adinuicẽ relatas secũdum φ ipsæ sunt opposita latera solidi propositi. manifestum est ex 24 huius esse æquales, cum solidum de quo loquimur, positum sit esse parallelogrammũ. Ex eadem quoq; & 41 primi constat, trilateras supficies dictorũ serratiliũ esse æquales. Igitur à diffinitiõe solidorũ æqualiũ, liquet q̃d ꝓpositũ est.



Eucli. ex Zamb. Problema 23 Propositio 28

28 Si solidum parallelepipedum plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorũ, ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariam.

THEON ex Zamberto. *Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ δ ι ζ secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum γ ζ, δ ι. Dico quod ipsum α β solidum, ab ipso γ δ ι ζ plano bifariam secabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γ ι ζ triangulum æquum est triangulo γ β ζ, & triangulum α δ ι ipsi δ ι θ, est autem γ α parallelogrammum ipsi β ι æquale, ex opposito enim, ipsum autem ι ι ipsi γ θ, & (per 11 undecimi) prisma igitur comprehensum sub duobus triangulis γ ι ζ, α δ ι, & tribus parallelogrammis, hoc est ι ι, α γ, γ ι, æquum est prismati comprehenso sub duobus triangulis γ ζ β, δ ι θ, & tribus parallelogrammis, hoc est γ θ, β ι, γ ι. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α β solidum bifariam scinditur ab ipso γ δ, ι ζ, plano. Quod erat ostendendum.*



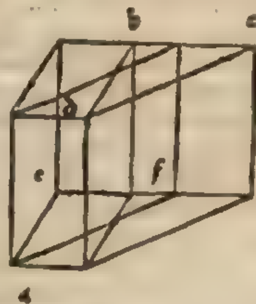
ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta est quæ in figuris angularibus ab uno angulo insurgit, & sese in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*



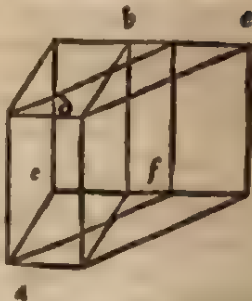
Eucli. ex Camp. Propositio 29

29 CVncta solida æquidistantiũ superficierũ æque alta atq; in eadem basi super unam lineam cõstituta, probãtur esse æqualia.

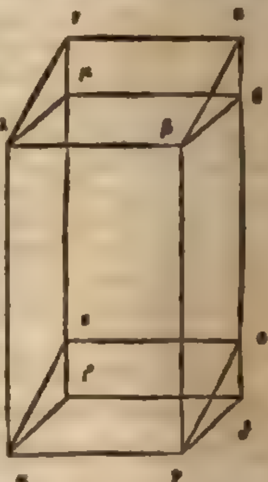
CAMPANVS. Verum est quod solida æquidistantiũ laterum æque alta, siue inter superficies æquidistantes super unam & eandem basin constituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterum super unam basin & inter lineas æquidistantes constitutis in 35 primi demonstratum est. Sed talium solidorũ quædam dicũtur constitui super lineam unam, & sunt illa quorum supremarũ superficierum duo opposita latera sunt secundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit



demon-



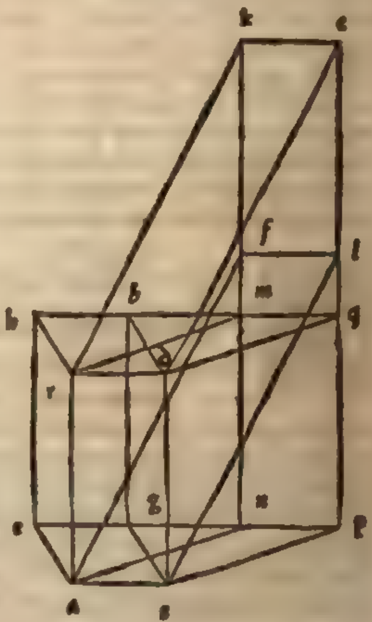
demonstrandum, ipsa omnia esse æqualia adinuicem. Sunt autem corũ alia quæ non dicũtur constituta super lineam unam, & sunt illa quorum supremarũ superficierũ duo latera opposita quæcunq; sumantur secũdum rectitudinem protracta, non sunt linea una, & de talibus sequens demonstrandum proponet, ipsa quoq; omnia esse adinuicẽ æqualia. Sint itaq; duo solida parallelogrãma æque alta siue inter superficies æquidistantes a b & a c, constituta super unam basin quæ sit a d, quorũ supremæ superficies sunt e b & b c, sintq; harum supremarũ superficierũ duo latera opposita, cum secundum rectitudinẽ protrahantur, linea una, & ipsa sunt c f & b c. Dico itaq; quod solida a b & a c, sunt æqualia. Hoc autem (si figura eius secundum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodũ in 35 primi processeris, idem faciens hic de serratilibus quod ibi de triangulis) facile cõcludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuersitates in solidis, quæ ibi in superficiebus occurrisse nouisti. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 14* *Propositio 19*



19 Super eadem basi & sub eadem altitudine solida parallelepipeda consistentia, quorum stantes super eisdem sunt rectis lineis, inuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint super eadem basi α β, solida parallelepipeda γ μ, γ ν, sub eadem altitudine, quorum stantes, hoc est α ζ, α η, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, ϛ θ, & ϛ κ, super eisdem sint rectis lineis ipsi ζ ν, δ κ plano. Dico quod solidum γ μ, æquum est ipsi γ ν solido. Quoniam enim parallelogrammũ est utrunq; ipsorũ γ θ, γ κ, æqualis est (per 34 primi) γ ϛ utriq; ipsarũ δ θ, ι κ. Quare & δ θ, ipsi ι κ est æqualis. Cõmunis auferatur ι θ, reliqua igitur δ ι, reliquæ θ κ est æqualis. Quare & ipsum quidem δ γ ι triangulũ ipsi θ κ ϛ triangulo est æquale, & δ η parallelogrammũ ipsi θ ν parallelogrãmo. & id propterea triangulũ α η ζ, triangulo μ λ ν est æquale. Est autem & ipsum quidẽ γ ζ parallelogrammũ, ipsi β μ parallelogrãmo æquum, & γ η, ipsi β ν, ex opposito nanq;. Igitur & prisma cõprehensum sub duobus quidem triãgulis ζ α η, δ γ ι, tribusq; parallelogrãmis α δ, δ η, γ η, æquũ est prismati cõprehenso sub duobus quidẽ triangulis μ λ ν, θ ϛ κ, & tribus parallelogrãmis, hoc est β μ, ν θ, ϛ ν. Commune apponatur solidũ, cuius basis quidem sit parallelogrammũ α β, ex opposito autẽ η ι θ μ. Totum igitur γ μ solidum parallelepipedũ, toti γ ν solido parallelepipedo est æquale. Super eadem igitur basi existẽtia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, quorũ stantes super eisdem sunt rectis lineis, sunt inuicẽ æqualia. Quod oportuit ostendere.* *Eucli. ex Camp.* *Propositio 20*

20 CVncta solida æquidistantium superficierũ æque alta, quæ in eadem basi non autem super unam lineam fuerint cõstituta, probantur esse æqualia.



CAMPANVS. Sint nũc duo solida parallelogrãma æque alta siue inter superficies æquidistantes, sintq; super unam & eandem basin, sed non super lineã unam constituta. Dico iterum ea esse æqualia. Esto enim duo solida parallelogrãma a b & a c æque alta siue inter superficies æquidistantes, cõstituta super unam basin quæ sit a d, sed non super unam lineam, sintq; eorũ supremæ superficies e b & f c. quarum opposita latera secundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipsa ex hypothesi sint in una supficie eo q; solida proposita sunt inter superficies æquidistantes, necesse est ut duo latera unius earum protracta secundum

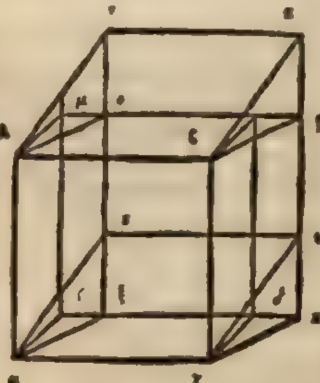
secundum rectitudinem, secent duo alterius earum protracta secũdum rectitudinem. Protrahantur itaque duo opposita latera superficiei e b, quæ sint e g & h b. & duo opposita superficiei f c, quæ sint k f & c l, & secent super quatuor puncta m, n, p, q, eritque superficies m n p q, æquidistantium laterum æqualis unicuique trium superficierum, quarum una est basis propositis solidis communis, & ipsa est a d, & duæ reliquæ sunt supremæ superficies eorundem solidorum, & ipsæ sunt c b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos basis a d sibi secundũ directam habitudinem relatos, quæ sit n a, m r, p s, q d, perfectum erit solidum parallelogrammũ a q in eadem basi cum utroq; duorũ priorũ, & æque altum, & super lineã unã cũ utroque ipsorum. Per præmissam igitur utrunlibet duorum solidorum propositorũ quæ sunt a b & a c, est æquale solido a q, per conceptionem ergo est solidum a b, æquale solido a c. Quare cõstat propositum.

CAMPANVS Potes quoque cõuersas huius & præmissæ probare si libet, ducendo ad impossibile. Pones enim quælibet duo solida parallelogramma esse æqualia & constituta super eandem basin æquidistantia, & demonstrabis ea esse æque alta. Eruntq; hæc & præmissa, tuæ demonstrationis medium. Impossibile autem ad quod duces, erit partem suo toti esse æqualem. Quod euidenter patebit, si de illo solido (quod altius esse mentitur aduersarius, cum tamen ambo posita sint æqualia & super eandem basin constituta) unum solidum parallelogrammum æque altum demissiori absciderls. Hoc aũt abscisum æquale esse demissiori cõuinces ex hac & præmissa, ideoq; & toti illi a quo ipsum absciderls ex communi scientia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 30

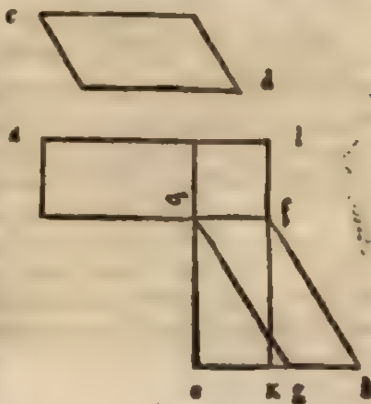
30 Super eadem basi existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine, quorũ stantes nõ sunt super eisdẽ rectis lineis, inuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint super eadem basi α β solida parallelepipeda γ μ, γ ν, sub eadẽ altitudine, quorũ stantes α ζ. α η. λ μ, λ ν, γ δ. γ ι, ϛ θ, β κ, non sint super eisdẽ rectis lineis. Dico quod solidum γ μ, æquũ est ipsi γ ν solido. Extendãtur, inquam, ipsæ ν θ, κ ι, insuper & ipsæ μ θ, ζ δ, concurrantq; adinuicẽ in ο ρ, π. ξ, signis, connectanturq; α ξ, λ ο, γ π, β ρ. Aequum iam est (per 29 undecimi) ipsum γ μ solidum, cuius basis est α γ ϛ λ, parallelogrammum: ex opposito uero ζ δ ϛ μ, ipsi γ ο solido, cuius quidem basis α γ ϛ λ, parallelogrammum, ex opposito autem ξ π ρ ο, super eadem enim basi sunt α γ ϛ λ, quorum stantes α ζ. α ξ, λ μ, λ ο, γ δ, γ π. β θ. ϛ ρ, super eisdem sunt rectis lineis ζ π, μ ρ. Sed solidum γ ο, cuius basis quidem est α γ β λ parallelogrammũ, ex opposito autem ξ π ρ ο, æquum est ipsi γ ν solido, cuius basis quidem α γ ϛ λ, parallelogrammum, ex opposito autem ν ι κ ν, super enim eadem sunt basi α γ ϛ λ, & ipsorum stantes α η, α ξ, γ ι, π γ. λ ν, λ ο, β κ, ϛ ρ, super eisdem sunt rectis lineis ν ξ, π κ. Quare & γ μ solidum, æquum est ipsi γ ν solido. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis, sunt inuicem æqualia. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 SOlida æquidistantium superficierum in basibus æquis constituta, si fuerint æque alta, lineæq; eorum angulares supra bases orthogonaliter steterint, erunt æqualia.



CAMPANVS Et hoc quoq; uerum est qđ omnia solida parallelogramma in æquis basibus atq; inter superficies æquidistãtes, siue æque alta cõstituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterũ super æquales bases & inter lineas æquidistantes constitutis in 36 primi probatum est. At talium solidorum, alia sunt quorum angulares lineæ super suas bases orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit demonstrãdum esse ea esse æqualia. Alia uero sunt quorum angulares lineæ super suas bases nõ sunt orthogonaliter erectæ, de quibus sequẽs

demonſtrandum proponit ea eſſe æqualia, Intelligantur itaq; ſuper duas baſes a b & c d. quæ ſint æquales & æquidiſtantiũ laterum nõ tamẽ unius creationis, ſed ſit a b tetragonus lõgus & c diſſimile helmuayn, duo ſolida æquidiſtantium laterum conſtituta æque alta, ſintq; lineæ erectæ ſuper angulos propoſitarum baſium, perpẽdiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicẽ eſſe æqualia. Protrahantur itaque duo latera baſis a b, & ſint illa quæ cõtinent angulũ b, uſque ad f & e, & fiat angulus f b g. æqualis angulo c baſis c d & ſumãtur duæ lineæ b f & b g. æquales duobus lateribus baſis, quæ cõtinent, angulũ c & perficiatur ſuperficies æquidiſtãtiũ laterũ b h, quæ erit æqualis & ſimilis baſi c d. Dehinc protrahatur h e æquidiſtans b f, & f k æquidiſtans b e, eritq; quadrilatera ſuperficies b k æquidiſtãtiũ laterum, æqualis b h ex 5 primi. Cũq; b h ſit æqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Cõpleatur itaq; ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ b l, protracta linea k f quouſq; concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulũ a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquidiſtantium laterũ quæ ſunt b h, b k, b l, cõſtituãtur æque alta ſolida ſolido cõſtituto ſuper baſin a b, ſintq; lineæ omnium ſolidorũ iſtorum erectæ ſuper baſes perpẽdicularis ad ipſas & appellẽtur baſes, & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdem nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorum æqualiũ atq; ſimiliũ, quod duo ſolida b h & c d, æqualia atq; ſimilia ſunt, de ſolidis autem b h & b k, cõſtat ex 29 quod ipſa ſunt æqualia, ſunt enim eque alta & conſtituta ſuper unam & eandẽ baſin & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper lineam b f & ſuper lineam unã eſt autem per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l, ſicut baſis a b ad baſin b l, & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l, ſicut baſis b k ad baſin b l. Cumq; ſit utriuſq; duarũ baſiũ a b & b k ad baſin b l una ꝓportio (ex pria parte 7 qnti) erit utriuſq; duorum ſolidorũ a b & b k ad ſolidũ b l proportio una, igitur ex prima parte nonæ quinti erunt duo ſolida a b & b k æqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidũq; b h ſolido c d, ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe æquale ſolido c d. Quod eſt propoſitum.

32 I ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ in æquis baſibus conſtituta æque alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint. ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt.

CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet quæ ſint æquidiſtantium terminorum & æque alta & ſuper baſes æquas perpendiculariter, nõ autẽ ſuper baſes ſuas erecta ſed ambo ſuper eas inclinata, ſi autem à quatuor angulis ſupremarum ſuperficierum ipſorum ad baſes ſuas perpendiculares ducantur quæ ex ſexta erunt ſingulæ æquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorum propoſitorum altitudinem diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantium laterum perficiantur, conſtabit ex præmiſſa hæc duo ſolida ultimo cõſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorũ & duorũ poſteriorũ ſint eædẽ baſes, uidelicet eorum ſuperficies ſupremæ, cõſtat ex 29 uel 30 & hac cõmuni ſcientia, quæcũq; æqualibus ſunt æqualia ſibi inuicem ſunt æqualia, uerum eſſe quod propoſitum eſt. Ex his potes cõuerſas huius & præmiſſæ eiſdem mediantibus indirecte demonſtrare ſi libet, eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentiũ deducendo. pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes. & conuinces ea eſſe æque alta, uel pones ea eſſe ea æque alta & æqualia, & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

Eucli. ex Zab. Theorema 26 Propoſitio 31

31 Super æqualibus baſibus ſolida parallelepida exiſtentia, & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia.

THEON ex Zab. *Sint ſuper æqualibus baſibus α β, γ δ, ſolida parallelepipeda α ι, & γ ξ, ſub eodem faſtigio. Dico quod ſolidũ α ι, æquũ eſt ipſi γ ξ. ſolido. Sint primum ſtantes ipſæ θ α, β ι, μ ε, λ μ, ο π, δ ζ, γ ξ, & ρ σ, ad angulos rectos ipſis α β γ δ, baſibus, & angulus qui ſub α λ β, æqualis non ſit angulo qui ſub γ ρ δ. Extendaturq; in rectam lineam γ ρ, ipſi ρ τ. Conſtituaturq; (per 23 primi) ad ipſam ρ τ rectã lineam, ad ſignumq; in ea ρ, ipſi α λ β. angulo æqualis angulus qui ſub τ ρ υ, ponaturq; (per 3 primi,) ipſi quidem α λ, æqualis ρ τ. ipſi autẽ λ β æqualis ρ υ. (per 31 primi.) ipſi ρ τ parallelus excitetur χ υ, compleaturq; baſis ρ χ, & ſolidũ ψ υ. Et quoniam binæ τ ρ, ρ υ, binis α λ, λ β, ſunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquum igitur eſt & ſimile ρ χ, parallelogrãmũ ipſi α β, parallelogrãmo. Et quoniam rurſus æqualis eſt α λ, quidem ipſi ρ τ, λ μ, uero ipſi ρ σ, & angulos rectos comprehẽdunt, æquum igitur*

tur & simile est ρ ψ parallelogrammũ ipsi α μ parallelogrãmo. Iam idq; propterea & λ ι, ipsi σ υ. est æquale & simile. Tria igitur parallelogrãma ipsius α ι, solidi, tribus parallelogrãmis ipsius ψ υ. solidi æqua sunt & similia. Sed tria, tribus ijs quæ ex opposito æqua sunt & similia. Totũ igitur solidũ α ι parallelepipedũ, toti ψ υ. solido parallelepipedo æquum est. Extendãtur (per 2 postulatum) ipsæ δ ρ & χ υ, quæ ueniant in congressum in ω, & per τ (per 31 primi) ipsi ρ ω parallelus excitetur τ T, extendaturq; τ T & ο δ quæ ueniãt in congressum in Λ, cõpleanturq; ipsa ω ψ, & ρ ι, solida. Aequũ iam est ψ ω, solidum cuius basis quidem est ρ ψ, parallelogrammũ, ex opposito uero ω τ, ipsi ψ υ, solido cuius quidem basis est ρ ψ parallelogrammũ ex opposito uero υ φ. In eadem siquidem sunt basi ρ ψ, sub eodẽq; fastigio, & stantes ρ ω, ρ υ, τ T, τ χ, σ ζ, σ υ, ψ ρ, & ψ φ, super eisdem sunt rectis lineis ω χ, & ι φ. Sed solidum ψ φ, ipsi α ι, solido æquũ est, & solidũ igitur ψ ω, ipsi α ι solido æquũ est. Quoniã autẽ ipsum ρ υ, χ τ, parallelogrammũ ipsi ω τ parallelogrãmo (per 35 primi) æquũ est, æquũ est autẽ & α β, parallelogrammum ipsi ρ χ. parallelogrammo, æquũ igitur est & ω τ ipsi α β. Aequũ autẽ est & γ δ ipsi α β. æquũ igitur est & ω τ ipsi γ δ. Est autẽ aliud δ τ, est igitur (per 7 quinti,) sicut γ δ. basis ad δ τ basin, sic ω τ basis ad δ τ basin. Et quoniã parallelepipedum ρ ι, plano ρ ζ secatur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, est igitur sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic γ ζ. solidum ad ρ ι solidum. Idque propterea iam quoniã solidum parallelepipedum ω ι, plano ρ ψ, secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ω τ basis ad Λ τ, basin, sic ω ψ solidũ ad ρ ι solidum. Sed sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic ω τ. ad τ δ & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ζ, solidũ ad ρ ι solidũ, sic ω ψ solidũ ad ρ ι. Vtrũq; igitur ipsorũ γ ζ, ω ψ, solidorũ, ad ρ ι solidũ eandẽ habet rationẽ. Aequũ igitur est γ ζ solidũ, ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est, quod ω ψ, ipsi α ι, æquũ est, & γ ζ, igitur ipsi α ι æquũ est. Non sint iam stantes α η, θ κ, ε ι, λ μ, γ ν, ο π, δ ζ, ρ σ, ad angulos rectos, ipsis α β, γ δ, basibus. Dico quod rursus solidum α ι, æquum est ipsi γ ζ, solido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipsis α ι, κ μ, π ζ, ν σ, signis, ad suppositum planum, α ξ, ε τ, η υ, μ φ, π χ, ζ ψ, ρ ω, σ ι, perpendiculares, & connectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, τ φ, χ ψ, χ ω, ω ι, ψ ι. Aequũ iam est (per 31 undecimi) α φ, solidũ ipsi χ ι solido, in æqualibus siquidẽ sunt basibus α μ, π σ, & sub eodẽ fastigio quorum stantes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidẽ α φ solidũ, ipsi α ι, solido (per 30 undecimi) est æquale, & χ ι ipsi γ ζ, in eadẽ siquidẽ sunt basi & sub eodem fastigio, quorum stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et α ι solidum igitur, ipsi γ ζ solido æquum est. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio, inuicem sunt æqualia. Quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp. Propositio 33

33 OMnia solida æquidistãtium superficierũ. æque alta suis basibus sunt ꝑportiõalia.

CAMPANVS Sint duo solida æquidistantiũ superficierũ æque alta, cõstituta super duas bases a b & c d. Dico quod proportio illorũ duorũ solidorum unius ad alterũ, est sicut proportio suarũ basiũ quæ sunt a b & c d, unius ad alterã. Constat quidẽ ex 24, utrãq; harũ duarũ basium esse æquidistãtium laterũ, duo igitur latera opposita & æquidistantia, in superficie a b protrahantur, & inter ea fiat superficies æquidistantiũ laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiẽ f e, cõpleatur solidũ parallelogrammũ æque altũ ei quod cõstitutũ est super basin a b, sitq; amborũ cõmunis terminus illa superficies quæ exurgit super lineam b f, hæc autem solida & suæ bases, eisdem nũcupentur nominibus. Quia igitur basis f e est æqualis basi c d, erit ex 31 uel 32 solidũ f e æquale solido c d. At quia totale solidũ a e secat superficies, exur-

gẽs super lineã b f æquidiſtãter duobus lateribus oppoſitis,erit ex 25 ꝓportio ſolidi f e ad ſolidũ a b,ſicut baſis f e ad baſin a b, Cũq; ſint c d & f e tam baſes quam ſolida æqualia. baſes quidem ex hypotheſi,ſolida aũt ex 29 uel 30,ſequitur ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis,ꝙ ſolidorũ a b & c d baſiumq; a b & c d ſit proportio una. Quod demõſtrare uolumus. Huius quoq; conuerſam ipſa eadẽ mediãte demonſtrare quemadmodũ cõuerſas præcedentiũ,non eſt difficile. Pones enim duo ſolida parallelogrãma eſſe ſuis baſibus proportionalia,& conuinces ea eſſe æque alta. Abſciſoq; ab eo quod altius mentietur aduerſarius uno ſolido parallelogrãmo æque alto demiſſiori,erunt abſciſum & demiſſius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 31. Cumq; etiã eſſent totale altius à quo partiale abſcidiſti, & ipſum demiſſius eiſdẽ baſibus proportionalia ex hypotheſi,ſequitur (ex prima parte 9 quinti) totale aduerſarius dicit altius,& partiale quod ab eo abſcidiſti, eſſe æqualia.

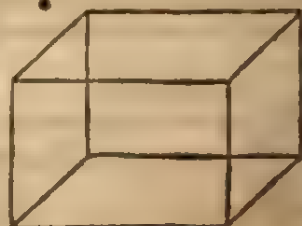
Eucl. ex Zamb. Theorema 27 Propoſitio 32

32 Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, adinuicem ſunt ſicut baſes.

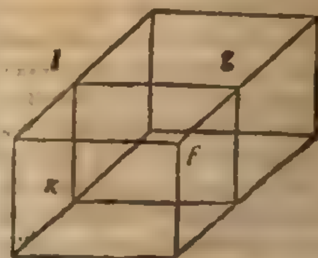
THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda, αβ, γδ. Dico quod ipſa αβ, γδ, ſolida parallelepipeda adinuicẽ ſunt ſicut baſes hoc eſt quod ſicut αε, baſis ad γζ, baſin. ſic eſt αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipſam ζη, ipſi αε æquũ ζθ, & à baſi quidẽ ζθ, altitudine autẽ ipſius γδ, ſolidũ parallelepipedũ compleatur θκ. Aequum igitur θκ, eſt (per 31 undecimi) αβ ſolidũ, ipſi θκ ſolido, in æqualibus enim ſunt baſibus αε, ζθ, & ſub eadem altitudine. Et quoniam ſolidum parallelepipedum γκ, à plano δη, ſecatur paralleleexiſtenti eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 25 undecimi) ſicut θζ, baſis ad ζγ, baſin, ſic eſt θδ, ad ipſum γδ, ſolidum. Aequalis uero eſt ipſa quidem ζθ, baſis ipſi αε baſi, & θκ ſolidum ipſi αβ ſolido, eſt igitur & ſicut αε baſis ad γζ, baſin, ſic αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Sub eadem igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, & reliqua ut ſupra, quod erat oſtendendum.*

Eucl. ex Camp. Propoſitio 34.

34 SI duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum baſes eorundem altitudinibus mutuas eſſe. Si uero fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ, ipſa ſolida ſibi inuicem æqualia eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Quæcunque ſint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æqualia, eorum baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias, & è conuerſo, quẽadmodũ de ſuperficiebus æquidiſtãtium laterũ æquiangulis 15 ſexti propoſuit. Attamẽ hac 34 iſtud demonſtrãdum proponitur de illis ſolidis parallelogrãmis, in quibus lineæ altitudinum ſuis baſibus parallelogrãmis orthogonaliter inſiſtũt, ea uero quæ ſequitur, proponit idẽ de cæteris. Sint ergo nũc duo ſolida parallelogrãma a b & c d æqualia, quorũ baſes ſint a e & c f, lineæq; altitudinum ipſorum ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectæ, & ſit altitudo ſolidi a b, linea e b, & ſolidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ b & f d determinãtes ipſorum ſolidorũ altitudines, æquales adinuicem, cũ ipſa quoque ſolida ſint ex hypotheſi æqualia, erũt ex conuerſa 31 baſes eorum quæ ſunt a e & c f, æquales, ideoq; baſes & altitudines erunt mutuæ, ſicq; cõſtabit propoſiti prima pars. E conuerſo cõſtabit ſecunda. Vt ſi altitudines & baſes ſint mutuæ, ponantur altitudines æquales, erunt quoq; baſes æquales: ideoq; per 31 & ſolida æqualia & ſic conſtat ſecunda pars. At uero ſi lineæ



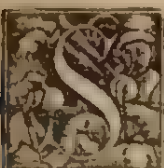
neæ b & f d nõ fuerint æquales, sit f d maior, ex ea resecetur f g ad æqualitatẽ e b, tribusque cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandẽ mẽsurã in pũctis b, k, l, resectis perficiatur solidum parallelogrammum c g æque altum solido a b, eritq́ ex præmissa, a b ad c g, sicut a e ad c f. Cum itaq; c d sit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, sicut a e ad c f. Per præmissam autem est proportio c d ad c g, sicut m f ad f l, quod patet, si una ex lateralibus sup rficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At (per primã sexti) f m ad f l, sicut d f ad f g, ideoq́ per 7 quinti sicut d f ad b e. Igitur a e a d c f, sicut d f ad b e. Cõstat itaq; prima pars. Secundã partem cũ sit cõuersa primæ, cõuerso modo probabis, sit enim eadẽ dispositiõe manẽte, proportio a e ad c f, sicut d f ad e b. Dico tũc solida a b & c d esse æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, sicut a e ad c f. Sed ex præmissa est a b ad c g, sicut a e ad c f. Igitur est a b ad c g, sicut d f ad f g. ex prima aũt sexti est d f ad f g, sicut m f, ad f l. & ex præmissa c d ad c g sicut m f ad f l. Itaque c d ad g c, sicut a b ad c g. igitur ex 9 quinti a b & c d sunt æqualia, quod est propositum.

Eucl. ex Camp. Propositio 35

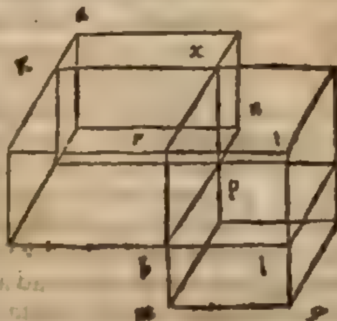
35 I duo solida æquidistantiũ terminorum fuerint æqualia, eorũ bases eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uero bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerint, qualibet duo corpora æquidistantium superficierum probantur esse æqualia.

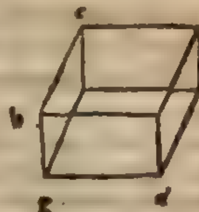
CAMPANVS Quod præmia proposuit de solidis parallelogrãmis quorũ lineæ altitudinũ sup bases suas orthogonaliter exurgũt, hæc 35 pponit indistincte de omnibus. Demõstrare aũt cõuenit hãc ex præmissa, queadmodũ demõstrauimus 31 & 33 Fabricatis enim duobus solidis æquidistãtiũ laterũ quibuscũq;, si lineæ altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt, cõstat uerũ esse qđ dicitur ex præmissa. Si autẽ à quatuor angularibus punctis supremarũ superficierũ in utroq; solido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad bases, uel a pũctis angularibus infimarum superficierum quaternæ erigantur, inter quas duo solida parallelogramma perficiantur æque alta solidis prioribus, erũtq́ ex 29 & 31 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædẽ altitudines, sit autem ex præmissa de posterioribus uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 I duo solida æquidistantium superficierũ fuerint similia, proportio erit utriusq; ad alterum tanquã cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS Sint enim duo solida a b & c d parallelogrãma & similia. Dico q̃ pportio unius eorum ad alterũ est sicut unius lateris eius ad unũ latus alterius quod sibi refertur, proportio duplicata, queadmodũ duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relatiuorũ proportio duplicata, ut in 19 sexti demõstratum est. Nã si solida a b & c d fuerint æqualia, cũ ponantur similia erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum cuncta latera unius æqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideoque cum duarum quãtitatũ æqualium proportio triplicata aut quotieslibet sumpta nõ efficiat nisi æqualitatis proportionẽ, cõstat in hoc casu uerum esse quod proponitur. Si autẽ inæqualia, sit a b maius, cuius lõgitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a, basis e r, & suprema superficies a n, solidi uero c d, sit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c Constat itaq; ex diffinitiõibus similium corporum & similium superficierum & præsenti hypothesi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, sit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quã manifestum esse maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræq́ tres determinantes altitudinem solidi a b, resecentur ad qualitatem eius et





inter

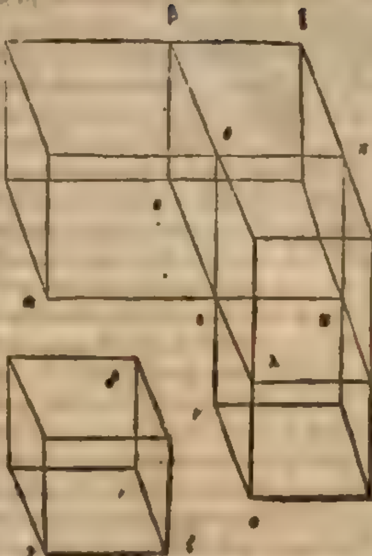
inter eas cōpleatur solidū parallelogrāmū k b æque altū solido c d. Et ꝓtrahātur duæ lineæ basis e b, usq; ad l, & r b usq; ad m, sitq; b l æqualis g d, & b m æqualis h g & pficiatur superficies æqdistātiū laterū m l, quæ erit æqualis & similis h d. Sup eā igitur erigatur solidū parallelogrāmū p q secundū altitudinē præscisam ex altitudine solidi a b, eritq; p q æquale & simile solido c d. Rursusq; inter lineas r b & b l perficiatur superficies æquidistātiū laterū b t, super quā quoq; erigatur solidū parallelogrāmū x l æque altū utriq; duorū solidorū k b & p q, replēdo alterutrū duorū angulorū hiātiū inter e a. Cum aūt duo solida a b, p q, sint similia, eo qđ ambo posita sint similia solido c d, corpora uero uni & eidē corpori similia inter se sunt similia, ut patet ex diffinitione similiū corporū & 21 sexti, manifestū est ex 11 ter assumpta ꝙ inter duo solida a b & p q, scđm cōtinuā proportionalitatē cadūt duo solida k b & x l. Opportune ergo cōstituta uel cōstructa figura hypothesibusq; memoriæ firme cōmendatis, ex prima sexti facile cōcludes propositū. Excute torporē & diligēter attende. sciesq; ex 11 huius proportionē solidi a b ad solidū k b esse sicut superficiei a r ad superficiē k r, ideoq; ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineā k f, & ꝓportionē solidi k b ad solidū x l sicut superficiei k r ad superficiē x t, ideoq; sicut lineæ f r ad lineā r t, & proportionē solidi x l ad solidū p q, sicut superficiei r l ad superficiem l m, ideoq; sicut r b ad lineā b m. Ex hypothesi uero liquet, quod proportio lineæ f r ad lineā r t, & lineæ r b ad lineā b m, est sicut lineæ a f ad lineā k f. Itaq; ex diffinitione proportiōis triplicatæ posita in proœmio quinti, cōstat quod proportio solidi a b ad solidū p q, ideoq; etiā ad solidum c d, est sicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c a, patet uerum esse quod dicitur

CAMPANVS Scire aūt oportet, quod quicquid per hāc 16 & per septē eā cōtinue præcedētes demōstratū est de solidis parallelogrāmis, idē quoq; uerū est de seratilibus quorū bases cōmuniter sunt trigonæ aut cōmuniter tetragonæ. Hoc autē ex 11 & hac 16 & septē eā cōtinue præcedētibus cōstabit ingenioso inspectori. Si enim fuerint seratilia qualibet æque alta super eādē basin uel super bases æquales, cōiter tñ trigonas aut cōiter tetragonas, cū ipsa sint dimidia solidorū parallelogrāmorū suarū altitudinū ex 11, ipsa erūt æqualia ex 19 & tribus eā sequētibus. ex his enim cōstat, solida parallelogrāma ipsis seratilibus dupla, esse æqualia. Similiter quoq; si fuerint duo seratilia super bases cōiter trigonas aut cōiter tetragonas æque alta, ipsa erunt suis basibus proportionalia queadmodū de solidis parallelogrāmis ex 11 habetur. Ipsa enim sūt ex 11 dimidia solidorū parallelogrāmorū suæ altitudinis, solidorū aūt parallelogrāmorū suæ altitudinis suarūq; basiū est una ꝓportio ex 11. Cū itaq; sit solidorū parallelogrāmorū proportio sicut seratiliū (quia sicut simplū ad simplum, sic duplū ad duplū ex 11 quinti) atque basium solidorū parallelogrāmorū est proportio sicut basiū seratiliū (Aut enim eædem erūt bases seratiliū & solidorū parallelogrāmorū, & hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerint tetragonæ, tūc enim ex seratilibus super easdē bases erūt solida parallelogrāma cōplenda. Aut bases seratiliū erunt sub duplæ ad bases solidorū parallelogrāmorū, & hoc quidē erit cum bases seratiliū fuerit cōiter trigonæ tūc enim erūt ex seratilibus solida parallelogrāma cōplēda adiūctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis, ut fiant bases seratiliū cū trigonis adiunctis superficiebus, superficies æquidistātiū laterū) sequetur ut, sit proportio seratiliū sicut suarum basiū. Eodēq; modo si seratilia fuerint æqualia, fuerintq; cōiter super bases trigonas uel cōiter super bases eorum altitudinibus ipsorum mutuæ erunt. Quod si bases eorū suis altitudinibus fuerint mutuæ, ipsa seratilia erunt æqualia queadmodum de solidis parallelogrammis 14 & 11 proponunt. Hoc autē facile patet ex ijs quæ dcta sunt in 11. Si uero seratilia fuerit adinuicē similia, erit proportio unius ad alterum sicut proportio lateris unius ad suū reliquū latus alterius ꝓportiōe triplicata, queadmodum de solidis parallelogrāmis 16 ꝓponit. Quod ex eadē 16 facile tibi patebit. si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrāmis cōpletis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitiōe similiū corporum & similium superficierum, & hoc quod seratilia ponuntur adinuicem similia. ex 24 primi leue est negociari. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 28* *Propositio 33*

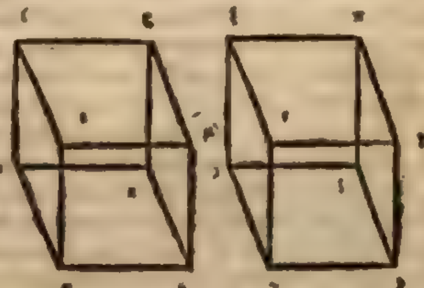
33 Similia solida parallelepipeda, adinuicē in triplici rōne sūt eiusdē rōnis laterū

THEON ex Zāb. *Sint similia solida parallelepipeda αβ, γδ, similis aūt rōnis esto αε ipsi γζ. Dico quod solidū αβ ad γδ solidū triplicē habet rōnē, quā αε ad γζ. Extendātur enim in rectas lineas ipsis αε, ηε, θε, ipsæ εκ, ελ, εμ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidē γζ æqualis εκ, ipsi aūt ζν æqualis ελ, & insuper ipsi ζρ ipsa εμ. & cōpleatur κλ parallelogrāmū, & κο solidū. Et quoniā duæ κε, ελ, duabus γζ, ζν sūt æquales, sed & angulus qui sub κελ, ipsi qui sub γζν, est æqualis, quoniā & q sub αεη, ei qui sub γζν, est æqualis propter similitudinē ipsorū αβ, γδ, solidorū, æquā igitur est & simile (per 14 sexti,) ipsum κλ parallelogrāmū ipsi γν parallelogrāmo, & iā id propterea & εμ parallelogrāmū æquum*

æquū est & simile ipsi γ ρ parallelogrāmo, & insuper ε ι, ipsi ζ δ. Tria igitur parallelogrāma ipsius η ο solidi, tribus parallelogrāmis ipsius γ δ solidi similia & æqualia sūt, sed ipsa qdē tria tribus ijs quæ ex opposito, sūt æqualia & similia, totū igitur η ο solidū, toti γ δ solido simile est & æquale (per diffinitionē undecimi.) Cōpleatur η α parallelogrāmū, & à basibus quidē η η, η λ, parallelogrāmis, altitudine aūt ipsius α ϐ, solida cōpleantur ε ξ, λ π. Et quoniā propter ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū similitudinē est sicut α ε ad γ ζ sic ε η ad ζ υ, & ε θ, ad ζ ρ, æqualis aūt est γ ζ, ipsi ε η, & ζ υ, ipsi ε λ, & ζ ρ ipsi ε μ, est igitur (per cōuersionē diffinitionis secundæ) sic ut α ε ad ε η, sic est η ε, ad ε λ, & θ ε, ad ε μ. Sed sicut quidē α ε, ad ε η, sic est α η parallelogrammū ad η α, parallelogrammum, sicut aūt η ε ad ε λ, sic η ε, ad η λ, sicut uero (per 1 sexti) θ ε ad ε μ, sic π ε ad η μ, & sicut igitur (per 11 quinti) α η, parallelogrāmū ad η α, parallelogrammum sic η α, ad α λ, & π ε, ad α μ. Sed sicut quidē α η ad η α, sic est α ϐ solidū ad ε ξ, solidū, sicut autē η α ad α λ, sic ξ ε, solidū ad π λ solidū, sicut π ε, ad α μ, sicut π λ, solidū ad η ο solidum. Et sicut igitur α ϐ solidum ad ε ξ, solidum, sic ε ξ, ad π λ, & π λ ad η ο. Si uero quatuor magnitudines cōtinue fuerint proportionales, prima ad quartā (per 10 diffinitionē quinti) triplicē rationē habet quā ad secundā. Igitur α ϐ solidū ad η ο sol dū triplicem rōnē habet, quā α β ad ε ξ. Sed sicut α ϐ ad ε ξ, sic est α η, parallelogrāmū ad η α, & α ε, recta linea ad ε η, quare & α β solidū ad η ο, solidū triplicē rōnē habet, quā α ε ad ε η. Aequū aūt est ipsum quidē η ο solidū ipsi γ δ solido, & ε η recta linea ipsi γ ζ. & α ϐ igitur solidū ad γ δ solidū triplicē rationē habet, quàm similis rationis latus hoc est α ε, ad similis rationis latus hoc est ad γ ζ. Similia igitur solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione similis rationis laterū. Quod ostendere oportebat.

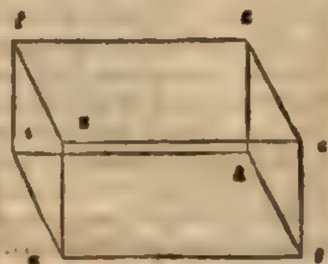


CORRELARIVM. Ex hoc, inquā, manifestū est, φ si quatuor rectæ lineæ proportiōales fuerint, erit sicut prima ad quartā, sic quod ex prima solidū parallelepipedū ad id quod ex secūda simile similiterq; descriptū, quādoquidem prima ad quartā triplicem rationē habet, quàm ad secundam.

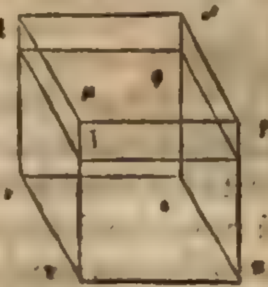


Eucl. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 34.

34 Aequaliū solidorū parallelepipedorū, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et solida parallelepipeda quorum bases altitudinibus sunt reciprocæ, sunt æqualia.

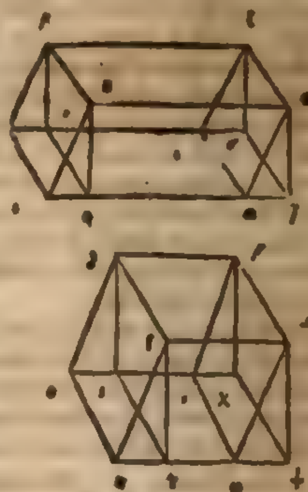


THEON ex Zāb. Sint æqualia solida parallelepipeda, α ϐ, γ δ. Dico φ ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sūt bases altitudinibus, estq; sicut ε θ, basis ad ι π basin, sic est ipsius γ δ, solidi altitudo ad ipsius α ϐ solidi altitudinē. Sint enim primū stātes α η, ε ζ, λ ϐ, θ κ, γ μ, α ξ, ο δ, π ρ, in ipsis basibus ad angulos rectos. Dico φ est sicut ε θ basis ad ι π basin, sic est γ μ ad α η. Si qdē igitur æqualis est ε θ basis ipsi ι π basi, est aūt & α ϐ solidū æquū ipsi γ δ solido, & γ μ ipsi α η est æqualis. Si enim ipsis ε θ, ι π, basibus æqualibus existētibus, æquales nō fuerint ipsæ α η, γ μ, altitudines, neq; igitur solidū α β, æquū erit ipsi γ δ, supponitur aūt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α η inæqualis nō est, æqualis igitur. Eritq; sicut basis ε θ ad basin ι π, sic γ μ ad α η, & manifestū, φ ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sūt bases ipsis altitudinibus. Nō sit iā æqualis ε θ basis ipsi ι π, basi, sed esto maior ε θ. Est aūt solidū α ϐ, ipsi γ δ solido æquū, maior igitur est & γ μ, ipsa α η, Si aūt nō, neq; igitur rursus ipsa α β, γ δ, solida sūt æqualia, supponūtur aūt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipsi α η, æqualis γ τ, cōpleaturq; ex basi quidē ι π, altitudine aūt γ τ, solidū parallelepipedū γ φ. Et quoniā solidū α β æquū est ipsi γ δ solido, aliud aūt est ipsum φ γ, ad idē aūt æqualia eādē rōnē habēt (per 7 quinti,) est igitur sicut α ϐ solidū ad γ φ solidū, sic est γ δ solidū ad γ φ solidū. Sed sicut quidē solidum α ϐ ad solidū γ φ, sic ε θ basis ad ι π, basin (per 32 undecimi,) sub æquali enim sunt altitudine, ipsa α ϐ, γ φ, solida. Sicut aūt solidum γ δ ad solidum γ φ, sic est μ π, basis ad π τ basin, & μ γ ad γ τ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ε θ, basis ad ι π basin, sic μ γ ad γ τ. Aequalis aūt est γ τ, ipsi α η, &



ſicut igitur (per 9 quinti) ε θ baſis ad η κ baſin, ſic μ γ ad α ν. ipſorū igitur α β, γ δ, ſolidorū parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorum α β, γ δ ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, ſitq; ſicut ε θ baſis ad η κ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinē. Dico quod ſolidū α β, æquum eſt ipſi γ δ ſolido. Sint enim rurſus ſtantes, ad angulos rectos ipſis baſibus. Et ſi quidem æqualis eſt ε θ, baſis ipſi η κ, baſi eſtq; ſicut ε θ baſis ad η κ baſin ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α β ſolidi. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi. Igitur ſolidū α β, æquū eſt ipſi γ δ ſolido.

Non ſit iam ε θ baſis ipſi η κ baſi æqualis, ſed eſto maior ε θ. maior igitur eſt & ipſius γ δ, ſolidi altitudo, ipſius α β ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α ν. Ponatur (per 3 primi,) ipſi α ν. rurſus æqualis γ τ. & cõpleatur γ φ ſolidum. Quoniā eſt ſicut ε θ baſis ad η κ baſin, ſic μ γ ad α ν, æqualis autē eſt α ν ipſi γ τ. eſt igitur ſicut ε θ baſis ad η κ baſin ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidē ε θ baſis ad η κ baſin, ſic (per 32 undecimi,) α β ſolidū ad γ φ ſolidū, ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α β, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ κ, baſis ad κ τ baſin & (per 32 undecimi) γ δ ſolidū ad γ φ ſolidū. & ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α β ſolidū ad γ φ ſolidū, ſic γ δ ſolidū ad γ φ ſolidū. Vtrūq; igitur ipſorum α β, γ δ, ad ipſum γ φ eandem rationē habet. Aequū igitur eſt (per cõuerſionem 7 quinti) α β, ſolidū, ipſi γ δ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autē ſtantes [illegible] ad angulos rectos baſibus eorum, excitenturq; (per 12 undecimi) ab ipſis [illegible] ſignis, in ipſorum ε θ, η κ, baſium planis, perpendiculares, cõcurrātq; planis ad ſigna [illegible], cõpleanturq; ipſa [illegible] ſolida. Dico quod & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ δ, ſolidis, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq; ſicut ε θ, baſis ad η κ baſin, ſic eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, ad ipſius α β, ſolidi altitudinē. Quoniā enim α β ſolidū æquū eſt ipſi γ δ ſolido, ſed α β, quidem ipſi β τ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadē enim ſunt baſi [illegible]. & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis) at γ δ ſolidum (per 31 undecimi) ipſi δ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi [illegible], & ſub eadē altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdē rectis lineis) igitur ſolidū β τ ipſi δ ψ ſolido æquū eſt. Aequalium autem ſolidorū parallelepipedorū quorū altitudines ad angulos rectos ipſis eorū baſibus ſūt reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Eſt igitur ſicut [illegible] baſis ad [illegible] baſin, ſic ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Aequalis autē eſt [illegible] baſis ipſi ε θ baſi, & [illegible] baſis ipſi η κ baſi. eſt igitur ſicut ε θ baſis ad η κ baſin, ſic eſt ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinē. Eædē uero altitudines ſunt, ipſorū δ ψ & β τ ſolidorum. & ipſorū δ γ & β α. Eſt igitur ſicut ε θ baſis ad η κ baſin, ſic ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinē. ipſorū igitur α β, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus iam ipſorū α β, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, ſitq; ſicut ε θ, baſis ad η κ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinē. Dico quod ſolidum α β, æquū eſt ipſi γ δ ſolido. Iiſdē nāq; diſpoſitis, quoniā eſt ſicut ε θ baſis ad η κ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinem, æqualis aūt eſt baſis ε θ, ipſi [illegible] & η κ. ipſi [illegible], eſt igitur ſicut [illegible] baſis ad [illegible] baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinem. Eædē autē ipſorū α β, γ δ, & β τ, δ ψ. ſolidorū, ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut [illegible] baſis ad [illegible] baſin, ſic ipſius δ γ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinē. Ipſorū igitur β τ, δ ψ. ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus Solida uero parallelepipeda quorū altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 31 undecimi. Igitur ſolidū β τ, æquū eſt ipſi δ ψ ſolido. Sed ipſum quidē β τ, ipſi β α, æquū eſt (per 29 undecimi. ſuper eadem namq; ſunt baſi [illegible], & ſub eadem altitudine, quorū ſtātes ſunt ſuper eiſdem rectis lineis. Solidū autē δ ψ, ipſi δ γ, ſolido æquum eſt. ſuper eadē namque ſunt baſi [illegible], & ſub eadē altitudine. quorum ſtantes ſunt ſuper eiſdem rectis lineis. Igitur & α β ſolidū. ipſi γ δ, ſolido æquū eſt. Quod demonſtrare oportebat

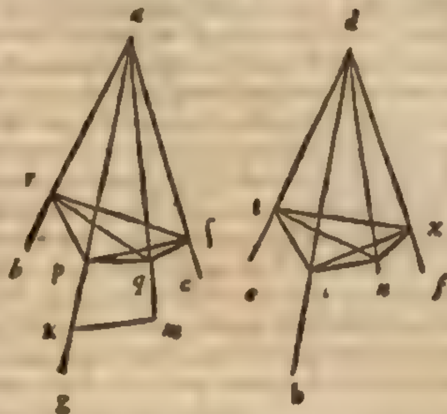


Eucli. ex Camp. Propoſitio 37

37 SI fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothenuſæ in aere ſtatuantur cum lateribus angulorū ſubiacētiū ſingulos ſingulis æquos angulos cõtinentes, atque in illis hypothenuſis duo pūcta ſignētur à quibus pūctis duæ perpēdiculares ad ſuperficies angulorū propoſitorū demittant. à pūctis aūt ſuper quæ ꝑpendiculares ceciderint ad eoſdē duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducant. duo anguli q ab illis duab⁹ lineis atq; duab⁹ hypothenuſis cõtinent, æqui ſibi iuicē eē ꝓbant

CAMPANVS Sint duo anguli plani a & d æquales contēti lineis a b & a c & d e & d f &

d f. & super eos erigantur duæ lineæ hypothenusaliter a g & d h. sitque angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenusis a g & d h, signentur quomodolibet duo puncta k & l. a quibus secundum præcepta 11 huius demittantur ad superficies angulorum a & d. duæ perpendiculares quæ sint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, esse æqualem angulo h d n. Si linea a k est æqualis d l. bene quidē. Sin autē, ex linea a d sumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpendicularis ad superficiē anguli a, linea quæ sit p. Manifestum est igitur, punctum, quod q est in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistantium quas necesse esse in superficie una, facile cōstat studiose intuenti. Dehinc a pūcto q ducantur ꝑpēdiculares duæ, una ad lineā a b quæ sit q r. & alia ad lineā a c quæ sit q s. Similiter quoq; à pūcto n ducantur duæ aliæ perpendiculares, una ad lineā d e quæ sit n t. & alia ad lineā d e quæ sit n x, & ꝑtrahātur r s & t x. Iterūq; à pūctis p & l, demittātur hypothenusæ p q, p r, p s & l n, l t, l x. His itaq; positis, figuraq; prudēter disposita, demōstrationē propositi sic collige. Cōstat ex penultima primi quod quadratū lineæ a p est æquale quadratis duarum linearū a q, & p q, ac ex eadem quod quadratū a q est æquale quadratis duarū linearū a s & s q, itaq; quadratū a p, est æquale quadratū triū linearū a s, s q, & q p. Sed ex eadē, quadratū s p, est æquale quadratis duarū linearū s q & p q. ergo quadratum a p, est æquale quadratis duarum linearum a s & s p, ideoq; ex ultima primi angulus a s p est rectus. Similiq; modo probabis, unūquenq; triū angulorū d x l, a r d, p t l. esse rectū. Cū igitur ex hypothesi sit angulus s a p æqualis angulo x d l. & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x æqualis a s, & x l æqualis s p. Eodē quoq; modo cū ex hypothesi sit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadē linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r s erit æqualis lineæ t x & angulus a r s æqualis angulo d t x. & angulus a s r angulo d x t, est enim ex hypothesi angulus a. æqualis angulo d. A conceptione igitur erit angulus s r q æqualis angulo x t n, & angulus r s q angulo t x n, sunt enim residui duorum rectorū demptis æqualibus. Necesse est itaq; ex 26 primi, ut linea r q sit æqualis t n. & q s æqualis n x. Cūq; ex penultima primi quadratū lineæ r p sit æquale quadratis duarū linearū r q & q p, & quadratū lineæ t l æquale quadratis duarū linearū t n & l n, sint aūt duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoq; quæ sūt r q & t n æquales sequitur ex cōi sciētia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodē modo cū quadratū lineæ a p sit æquale quadratis duarū linearū quæ sunt a q & q p. similiter quadratum lineæ d l quadratis duarū linearū quæ sunt d n & n l, sit autē a p æqualis d l, & p q æqualis l n, sequitur ex cōi scientia a q esse æqualem d n. Ex 8 igitur primi concludo propositū, uidelicet, angulū p a m esse æqualē angulo l n d.



Eucl. ex Zamb. *Theorema 30* *Propositio 35*

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, super quorum uerticibus sublimes rectæ lineæ steterint, æquales angulos comprehendentes cū ijs quæ in principio rectis lineis, alterum alteri, in sublimibus autem sumpta fuerint contingentia signa, & ab eisdem ad plana in quibus sunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à signis autē quæ in planis à perpendicularibus fiunt ad eos qui in principio angulos coniunctæ fuerint rectæ lineæ æquos angulos cum sublimibus comprehendent.

THEON ex Zāb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui sub β α γ, ε δ ζ, à signis autem α, δ, sublimes excitentur rectæ lineæ α η, δ μ, æquos comprehendentes angulos cū ijs quæ in principio rectis lineis alterū alteri, hoc est angulū μ δ ε angulo ei qui sub η α β, eum autem qui sub μ δ ζ, ei qui sub η α γ. sumanturq; in ipsis α η, δ μ, contingētia*

Camp. 31 tia signa η, μ, excitenturq; (per 11 undecimi) ab ipsis η, μ, signis ad ea quæ per β α γ, δ ε ζ, plana perpendiculares η λ, μ ν, coincidantq; ipsis planis in ν λ, cõnectanturq; ipsæ λ α, ν δ, Dico quod angulus qui sub η α λ, æquus est angulo μ δ ν. Ponatur (per 2 primi) ipsi δ μ æqualis α θ, exciteturq; (per 31 primi) per signū θ, ipsi η λ parallelus θ κ. At η λ, perpēdicularis est ad id quod per β α γ planum. Igitur & θ κ, perpēdicularis est ad id quod per β α γ, planū. Excitentur (per 11 primi) ab ipsis κ ν, signis ad ipsas α β, α γ, δ ζ, δ ε, rectas lineas, perpendiculares κ γ, ν ζ, κ β, ν ε, connectanturque ipsæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε. Et quoniam quod ex θ α (per 47 primi) æquum est eis quæ ex θ κ, κ α, ei autem quod ex κ α æqualia sunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquum est eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uero quæ ex θ κ, κ γ, æquum est id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α (per 47 primi) æquum est eis quæ ex θ γ, γ α. Rectus est igitur qui sub θ γ α, angulus. Idq; propterea & qui sub δ ζ μ angulus, rectus est. æqualis igitur est qui sub θ γ α angulus, ei qui sub δ ζ μ angulo. Est autem & qui sub α γ θ, æqualis ei qui sub δ ζ μ. Bina igitur triangula sunt δ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterū alteri & unum latus uni lateri æquum, quod unum æqualium angulorum subtendit, hoc est, θ α, ipsi δ μ, & reliqua igitur latera, (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri. æqualis igitur est α γ ipsi δ ζ. Similiter ostendemus, quod & α β ipsi δ ε est æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniā quod ex α θ, (per 47 primi) æquū est eis quæ ex α κ, κ θ, ei autem quod ex α κ (per eandem) æqua sunt quæ ex α β, β κ, quæ igitur ex α β, β κ, κ θ, sunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex β κ, κ θ, æquum est id quod ex β θ, rectus enim est qui sub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis est ad subiectum planum, igitur quod ex α θ, æquum est eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur est qui sub α β θ angulus, & id propterea qui sub δ ε μ angulus, rectus est. Est autē & qui sub β α θ, angulus, ei qui sub ε δ μ æqualis: supponitur namq; estq; ipsa α θ, ipsi δ μ æqualis, æqualis igitur est (per 26 primi) α β, ipsi δ ε. Quoniā igitur æqualis est α γ, ipsi δ ζ, & α β, ipsi δ ε, binæ igitur γ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, sed & angulus qui sub γ α β, ei qui sub ζ δ ε, est æqualis. Basis igitur β γ, (per 4 primi) basi ε ζ, est æqualis, & triangulum triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub α γ β angulus, ei qui sub δ ζ ε. Rectus autem & qui sub α γ κ, recto qui sub δ ζ ν est æqualis, & reliquus igitur qui sub β γ κ, reliquo qui sub ε ζ ν est æqualis. Et id propterea qui sub γ β κ, ei qui sub ζ ε ν, est æqualis. Bina igitur triāgula sūt (per 26 primi) β γ κ, ε ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum, quod ad æquos angulos, hoc est β γ ipsi ε ζ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est γ κ, ipsi ζ ν est autem & α γ, ipsi δ ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ κ, duabus δ ζ, ζ ν, sunt æquales, & æquos comprehēdunt angulos, basis igitur α κ, (per 4 primi) basi δ ν est æqualis. Et quoniam æqualis est α θ, ipsi δ μ, æquum est quod ex α θ ei quod ex δ μ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim est qui sub α κ θ. Ei autē quod ex δ μ, æqua sunt quæ ex δ ν, ν μ, rectus enim est qui sub δ ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, sūt eis æqualia quæ ex δ ν, ν μ. Quorū quod ex α κ, æquū est ei quod ex δ ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquum est ei quod ex ν μ. Aequalis igitur est θ κ, ipsi μ ν. Et quoniam binæ θ α, α κ, duabus μ δ, δ ν, sunt æquales altera alteri, & basis θ κ, basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub θ α κ, (per 8 primi) angulo qui sub μ δ ν est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

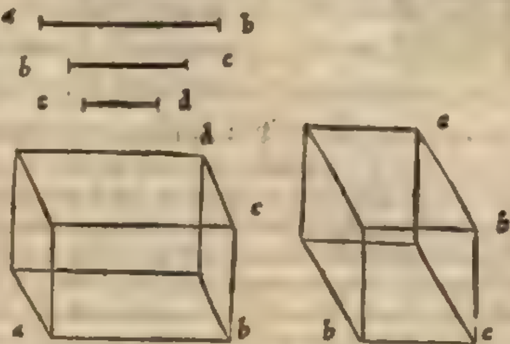
CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifestū, quod si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, steterintq; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos cõprehendentes, cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli, sunt æquales.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 Olidum tribus lineis proportionalibus contentum, æquum erit solido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, si anguli sui amborum sibi inuicem æquales fuerint.

CAMPANVS De solidis parallelogrãmis intelligatur. de his enim qualiacunq; sint dum tamen æquiangula, uerum est, quod contentum à tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod à media earũ continetur, queãdmodũ de superficiebus rectangulis probatũ est in 16 sexti, & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 15 eiusdem. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cõtinue proportionales, fiatq; ex eis unus angulus solidus ad libitum, & perficiatur solidũ æquidistantiũ laterũ cuius linea a b sit longitudo, b c uero altitudo, sed c d latitudo, & ipsum solidum dicatur e d. Sũpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, super ipsius extremitatē quæ est b con

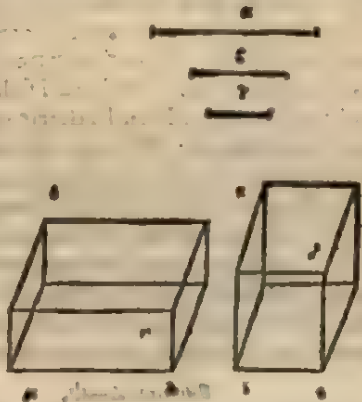
cõstituatur angulus solidus æqualis angulo solido a, secundũ quod docet 26 lineæq; cæteræ solidũ angulum b cõtinentes resecẽtur ad æqualitatem lineæ b c, & perficiatur solidum æquidistãtiũ superficierũ cuius lõgitudo, latitudo, & altitudo sit linea b c, & ipsum appelletur b c. Dico itaque duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestũ est enim, quod cũctæ superficies unius sunt æquiãgulæ suis relatiuis superficiebus alterius. Quod ex 14 primi patere potest, nã cũ solidus angulus b ponatur æqualis solido angulo a, necesse est ut unus angulus uniuscuiusque superficiei solidi a d sit æqualis uni angulo suæ relatiuæ superficiei in solido b c, itaque per 14 primi eorũ oppositi, erũt æquales. At quia uniuscuiusque superficiei quadrilateræ omnes anguli sũt æquales quatuor rectis ex 11 primi, necesse est duos reliquos unius esse æquales duobus reliquis suæ relatiuæ. Cũq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiã adinuicẽ æquales, conuincitur necessario ut unaquæq; ex superficiebus solidi a d sit æquiangula suæ relatiuæ in solido b c, quare ex secunda parte 11 sexti bases duorũ solidũ propositorũ erunt æquales: sunt enim æquiãgulæ & laterũ mutuorũ. Si itaque lineæ altitudinum super bases ipsorũ orthogonaliter



insistunt, constat ex 31 ipsa esse æqualia, cum enim hæ lineæ sint æquales & ipsæ determinent altitudinẽ solidorũ, erunt solida æque alta. At si lineæ altitudinum ipsorum non insistunt suis basibus orthogonaliter, ab ipsarum summitatibus ad bases perpendicularibus demissis, erũt ex præmissa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipsæ enim erunt, sicut erant & in præmissæ demonstratiõis figura duæ lineæ p q & l n, quas demõstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omnium solidorũ altitudo ex perpendicularibus à sũmitatibus ipsorũ ad suas bases descẽdentibus diffinitur, erũt ex 31 duo solida a d & c b æqualia. Conuersam quoq; huius possumus, si delectat, cõuerso modo probare. Vt si parallelogrãmũ corpus a d sit æquale & æquiangulũ corpori parallelogrãmo b c, & corpus b c cõtineatur à media triũ linearũ cõtinentiũ corpus a d, erunt tres lineæ cõtinentes corpus a b cõtinue proportionales. Cum enim duo solida parallelogramma a d & c b sint æqualia & æque alta, ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 31 & 32. Et quia ipsæ bases eorum sunt æquiãgulæ, sequitur ex prima parte 14 sexti quod ipsæ sunt mutuorum laterum. Itaque proportio a b ad b c, sicut b c ad c d. Quare cõstat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 36

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipsis tribus rectis lineis solidũ parallelepipedũ æquũ est ei qđ ex media sit solido parallelepipedo æquilatero quidem, æquiangulo autẽ prædicto.



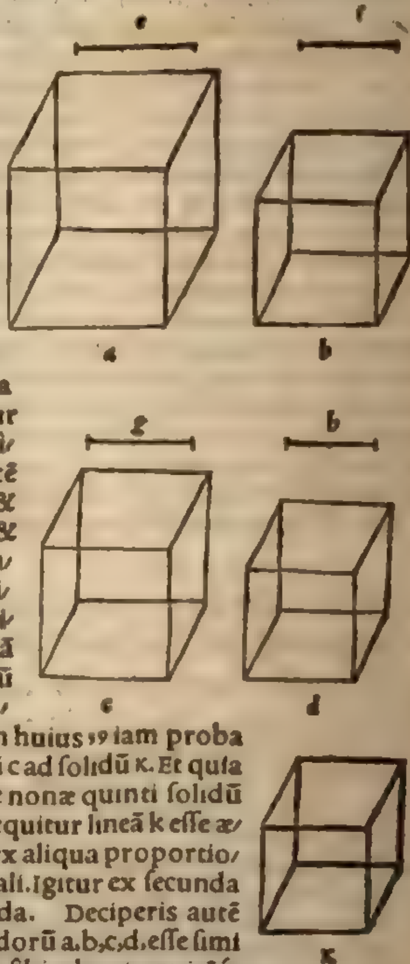
THEON ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales α, β, γ sicut α, ad β, sic β ad γ. Dico quod ex α, β, γ, solidum, æquũ est ei quod ex β solido æquilatero quidẽ æquiangulo autẽ prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) solidus angulus qui ad ε, comprehensus sub tribus angulis planis hoc est δ ε η, η ε ζ, ζ ε δ, ponaturq; (per 2 primi,) ipsi quidẽ β, æqualis unaquæq; ipsarum δ ε, ε η, ε ζ, compleaturq; ipsum ε κ, solidum. Ipsi autẽ α, æqualis esto (per eandem λ μ), cõstituaturq; (per 26 undecimi) ad ipsam λ μ rectam lineam ad signũq; in ea λ, ipsi qui ad ε solido angulo æquus comprehensus sub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidem β æqualis λ ξ, ipsi autẽ γ æqualis λ ν. Et quoniam est sicut α ad β, sic est β ad γ, æqualis autem est α ipsi λ μ, & β unicuiq; ipsarũ λ ξ, ε ζ, ε η, ε δ, & γ ipsi λ ν, est igitur λ μ ad ε ζ, sic est δ ε ad λ ν, & circa æquos angulos qui sub μ λ ν δ ε ζ, latera sunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum est ipsi δ ζ, parallelogrammo (per 14 sexti. Et quonia bini anguli plani rectilinei æquales sunt, qui sub δ ε ζ, ν λ μ, super ipsis sublimes rectæ lineæ sunt cõstitutæ λ ξ, ε η, inuicẽ æquales (per præcedentẽ,) æquos angulos cõprehẽdentes.

tes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri. ipsæ igitur quæ ex ε, ζ. signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, ς ε ξ, plana, (per corollariũ præcedentis) inuicem sunt æquales. Quare λ θ, ι κ, solida, sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autẽ basibus & sub eisdẽ altitudinis constituta solida parallelepipeda, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi.) Igitur solidum θ λ, solido ι κ est æquale. At λ θ, solidũ, est ex ipsis α. β. γ. & ι κ, solidũ est ex β. Igitur quod ex α. β γ, solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex β solido æquilatero quidem, sed æquiangulo prædicto. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 I fuerint quotlibet lineæ proportionales, solida quoque sua æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierũ erunt proportionalia. Si uero solida æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierum fuerint proportionalia, lineæ quoque à quibus ipsa solida continentur, erunt proportionales.

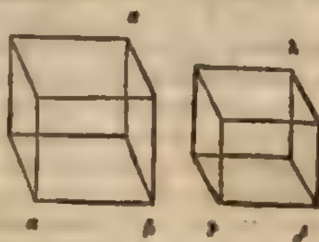
CAMPANVS Simile proponit uigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a, b, & c, d, proportionales, & super has fabricentur quatuor solida parallelogramma eisdẽ nominibus dicta, quæ sint expresse similia, duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas a & c, cætera secũdum præcepta 17 constituenda erũt. Dico hæc 4 solida esse proportionalia. Et econuerso. Subiũgantur enim duabus lineis a & b: in cõtinua proportiõe duæ quæ sunt e & f, quemadmodũ docet 10 sexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sint g & h. Cõstat igitur ex 35 & ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ posita est in principio quinti. & ex hac hypothesi q; solida a & b sibi inuicẽ & solida c & d sibi adinuicẽ sunt expresse similia: q; proportio solidi a ad solidum b est sicut proportio lineæ a ad lineã f: solidi quoq; c ad solidũ d, sicut lineæ c ad lineã h. Et quia p 22 quinti proportio lineæ a ad lineã f est sicut lineæ c ad lineã h, erit ex 11 quinti solidũ a ad solidũ b, sicut solidũ c ad solidũ d. Cõstat igitur prima pars. Secunda sic. Sint duo solida a & b sibi adinuicẽ, duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicẽ expresse similia, sintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quod lineæ a, b, & c, d, super quas sunt constituta, sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineã b, ita linea c ad lineam k. Et fiat secundũ 17 huius super lineam K solidum expresse simile solido d, quod etiã dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus similiũ corporũ & similium superficierum, & 10 sexti, corpus K expresse simile corpori c, ideoq; per primam partem huius 39 iam probatam erit proportio solidi a ad solidũ b, sicut solidi c ad solidũ K. Et quia eadẽ erat solidi c ad solidũ d, erit ex secunda parte nonæ quinti solidũ K æquale solido d. Cũq; esset sibi expresse simile, sequitur lineã k esse æqualem lineæ d. Aequalitas enim nõ producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali. Igitur ex secunda parte 7 quinti constat etiã huiusmodi pars secunda. Deciperis autẽ si arbitraris oportere unumquodq; quatuor solidorũ a, b, c, d, esse simile cuilibet aliorũ. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem, itẽq; duo c & d sibi adinuicem esse similia. solida autem c & d solidis a & b esse similia contingens est, necessariũ autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.

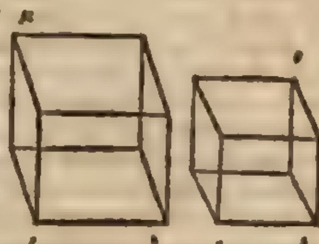


Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 37

37 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex ipsis

ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia fuerint, & ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

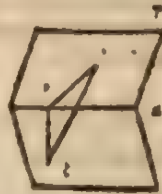




THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ι ζ, η θ, sicut α β ad γ δ, sic ι ζ ad η θ, & describantur ab ipsis α β, γ δ, ι ζ, η θ, similia similiterq; iacentia solida parallelepipeda κ α, λ γ, μ ι, ν η. Dico quod est sicut κ α ad λ γ, sic est μ ι ad ν η. Quoniam enim solidum κ α parallelepipedum ipsi λ γ simile est, igitur (per 33 undecimi) κ α ad λ γ triplicem rationem habet quam α β ad γ δ, & id propterea μ ι ad ν η triplam habet rationem quam ι ζ ad η θ. Et sicut igitur (per 11 quinti) κ α ad λ γ, sic μ ι ad ν η. Sed iam esto sicut κ α solidum ad λ γ solidum, sic μ ι solidum ad ν η solidum. Dico quod est sicut α β recta linea ad ipsam γ δ, sic est ι ζ ad η θ. Quoniam enim rursus κ α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ι ad ν η triplam rationem quam ι ζ ad η θ, estq; sicut κ α ad λ γ, sic μ ι ad ν η, & sicut igitur α β ad γ δ, sic ι ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ sequũtur reliqua. Quod erat ostendendũ*

Eucli. ex Zamb. Theorema 38 Propositio 38

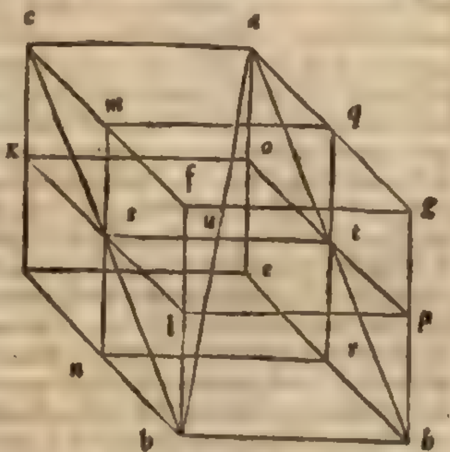
38 Si planum ad planum rectum fuerit, à signo autem in altero planorũ existente in alterum planum perpẽdicularis ducta fuerit, in cõmunem ipsorum planorum sectionem cadit ipsa perpendicularis.



THEON ex Zamb. *Planum enim γ δ, ad planum α β, rectum esto, cõmunis autem ipsorũ sectio sit δ α, sumaturq; in ipso γ δ plano, contingens signum ε. Dico quod ab ipso ε in α β planũ perpẽdicularis ducta, in ipsam δ α cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat extra sicut ε ζ, & concurrat ipsi α β plano in ζ signo, & ab ipso ζ, in ipsam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ η, quæ & ipsi γ δ plano ad angulos rectos est. Connectanturq; ε η. Quoniam igitur ζ η ipsi γ δ plano ad angulos rectos est, tangit autem ipsam ipsa ε η existens in ipso γ δ plano, igitur angulus qui sub ζ η ε, rectus est. Sed & ε ζ, ipsi α β plano ad angulos est rectos: angulus igitur qui sub ε ζ η, rectus est. Trianguli iam ipsius ε ζ η bini anguli, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impossibile. Igitur ab ε in α β planum perpẽdicularis ducta, non cadit extra ipsam δ α, in ipsam igitur α δ cadit. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 40

40 SI inscisa fuerint latera duarum oppositarum superficierum cubi unumquodq; in duo media, exierintq; à punctis sectionũ duæ superficies se uicissim secantes & cubum, cõmunem earum sectionem diametrum cubi per æqualia secare, & ab ipsa diametro uersa uice per æqualia secari necesse est.



CAMPANVS. Statue cubum qui sit a b, de quo constat per diffinitionẽ quod omnes lineæ ipsum continẽtes sint æquales, & eius superficies rectangulæ, tale enim corpus, cubũ dicimus. Huius igitur basis sit eius sup̃ficies a c d e, superficies uero eius suprema b f g h, dextra uero eius superficies sit a e g h, sinistra autem superficies b f c d, citerior quoq; sit d e b h, sed ulterior a, c g f, eiusq; diameter sit a b. Diuidantur itaq; omnia latera duarum quarumlibet superficierũ oppositarum eius per æqualia, & sint nunc superficies quarũ latera diuidantur, dextra atq; sinistra. Diuidantur, inquam, quatuor latera dextræ quidẽ super quatuor puncta quæ sunt o, p, q, r, sinistræ uero super quatuor quæ sint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his superficiebus opposita, ductis lineis o p & q r quæ secent se in pũcto t, itemq; k l & m n quæ secent se in puncto s, & perficiãtur duæ superficies secantes se inuicem & cubum, protractis item lineis

K o k &

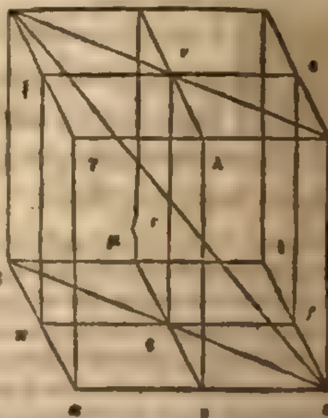
o k & p l, q m & r n, sicq; harum duarum superficierum communis sectio linea s t. Dico igitur quod linea s t diuidit diametrum a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum transit per centrum cubi.

ALITER uero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h, & item duæ s c, s b, eritq; ex 4 primi a t æqualis t h, & s c æqualis s b. Constat autem ex prima parte 29 primi, quod angulus p t q est æqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p est æqualis angulo t a q. Itaq; ex 13 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos. quare ex 14 primi linea a h erit linea una, similiter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius linea a c est æquidistans lineæ b h (utraq; enim est æquidistans lineæ d e) cumq; ipsæ sint æquales quia latera cubi, sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes: ideoq; per conceptionem, earum medietates quæ sunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifestum est, quod linea s c est in superficie duarum linearũ a h & b c, & ex eadem, linea a b quæ est diameter cubi, est etiam diameter superficiei parallelogrammæ a c b h. Itaq; linea s t secat diametrum a b. Secet ergo ipsam in puncto u. Dico ergo lineam s u esse æqualem lineæ u t, & lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo trianguli a t u, b s u, quorum anguli qui sunt ad t & s sunt æquales adinuicẽ, similiter anguli eorundem qui sunt ad a & b æquales adinuicem ex prima parte 29 primi, propter id quod linea a t æquidistat lineæ s b. Et quia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales, sequitur ex 26 primi, quod propositum est. Idem quoq; eodem modo concluditur, & si solidum a b non sit cubus, sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentum fuerit, siue quoque super basin orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 39

39 Si solidi parallelepipedi eorũ quæ ex opposito planorũ latera bifariam secta fuerint, extẽsaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorũ planorũ sectio, & solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicẽ dispescent.

ALITER. Si cubi eorum quæ ex opposito planorũ latera, & reliqua quæ sequuntur ut supra.



THEON ex Zamb. Solidi, inquam, parallelepipedi α ζ, eorum quæ ex opposito planorũ γ ζ, α θ, latera bifariã dispescantur per κ, λ, μ, ν, & ξ, π, ο, ρ, signis, & per sectiones protendantur plana κ ν, ξ ρ. cõmunis autem planorũ ipsorum sectio esto υ σ, ipsius autem α β solidi parallelepipedi diagonius esto δ η. Dico iam quod & ipsæ υ σ, δ η, sese inuicem dispescũt, hoc est quod υ τ ipsi τ σ est æqualis, & δ τ ipsi τ η. Cõnectantur enim δ υ, υ ε, β σ, σ η. Et quoniam δ ξ parallelus est ipsi ο ε, anguli alternatim positi (per 29 primi) qui sub δ ξ υ, υ ο ε, inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est δ ξ ipsi ο ε, & ξ υ ipsi υ ο, & æquos angulos comprehendunt, basis igitur δ υ (per 4 primi) ipsi υ ε est æqualis, & triangulum δ ξ υ ipsi υ ο ε triãgulo est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui sub ξ υ δ, æquus est ei qui sub ο υ ε angulo, ac per hoc recta linea est ipsa δ υ ε, & per eadem etiã β σ η recta linea est, est & æqualis β σ ipsi σ η. Et quoniã γ α ipsi δ β est æqualis & est parallela, sed γ α ipsi ε η est æqualis & parallela, & δ β igitur ipsi ε η est æqualis & parallela (per primam cõmunem sententiam) & ipsas connectunt rectæ lineæ δ ε, β η. parallelus igitur est (per 33 primi) δ ε, ipsi β η, & suscipiuntur in utrisq; contingentia signa, hoc est δ, υ, η, σ, cõnectanturq; δ η, υ σ. In uno igitur sunt plano (per 17 undecimi) ipsæ δ η, υ σ. Et quoniam parallela est δ ε ipsi β η, æqualis igitur est (per 29 primi) qui sub ε δ τ angulus ei qui sub β η τ angulo: uicißim enim & qui sub δ τ υ ei qui sub η τ σ. Bina iam triangula sunt, hoc est δ τ υ & η τ σ, duos angulos duobus angulis æquos habentia, & unum latus uni lateri æquum, quod subtendit autem æqualium angulorum, hoc est δ υ ipsi η σ, dimidiæ nanq; ipsarum δ ε, β η. & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est δ τ ipsi τ η, & υ τ ipsi τ σ. Si solidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint, extensaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorum planorum sectio & solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicem dispescent. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 41

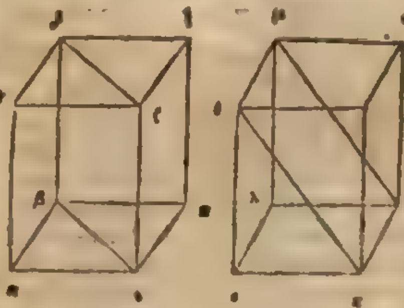
41 SI duo corpora seratilia quorū alterū basin triangulam, alterū uero basin habeat æquidistantiū laterū ipsi basi triāgulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora necesse est esse æqualia.

CAMPANVS. Sit superficies a b d æquidistantiū laterum dupla trilateræ superficiei e f g, & super has duas superficies fiant duo corpora seratilia æque alta. Sitq; seratile quod est supra basin quadrāgulam a b c d, a b h d c k, cuius basis est superficies æquidistantiū laterum proposita a b c d, alia eius superficies æquidistantiū laterum est a h d k, tertia uero est b h c k, duæ autem est eius triangulares superficies, sunt altera quidem triāgulus a b h, reliqua uero triangulus d c k. Seratile autem quod est super basin triāgulam e f g, sit e f g l m n, cuius altera duarum trilaterarū superficierū est basis prædicta, reliqua uero triangulus l m n, trium autem superficierū eius æquidistantium laterum prima quidem est e f l m, secunda uero e g l n, tertia uero f g m n. Dico itaq; hæc duo seratilia proposita, esse adinuicē æqualia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma, adiungendo utriq; duorum propositorū seratilium aliud seratile sibi æquale. Primo quidem seratili super eandem basin sit adiunctū seratile a p h d q k, cuius duæ trilateræ superficies sint a p h, d q k, tres autem quadrilateræ, prima quidem a h d k quæ est terminus communis sibi & ei cui adiungitur, secunda uero a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autē seratili adiungatur aliud seratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r. ita quod tota superficies e f g r sit æquidistantiū laterum, & super hunc triangulum fiat seratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius seratilis adiuncti, duæ trilateræ superficies sunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ sunt, prima quidem e l r s, secunda e l g n quæ est cōmunis terminus sibi & ei cui adiungitur, tertia uero g r n s. Manifestum igitur ex diffinitione solidorū æqualium atq; similium, q duo seratilia parallelogrammū componentia solidum a k, sibi inuicem, itemq; cōponentia solidum parallelogrammū e n. sibi adinuicem sunt æqualia. At uero ex 31 uel ex 32 huius, duo solida a k & e n sunt sibi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorū medietates sunt seratilia proposita, per cōmunem scientiam constat ea esse æqualia, quæcūq; enim fuerint æqualia, eorum medietates necesse est esse æquales. Liquet itaq; quod propositum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus, & alterū quidem basin parallelogrammū habuerit, alterum autem triangulū, duplum autem fuerit parallelogrammū ipsius trianguli, ipsa prismata æqualia erunt.

THEON ex Zamber. Sint bina prismata αβγδεζ, ηθκλμν, & alterū quidem habeat basin αζ parallelogrammū, alterū uero ηθκ triangulum, duplum uero sit αζ parallelogrāmum, ipsius ηθκ trianguli. Dico quod prisma αβγδεζ, æquū est ipsi θηκλμν prismati. Cōpleantur, inquam, ipsa αζ, ηο, solida. Et quoniam αζ parallelogrammū ipsius ηθκ triāguli duplum est, estq; θκ parallelogrammū (per 41 primi) duplum ipsius ηθκ trianguli, æquū igitur est αζ parallelogrammū ipsi θκ parallelogrāmo. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicē sunt æqualia (per 31 undecimi.) Igitur solidū αζ, æquū est ipsi ηο solido & ipsius quidem αζ solidi, dimidiū est ipsum αβγδεζ prisma, ipsius autē ηο solidi, dimidiū est ipsum ηθκλμν prisma. Igitur prisma αβγδεζ, ipsi ηθκλμν prismati est æquū. Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine, & alterū quidem habuerit basin parallelogrammū, alterū autem triangulū, duplum autem fuerit parallelogrammū ipsius trianguli, æqualia sunt ipsa prismata. Quod erat ostendendū.



EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER DVODECIMVS,

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 

Omnium duarum superficierum similium multiangularū inter duos circulos descriptarū est proportio alterius ad alteram, tanquam proportio quadratorū quæ ex diametris circulorum eas circunscribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inscribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ quæ ponantur adinuicem similes, sintq; nunc, pentagonæ inscriptæ ut docet 11 quarti, & ipsæ sint a b g h k, d e l m n, diametri quoq; circulorū sint a c & d f. Dico itaq; quod proportio pentagoni a b g h k ad pentagonū d e l m n, est sicut quadratū diametri a c ad quadratū diametri d f. Protrahãtur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatẽ unius lateris pentagoni diametro non cõterminalis, se inuicem cancellantes infra ipsum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq; ex 6 sexti triangulus a b g, æquiangulus triãgulo d e l. Nam cum pentagoni ponantur ad inuicem similes, erunt ex diffinitione similium superficierū angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipsos continẽtia proportionalia, uidelicet, proportio a b ad d e, sicut b g ad e l. Cum sint autem ex 20 tertij duo anguli a c g & a g b sibi inuicẽ æquales, itemq; duo alij d f e & d l e sibi inuicem æquales, erunt duo qui sunt c & f adinuicẽ æquales ex hac communi sciẽtia, quæ æqualibus sunt æqualia, sibi quoq; æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij uterq; duorū angulorum a b c, d e f, est rectus, sequitur ex 32 primi duos triãgulos a b c, d e f, esse æquiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad diametrū d f, est sicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq; ex secunda parte 18 sexti, proportio duorū pentagonorū est sicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratū diametri d f, sit sicut diametri a c ad diametrū d f duplicata, per hanc cõmunem scientiam quorū dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; adinuicem esse æqualia, manifestum est quod propositum est.

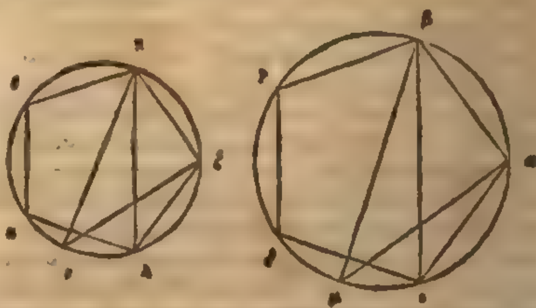
Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 

Quæ in circulis similes multangulæ figuræ, adinuicem se habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zamb.

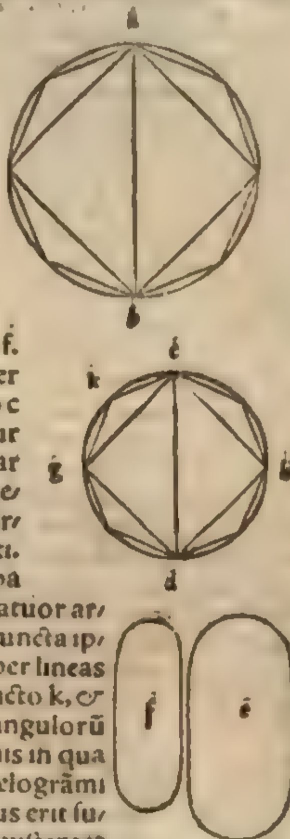
Sint circuli $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, $\zeta\eta\theta\kappa\lambda$, & in eis sint similes figuræ multangulæ $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$, $\zeta\eta\theta\kappa\lambda$, dimetientes autem circulorū, sint $\beta\mu$, $\eta\nu$. Dico q̄d est sicut quadratū quod ex $\beta\mu$ ad id quod ex $\eta\nu$ quadratum, sic est multangulū $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ ad multangulū $\zeta\eta\theta\kappa\lambda$. Connectantur enim $\beta\epsilon$, $\alpha\mu$, $\theta\lambda$, $\zeta\nu$. Et quoniã multangulum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ ipsi $\zeta\eta\theta\kappa\lambda$ multangulo simile est, æquus est & qui sub $\beta\alpha\epsilon$ angulus ei qui sub $\eta\zeta\lambda$, estq; sicut $\beta\alpha$ ad $\alpha\epsilon$, sic $\eta\zeta$ ad $\zeta\lambda$. Bina iam triangula sunt $\beta\alpha\epsilon$ & $\eta\zeta\lambda$, unum angulū uni angulo



æquum

æquū habentia, qui sub β α ε ei qui sub ο ζ λ, circa autē æquos angulos latera proportionalia: æquiangulū igitur est (per 1 diffinitionē sexti) α ϐ ε triangulū, ipsi ζ η λ triangulo: æqualis igitur est angulus qui sub α ε ϐ, ei qui sub ζ λ η. Sed qui (per 21 tertij) sub α ε ϐ ei qui sub α μ β est æqualis (in eandem nanq; circūferentiam ierunt) qui autē sub ζ λ η ei qui sub ζ ο η, & qui sub α μ β igitur ei qui sub ζ ο η est æqualis. Est autē & rectus qui sub β α μ, ei qui sub η ζ ο recto (per 4 postulatū) æqualis: reliquus igitur, reliquo est æqualis (per 3 cōmunem sententiā.) Aequiangulū igitur est triangulū α μ β, ipsi ζ η ο triangulo. Proportionaliter igitur est sicut β μ ad η ο, sic β α ad η ζ. Sed ipsius quidē β μ ad η ο rationis, dupla est ea quæ ipsius β μ quadrati ad id quod ex η ο quadratū. Ipsius autē β α ad η ζ, dupla est ipsius α β γ δ ε multanguli ratio ad ipsum ζ η θ κ λ multangulū: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratū ad id quod ex η ο quadratū, sic est multangulū α ϐ γ δ ε ad multangulū ζ η θ κ λ. In circulis igitur similia multangula, sese adinuicem habēt sicut quæ ex dimetiētibus quadrata. Quod erat ōstendendū. Eucli. ex Camp. *Propositio 2*

2 Omnium duorū circulorū est proportio alterius ad alterū, tanquam proportio quadrati suæ diametri ad quadratū diametri alterius.

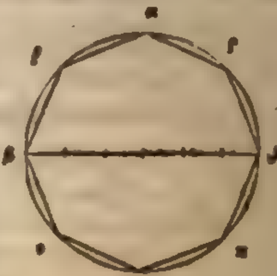


CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoque dicātur a b & c d. Dico itaque quod porportio circuli a b ad circulum c d, est sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d. Manifestū enim est ex hac cōmuni sciētia, scilicet, quanta est quælibet magnitudo ad aliquā secundā, tantam necesse est esse quālibet tertiam ad aliquā quartā, quod proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiē aliquā quæ sit e, cuiuscunque figuræ aut formæ ponatur. Hanc autē impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c d, sit itaque minor in superficie f. Itaque circulus c d, sit æqualis duabus supficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 1 decimi, quod toties possit ex circulo c d, suisque residuis subtrahi maius dimidio, quousque reliquatur quātitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi ut docet 6 quarti, quadratū c d g h, de quo constat quod ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enim quod est duplum ad ipsum, est circulum circūscribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus superficie f, sufficit. Sin autē quatuor arcus existētes super dicta latera per æqualia diuidantur, & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatib. laterū continuētur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahātur lineæ k c, k g, sicque de cæteris. Eritque quilibet triangulorū descriptorū super latera quadrati, maior medietate portionis in qua existit, eo quod omnis triangulus isosceles est medietas parallelogrāmi suæ basis per 41 primi, quodquidem parallelogrammū maius erit superficie ipso arcu chordaque contenta. Sint itaque portiones existentes super latera octogonij inscripti pariter acceptæ, minus superficie f. Si enim nondū hoc esset, nō cessarem diuidere arcus (quorū latera ultimæ descriptæ figuræ sunt chordæ) per æqualia, & inscribere figurā æquilaterā duplo plurium laterū primæ, semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus, maius dimidio, quousque per 1 decimi, portiones super latera alicuius talis figuræ circulo inscriptæ existentes pariter acceptæ, erunt minus superficie f. Sint ergo nunc quæ dictæ sunt, eritque ex cōceptione octogonū c d, maius supficie e. In circulo igitur a b, eadē uia inscribatur simile octogonū quod dicatur a b, sitque ex præmissa porportio octogoni a b ad octogonū c d, sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, ideoque per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaque pmutatim polygonij a b ad circulū a b, sicut polygonij c d ad superficiē e. Cumque sit polygonū c d maius supficie e, erit polygonū a b maius circulo a b. hoc autem impossibile. Non est ergo superficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit. Cum igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, sicut circuli a b ad superficiē e, erit econuerso quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b, sicut superficiei e ad circulū a b. Et constat ex cōmuni scientia in principio huius demōstrationis posita, quod eadem est circuli c d ad aliquā superficiē quæ sit f, eritque ex 14 quinti superficies f, minor circulo a b. Itaque proportio quadrati diametri c d ad qua-

dratũ diametri a b. erit ſicut circuli c d ad ſuperficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demonſtrauimus pauloante ſequi impoſſibile, uidelicet, polygoniũ inſcriptũ circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e non poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo neceſſario æqualis. Quare per ſecũdam partem 7 quinti, liquet quod propoſitum eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Circuli ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.







THEON ex Zamb. Sint circuli α β γ δ, ε ζ η θ, dimetientes autem eorum ſint δ β, ζ θ. Dico quod eſt ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic eſt α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ. Si enim nõ eſt ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulũ, erit ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic α β γ δ circulus uel ad minorem ipſo ε ζ η θ circulo aream, uel ad maiorẽ. Sit prius ad minorẽ σ. Deſcribaturq́; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratũ ε ζ η θ iam deſcriptũ quadratũ, maius eſt quàm dimidium ipſius ε ζ η θ circuli, quoniam ſi per ſigna ε, ζ, η, θ, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circũ circulum deſcripti quadrati dimidium eſt ε ζ η θ quadratum, ipſo autem circũſcripto quadrato minor eſt circulus, quare ε ζ η θ inſcriptũ quadratũ, maius eſt quàm dimidiũ ipſius ε ζ η θ circuli. Secentur bifariam ipſæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circũferentiæ in ſignis κ, λ, μ, ν, cõnectanturq́; ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unumquodq; igitur ipſorũ ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorũ, maius eſt quàm dimidiũ eius quod circum ipſum eſt circuli ſegmenti: quoniam ſi per κ, λ, μ, ν, ſigna circulum tangentes ducamus, & cõpleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis parallelogrãma, unumquodq; ipſorũ ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorũ, dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrãmi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrãmo, quare unumquodq; ipſorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorũ, maius eſt dimidio eius quod circum ſeipſum ſegmẽti circuli. Diſpeſcentes iam (per 30 tertij) reliquas circũferentias bifariam, cõnectentesq́; rectas lineas, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quædam circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ, aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiori auferatur maius q; dimidium, & reliquæ maius q̃ dimidium, hocq; ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erit. Relinquantur igitur, ſintq́; quæ in ipſis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε, ſegmenta ipſius ε ζ η θ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ ipſam σ aream. Reliquũ igitur ε κ ζ λ η μ θ ν multangulũ, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum α β γ δ, ipſi ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo ſimile multangulũ α ξ β ο γ π δ ρ. Eſt igitur (per præcedentem) ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic eſt multangulũ α ξ β ο γ π δ ρ ad ε κ ζ λ η μ θ ν multangulũ. Sed ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic circulus α β γ δ ad aream σ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ circulus ad σ aream, ſic multangulum α ξ β ο γ π δ ρ ad ipſum ε κ ζ λ η μ θ ν multangulũ. Vicißim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus α β γ δ ad id quod in ipſo multangulũ, ſic σ area ad multangulũ ε κ ζ λ η μ θ ν. Maior autem eſt α β γ δ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo: maior igitur eſt & area σ, ipſo ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoßibile. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic circulus α β γ δ ad aliquã aream ipſo ε ζ η θ circulo minorem. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq; ſicut quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic circulus ε ζ η θ ad aliquã aream minorem ipſo α β γ δ circulo. Dico nempe quod neq; ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad aliquam aream maiorem ipſo ε ζ η θ circulo. Si enim poßibile, ſit ad maiorem σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζ θ quadratũ ad id quod ex β δ, ſic eſt σ area ad α β γ δ circulum. Sed ſicut σ area ad α β γ δ circulũ, ſic eſt circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipſo α β γ δ circulo, & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquã aream minorem ipſo α β γ δ circulo, quod impoßibile eſſe demonſtratũ eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad maiorem aliquam aream ipſo ε ζ η θ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq; ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratũ ad id quod ex ζ θ quadratũ, ſic circulus α β γ δ ad circulũ ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iam quod σ area maiore ſubſiſtente ipſo ε ζ η circulo, eſt ſicut area σ ad α β γ δ circulũ, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquam aream minorẽ ipſo α β γ δ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad α β γ δ circulũ, ſic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico quod area τ, minor eſt ipſo α β γ δ circulo. Quoniam enim eſt ſicut σ area ad α β γ δ circulũ, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad aream τ, uicißim (per 16 quinti) eſt ſicut





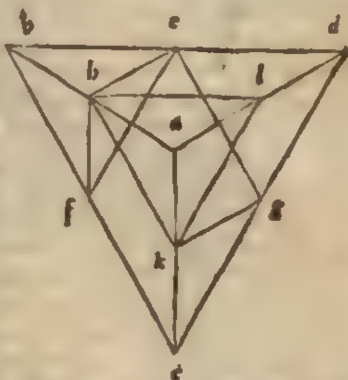




est sicut ο area ad ε ζ η θ circulum, sic est α β γ δ circulus ad τ aream. Maior autem est ο area ipso ε ζ η θ circulo, maior igitur est & α β γ δ circulus, ipsa area τ, quare est sicut ο area ad α β γ δ circulum, sic est ε ζ η θ circulus ad minorem aliquam aream ipso α β γ δ circulo, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. *Propositio* 3

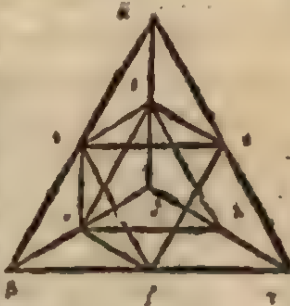
3 Omnis pyramis cuius basis triangula, scindi potest in duas æquas pyramides sibi inuicem totiq; pyramidi similes, unaq; in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora.



CAMPANVS. Sit pyramis a b c d super basin triangulam b c d, eiusq; uertex solidus angulus a, à quo demittātur tres hypothenusæ a b, a c, a d, ad tres angulos basis, & diuidātur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e, f, g, tres quoq; hypothenusæ per æqualia in tribus punctis h, k, l, & protrahātur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq; basis eius diuisa in tres superficies, quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secunda parte 2 sexti, & diffinitiōe similium superficierū constat esse similes sibi inuicem & toti basi, & æquales adinuicē ex 8 primi, tertia est tetragona parallelogramma & ipsa est e f g c, quam constat esse duplam ad triāgulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittātur ergo rursus à puncto h duæ hypothenusæ h e, h f, & à puncto k l hypothenusa k g, & protrahātur lineæ h k, k l & l h. Diuisa est itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h k l, & duo seratilia quorū unum est e h f g k c & est super basin quadrangulā e f g c, & aliud est e g d h k l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipsæ sunt æquales adinuicem, sibiq; & toti pyramidi a b c d similes, constat ex diffinitione corporum æqualium & similium & ex 10 undecimi & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autem seratilibus quod ipsa sint æqualia, constat ex ultima undecimi. Quod uero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifestum est q̄ utrunq; illorū diuisibile est in duas pyramides quarū altera triangula æqualis uni duarum, in quas & seratilia totalis pyramis diuiditur: altera uero quadrangula, quæ dupla est ad reliquā, quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisæ. Ac proportionē si scire desideras, sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantū ad propositū) illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 3 *Propositio* 3

3 Omnis pyramis triangularē basin habēs, diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem, triāgulares bases habētes, & similes toti, & in bina prismata æqualia, & ipsa bina prismata maiora sunt quàm dimidium totius pyramidis.

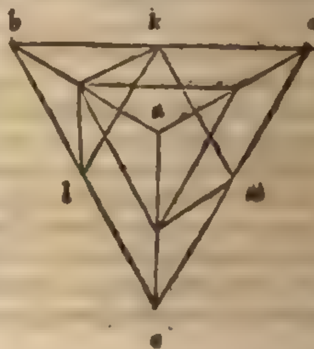


THEON ex Zamb. *Sit pyramis cuius basis quidem sit triangulū α β γ, fastigium uero sit signum δ. Dico quod pyramis α β γ δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares bases habētes & toti similes, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidiū. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α δ, δ β, δ γ, bifariam in signis ε, ζ, η, θ, κ, λ, cōnectanturq; ε θ, ε η, η θ, θ κ, κ λ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ η. Et quoniā α ε est æqualis ipsi ε β, & α θ ipsi θ δ, parallelus igitur est ε θ ipsi δ β. Idq; propterea etiam θ κ, ipsi α β parallelus est, parallelogrammū igitur est θ ε κ β, æqualis igitur est ipsa θ κ ipsi ε β. Sed ε β ipsi α ε est æqualis, & α ε igitur ipsi θ κ est æqualis. Est autē & α θ ipsi θ δ æqualis. Duæ iam α ε, α θ, duabus κ θ, θ δ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε α θ (per 28 primi) ei qui sub κ θ δ est æqualis: basis igitur ε θ (per 4 primi) basi κ δ est æqualis. Igitur triangulū α ε θ, æquum & simile est ipsi θ κ δ triangulo. Et idpropterea etiam triangulū α θ η, ipsi θ λ δ triangulo æquū & simile est. Et quoniā binæ rectæ tangentes se adinuicem ε θ, θ η, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ δ, δ λ, sunt, non tamen in eodem plano existentes, æquos angulos cōprehendunt: æqualis igitur est (per 10 undecimi) angulus qui sub ε θ η, ei qui sub κ δ λ, angulo. Et quoniā binæ* ἐφαπ Νο paralelli

rectæ lineæ ε θ, θ η, duabus κ δ, δ λ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε θ η (per 10 undecimi) angulo qui sub κ δ λ, est æqualis, basis igitur ε η (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Triangulū igitur ε θ η, æquum est ei triangulo quod sub κ δ λ & simile, & id propterea triangulū α ε η, ipsi θ κ λ triangulo æquum & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ε η triangulū, fastigium autem θ signum, æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulū & uertex δ signum. Et quoniam triāguli α δ β (per 2 sexti) *ad unum latus α β, excitata est θ κ, æquiangulū est α δ β triangulū ipsi δ κ θ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulū α δ β, simile est ipsi triangulo δ θ κ. Idq; propterea & triangulū quidē δ β γ simile est ipsi triāgulo δ κ λ. α & δ γ triangulū ipsi δ θ λ triangulo. Et quoniā (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ sese inuicē tangētes β α, α γ, *ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ θ, θ λ, sunt, non tamen in eodem plano, æquos cōprehendunt angulos. Angulus igitur q sub β α γ, æquus est ipsi angulo q sub κ θ λ. Estq; sicut β α ad α γ, sic κ θ ad θ λ. Triangulū igitur α β γ, ipsi β α λ triāgulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū α β γ, uertex autem δ signū, similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulū, uertex autē δ signū. Sed pyramis cuius basis est triangulū θ κ λ, uertex autem δ signum, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidem est α ε η triangulum uertex uero θ signum. Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulū α β γ, uertex uero δ signum, similis est pyramidi cuius basis quidem est α ε η triangulū, & uertex θ signum: utraq; igitur ipsarū α ε η θ, θ κ λ δ, pyramidū, similis est toti α β γ δ pyramidi. Et quoniam β ζ æqualis est ipsi ζ γ, parallelogrammū ε β ζ η, ipsius η ζ γ trianguli duplum est (per 41 primi.) Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta, & alterū quidem habuerit basin parallelogrammū, alterū autem triangulū, duplum autem fuerit parallelogrammū ipsius trianguli, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur comprehensum sub binis triangulis β κ ζ, ε θ η, tribusq; parallelogrāmis ε β ζ η, ε β κ θ, κ θ ζ η, prismati comprehenso sub binis triangulis η ζ γ, θ κ λ, tribusq; parallelogrāmis κ ζ γ λ, λ γ η θ, θ κ ζ η, est æquale. Manifestum autē quod utrunq; ipsorū prismatū cuius basis ε β ζ η parallelogrammū, ex opposito autem θ κ recta linea, & cuius basis η ζ γ triangulū, ex opposito autem κ λ θ triangulū, maius est utraq; ipsarū pyramidum quarū bases quidem sunt triangula α ε η & θ κ λ, uertices autem θ, δ, signa. Quoniam si cōnectamus ε ζ, ε κ, rectas lineas, prisma cuius basis ε β ζ η parallelogrammū, ex opposito autem κ θ recta linea, maius est pyramide cuius basis ε β ζ triangulū, & uertex κ signū. Sed pyramis cuius basis ε β ζ triangulū, uertex autem est κ signū, æqua est pyramidi cuius basis est α ε η triangulū, & uertex est θ signū: sub æquis enim & similibus planis cōprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidem ε β ζ η parallelogrammū, ex opposito autem θ κ recta linea, maius est pyramide cuius basis α ε η triangulū, uertex autem θ signum. Prisma uero cuius basis ε β ζ η parallelogrammū, ex opposito autem θ κ recta linea, æquū est prismati cuius basis η ζ γ triangulū, ex opposito autem triangulū θ κ λ. Pyramis autē cuius basis quidem α ε η triangulū, uertex autem signū θ, æqua est pyramidi cuius basis θ κ λ triangulū, uertex autem est δ signū. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarū bases sunt ipsa α ε η, θ κ λ, triangula, uertices autem sunt θ, δ, signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triangulū α β γ, uertex autē signū δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicē æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulæ singulæ in binas pyramides æquales sibi inuicem ac toti similes, binaq; seratilia æqualia diuidantur, erit proportio basis unius ad basin alterius tanq; proportio duorū seratiliū suorū ad duo seratilia alterius. Eritq; palàm, omnia seratilia quæ fuerint in utralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta seratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandem habere proportionē quam basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.



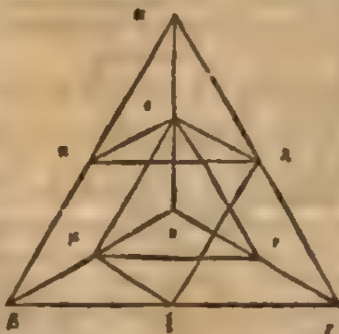
CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarū bases triangulæ, æque altæ: hæc quidē a b c d, cuius conus punctus a, basis triāgulus b c d, hypothenusæ a b, a c, a d, illa uero e f g h, cuius conus punctus e, basis triāgulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autē duæ pyramides diuidantur, sicut in præmissa. Sintq; bases earū diuisæ. Hæc quidē, protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m: illa uero protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo q proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorū seratiliū pyramidis a pariter acceptorū ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestū est autē ex 11 sexti parte secūda, q proportio

portio trianguli b c d ad triangulũ k m d, est sicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandem quoq; est proportio trianguli f g h ad triangulũ n q h, sicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq; sit linea b d ad lineam k d, sicut linea f h ad lineam n h (utrobiq; enim est dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulũ k m d, sicut triãgulus f g h ad triangulũ n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulũ f g h, sicut triangulus k m d ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h, est sicut seratile existens super ipsum ad seratile existens super illum per 11 undecimi. Huius quoq; seratilis ad illud, est sicut amborũ seratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 11 quinti: necesse est enim ut sit duplum ad duplum, quemadmodũ simplum ad simplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propositũ est. Dormitas autẽ si dubitas seratilia unius harum pyramidũ, æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cũ enim sint pyramides æque altæ, sit quoq; utraq; earũ diuisa in duas pyramides æquales sibi totiq; similes & in duo seratilia æqualia, & sint duæ partiales pyramides æque altæ, eo q; similes & æquales (q̃d facile patebit demissis a uerticibus partialiũ pyramidũ perpẽdicularibus ad bases ipsarũ, de quibus perpẽdicularibus ex 97 undecimi constat esse æquales) cumq; altitudines harũ partialiũ pyramidũ pariter acceptæ cõponunt altitudinẽ totalis pyramidis diuisæ, sintq; ambo seratilia æque alta uni partialiũ pyramidũ ei, uidelicet, quæ super partialẽ triangulũ basis totalis pyramidis cõponitur, non est fas ambigere seratilia unius earũ pyramidũ esse æque alta seratilibus alterius earũ. Correlariũ uero ex eo manifestũ est, q; similiter bases partialiũ pyramidũ sic se habeant adinuicẽ, sicut bina seratilia unius ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialiũ sic se habent adinuicẽ, sicut bases totaliũ ex secũda parte 11 sexti, & permutata proportione, constat ex 11 quinti uerum esse quod correlariũ proponit.

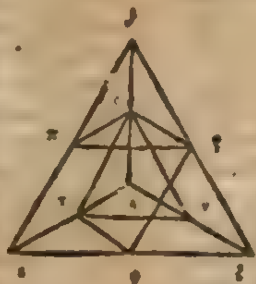
Eucli. ex Zamb. *Theorema 4* *Propositio 4*

4 Si fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine, triangulares bases habentes, diuisa uero fuerit utraq; ipsarũ in binas pyramides adinuicẽ æquales & similes toti & in bina prismata æqualia, & in utraq; factarum pyramidum is modus semper seruetur, erit sicut unius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin, sic quæ in una pyramide prismata omnia ad ea quæ in altera pyramide prismata * æque multiplicia.

ἰσοπληθῆ. id est pari multitudine sumpta



Sint binæ pyramides sub eadem altitudine, triãgulares bases habentes, hoc est Α Β Γ. Δ Ε Ζ. & fastigia Η, Θ, signa. Diuidaturq; ipsarũ utraq; in binas pyramides inuicẽ æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia. ipsarumq; factarum pyramidum utraq; itidem intelligatur diuisa, & hoc semper fiat. Dico quod est sicut Α Β Γ basis ad Δ Ε Ζ basin, sic sunt omnia prismata quæ in ipsa Α Β Γ Η pyramide, ad ea quæ in Δ Ε Ζ Θ pyramide prismata æque multiplicia. Quoniam enim Β Ξ ipsi Ξ Γ, & Α Λ ipsi Λ Γ est æqualis, parallelus igitur est Ξ Λ ipsi Α Β, & Α Β Γ triangulum ipsi Λ Ξ Γ triangulo simile est, & id propterea iam triãgulum Δ Ε Ζ, simile est ipsi Ρ Φ Ζ triangulo. Et quoniam Β Γ ipsius Γ Ξ dupla est, & Ε Ζ ipsius Ζ Φ, est igitur sicut Β Γ ad Γ Ξ, sic est Ε Ζ ad Ζ Φ. Descriptæq; sunt ab ipsis quidem Β Γ, Γ Ξ, similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ Α Β Γ, Λ Ξ Γ, ab ipsis autem Ε Ζ, Ζ Φ, similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ Δ Ε Ζ, Ρ Φ Ζ. Si autem quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq; positæ, proportionales erunt. Est igitur sicut Α Β Γ triangulũ ad Λ Ξ Γ triangulũ, sic est Δ Ε Ζ triangulum ad Ρ Φ Ζ triangulũ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut Α Β Γ triangulum ad Δ Ε Ζ triangulum, sic est Λ Ξ Γ triangulum ad Ρ Φ Ζ triangulum. Sed sicut Λ Ξ Γ triangulum ad Ρ Φ Ζ triangulum, sic prisma cuius basis quidem est Λ Ξ Γ triangulũ, ex opposito autem Ο Μ Ν, ad prisma cuius basis est quidem Ρ Φ Ζ triangulum, ex opposito autem Σ Τ Υ. & sicut igitur (per 11 quinti) Α Β Γ triangulum ad Δ Ε Ζ triangulum, sic est prisma cuius basis quidem est Λ Ξ Γ triangulũ, ex opposito uero Ο Μ Ν, ad prisma cuius basis est Ρ Φ Ζ triangulum, ex opposito autem Σ Τ Υ. Et quoniam bina



prismata

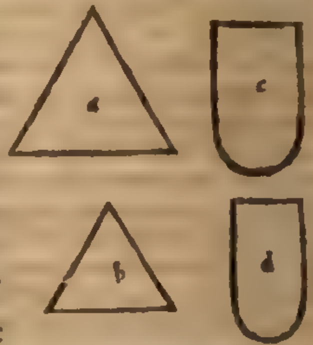
prismata existentia in ipsa α β γ η pyramide inuicem sunt æqualia, & quia bina prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide inuicem sunt æqualia, est igitur sicut prisma cuius basis est β κ λ ξ parallelogrammū, ex opposito uero μ ο recta linea, ad prisma cuius basis est λ ξ γ triangulum ex opposito autem ο μ ν sic prisma cuius basis π ε ρ φ, ex opposito uero σ τ, ad prisma cuius basis ρ φ ζ, ex opposito autem σ τ υ. Componendo igitur (per 18 quinti) est sicut κ β ξ λ μ ο λ ξ γ μ ν ο prismata, ad λ ξ γ μ ν ο prisma, sic π ε φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ, prismata ad ρ φ ζ σ τ υ prisma: uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν, ad ipsa π ε φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ prismata, sic prisma λ ξ γ μ ν ο ad ρ φ ζ σ τ υ prisma. Sicut autē λ ξ γ μ ν ο prisma ad ρ φ ζ σ τ υ prisma, sic ostensum est esse basin λ ξ γ ad ipsam ρ φ ζ, & basin α β γ ad basin δ ε ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulū α β γ ad triangulū δ ε ζ, sic bina prismata quæ sunt in α β γ η pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in δ ε ζ θ pyramide. Similiter uero si & reliquas pyramides eodem modo * trahemus, uidelicet ο μ ν η, σ τ υ θ, erit sicut basis ο μ ν ad σ τ υ basin, sic bina prismata existentia in ipsa ο μ ν η pyramide ad bina prismata existentia in σ τ υ θ pyramide. Sed sicut ο μ ν basis ad σ τ υ basin, sic α β γ basis ad δ ε ζ basin, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic & bina prismata existentia in ipsa α β γ η pyramide ad bina prismata existētia in δ ε ζ θ pyramide, & bina prismata existētia in ο μ ν η pyramide ad bina prismata existentia in ipsa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoque ostendentur in prismatibus factis ex ipsarū α κ λ ο & δ π ρ σ pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æque multiplicium. Quod autem sit sicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis λ ξ γ triangulum, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis quidem est ρ φ ζ triangulum, ex opposito σ τ υ, sic ostendendum est. in eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis η, θ, perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æque sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ η γ & quæ ex η perpendicularis, à parallelis planis, hoc est α β γ, ο μ ν, secantur in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & η γ bifariam secatur à plano ο μ ν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex η, in triangulum α β γ planum bifariam secatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δ ε ζ planum, bifariam secabitur ab ipso σ τ υ plano. Et ipsæ quæ ex η, θ, perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana, sunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λ ξ γ & ρ φ ζ triangula, ex opposito autem ο μ ν, σ τ υ, æque sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describuntur æque alta, adinuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λ ξ γ basis ad ρ φ ζ basin, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequūtur reliqua. Quod erat ostendendum.

διάμετρον diuiserimus

Eucli. ex Camp. Propositio 5

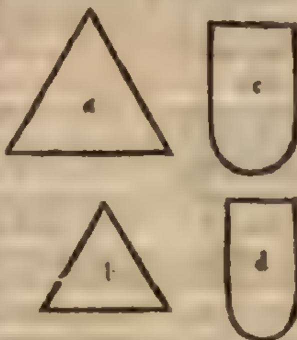
5 

Omnes duæ pyramides æque altæ quarū bases triangulæ, suis basibus sunt proportionales.



CAMPANVS. Quod 33 undecimi proposuit de solidis parallelogrāmis & in fine 36 undecimi uerum esse demōstrauimus de seratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarū bases sunt duo trigoni a & b, dico quod proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodem demonstrationis uel argumētationis genere demōstrandum est, quo secundam huius demōstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quod ipsum nō erit minus neque maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaque pyramide b ut proponit 3 huius, detrahantur ab ea duo seratilia quæ ex præmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemque ex utraque duarū partialium residuarū pyramidum, duo earum prædicto modo diuisarū seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousque ex pyramide b cogatur aduersarius per 1 decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntque ex cōmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, similis seratilium detractio, & intelligamus

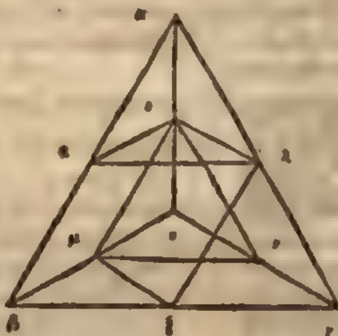
telligamus tot seratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq́ ex correlario præmissæ sicut basis a ad basin b, ita seratilia detracta à pyramide a ad seratilia detracta a pyramide b, sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaq́ seratilia pyramidis a ad seratilia pyramidis b, sicut pyramis a ad corpus c, & permutatim seratilia pyramidis a ad pyramidē a, sicut seratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq́ sint seratilia pyramidis b, maius corpore c, erūt seratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim posito, cum sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c, erit econuerso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidē a, eritq́ eadem ex cōmuni scientia, pyramidis b ad aliq̄d corpus quod sit d, sequeturq́ ex 14 quinti, quod corpus d sit minus pyramide a, eo q̄d pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a, sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile, uidelicet seratilia detracta ab aliqua pyramide, maius esse ea pyramide à qua detrahuntur. Ideoq́ relinquitur corpus c esse æquale pyramidi b, cum nec minus ea possit esse nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b esse sicut basis a ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.



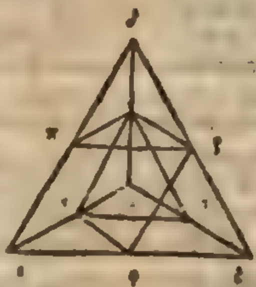
Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

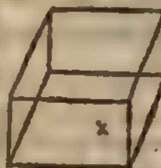
5 Sub eodem fastigio pyramides subsistentes, triāgularesq́ bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.

*THEON ex Zamb. Sint sub eadem altitudine pyramides, quarū bases quidem sint α β γ, δ ε ζ, triāgula, fastigia uero η, θ, signa. Dico quod est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic est α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida. Si autem non est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, erit sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ η pyramis uel ad solidum aliquod minus ipsa δ ε ζ θ pyramide, uel ad maius. Sitq́ prius ad minus aliquod, sitq́ χ. Diuidaturq́ (per 3 duodecimi) ipsa δ ε ζ θ pyramis, in binas pyramides æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia: iam bina prismata, maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium, & rursus (per eandem) quæ fiunt ex diuisione pyramides, similiter diuidantur, & hoc semper fiat, quo ad amplius non supersint aliquæ pyramides ex ipsa δ ε ζ θ pyramide, quin sint minores excessu quo excedit δ ε ζ θ pyramis ipsum χ solidum. Accipiantur, sintq́ * rationis causa, ipsæ δ π ρ σ & σ τ υ θ, reliqua igitur prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide, maiora sunt ipso χ solido. Diuidaturq́ (per præcedentem) ipsa α β γ η pyramis, similiter & æque multipliciter ipsi δ ε ζ θ pyramidi. Est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic (per præcedentē) quæ in α β γ η pyramide prismata ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata. Sed & sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ η pyramis ad χ solidū. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ η pyramis ad χ solidum, sic prismata quæ in α β γ η pyramide ad ea prismata quæ in δ ε ζ θ pyramide: uicißim igitur (per 16 quinti) sicut α β γ η pyramis ad ea quæ in ipsa prismata, sic est χ solidum ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata. Maior autem est pyramis α β γ η, eis quæ in seipsa prismatibus. Igitur & solidū χ, maius est eis quæ in pyramide δ ε ζ θ sunt prismatibus, sed & minus. Quod est impoßibile. Igitur non est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ η pyramis ad aliquod ipsa δ ε ζ θ pyramide solidum minus. Similiter iam ostendetur, quod neq́ sicut basis δ ε ζ ad basin α β γ, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod solidū ipsa α β γ η pyramide. Dico iam, quod neq́ est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ η pyramis ad maius aliquod solidum ipsa δ ε ζ θ pyramide. Si enim poßibile, esto ad maius χ solidum. Conuersim igitur est sicut δ ε ζ basis ad α β γ basin, sic χ solidum ad α β γ η pyramidē. Sed sicut χ solidū ad α β γ η pyramidem, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipsa α β γ η pyramide, sicut ante ostensum est. Et sicut igitur (per 11 quinti) basis δ ε ζ ad basin α β γ, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipsa α β γ η pyramide, quod absurdum esse patuit. Non est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ η pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide δ ε ζ θ. Patuit autem quod neq́ ad minus. Est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidē. Sub eodem igitur fastigio, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.*



Aliter † (?) uerbi causa

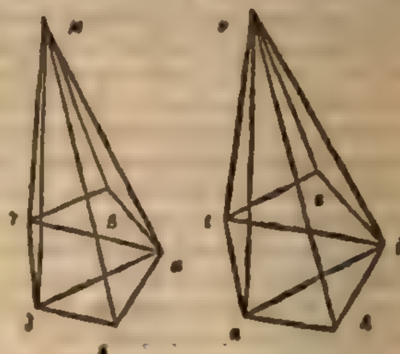




Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Sub eadem altitudine pyramides existentes, multangulasq́ bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.



THEON ex Zamb. Sint sub eadem altitudine pyramides, multangulas bases habentes, hoc est α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, fastigia uero μ, ν, signa. Dico quod est sicut α β γ δ ε basis ad ζ η θ κ λ basin, sic est α β γ δ ε μ pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida. Diuidatur enim ipsa α β γ δ ε basis in triangula α β γ, α γ δ, α δ ε, & ζ η θ κ λ in ζ η θ, ζ θ κ, ζ κ λ triangula. intelliganturq́ ab unoquoq́ triangulo pyramides æquæ altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniã est sicut α β γ triangulum ad α γ δ triangulũ, sic est α β γ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida. & componendo (per 18 quinti) sicut α β γ δ trapezium ad α γ δ triangulum, sic α β γ δ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida. sed & sicut α γ δ triangulum ad α δ ε triangulum sic α γ δ μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α β γ δ basis ad α δ ε basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ipsam α δ ε μ pyramida: & cõponendo rursus (per 18 quinti) sicut α β γ δ ε basis ad ipsam α δ ε, sic α β γ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida. Idq́ propterea etiam sicut ζ η θ κ λ basis ad ζ κ λ basin, sic & ζ η θ κ λ ν pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Et quoniã binæ pyramides sunt α δ ε μ, ζ κ λ ν, triangulas habẽtes bases ac sub eadem altitudine, est igitur (per 5 duodecimi) sicut α δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ε μ pyramis ad ipsam ζ κ λ ν pyramida. Quoniam igitur sicut α β γ δ ε basis ad α δ ε basin, sic α β γ δ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, sicut autẽ α δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & sicut α β γ δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α β γ δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Sed & sicut ζ κ λ basis ad ζ η θ κ λ basin, sic erat & ζ κ λ ν pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida: & ex æquali rursus (per 22 quinti) est sicut α β γ δ ε basis ad ζ η θ κ λ basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ζ η θ κ λ pyramida. Sub eadem altitudine igitur, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 

Omne corpus seratile, in tres pyramides æquales basesq́ triangulas habentes est diuisibile.



CAMPANVS. Sit seratile a b c d e f, ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas æquales, protrahatur enim in unaquaq́ suarũ trium superficierũ parallelogrammarũ linea diagonalis, ita quod una earum diagonalium sit cõterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confusionem protrahere contempsi, eritq́ totum seratile in tres triangulas pyramides diuisum, quas ex præmissa bis assumpta facile constat esse æquales.

CAMPANI additiones. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de pyramidibus lateratis, exceptis solis quarũ sunt bases triangulæ, ut omnium cognitionem ex elementis quæ ponit sufficienter elicere possimus, quædam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides, multa prætermisit, quæ quamuis ex eis consequantur, non tamen sine difficultate patent studentibus. Horum primum est hoc.

1 Si duo solida (quorum alterum seratile, alterũ uero pyramis cuius basis triãgula) super eandem basin aut super æquales trigonas, aut seratile super quadrangulam, pyramis uero super trigonam quæ quadrangulæ basis seratilis sit dimidium, constituta fuerint æque alta, seratile pyramidi triplum esse conueniet.

Si seratile propositũ fuerit super basin trigonam, tunc ex pyramide proposita super propriã basin perficiatur seratile pyramidi propositæ æque altum. Si uero seratile fuerit super basin quadrangulã, tunc basi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies æquidistantiũ laterum, super quam ex ipsa pyramide cõpleatur seratile pyramidi æque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est æque altum, & utrorumq́ bases sunt æquales ex hypothesi, sequitur ipsa esse æqualia, hoc enim demonstratum est in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius seratile secundum

triplum

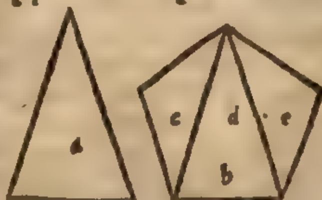
triplum est ad pyramidem propositã, nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur, erit quoq; per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam pyramidem.

2 Si quotlibet pyramides quarũ bases triangulæ, super unam eandemq; basin siue super æquales constitutæ fuerint æque altæ, eas esse adinuicem æquales necesse est.

Fabricato enim uero seratili, æque alto pyramidibus propositis, super basin triangulam æqualem basibus propositarum pyramidum, aut super basin quadrangulam duplam basibus earũdem, erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas: hoc enim constat ex præmissa addita siue interposita. Igitur ex communi scientia cunctæ propositæ pyramides, sunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ, suis basibus sunt proportionales. Fiant super bases propositarum pyramidum, aut super alias trigonas æquales, aut super parallelogrammas duplas, seratilia ipsis pyramidibus æque alta, erunt ob hoc seratilia sibi adinuicem æque alta. Et quia ipsa seratilia suis basibus sunt proportionalia ut probatũ est in 36 undecimi 15 ipsius mediante, cumq; ex prima harum additarũ manifestũ sit hæc seratilia tripla esse ad propositas pyramides, unumquodq; uidelicet, ad suam relatiuam, basesq; ipsorum æquales, aut duplas esse basibus ipsarũ, sicut autẽ ex 15 quinti, triplum ad triplum ita simplum ad simplum, erunt quoq; propositæ pyramides suis basibus proportionales.

4 Si fuerint duæ qualibet pyramides æque altæ, fueritq; alterius basis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.



Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ, super duas bases a & b, sitq; basis a triãgula, b uero pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaq; dico proportionẽ pyramidum a & b, esse sicut basium a & b. Distinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c, d, e, eritq; tota pyramis b, distincta in tres pyramides æque altas, quarum bases sunt trianguli c, d, e, quæ etiam dicantur nominibus suarum basium. Quia igitur ex præmissa interposita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, sicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, sicut trigoni e ad trigonum a. ex 24 quinti bis assumpta, sequitur quod sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c, d, e, (& ipsum est pyramis b) ad pyramidem a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e, (& ipsum est pentagonns b) ad trigonum a. Constat igitur quod uolumus.

5 Omnes lateratæ pyramides æque altæ, suis basibus proportionales esse probantur. Zamb. 5

Si altera earum fuerit super basin trigonam, ex præmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis utriusque fuerit polygonia, utralibet ipsarum basium resoluta in triangulos, & ipsa pyramide in pyramides triãgulas, erit ex præmissa interposita proportio uniuscuiusq; harum triangularũ pyramidũ, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquã, sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiens oportet assumptam, constat uerum esse quod diximus.

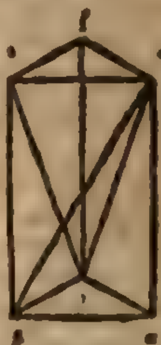
Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Omne prisma triangularẽ basin habens, diuiditur in tres pyramides sibijnuicem æquas, triãgulares bases habentes.



THEON ex Zamb. *Sit prisma α β γ δ ε ζ, cuius quidem basis sit α β γ triangulum, ex opposito autem δ ε ζ. Dico quod ipsum α β γ δ ε ζ prisma, diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas, triãgulares bases habentes. Connectantur enim β δ, ε γ, γ δ. Et quoniam α β ε δ parallelogrammũ est, eius autem dimetiens est β δ, triangulũ igitur α β δ ipsi ε δ β triangulo æquũ est, & pyramis igitur cuius basis quidem est α β δ triangulũ, fastigium autem γ signũ, æqualis est pyramidi cuius basis est triangulũ ε δ β, & uertex est signũ γ. Sed pyramis cuius basis quidem est ε δ β triangulũ, uertex autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis*

quidem est triangulũ ε β γ, & uertex δ signum, ab eisdem enim planis cõprehenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α ϐ δ, fastigiũ autem signum γ, æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est α ϐ γ triangulũ, fastigium autem δ signũ. Rursus quoniam ζ γ ϐ ε parallelogrammũ est, dimetiens uero ipsius est ε γ, triangulũ ε γ ζ æquum est ipsi γ ϐ ε triangulo, & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ β ε γ, fastigium autem δ signum, est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulũ ε γ ζ, uertex uero δ signum. Pyramis autẽ cuius basis quidem est β ε γ triangulũ, uertex autem δ signum, ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulũ, uertex autem signum γ, & pyramis igitur cuius quidem basis est γ ε ζ triangulũ, uertex autẽ δ signũ æqua est pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulũ, uertex autem γ signum. Igitur α β γ δ ε ζ prisma, in tres pyramides æquas sibi inuicem diuisum est, triãgulares bases habentes. Et quoniã pyramis cuius basis quidem est triangulũ α β δ, fastigium autẽ γ signũ, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulũ γ α β, uertex autẽ signum δ (sub eisdem nanq; planis cõprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulũ α β δ, uertex autẽ signum γ, tertiũ esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulũ α ϐ γ, ex opposito autẽ δ ε ζ. & pyramis igitur cuius basis est α ϐ γ triangulũ, uertex autẽ δ signũ, tertium est prismatis cuius basis est triangulũ α ϐ γ, ex opposito autẽ δ ε ζ. Omne igitur prisma, & quæ sequũtur reliqua. Quod oportebat demõstrare.



CORRELARIVM. *Ex hoc iam est manifestũ, quod omnis pyramis, tertia pars est prismatis eandem ei dem basin habentis & altitudinem æquam. Quoniam & si aliam quampiam figuram rectilineam habuerit basis prismatis & eandem ex opposito diuiditur in prismata triangulares bases habentia, & ea quæ ex opposito.*

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI duæ pyramides triangularũ basium fuerint æquales, earũ bases earundẽ altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases & altitudines fuerint mutuæ, easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.

CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi proposuerũt de solidis parallelogrammis, & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus bases triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales super duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaq; q proportio basis a ad basin b, est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. Et si hoc fuerit, dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigonis a & b, duo alij qui sunt c & d ut fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantiũ laterũ, & ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, cõpleantur solida parallelogrãma pyramidibus propositis æque alta quæ similiter dicãtur a c & b d. Manifestũ igitur est ex sexta huius 11, q pyramis a est sexta pars solidi a c, & pyramis b sexta solidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue propositũ, primam quidem partem ex prima, secũdam autem ex secunda.

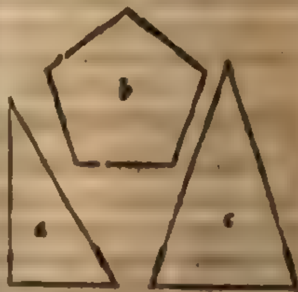




CAMPANI additio.

Quod si duæ qualibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales esse oportet.

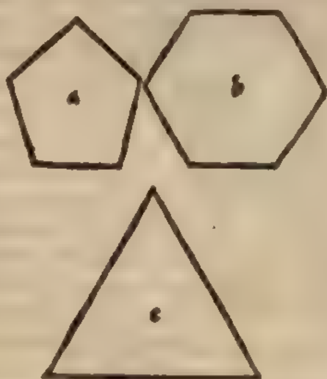
Si bases utrarũq; fuerint triãgulæ, demostratũ est uerum esse q̃d diximus. Si altera tantum, sit igitur a, basisq; alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiatq; super c, pyramis æque alta pyramidi quæ est super b, & sint a, b, c, æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales, & ex ultima interpositarũ ad sextam huius duæ pyramides b & c sunt æquales, ideoq; ex cõmuni scientia duæ pyramides a & c æquales, igitur bases earũ sunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales, altitudines quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & secunda 7 quinti, bases a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.



Secunda pars conuerso modo probatur. Nam si fuerit basis a ad basin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a, erit ex secunda parte & prima 7 quinti, basis a ad basin

ad basin c,sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a,itaq; ex secunda parte huius 7 duæ pyramides a & c,sunt æquales, quare per cōmunem scientiam duæ quoq; pyramides a & b, sunt æquales.

Si uero neutra propositarū pyramidum fuerit trigona,sed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona,altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, sumatur similiter triāgulus c æqualis hexagono b,super quē fiat pyramis æque alta pyramidi b, erūtq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ sunt a & c etiā per conceptionē æquales,quare basis a ad basin c,sicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enī nuper demonstratū est. Est ergo ex 7 quinti basis a ad basin b, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. Conuersa conuerso modo patet. Si enim basis a ad basin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti basis a ad basin c, ut altitudo pyramidis c ad altitudinē pyramidis a,ideoq; (ut patet ex prioribus)erunt duæ pyramides a & c æquales,quare ex communi scientia & duæ quæ sunt a & b,erunt etiam æquales. Et hoc est propositū.



Eucli. ex Camp. *Propositio 8*

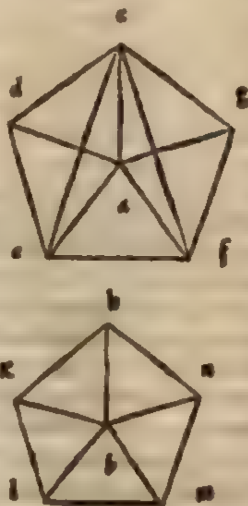
8 OMnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ,est proportio alterius ad alteram, tanquā lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habentibus,ex ipsis perfice duo solida parallelogrāma,quemadmodū dictum est in demōstratione præmissæ, eruntq; hæc duo solida parallelogramma similia, eo q; pyramides ponuntur similes adinuicē,nam duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus & solidis parallelogrāmis, superficialibus angulis numero & quantitate æqualibus cōtinentur, & latera quoq; illos angulos superficiales continētia,sunt proportionalia. Quare ex 14 primi tres superficies solidorū parallelogrāmorū cōmunes angulos solidos constituētes,sunt æquiangulæ & laterū proportionaliū,ideoq; similes ex diffinitione similium superficierū: quare ex 24 & 15 quinti cunctæ sex superficies horum duorū solidorū parallelogrāmorū,sunt similes adinuicē. Igitur à diffinitione corporū similium, erunt ipsa solida similia. Quare cū proportio solidorū & pyramidū sit una ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; sit proportio solidorū una sicut suorū relatiuorū laterum triplicata ex 36 undecimi libri,sunt autem latera solidorū eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarū pyramidū sicut suorum relatiuorū laterum proportio triplicata,quod est propositum.

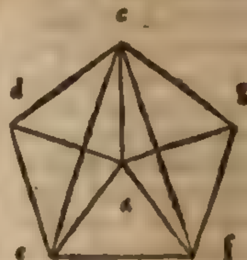
CAMPANI additiones.

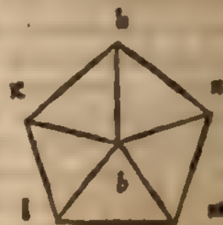
Quod si fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ similes,erit proportio alterius ad alterā sicut sui lateris ad sibi relatiuū latus alterius proportio triplicata.

Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b,similes, sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g,h k l m n. Dico quod proportio earum,est sicut suorū relatiuorū laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierū & corporū, quod pentagoni qui sunt bases propositarū pyramidum,sibi adinuicē,cunctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicē, sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarū in triāgulos similes & numero æquales prout 11 sexti proponit esse possibile,protractis in hac quidem lineis c e & c f,in illa uero h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triāgulas similes & numero æquales. Conferātur enim adinuicē duæ pyramides a c d e,b h k l, quarū coni sunt a & b. Constat autem ex hypothesi triangulū c a d esse similem trian



gulo b h k, & triangulũ d a e triãgulo k b l. Et quia etiam ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k, & latera c d & d e continẽtia angulũ d sunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 sexti duo triãguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k, sicut c e ad k l. Cumq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, sicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierũ, triangulus c a e erit similis triangulo h b l. Manifestũ est itaq; ex diffinitione similium corporũ, q pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; constat pyramidẽ a c e f esse similem pyramidi b h l m, & pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 5 proportio pyramidis a c d e ad pyramidẽ b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad ad pyramidẽ b h l m, sicut e f ad l m triplicata ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidẽ b h m n, sicut c g ad h n triplicata, cũ sit ex hypothesi proportio e f ad l m, & c g ad h n, sicut c d ad h k, sequitur ex 11 quinti ut proportio totaliũ pyramidum a & b sit sicut unius harum partialiũ ad aliam unam. Igitur ex hac 5 & 11 quinti constat uerum esse quod diximus.





Omnes columnæ lateratæ æque altæ, suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur, super qualescũq; bases polygonias sint colũnæ. Columnas autẽ lateratas, uocamus solida corpora laterata quorũ bases & supficies supremæ sunt similes & æquales, cunctæ uero reliquæ supficies ipsa solida circunstãtes sunt æquidistantiũ laterũ. Talium autem solidorũ prima species est seratile, quando super unam suarũ trilaterarũ superficierũ intelligitur esse statutũ, secunda uero species est columna, cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositã, & tertia est cuius basis est pentagona, & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui, in quot triãgulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, constitutæ super duas bases a & b, æque altæ, dico q pportio columnarũ a & b, est sicut basium a & b





Distinguãtur nanq; hæ bases in triãgulos, & hæ colũnæ in seratilia, basis quidem a quæ ponatur esse quadrãgula, in duos trigonos scilicet c & d, & columna a, in duo seratilia c & d, basis uero quæ sit pentagona, distinguatur in tres trigonos e, f, g, & colũna b in tria seratilia quæ similiter uocentur e, f, g. Manifestũ est igitur ex hs quæ in 16 undecimi dicta sunt, q proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e, & iterũ seratilis d ad seratile e, sicut basis d ad basin e, quare per 24 quinti erit colũnæ a ad seratile e, sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit columna a ad seratile f, sicut basis a ad basin f. At rursus columnæ a ad seratile g, sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti, quoties necesse fuerit assumpta facile cõcludes propositũ. Constat itaq; ex hoc, q omnes colũnæ lateratæ super eandem basin uel super æquales constitutæ si fuerint æque altæ, erunt æquales. Cum enim (ut proximo probatũ est) æque altæ columnæ lateratæ sint suis basibus proportionales, ponantur autem bases esse aut eædem aut æquales, necesse est ex 24 quinti ut etiam columnæ sint æquales. Constat quoq; quod si fuerint quælibet solida parallelogrãma seratilia & lateratæ columnæ æque alta, ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario cõprobantur. Omnia enim hæc, species sunt lateratarũ columnarum, de quibus paulo ante uniuersaliter probatum est uerum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna, tripla est ad suam pyramidem.

Distinguatur basis columnæ in triangulos, & secundum numerũ triangulorũ illorũ distinguatur columna in seratilia, & pyramis colũnæ in pyramides habẽtes bases triangulas

gulas quæ,uidelicet,sunt bases seratiliũ. Constat itaq; unũquodq; seratile ad eam pyramidẽ quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit, triplum esse: hoc enim demonstratũ est in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 12 quinti omnia seratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, constat ueram esse hanc nostram propositionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earũ & altitudines mutuæ fuerint, easdem columnas æquales esse necesse est.

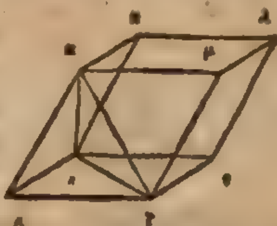
Si enim columnæ sint æquales, earũ pyramides erunt æquales, eo q̃ omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidẽ. Si autem pyramides fuerint æquales, suæ bases suis altitudinibus mutuæ erũt, quemadmodũ demonstratũ est in 7 huius. Quia igitur columnarũ suarumq; pyramidũ eædem sunt bases, & altitudines sunt eædem, constat prima pars propositi. Sint igitur & altitudines propositarũ columnarũ lateratarũ mutuæ. Dico q̃ colũnæ erunt æquales. Cum enim eædẽ sint bases eædemq; altitudines columnarũ suarũ pyramidũ, erunt bases & altitudines pyramidũ propositarũ columnarũ mutuæ. Si hoc ut positum est, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demonstratũ est, igitur & columnæ æquales, cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

Omnium duarũ columnarũ lateratarũ similium est proportio alterius ad alteram, tanq̃ lateris ad suum relatiuũ latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint similes, erunt ex diffinitione similium corporũ, bases earũ cæteræq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earũ in triãgulos similes & numero æquales, quemadmodũ 18 sexti proponit esse possibile, & ipsæ colũnæ diuidantur in seratilia super hos triãgulos existentia. Stude igitur probare seratilia unius, suis relatiuis seratilibus alterius esse similia, quod facile probabis ex hypothesi & 6 & 4 & 5 sexti, & ex diffinitione similium superficierũ & diffinitione similium corporũ. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuscuiusq; seratilis unius ad suum relatiuũ seratile alterius, sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omniũ laterũ est proportio una, cum cuncta seratilia unius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius, sequitur ex 11 quinti ut cunctorũ seratiliũ unius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio una. Quare per 12 quinti quæ est proportio unius seratilis ad suũ seratile relatiuũ alterius, eadẽ est omniũ pariter acceptorũ ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia seratilia pariter accepta cõponunt columnas, & relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarũ, necesse est ex 11 quinti ut proportio columnarũ sit sicut suorũ relatiuorũ laterum proportio triplicata. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8 Camp. 8

8 Similes pyramides, triãgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum.



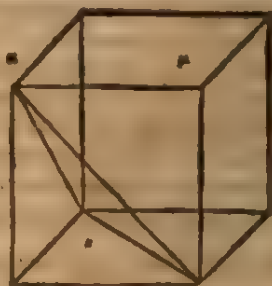


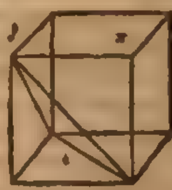
THEON ex Zamb. *Sint similes & similiter positæ pyramides, quarũ bases quidẽ sunt α β γ, δ ε ζ, triãgula, fastigia uero ipsarũ sint η θ signa. Dico quod α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidẽ, triplam habet rationẽ, q̃ β γ ad ε ζ. Cõpleantur enim β η μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ η similis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi, æqualis igitur est angulus qui sub α β γ ei qui sub δ ε ζ angulo, & qui sub η β γ ei qui sub θ ε ζ, & qui sub α β η ei qui sub δ ε θ, estq; sicut α β ad δ ε, sic est β γ ad ε ζ, & β η ad ε θ. Et quoniã est sicut α β ad δ ε, sic β γ ad ε ζ, & circũ æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammũ ipsi ε π, simile est parallelogrãmo: & id propterea & β ν ipsi ε ρ simile est, & β α ipsi ε ξ. Tria igitur β μ, α β, β ν, tribus ε π, ε ξ, ε ρ, sunt similia. Sed tria quidẽ μ β, β α, β ν, tribus quæ ex opposito æqualia sunt similia, & tria ε π, ε ξ, ε ρ, æqua & similia sunt tribus quæ ex opposito: ipsa igitur β η μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda, sub similibus planis æque multiplicibus cõprehendũtur. igitur β η μ λ, ipsi ε θ π ο solido simile est. Similia autẽ solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione eiusdẽ ratiõis laterũ (per 33 undecimi.) Igitur β η μ λ solidũ ad ε θ π ο solidũ triplã habet rationẽ, q̃ eiusdẽ ratiõis latus β γ ad eiusdẽ rationis latus ε ζ. Sicut autẽ β η μ λ solidũ ad ε θ π ο solidũ, sic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidẽ, quoniã pyramis sexta pars est solidi, eo quod & prisma dimidiũ existens solidi parallelepipedi, triplũ est ipsius pyramidis, & α β γ η igitur pyramis ad δ ε ζ θ pyramida triplam rationẽ habet, q̃ β γ ad ε ζ. Quod demõstrasse oportuit.*

CORRELARIVM. Ex hoc nempe est manifestũ, quod & multiangulas bases habẽtes similes pyramides, adinuicẽ in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterũ. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides, triãgulares bases habentes (quia similia polygona basium in similia triangula diuiduntur, & in æque multiplicia, & eiusdem rationis totis) erit sicut in altera una pyramis triangularẽ habens basin ad unam basin triangularẽ habentem in altera pyramide, sic & omnes pyramides in altera pyramide triãgulares bases habẽtes, ad pyramides existentes in altera pyramide, & habentes triãgulares bases. Hoc est, Pyramis ipsa polygonã basin habens ad pyramida basin polygonã habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ basin habens ad pyramida triangularẽ basin habentẽ, in triplici est ratione eiusdẽ rationis laterũ. Et polygonã igitur basin habens, ad similem basin habentẽ, triplam habet rationẽ quàm latus ad latus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Camp. 7 Aequalium pyramidum & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes, quarũ reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.





THEON ex Zamb. Sint enim æque pyramides αβγη, δεζθ, triãgulares bases habẽtes αβγ, δεζ, fastigia uero η, θ, signa. Dico quod ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, & est sicut basis αβγ ad basin δεζ, sic est ipsius δεζθ pyramidis altitudo ad ipsius αβγη pyramis altitudinẽ. Cõpleantur enim ipsa βημλ, εθπο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis αβγη æqualis est ipsi δεζθ pyramidi, estq; ipsius quidẽ αβγη pyramidis sexcuplũ ipsum βημλ solidũ, ipsius autẽ δεζθ solidũ εθοπ sexcuplũ est, igitur solidum βημλ ipsi εθοπ solido æquũ est. Aequaliũ autem solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus (per 34 undecimi.) Est igitur sicut βμ basis ad επ basin, sic est ipsius εθοπ solidi fastigium ad ipsius βημλ solidi fastigium. Sed sicut quidẽ βμ basis ad επ basin, sic αβγ triangulũ ad δεζ triangulum. Et sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ αβ ad triangulũ δεζ, sic ipsius εθπο solidi altitudo, ad ipsius βημλ solidi altitudinem. Sed ipsius εθπο solidi altitudo, eadem est ipsi ipsius δεζθ pyramidis altitudini. & ipsius βημλ solidi altitudo, eadem est ipsius αβγη pyramidis altitudini. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis altitudo ad ipsius αβγη pyramidis altitudinẽ. Ipsarũ igitur αβγη, δεζθ, pyramidũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus.

Sed iam ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidum reciprocæ sint bases altitudinibus, estq; sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Dico quod pyramis αβγη, æqualis est ipsi δεζθ pyramidi. Eisdem nanq; dispositis, quoniã est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic est ipsius δεζθ pyramidis uertex ad ipsius αβγη pyramidis uerticem, sed sicut αβγ basis ad ipsam δεζ basin, sic βμ parallelogrammũ ad επ parallelogrammũ, & sicut igitur (per 11 quinti) βμ parallelogrammũ ad επ parallelogrammũ, sic est ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Sed ipsius quidẽ δεζθ pyramidis uertex, est idem ipsius εθπο parallelepipedi uertici, & fastigiũ ipsius αβγη pyramidis, idem est ipsius βημλ parallelepipedi altitudini: est igitur sicut βμ basis ad επ basin, sic ipsius εθπο parallelepipedi altitudo ad ipsius βημλ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uero parallelepipeda quorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, sunt æqualia (per 34 undecimi.) Igitur solidum parallelepipedũ βημλ ipsi εθπο solido parallelepipedo est æquale. Estq; ipsius quidẽ βημλ parallelepipedi, pyramis αβγη sexta pars, ipsius autẽ εθπο parallelepipedi, sexta pars est pyramis δεζθ. Igitur pyramis αβγη ipsi δεζθ pyramidi est æqualis. Aequalium igitur pyramidũ & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes quarũ bases uerticibus sunt reciprocæ, sunt æquales. Quod ostendendum fuerat.

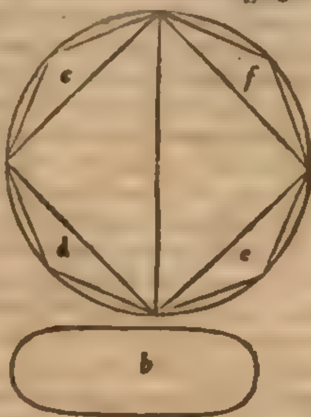
Eucli. ex Camp. Propositio 9

9  Mnis columna rotunda, pyramidi suæ tripla esse cõprobatur.

CAMPANVS. Supra circulum a, intelligantur una columna & una pyramis, secũdum eandem suam altitudinẽ erectæ, dicanturq; æquiuoce ipsa pyramis & columna & circulus, nomine uno scilicet a. Dico itaq; quod columna a, est tripla ad pyramidẽ a. Cuius probatio est. Quia neq; maior neq; minor potest esse, q̃ tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior q̃ tripla, quantitate corporis b, ita q; si b corpus dematur de columna a, erit residuũ eius triplum ad pyramidem a. Inscribatur ergo quadratũ circulo a, super quod erigantur duo seratilia æque alta columnæ a, de quibus duobus seratilibus pariter acceptis constat, quod ipsa sunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipsum quadratũ cõstat esse plus medietate circuli a, si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida parallelogrãma, quorũ ipsa sunt medietates, erit ipsa columna pars ipsorũ duorum solidorũ pariter acceptorũ. Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterũ in por

tionibus

tionibus circuli, quarũ portionũ latera quadrati sunt chordæ, diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia, & sint illi trianguli c,d,e,f, super quos etiam erige seratilia ad altitudinẽ columnæ a. Et manifestũ est quod hæc seratilia sunt maius medietate portionũ columnæ super portiones circuli consistentiũ, quemadmodũ & ipsi trianguli sunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autem hoc toties, quousq; per primam 10 cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam cõponunt omnia seratilia pariter accepta, quorũ bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotũdæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem, sicut demõstratum est in eis quæ præmissa sunt, sequitur ex secunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a sit minor laterata pyramide lateratæ columnæ cuius basis est inscriptũ polygoniũ basi rotundæ pyramidis a, quod est impossibile: est eni pyramis laterata, pars ipsius pyramidis rotundæ. Non est igitur pyramis a, minus tertia parte suæ columnæ. Sed nec plus tertia. Si enim possibile est, sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quantitate corporis b, ita q detracto corpore b de pyramide a, sit residuũ ipsius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratũ circulo a inscriptum, quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de residuo pyramidis a, rursus intelligãtur detrahi pyramides æque altæ, statutæ super triangulos c,d,e,f, qui sunt in portionibus basis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans, quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ, maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum est in præcedentibus, hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratæ a, sequitur denuo ex secũda parte 10 quinti columnã rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis, cuius basis est polygonium basi rotundæ pyramidis inscriptũ. Hoc autem impossibile, nam hæc columna laterata, pars est columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo suæ pyramidis, neq; maius, erit necessario tripla ad eam. Quod demonstrare uolumus.



Eucli ex Zamb. *Theorema 10.* *Propositio 10*

10 Omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium.

THEON *ex Zamb.* *Habeat enim conus, cylindro basin eandẽ, hoc est circulũ αβγδ, & æquale fastigium. Dico qđ conus, cylindri tertia pars est, hoc est quod cylindrus, coni triplus est. Si autẽ cylindrus, coni non est triplus, erit cylindrus, cono aut maior q̃ triplus, aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et describatur (per 6 quarti) in circulo αβγδ, quadratũ αβγδ. Iam quadratũ αβγδ, maius est q̃ dimidiũ ipsius circuli αβγδ. Constituatur ab ipso αβγδ quadrato, prisma æque altũ ipsi cylindro. Iam constitutũ prisma, maius est q̃ ipsius cylindri dimidiũ, quoniam & si ipsi circulo αβγδ, quadratũ circũscribamus,*

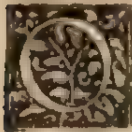


quadratũ in ipso orbe αβγδ descriptũ, circũscripti dimidiũ est, & ab ipsis constituta sunt, æque alta solida parallelepipeda prismata: prismata igitur ipsa, adinuicẽ sunt sicut bases. Et prisma igitur stans in ipso αβγδ quadrato, dimidium est eius prismatis quod cõstituitur à quadrato ipsi circulo αβγδ circũscripto. Et cylindrus ipso prismate quod fit à quadrato circũscripto ipsi circulo αβγδ, minor est. Igitur prisma à quadrato αβγδ constitutũ, ipsi cylindro æque altũ, maius est dimidio ipsius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipsæ αβ, βγ, γδ, δα, circũferentiæ bifariã in ε, ζ, η, θ, signis, & cõnectantur ipsæ αε, εβ, βζ, ζγ, γη, ηδ, δθ, θα, & unũquodq; igitur ipsorũ αεβ, βζγ, γηδ, δθα, triangulorũ, maius est q̃ dimidiũ eius quod circã seipsum ipsius αβγδ circuli segmenti, sicut ante ostendimus. Constituãtur ab unoquoq; ipsorũ αεβ, βζγ, γηδ, δθα, triangulorũ, prismata æque alta ipsi cylindro, & unũquodq; igitur ipsorũ constitutorũ prismatũ, maius est q̃ dimidia pars circã sese ipsius segmenti circuli, quoniã si per ε, ζ, η, θ, signa parallelos ipsis αβ, βγ, γδ, δα, ducamus, cõpleamusq; quæ in ipsis αβ, βγ, γδ, δα, parallelogrãma, & ab ipsis cõstituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta, uniuscuiusq; constitutorũ dimidia sunt prismata quæ in αεβ, βζγ, γηδ, δθα, triãgulis & sunt ipsius cylindri segmẽta, minores ipsis solidis parallelepipedis constitutis. Itaq; etiã quæ in αεβ, βζγ, γηδ, δθα, triãgulis prismata, maiora sunt q̃ dimidiũ circã sese cylindri segmentorũ. Dispescẽtes iam (per 30

tertij) relictas circũferentias diuidur, & cõnectentes rectas lineas, excitãtesq; ab unoquoq; ipsorũ triangulorũ prismata æqualis fastigij ipsi cylindro, & hoc semper efficiẽtes, relinquemus quasdã segmẽta ipsius cylindri quæ erunt minores excessu quo excedit cylindrus triplũ coni. Relinquãtur, sintq; α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Reliquũ igitur prisma cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ, fastigiũ aũt idẽ cũ cylindro, maius est q̃ triplũ coni. Sed prisma cuius basis qdẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem cum cylindro, pyramidis triplũ est cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ, fastigiũ uero idẽ quod & cono: & pyramis igitur cuius basis qdẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex aũt idẽ q̃ cono, maior est cono habẽte basim circulũ α β γ δ. Sed & minor, cõprehẽditur etenim ab ipso. Quod est ĩpossibile. Nõ est igitur cylindrus, cono maior q̃ triplus.

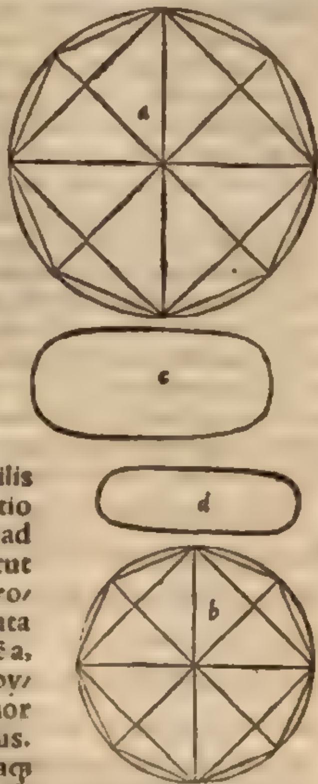
Dico insuper quod neq; minor q̃ triplus est cylindrus cono. Si enim possibile, sit minor q̃ triplus, cylindrus cono. Cõuersim igitur conus cylindri maior est q̃ tertia pars. Describatur iam (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. igitur quadratũ α β γ δ, maius est q̃ dimidiũ ipsius α β γ δ circuli. Cõstituatur ab ipso α β γ δ quadrato pyramis, idem ipsi cono habens fastigiũ. Igitur pyramis constituta, maior est q̃ dimidiũ coni, quoniã (sicut ante ostendimus) quãdo ipsi circulo quadratũ circũscribimus, quadratũ α β γ δ, circũscripti dimidiũ est, & si à quadratis solida parallelepipeda cõstituamus æque alta ipsi cono, quæ & prismata appellantur, erit constitutũ ab ipso α β γ δ quadrato, dimidiũ eius quod cõstituitur à circũscripto quadrato. adinuicẽ enim sunt ut bases. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur, cuius basis α β γ δ quadratũ, dimidiũ est pyramidis constitutæ ad quadratũ ipsi orbi circũscriptũ, & pyramis cõstituta à circa circulũ quadrato, cono quem cõprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis α β γ δ quadratũ, fastigiũ autẽ idem quod & cono, maior est q̃ coni dimidiũ. Secentur (per 30 tertij) α β, β γ, γ δ, δ α, circũferentiæ bifariam in ε, ζ, η, θ, signis, & cõnectantur α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Vnumquodq; igitur ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, maius est q̃ pars dimidia circũ se se segmẽti circuli α β γ δ. Constituãtur nempe ab unoquoq; ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, pyramides idem ipsi cono habẽtes fastigiũ: & unaquæq; igitur constitutarũ pyramidũ eodem modo, maior est q̃ dimidia pars circũ sese segmenti ipsius coni. Secantes iam (per 30 tertij) relictas circũferentias diuidue, & cõnectentes rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triangulorũ pyramida idem ipsi cono fastigiũ habẽtẽ & hoc semper efficiẽtes, relinquemus quędã coni segmenta quæ erunt minora excessu quo excedit conus tertiã partem cylindri. Relinquãtur & sint α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidẽ basis est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex autẽ idem qui cono, maior est q̃ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex autẽ idem qui cono, tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem ipsi cylindro, maius est cylindro cuius quidẽ basis est α β γ δ. Sed & minus, cõprehẽditur nanq; ab eo, quod est impossibile. Cylindrus igitur cono minor nõ est q̃ triplus. Patuit autẽ quod neq; maior q̃ triplus: triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars est. Omnis igitur conus cylindri tertia pars est eandẽ eidem basim habentis & æquale fastigiũ. Quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

60 Mnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumúe rotundarũ similiũ est proportio alterius ad alterã, tanq̃ diametri suæ basis diametrũ basis alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo circuli a & b super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes, duæq; columnæ rotundæ similes, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorũ, his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; q proportio duarũ pyramidũ a & b, duarumq; columnarũ a & b, est sicut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ si de pyramidibus constiterit, de columnis quoq; constabit ex 15 quinti, cum omnis columna rotũda sit ex præmissa, tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demõstratione ducente ad impossibile. Est enim per cõmunem scientiã positam in principio secundæ demonstrationis huius libri, quæ proportio diametri a ad diametrũ b triplicata, eadẽ pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c, de quo dico q ipsum nõ potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantitate corporis d, ita q duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ pyramis b. Itaq; quemadmodũ in secũda parte præmissæ, ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta, cuius basis sit quadratũ inscriptũ circulo b, & ex residuo eius detrahãtur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli b, fiat itaq; hoc toties quousq; cogẽte prima 10,

ma 10, sit residuū pyramidis b minus corpore d, eritq̄ ex cōmuni scientia, laterata pyramis detracta, quā componūt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inscribatur itaq̄ circulo a, polygoniū simile illi, q̄d est basis lateratæ pyramidis detractæ à pyramide b, & ad angulos huius polygonij inscripti circulo a, demitte lineas à cono pyramidis a, perficiens super illud polygoniū, lateratā pyramidē æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur studeas demōstrare esse similem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq̄ pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea cōtinuans uerticem pyramidis cum centro basis, & erit perpendicularis ad basin, de hinc à centris basium, protrahas in utroq̄ circulo semidiametros, ad omnes angulos utriusq̄ polygonij inscripti. Cumq̄ ex diffinitione similiū pyramidū rotundarū sit proportio axis unius ad axem alterius, sicut diametri basis unius ad diametrū basis alterius, ideo etiā ex 15 quinti & æqua proportionalitate, sicut semidiametri ad semidiametrū, sint aūt utrobiq̄ omnes anguli quos axes cum semidiametris continēt recti, necesse est ex 6 propositione sexti libri & 4 eiusdem & diffinitione similium superficierū & similium corporū diffinitiōe, ut laterata pyramis a sit similis lateratæ pyramidi b, quare per additā ad 5 huius, proportio lateratæ pyramidis a ad lateratā b, est sicut lateris unius ad suū relatiuū latus alterius ꝓportio triplicata, ideoq̄ & sicut diametri a, ad diametrū b triplicata: igitur quoq̄ sicut rotundæ pyramidis a, ad corpus c ex 11 quinti, quare permutatim ꝓportio lateratæ pyramidis a ad rotūdam pyramidē a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior est corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotūda pyramide a. Quod est impossibile, cum sit pars eius. Nō est ergo corpus c, minus rotūda pyramide b. Restat itaq̄ probandū, q̄ nec maius. Si eni aduersarius dicat ipsum esse maius, tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionē diametri b ad diametrū a triplicatā esse, sicut corporis c ad rotundā pyramidē a. Sed ex conceptione eadem est rotūdæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b, sequitur ex 14 quinti, q̄ rotunda pyramis a sit maior corpore d. Itaq̄ proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod est minus rotunda pyramide a, uidelicet, ad d, est sicut suæ diametri b ad diametrū alterius proportio triplicata. Hoc autē est impossibile. Nam ex hoc demonstrauimus sequi, quod pars sit maior suo toto. Cū ergo corpus c non possit minus esse neq̄ maius rotūda pyramide b, erit necessario sibi æquale, ideoq̄ ex secunda parte 7 quinti constat propositū.



CAMPANI annotatio. Non lateat autem nos, huius demonstrationis processum ad eas duntaxat columnas & pyramides rotundas coartari, quarū axes suis basibus perpēdiculariter insistunt, tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum tamen passio hic demonstrata, cōmuniter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq̄ rotundis similibus siue earū axes super bases suas fuerint orthogonaliter erectæ, siue super eas fuerint inclinatæ (& appellentur differētiæ causa hæ rotundæ columnæ & pyramides, quarū basibus axes orthogonaliter superstant erectæ, reliquæ uero dicātur inclinatæ) & quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ nisi illæ tantū quas erectas uocamus, hæ quidem per motum parallelogrāmi rectanguli, illæ uero per motum trigoni rectanguli, ideo cōueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cōmuniter & uniuoce cōuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotūdis. Cum igitur extra superficiē alicuius circuli descripti, signatur pūctus qui cum circūferentia ipsius circuli per lineam rectam cōtinuatur, si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousque ad locum unde moueri inceperit circūducatur corpus, quod a curua superficie quam motu suo describit hæc linea, & ab ipso circulo cui circūducitur cōtinetur uoco pyramidē rotundam. Et circulū cui linea hæc circūducitur, uoco basin ipsius pyramidis. Fixum autē punctū extra circuli superficiē signatū, uoco conum pyramidis

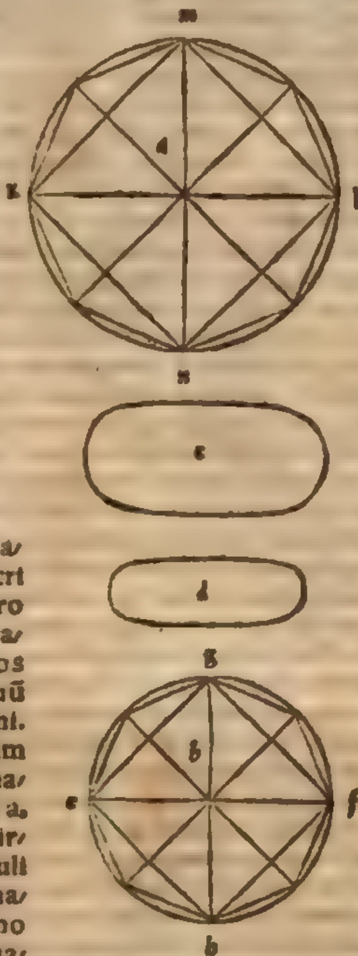
ramidis. Lineamq; rectã continuantẽ centrũ basis cum cono pyramidis, appello axem seu sagittã pyramidis. Cumq; hæc sagitta fuerit perpendicularis ad basin, dico pyramidem esse rectam. Cum uero inclinata, dico esse pyramidẽ inclinatã. Cum autem fuerint duo circuli æquales descripti in superficiebus æquidistantibus, quos una plana superficies per eorũ centra transiens secuerit, fuerintq; cõtinuatæ per lineã rectam duæ relatiuæ sectiones duarũ circũferentiarũ ipsorũ circulorũ, si linea hæc in circũferentijs ipsorũ circulorũ æquidistanter situi à quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circũducatur, corpus quod à curua superficie quam motu suo describit hæc linea & a duobus propositis circulis cõtinetur, uoco columnã rotundam. Cum axis siue sagitta, est linea recta, centra duorũ circulorũ continuans. Et cum hæc sagitta fuerit perpendicularis ad superficiẽ utriusq; duorũ circulorũ, dico columnã esse erectã. Cum uero fuerit super basin inclinatæ, dico columnã esse inclinatã. Cumq; fuerint duæ rotũdæ pyramides aut columnæ (à quarũ axibus egrediãtur duæ superficies super bases earũ orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & cõmunes sectiones harũ superficierũ & basium continẽt) adinuicẽ æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius sicut semidiametri basis unius ad semidiametrũ basis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicẽ, aut illas duas columnas adinuicẽ, dico similes esse. His diffinitiõibus positis, demonstrandũ est, q; omnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumúe rotundarũ similiũ, siue erectæ siue inclinatæ fuerint, est proportio unius ad alteram sicut diametri basis unius ad diametrũ basis alterius proportio triplicata. Quod de solis erectis demonstratũ est. Ad hoc autẽ præmittimus antecedens necessariũ.

Si fuerint duæ rotundæ pyramides adinuicem similes quarum utranq; duæ planæ superficies super axem secent, fueritq; harum duarum superficierum altera in utraq; pyramide super basin eius orthogonaliter erecta, & arcus basium inter illas duas superficies contenti, similes, erũt anguli quos axes & cõmunes sectiones basium & earũ superficierũ quæ super bases nõ ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.

Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ bases sunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri basium e g & h l, centra basium sunt duo puncta b & d, coni pyramidũ a & c, similes adinuicẽ, & ab earum conis ad superficiẽ basium protrahãtur ut docet 11 undecimi libri, duæ perpendiculares quæ sunt a m & c n, & continuẽtur puncta m & n cum centris basium, protractis lineis b m & d n, eritq; ex 18 undecimi superficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta super basin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo supficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta super basin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l, similes, & intelligantur duæ superficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & secare pyramides a b & c d similes. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, esse adinuicem æquales. Protrahãtur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d sunt similes, & duæ superficies a b m, c d n, stantes orthogonaliter super bases, egrediũtur ab earum axibus, erit ex diffinitiõe similium pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et qa ex diffinitione lineæ supra superficiẽ perpẽdiculariter erectæ, uterq; duorũ angulorũ a m b, c n d, est rectus, erũt ex 32 primi & 4 sexti, duo primi trianguli a b m & c d n, alterũ proportionaliũ. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, sicut b m ad d n, & sicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione similium pyramidũ, proportio axis a b ad axem c d est sicut semidiametri b f ad semidiametrũ d k, erit ex 11 quinti, proportio b f ad d k sicut b m ad d n. Cumq; sint duo anguli f b m & k d n æquales, eo q; duo arcus f g & k l sunt similes ex hypothesi, erit ex 6 & 4 sexti,

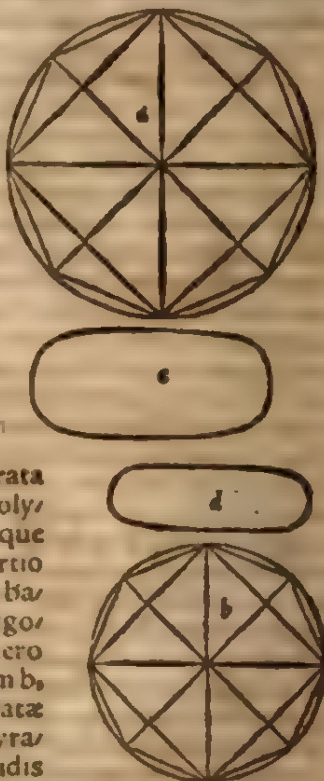
4 ſexti, proportio f m ad k n, ſicut b m ad d n, ideoq; ſicut a m ad c n. Et quia iterũ ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiẽ perpendiculariter erectæ uterq; duorũ angulorũ a m f, c n k, eſt rectus, erit ex 6 & 4 ſexti, proportio a f ad c k, ſicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, ſicut a b ad c d, & ſicut b f ad d k. Igitur ex 5 ſexti, duo anguli a b f & c d k, ſunt adinuicẽ æquales. Quod eſt propoſitũ. Idem probabis leuiter de rotundis colũnis ſimilibus.

Hoc itaq; demonſtrato, dico quod omnium duarũ rotundarũ pyramidũ ſimiliũ quæcunq; fuerint ſiue erectæ ſiue inclinatæ eſt proportio unius earum ad alterã, ſicut diametri ſuæ baſis ad diametrũ alterius baſis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ baſes ſunt circuli a & b, & horum circulorũ diametri ſint etiam a & b. ſitq; proportio pyramidis a ad corpus c, ſicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Nõ erit igitur corpus c, minus neq; maius rotũda pyramide b. Sit enim primo (ſi poſſibile eſt) minus, quantitate corporis d, ita ꝙ duo corpora c & d pariter accepta ſint quantũ rotũda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat ſuperficies quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum b, ſitq; cõmunis ſectio huius ſupficiei & circuli b, linea e f tranſiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quæ ſit g h, ſicq; inſcribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius baſis eſt quadratũ circulo b inſcriptum, quæ (ut probatũ eſt ſupra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdem altitudinis, conſiſtentes ſuper trigonos portionũ circuli b, fiatq; hoc totiens, quouſq; reſiduũ rotundæ pyramidis b ſit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quam cõponunt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, ſuperficies alia quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum a, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quæ ſit m n, ſicq; inſcribatur in circulo a, quadratũ k m l n, & diuidẽdo arcus portionũ circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ ſimile illi quod eſt inſcriptũ circulo b, & ad ſingulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens ſuper illud polygoniũ lateratã pyramidẽ æque altam pyramidi a. Hanc autem lateratã pyramidẽ, probabis eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatiõe uel actu utriuſq; in utriſq; pyramidibus a & b, & à centris baſium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inſcriptorũ polygoniorũ. Erũtq; ex præmiſſo antecedẽte omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum ſingulis lineis ductis à centro circuli a, ad angulos polygonij ſibi inſcripti, æquales ſuis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli b, ad angulos polygonij ſibi inſcripti. Et quia ex diffinitione rotundarũ pyramidũ ſimilium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b, eſt ſicut ſemidiametri circuli a ad ſemidiametrũ circuli b, ſequitur ex 6 & 4 ſexti & diffinitionibus ſimilium ſuperficierũ & ſimilium corporũ ꝙ duæ lateratæ pyramides a & b ſint ſimiles. Cætera argue ſicut prius in decima. Conſtat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus ſimilibus, ꝙ proportio earũ ſit ſicut diametrorũ ſuarum baſium triplicata. Et quia omnis columna rotunda eſt tripla ad ſuam pyramidem (hoc enim ſufficienter eſt demonſtratũ ſiue columnæ & ſuæ pyramides fuerint erectæ ſiue inclinatæ) ſequitur ex 15 quinti ut etiam quarũlibet columnarũ rotundarũ ſimilium ſit proportio ſicut ſuarum diametrorũ triplicata.



11 Mnes duas rotundas pyramides siue columnas, æque altas, suis basibus proportionales esse necesse est.

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, statuantur ut prius duæ rotundæ pyramides æquæ altæ quæ dicantur similiter a & b, & duæ rotundæ columnæ æque altæ eisdem literis ascriptæ a & b. Dico itaq; quod proportio duarũ pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b, est sicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifestum erit, si hoc prius de pyramidibus demõstrabitur: omnis enim rotunda columna, tripla est ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex cõmuni scientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, sicut circuli a ad circulum b, illud corpus sit c. Dico itaq; q corpus c, nõ potest esse maius neq; minus rotunda pyramide b. Sit enim primo minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inscribatur quadratũ, & detrahatur a rotũda pyramide b, pyramis laterata, cuius sit basis quadratũ circulo b inscriptũ, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides super trigonos portionũ circuli consistentes, fiatq; hoc totiens, quousq; sit ex pyramide b, residuũ minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inscribatur ergo circulo a, polygoniũ simile illi polygonio quod est basis lateratæ pyramidis b, & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad ãgulos polygonij inscripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b, æque altæ. Hoc enim est propositũ de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, est sicut basis eius ad basin illius, uidelicet, sicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demõstratum est in sexta huius. At uero polygonij a ad polygoniũ b, est sicut circuli a ad circulum b, quod manifestũ est ex prima & secunda huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, sicut rotundæ pyramidis a ad corpus c. quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; sit laterata pyramis b maior corpore c, sequitur lateratã pyramidem a esse maiorẽ rotunda pyramide a. Hoc autem impossibile, est enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uero ponat aduersarius quod sit maius, demõstrabimus rursum idem impossibile consequi. Erit enim per conuersam proportionalitatẽ proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, sicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod sit d. Cum igitur corpus c sit maius rotunda pyramide b per hypothesin, erit ex 14 quinti rotũda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli ad circulum a, erit sicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonstratũ est prius, esse impossibile, sic enim sequitur quod pars sit maior suo toto. Nõ est igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, sed tantum æquale. Itaq; ex secunda parte 7 quinti conclude propositũ. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur, ad ipsam est antecedens utile præmittendum, quod est,



Zamb. 11 Si superficies quædam rotundam columnam æquidistanter basi eius secuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

Simile est hoc ei quod proposuit 25 undecimi libri de solidis parallelogrammis. Nec solum uerũ est hoc de columnis rotundis, immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratæ fuerint siue rotundæ. Quod qui argumentationẽ primæ sexti uel 25 undecimi firmiter tenuerit, facile demonstrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in proœmio quinti libri arguẽdũ est propositum. Attendere aũt colũnã oportet, quod quæcũq; superficies secat æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistãter superficiei basis eius oppositæ, nã quæcunque superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistãtes adinuicẽ, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestũ est, quod omnes rotundæ colũnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoque de lateratis. Idem quoque de pyramidibus rotũdis & etiã de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de colũnis probetur. Est enim omnis columna tripla ad suam pyramidẽ, rotunda quidem, ex nona huius, laterata uero ex ijs quæ supra in octaua demonstrata sunt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut bases.

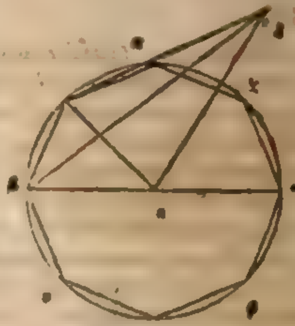
THEON ex Zãb. Sint sub eadẽ altitudine coni & cylindri, quorũ bases quidẽ sunt α β γ δ, ε ζ η θ, circuli, axes autem sint κ λ, μ ν, dimetientes uero basium sint α γ, ε η. Dico quod est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic est α λ, conus ad conum ε ν. Si autẽ non est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, sic α λ conus ad ε ν conum, erit sicut α β γ δ, circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidũ minus ipso ε ν, cono, uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est ξ solidũ ipso ε ν cono, ei æquũ esto ψ solidũ, igitur conus ε ν, æquus est ipsis ξ, ψ, solidis. Describatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratum igitur, maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniã si circunscribamus ipsi orbi quadratũ, & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam, inscripta pyramis dimidium est circunscriptæ, adinuicem enim sunt sicut bases. Conus autẽ minor est pyramide circunscripta. Pyramis igitur cuius basis est ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiũ coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circũferentiæ diuiduæ in signis ο, π, ρ, σ, connectanturq; ipsæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnumquodq; igitur ipsorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorum, maius est quàm dimidium apud sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab unoquoq; ipsorum θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorũ, pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarũ pyramidũ, maior est quàm dimidia pars apud sese segmenti coni. Secãtes igitur (per 30 tertij) reliquas circunferentias diuiduæ, cõnectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triãgulorũ pyramides ipsi æque altas cono, & hoc semper facientes relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquantur, sintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium idem quod cono, maior est ipso ξ solido. Inscribatur & in circulo α β γ δ, ipsi θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulo simile & similiter positum multangulum δ τ α υ β φ γ χ, excitetur que ab ipso pyramis æque alta ipsi α λ cono. Quoniã igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ε η sic δ τ α υ β φ γ χ multangulum ad ipsum θ ο ε π ζ ρ η σ multãgulũ, sicut aũt quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, & sicut igitur (per 11 quinti) α β, γ δ, orbis ad ε ζ η θ, orbẽ sic δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ θ ο ε π ζ ρ η σ, multãgulũ. Sicut aũt orbis ad ε ζ η θ, orbẽ, sic α λ conus ad ξ solidũ. Sicut autẽ δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ ad θ ο ε π ρ η σ, multãgulũ, sic pyramis cuius basis est δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ, uertex autẽ λ signũ, ad pyramida cuius basis quidẽ est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium autẽ ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) α λ conus ad ξ solidũ, sic pyramis cuius basis quidẽ δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autẽ λ signũ, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulũ, uertex autẽ ν signũ. Vicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α λ conus ad eam quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidum ad eã quæ in ε ν cono pyramida. Maior autẽ est α λ conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidũ, ea quæ in ε ν, cono pyramide, sed & minus, quod absurdũ est. Nõ igitur est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidum minus ipso ε ν cono. Similiter iam demonstrabimus, quod neque sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ

 δ, orbẽ

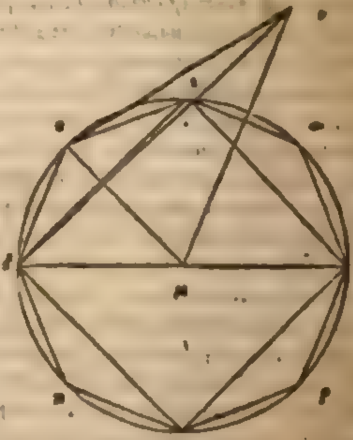
δ orbē, sic ε ν conū ad solidum aliquod maius ipso α λ cono. Dico iam quod neque est sicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, sic α λ conus ad aliquod solidū maius ipso ε ν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ δ orbē, sic est ξ solidum ad α λ conū. Sed sicut ξ solidū ad α λ conū sic est ε ν conus ad aliquod solidum minus ipso α λ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ η θ circulus ad α β γ δ circulum, sic conus ε ν, ad aliquod solidum minus ipso α λ cono, quod absurdum esse patuit. Non est igitur α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic α λ conus ad solidum aliquod maius ipso ε ν cono. Patuit autem quod neque ad minus. Est igitur sicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, sic α λ conus ad ε ν conum. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ orbis ad ε ζ η θ, orbem, sic qui in ipsis cylindri æque alti ad conos. Sub eodē igitur fastigio subsistentes coni & cylindri, se adinuicem habent sicut bases. Quod erat ostendendum.

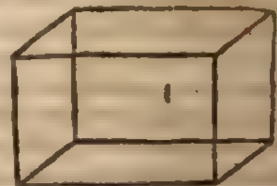
Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 12

12 Similes coni & cylindri, ad se inuicem in tripla sunt ratione dimetiētium quæ in basibus.



THEON ex Zamb. Sint similes coni & cylindri, quorum bases quidem α β γ δ, ε ζ η θ, orbes dimetiētes uero basiū sint β δ ζ θ, & axes conorū siue cylindrorū sint κ λ, μ ν. Dico quod conus cuius basis qdē est α β γ δ, circulus, fastigium autē λ signū, ad conū cuius quidē basis est ε ζ η θ, uertex autē ν signū, triplā habet rōnē quàm β δ ad ζ θ. Si autē α β γ δ λ conus ad ε ζ η θ ν, conum triplā rōnē non habet quàm β δ ad ζ θ, habebit conus α β γ δ λ, uel ad solidū aliquod minus ipso ε ζ η θ ν, cono triplā rōnē, uel ad maius. Habeat prius ad minus ξ. Describaturque (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Igitur ε ζ η θ quadratū, maius est quàm dimidiū circuli ε ζ η θ. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secentur iam (per 30 tertij) ipsæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferētiæ diuiduæ, in ο, π, ρ, σ, signis, cōnectāturque ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε. Vnūquodque igitur ipsorū ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorū, maius est quàm dimidia pars, quæ apud sese segmenti circuli ε ζ η θ. Constituatur ab unoquoque ipsorum ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorum, pyramis idē habens fastigiū ipsi cono, unaquæque igitur ipsarum excitatarum pyramidū, maior est quàm dimidium eius quod apud sese segmenti circuli. Secantes igitur (per 30 tertij) relictas circūferentias diuiduas, & connectentes rectas lineas, excitantesque ab unoquoque triangulorum pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem, & hoc semper efficientes, relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit ε ζ η θ ν, conus ipsum ξ solidū, relinquātur, & sint ea ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidē est ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulum, uertex autē ν signū, maior est ipso ξ solido. Describatur iā in circulo α β γ δ, ipsi ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulo simile similiterque positum multangulum α τ β υ γ φ δ χ, & excitetur ab ipso pyramis, idē habēs ipsi cono fastigiū. Et cōprehendētiū ipsam pyramida cuius basis quidē est α τ β υ γ φ δ χ, multangulū, uertex autē λ signum, unum triāgulum esto λ β τ, cōprehendentiū autem pyramida cuius basis quidē ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulū, fastigiū autem ν signū unū triangulum esto ν ζ ο, & connectatur κ τ, μ ο. Et quoniā α β γ δ λ conus similis est ipsi ε ζ η θ ν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionē) sicut β δ ad ζ θ, sic κ λ axis ad μ ν axē. Sicut autē β δ ad ζ θ, sic (per 15 quinti) β κ ad ζ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) β κ ad ζ μ, sic κ λ ad μ ν, & uicissim (per 16 quinti) sicut β κ ad κ λ, sic ζ μ, ad μ ν. Et circum æquos angulos β κ λ, ζ μ ν, latera sunt proportionalia. Igitur (per 1 sexti diffinitionē) triangulum β κ λ, simile est ipsi ζ μ ν triāgulo.





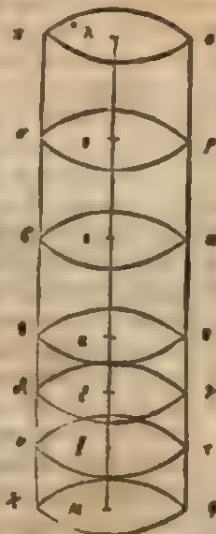
Rursus quoniā est sicut β κ, κ τ sic ζ μ, ad μ ο, & circū æquos angulos β κ τ, ζ μ ο, quoniam qualis pars est angulus β κ τ eorum qui ad κ centrum quatuor rectorum, talis pars est & angulus ζ μ ο, eorum qui ad μ centrum quatuor rectorū, quoniā igitur circum æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triangulum β κ τ simile est ipsi ζ μ ο triangulo. Rursus quoniā patuit sicut β κ ad κ λ sic ζ μ ad ν μ, æqualis autem est β κ ipsi κ τ, & ζ μ ipsi μ ο, est igitur sicut τ κ ad κ λ, sic ο μ ad μ ν. Et circū æquos angulos τ κ λ, ο μ ν, recta latera (recti enim) sūt proportionalia. Igitur λ κ τ, triangulū, ipsi ν μ ο, triangulo simile est. Et quoniam (per 6 sexti propter similitudinem ipsorū λ κ β, ν μ ζ, triangulorum est sicut λ β ad β κ, sic ν ζ ad ζ μ, & propter similitudinem ipsorum β κ τ, ζ μ ο, triangulorum

est sicut

est sicut α β ad β τ, sic μ ξ ad ξ ο, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ ε ad ε τ, sic υ ξ ad ξ ο. Rursus quoniã ob similitudinẽ ipsorum λ τ κ, υ ο μ, triangulorũ est (per 6 sexti) sicut λ τ ad τ κ, sic υ ο, ad ο μ, propter autẽ similitudinẽ ipsorum τ κ β, ο μ ξ, triangulorũ est sicut κ τ ad τ ε, sic μ ο, ad ο ξ, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ τ, ad τ β, sic υ ο ad ο ξ. Patuit autẽ & sicut τ ε ad ε λ, sic ο ξ ad ξ υ, ex æquali ergo (per 22 quinti) sicut τ λ ad λ ε, sic ο υ ad υ ξ. Igitur ipsorum λ τ ε, υ ο ξ, triãgulorũ, proportionalia sunt latera. ipsa igitur λ τ ε, υ ο ξ, triãgula, æquiangula sunt, quare & similia (per 5 sexti.) Et pyramis igitur cuius basis quidem est ε κ τ triangulũ, uertex autẽ λ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidẽ est ξ μ ο triangulum, uertex autem υ signũ, sub similibus enim planis æque multiplicibus comprehendũtur. Similes autem pyramides, triãgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterũ (per 8 duodecimi,) pyramis igitur β κ τ λ, ad ξ μ ο υ pyramidẽ, triplam rationem habet, quàm ε κ ad ξ μ. Similiter iam connectẽtes ab ipsis α, χ, δ, φ, γ, υ, in κ rectas lineas, & ab ipsis ι, σ, θ, ρ, π, π, in μ, excitãtes'q; in triangulis pyramides eadem habentes fastigia ipsis conis, ostendemus quod & unaquæq; ipsarum eiusdem ordinis pyramidum ad unãquanq; eiusdem ordinis pyramida, triplã habet rationẽ quàm ε κ eiusdẽ rationis latus ad ξ μ eiusdẽ rationis latus, hoc est quàm ε δ ad ξ θ. Sed sicut unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur & sicut β κ τ λ pyramis ad ξ μ ο υ, pyramida, sic est tota pyramis cuius basis α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ signum, ad totam pyramidem cuius quidem basis est ι ο ξ π μ ρ θ σ, multãgulũ, uertex uero υ signũ. Quare & pyramis cuius basis quidem est α τ β υ γ φ δ χ, multangulũ, fastigium autem λ signum, ad pyramida cuius quidem basis ι ο ξ π μ ρ θ σ, multangulum, fastigium autẽ υ signum, triplam habet rationẽ quàm β δ ad ξ θ. Supponitur autem & conus cuius basis quidem α β γ δ orbis, fastigium autem λ signum, ad ξ solidum, triplam rationem habens quàm ε δ, ad ξ θ, est igitur sicut conus cuius basis quidẽ α β γ δ circulus, uertex autem λ signum ad ξ solidum, sic pyramis cuius quidem basis est α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ ad pyramida cuius basis quidem est ι ο ξ π μ ρ θ σ, multangulum, uertex autem υ signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut conus cuius basis quidẽ est α β γ δ orbis, uertex autem λ signũ ad eã quæ in se pyramida cuius basis est α τ ε υ γ φ δ χ multangulũ, uertex autem λ signũ, sic solidũ ξ ad pyramida cuius basis quidem est ι ο ξ π μ ρ θ σ, multãgulũ, uertex autem υ signum. Maior aũt est prædictus conus ea quæ in se ipso pyramide, ipsam enim continet. Igitur ξ solidũ, maius est ipsa pyramide cuius basis quidem est ι ο ξ π μ ρ θ σ multangulum, uertex autem υ signum. Supponebatur autẽ quod & minus, quod est absurdũ. Nõ igitur conus α ε γ δ λ, ad aliquod corpus minus ipso ι ξ η θ υ, cono triplã rationẽ habebit, quàm ε δ ad ξ η. Similiter iam demõstrabimus, quod neq; ι ξ η θ υ conus ad solidũ aliquod minus ipso α ε γ δ λ cono, triplã rationẽ habet, quàm ξ θ ad ε δ. Dico iam quod neque α β γ δ λ conus, ad aliquod solidum maius ipso ι ξ η θ υ cono, triplam habet rationẽ, quàm β δ ad ξ θ. Si enim poßibile, habeat ad maius ξ. Conuersim igitur ξ solidũ, ad α ε γ δ λ conũ, triplã habet rationẽ, quàm ξ θ ad ε δ. Sicut aũt ξ solidum ad α ε γ δ λ conũ, sic ι ξ η θ υ conus ad aliquod solidũ minus ipso α ε γ δ λ cono, & ι ξ η θ υ igitur conus, ad solidũ aliquod minus ipso α ε γ δ λ, cono, triplã rõnẽ habet, quã ξ θ ad ε δ, quod impoßibile esse patuit. Igitur α β γ δ λ conus, ad solidum aliquod maius ipso ι ξ η θ υ cono, triplam rõnẽ non habet, quàm δ ad ξ θ. patuit aũt q; neq; ad minus. Conus igitur α β γ δ λ, ad conum ι ξ η θ υ, triplã rationẽ habet, q̃ ε δ ad ξ θ. (per 15 quinti,) sicut aũt conus ad conũ, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est cylindrus, ipsius coni qui in eadẽ est basi & sub æquali fastigio ipsi cono. Ostensum est autẽ, (in 10 duodecimi,) quod omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis (per 10 duodecimi) & æquale fastigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrũ triplã habet rationem quàm ε δ ad ξ θ. Similes igitur coni & cylindri, adinuicẽ in triplici sunt ratione dimetientiũ quæ in basibus. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum sic axis ad axem.



THEON ex Zamb. Cylindrus enim α δ, plano κ θ secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, hoc est ipsis α ε γ δ. Dico quod est sicut ε κ cylindrus ad κ δ cylindrum, sic est ι κ axis ad κ ξ axem. Extẽdatur axis ι ξ ex utraque parte, in λ μ, signa, exponanturq; ipsi ι κ axi æquales quilibet utcũq; ι υ, υ λ, ipsi autẽ ξ κ, quilibet utcũq; ξ ς, ς μ, & extẽdantur per λ, υ, ς, μ, signa: plana parallela α ε, γ δ, & intelligãtur in ipsis per λ, υ, ς, μ, planis circũ centra λ, υ, ς, μ, circuli ο π ρ σ, τ υ, φ ψ, æquales ipsis α β, γ δ, & intelligantur cylindri, π ρ, ρ ε, δ τ, τ χ. Et quoniã ipsi λ υ, υ ι, ι κ, axes adinuicem sunt æquales, ipsi igitur π ρ, ρ ε, β κ, cylindri adinuicem sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Bases autẽ sunt æquales. Igitur & ipsi π ρ, ρ ε, ε κ, cylindri, sunt æquales. Quoniam igitur ipsi λ υ, υ ι, ι κ, axes adinuicem sunt æquales, sunt autem & ipsi π ρ, ρ β, ε κ, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipsorum λ υ, υ ι, ι κ, æqualis est multitudini ipsorum π ρ, ρ ε, ε κ, quotuplex igitur est κ λ axis ipsius ι κ axis, totuplex erit & π κ cylindrus ipsius β κ cylindri. Et iam id propterea quotuplex est μ κ axis ipsius κ ξ axis, totuplex est & cylindrus χ κ ipsius κ δ cylindri, Et si κ λ axis æqualis est ipsi κ μ axi, æqualis est & cylindrus π κ ipsi κ χ cylindro. Si autẽ axis κ λ maior est ipso κ μ axe, maior erit & π κ

M 2 cylindrus

cylindrus ipso ν χ cylindro. Et si minor, minor (per 1 quinti. Quatuor iã existẽtibus magnitudinibus, axibus quidẽ, ε κ, κ ζ, cylindris aũt ε β, ν δ accepta (per diffinitionẽ 6 quinti) sunt æque multiplicia ipsius qdẽ ε κ axis & ε β cylindri, ipse axis κ λ, & π ν cylindrus. Ipsius autẽ κ ζ axis, & ν δ cylindri, κ μ axis & ν χ cylindrus. Et patet quod si κ λ, axis excedit κ μ axẽ, & π ν cylindrus ipsum excedit ν χ cylindrũ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) sicut ε κ axis ad κ ζ axẽ, sic β ν cylindrus ad ν δ cylindrũ. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 In æqualibus basibus existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut fastigia.

THEON ex Zamb. Sint enim in æqualibus basibus α ε, γ δ, cylindri ζ δ, ε β. Dico quod est sicut cylindrus ε β ad cylindrũ ζ δ, sic est η θ axis ad κ λ axẽ, extẽdatur enim κ λ axis in ν signũ, ponaturq́; ipsi η θ axi æqualis λ ν, & circũ axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniã igitur ε β, γ μ cylindri sub eodẽ sunt fastigio, adinuicẽ sũt sicut bases (per 11 duodecimi) Bases autem inuicẽ sunt æquales, igitur & cylindri ε β, γ μ, sunt æquales. Et quoniã cylindrus ζ μ, plano quodam secatur γ δ, parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis, est igitur (per 13 duodecimi) sicut γ μ cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est λ ν axis ad κ λ axẽ, æqualis autẽ est γ μ cylindrus ipsi ε β cylindro, & λ ν axis ipsi η θ axi. Est igitur sicut ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est η θ axis ad κ λ axẽ. Sicut autem ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic α η β conus ad γ δ κ conũ, tripli enim sunt cylindri ipsorũ conorum (per 10 duodecimi,) & sicut igitur (per 11 quinti) η θ axis ad κ λ axem, sic α ε η, conus ad γ δ κ, conũ, & ε β cylindrus ad ζ δ cylindrũ Quod erat ostẽdendũ.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 Si duæ pyramides rotũdæ siue colũnæ fuerint æquales, suæ bases & altitudines erunt mutuæ. Si uero suæ bases & altitudines mutuæ fuerint, ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Altitudinẽ pyramidũ determinant lineæ a conis ad bases perpẽdiculariter descendẽtes, columnarum autẽ, à supremis earũ superficiebus ad bases. Sint itaq; duæ rotũdæ pyramides a b & c d æquales, duæque rotũdæ colũnæ a b & c d æquales, sintq́; cõmunes bases tã pyramidũ quàm colũnarũ duo circuli a & c, cões quoq; altitudines tã pyramidũ quàm colũnarũ determinatæ per lineas a b & c d. Dico quod proportio circuli c ad circulũ a, est sicut altitudinis a b ad altitudinẽ c d, & cõuerso. Hoc aũt si de colũnis probatũ fuerit, de pyramidibus certũ erit, quoniã ois colũna rotũda tripla est ad suã pyramidẽ. Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex præmissa cõstat propositũ. Si aũt inæquales, sit a b maior, sumaturq́; a e æqualis c d, & secetur colũna a b, a superficie e æquidistãter basi eius a, eritq́; ex præmisso antecedẽte, colũna a b ad colũnã a e, sicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, uideoq́; ex prima parte 7 quinti colũnã c d ad colũnã a e sicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, quare per secũdã partẽ 7 quinti, sicut altitudo a b ad altitudinẽ c d, ex præmissa autẽ est colũna c d ad colũnã a e, sicut circulus c ad circulũ a, itaq; per 11 quinti est altitudo a b ad altitudinẽ c d, sicut basis c ad basin a. Cõstat igitur prima pars. Secunda conuerso modo cõstabit, eadẽ dispositione manente. Sit enim ut basis c ad basin a, sic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico quod duæ columnæ a b & c d sũt æquales: erit enim ex secũda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, sicut basis c ad basin a. Et quia ex præmissa, columna c d ad colũnam a e est sicut basis c ad basin a, & ex præmissa antecedẽte columna a b ad columnam a e, sicut altitudo a b ad altitudinem a e, sequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnam a e sit sicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, sunt æquales. Quare constat etiam secunda pars.

Eucli.

Eucl.ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

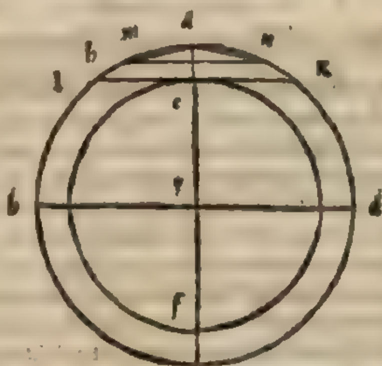
15 Aequalium conorum & cylindrorum, reciprocæ sunt bases uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.

THEON ex Zamb. *Sint æquales coni & cylindri, quorũ bases quidẽ α β γ δ, ε ζ η θ, orbes, dimetientes autem ipsorum α γ, ε η, axes autem κ λ, μ ν, qui & altitudines sunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipsi α ξ, ε ο, cylindri. Dico quod ipsorũ α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ sunt bases uerticibus, hoc est quod est sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad κ λ uerticẽ. Fastigiũ enim κ λ, ipsi μ ν, fastigio aut est æquale, aut nõ. Sit prius æquale. Est autẽ & α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro æqualis, sub eodẽ autẽ fastigio existẽtes coni & cylindri, adinuicẽ sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Aequalis est igitur α β γ δ basis, ipsi ε ζ η θ basi. Quare & reciprocæ sunt, sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigiũ ad κ λ fastigiũ. Sed iam non sit uertex λ κ ipsi μ ν æqualis, sed esto maior μ ν, & auferatur (per 3 primi) ab ipsa μ ν altitudine, ipsi κ λ æqualis π μ. ponaturq́; (per 2 primi) ipsi λ κ uertici æqualis π μ, & per π signum secetur (per 13 duodecimi) cylindrus ε ο, plano τ υ σ parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis, hoc est ε ζ η θ, ξ ο, circulorũ. Et à basi quidẽ ipsius ε ζ η θ circuli, fastigio uero μ π, cylindrus intelligatur ε σ. Et quoniam α ξ cylindrus æquus est ipsi ε ο cylindro, alius autẽ ε σ cylindrus, est igitur (per 7 quinti) sicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ cylindrum. Sed sicut quidẽ α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin. Sub eadem enim sunt altitudine, ipsi α ξ, ε σ, cylindri. Sicut autem cylindrus ε ο ad cylindrum ε σ, sic μ ν altitudo ad μ π altitudinem, cylindri namque in æqualibus basibus existentes, sic habent sicut fastigia. Est igitur sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad μ π uerticem. Aequalis autẽ est π μ uertex, ipsi κ λ uertici. Est igitur sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν altitudo ad κ λ altitudinem. Aequaliũ igitur α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Sed iam ipsorum α ξ ε ο. cylindrorum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq́; sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic uertex μ ν ad uerticem κ λ. Dico quod α ξ cylindrus, æqualis est ipsi ε ο cylindro. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigium, ad κ λ fastigium, æqualis autem est κ λ uertex ipsi π μ uertici, est igitur sicut α β γ δ, basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed sicut quidem α β γ δ, basis ad ε ζ η θ. basin, sic cylindrus α ξ ad ε σ cylindrum, sub eodem namque est fastigio. Sicut autem μ ν (per 14 duodecimi) uertex ad π μ uerticem, sic ε ο cylindrus ad ε σ cylindrũ. Est igitur sicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ, cylindrum. Aequalis igitur est α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro. Sic etiã & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.*

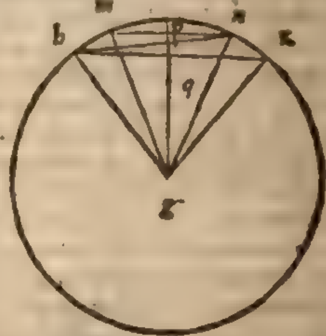
Eucli.ex Camp. Propositio 13

13 Vm propositi fuerint duo circuli ab uno centro circunducti, superficiem multiangulam æqualiũ laterũ circulũ minorẽ minimẽ tangentium, intra circulum maiorem describere.

CAMPANVS Sint duo circuli a b c d & e f, ab unõ communi centro quod sit g, circũducti, dico quod intra maiorem qui sit a b c d, possibile est unum polygonium quod sit æquilaterũ, describi, minorẽ circulum qui est e f nullo suorum laterũ tãgens. Quadrentur enim, id est in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris super centrum ipsorum orthogonaliter se inuicẽ secantibus, quæ sint a c & b d, sitq́; e f diameter minoris, pars diametri a c quæ est diameter maioris. Sicq́; igitur à puncto e. ducatur utrinque usque ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f, quæ occurrat circunferentiæ maioris, hinc quidẽ, in pũcto h inde uero, in puncto k, erit ex correlario u ter



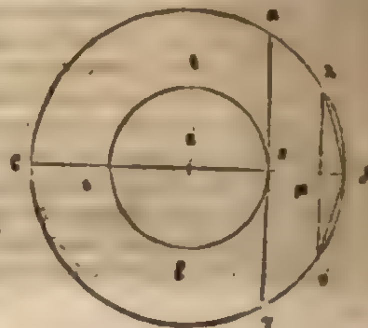
tij. linea h e k, contingens circulũ minorem. Postea uero quadrantẽ a b maioris circuli diuide per æqualia in pũcto l, secũdũ doctrinã 29 tertij, dehinc rursus arcũ a l. per æqualia ad punctũ m. Cũq; hoc pluries feceris, necessario tãdem deuenies ad arcũ qui minor erit arcu a h. sitq; hic a m. Hoc autẽ idcirco necessarium est, quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales, si à maiori earũ dematur eius dimidiũ, itẽq; à residuo dimidiũ, possibile est hoc totiẽs fieri quousq; tandẽ minor minore earũ relinquetur, quemadmodũ in 1 decimi demonstratũ est. Cum igitur sic diuidẽdo ad arcũ quãtuluncunq; minorem a h. fuerit deuentum, cuiusmodi est hic arcus a m. sumatur arcus a n. æqualis arcui æ m, ducãturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a k est æqualis arcui a h. quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est. & quia arcus a n est æqualis arcui a m. erit ex cõi sciẽtia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, sũt æquidistãtes, ergo linea m n, nõ poterit tangere circulũ e f, quare multo fortius neque linea a m, potest ipsum tãgere. Quoniã igitur cõstat circulũ a b c d diuisibilẽ esse per arcus æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij simul cõstat intra ipsum circulũ posse chordulas æquales chordulæ a m cõtinue coaptari circulũ ipsum polygoniæ chordãtes, manifestũ est intra circulũ maiorẽ posse unum polygonium æquilaterum cuius unum latus est linea a m. inscribi. Et quia linea a m nõ cõtingit circulũ minorẽ, patet ex prima parte 16 tertij & diffinitiõe linearũ a cẽtro circuli æqualiter æquidistantiũ, quod inscriptũ polygoniũ nullo laterũ suorũ tangit circulũ minorẽ. Quod est propositũ. At quid dubitas, duas lineas m n & k h. esse æqdistãtes, cũ sint duo arcus n k & m h æquales. Hoc aũt inocũssam ueritatẽ fortium est, quod duæ lineæ circulũ unũ non autẽ se inuicẽ secantes, si ex circunferentia æquales arcus hincinde lineis ipsis intersint. erũt æquidistãtes. Duc quidẽ à cẽtro g, lineam g p perpẽdicularẽ ad lineã m n. quæ secet lineã h k in pũcto q, & protrahe lineas g m. g n, g k, g h, & duobus arcubus n k & m h, subtende duas chordas quæ etiã dicantur n k & m h. erũtq; ex 28 tertij hæ chordæ æquales n k & m h. eo quod arcus æquales, & per secũdã partẽ 3 eiusdẽ tertij erit linea n p. æqualis lineæ m p. Cũ igitur uterq; duorũ angulorũ qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 8 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uero per 8 primi angulus k g n est æqualis angulo h g m. Itaque per cõmunem scientiã (quæ est, si æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus k g q æqualis angulo q g h, ideoq; per 4 primi linea k q, erit æqualis lineæ q h, quare per primã partẽ 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã k h. Igitur ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h, sunt æquidistantes Et hoc est qđ dubitare conquestus es. Hoc enim idẽ aliter demonstrare est possibile. Ducatur enim linea n h, eritq; ex ultima sexti angulus h n m, æqualis angulo n h k, eo eo quod arcus h m est æqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n. æquidistans lineæ h k. Conuersam quoque si libuerit, conuerso modo ꝓbabis. Si enim linea m n est æquidistãs lineæ h k, erit arcus n k æqualis arcui m h. Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex ultima sexti duo arcus n k & m h: erunt etiã æquales.



Euch. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

16 Binis orbibus circum idem centrum existẽtibus, in maiori orbe multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, non tangens orbẽ minorẽ in superficie.

THEON ex Zamb. Sint bini orbes α β γ δ, ε ζ η θ, circũ idem cẽtrum κ. Oportet in maiori circulo α β γ δ, multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, nõ tangens ipsum ε ζ η θ, circulũ. Excitetur per κ centrũ, recta linea β δ, & à signo κ ipsi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) α κ, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipsum ε ζ η θ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam β α δ circunferentiam diuidue, & ipsius dimidium bifariã, & hoc semper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quandam circunferentiã minorẽ ipsa α δ, relinquatur, & esto λ δ, & ab ipso λ in β δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ, extendaturq; in ν, & connectantur ipsæ λ δ, δ ν, λ ν. Igitur λ ξ, ipsi δ ν, est æqualis. Et quoniã parallelus est α γ ipsi λ ν, sed α γ tangit ipsum ε ζ η θ, orbem: igitur λ μ non tangit ipsum orbem ε ζ η θ, multi-

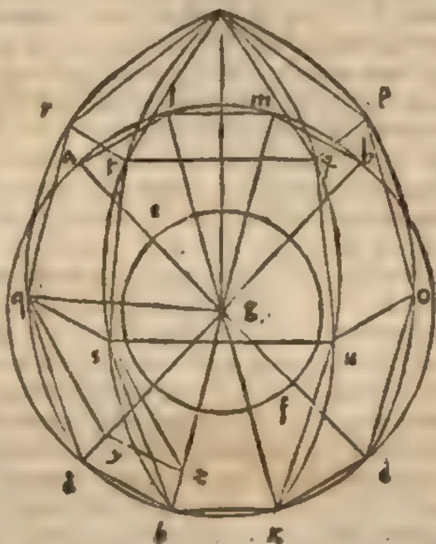


ε θ. multo minus igitur ipsæ λ δ, δ γ, tāgunt ipsum ε ζ η θ, orbē. Si igitur ipsi λ δ, rectæ lineæ æquales in cōtinuū aptabimus in orbe α β γ δ, describetur in orbe α β γ δ, multangulū æquilaterum & parilaterum nō tangens ipsum orbē ε ζ η θ, minorem. Quod facere oportuit.

CORRELARIVM. Et inde est manifestum, quod perpendicularis quæ ex λ in β δ, unum circulum non tangit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 DVabus sphæris unū centrū habētibus propositis, intra maiorē eanū solidū multarū basiū superficiē minoris sphæræ minime tāgētiū figuraliter cōstituere. Quo cōstituto si in miori sphæra siue in qualibet alia sphæra simile corp⁹ intelligibiliter cōstituatur. erit proportio corpis multarū basiū intra maiorē sphærā cōstituti ad corp⁹ multarū basiū intra minorē sphærā uel aliā cōstitutū, sicut diametri maioris sphæræ ad diametrū minoris uel alteri⁹ ꝓportio triplicata.



CAMP. Sint ꝓpositæ duæ sphæræ, a b c d & e f. unū atque idē centrū quod sit g. habentes. & sit maior earū sphæra a b c d, minor uero sphæra e f, uolumus autē intra maiorem earū unū corpus multarū basiū constituere, de quibus nō intēdimus quod ipsæ bases sint æquales aut similes. sed quod nulla earum non tangat superficiē minoris sphæræ. Cū igitur hoc uoluerimus facere, secabimus simul utrāq; ꝓpositarū sphærarū unā plana superficie per cōe cētrū earū trāseūte, erūtq; ex diffinitione sphæræ & diffinitiōe circuli, cōmunes sectiones huius secantis superficiei & superficierū sphærarū propositarū, lineæ cōtinentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f. quorū centrū est centrū sphæræ de quo ꝓpositū est quod ipsum sit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secātibus, quæ sint a c & d b, postea maiori circulo secundū præcepta præmissæ inscribemus unū polygoniū æquilaterū, nullo suorū laterū tāgēs minorē circulū. Et sufficiat exēpli causa inscripsisse dodecagonū æqlaterū. ita q; in quadrāte ipsius maioris circuli q est c d, sint tria latera hui⁹ dodecagoni quæ sint chordæ d h, h k, & k c. quæ cū sint æquales, erūt quoq; ex prima pte 27 tertij arcus earū æquales. Dehinc à duobus pūctis h & k quæ sunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ sunt h m & k l, & super cētrū g erigemus lineā g n perpēdicularē ad superficiē circuli a b c d, quā ꝓducemus quousq; obuiet supficiei sphæræ maioris super pūctū n Deinde intelligā quatuor superficies secātes sphæras propositas. quarū unaquæq; secet eas super lineā g n, scilicet pria earū, supra lineā g n & diametrū d b. secūda, super lineā g n & diametrū h m. tertia uero super lineā g n & diametrū k l, quarta aūt, super lineā g n & diametrū c a, erūtq; ex diffinitiōib⁹ sphæræ & circuli, cōmunes sectiōes harū superficierū & superficiei sphæræ maioris, lineæ cōtinētes circulos, & erūt portiōes inscriptæ ut inter punctū n & quatuor pūcta quæ sunt d, h, k, c, quadrantes horū circulorū, qui quadrātes sunt d n. h n, k n, & c n. Hoc autē ideo euenit, qđ oēs anguli quos cōtinet linea g n cū unaquaq; diametrorū protractarū in superficie circuli a b c d. sunt recti ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē, recti uero anguli in centro, quartæ circunferētiæ subtendātur, quod ex ultima sexti euidenter apparet. Ex diffinitiōe aūt circulorū æqualiū manifestū est, q; unusq; horū quatuor circulorū est æqualis circulo a b c d, nā diameter omniū ipsorū, est diameter sphæræ maioris. Igitur per 15 quinti quadrātes eorū, sunt æquales. Quare qnq; arcus qui sūt d n. h n. k n. c n. & d c, sūt æquales. In unoquoq; ergo quatuor quadrātiū circulorū erectorū coaptētur hypothenusales chordæ quarū quælibet sit æqualis chorde circuli ꝓstrati, quæ sūt latera polygonij sibi inscripti & est una earū chorda d h. sintq; i prio qdē. d q, q r, & r n,

in secundo uero, h s, s t, & t n. in tertio autem, k u, u x, & x n, & in quarto, sint c o, o p, & p n. Et protrahantur corausti coniūgentes capita hypothenusalium chordarū quæ sint q s, s u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti supioris hemisphærij maioris sphæræ quæ quidē quarta pars est d n c. inscriptum esse corpus 9 basiū, quarū tres quæ coēunt in puncto n. sunt triangulæ, cæteræ autem sunt quadrangulæ, suntq; harū quadrāgularum superficierum hypothenusalia latera æqualia, sed non æquidistantia. Corausti autē inter quosq; duos circulos intercepti, sunt æquidistantes adinuicem & chordæ circuli prostrati, sed non sunt adinuicem æquales. Hoc autē scies, si perpēdiculares à coraustorum extremitatibus ad superficiē circuli iacētis dimiseris, de quibus cōstat quod ipsæ cadent super diametros circulorū quos corausti cōtinuant, quod ex demōstratis in 11 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint à duobus terminis corausti q s, demissæ duæ perpendiculares q y & s z, cadentes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli q y d & s z h. similes: quare proportio duarum perpendicularium q y & s z, erit sicut duarum chordarum q d & s h. Cumq; sint chordæ æquales. erunt etiā & perpendiculares æquales. At ipsæ sunt æquidistātes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi coraustus q s. est æqualis & æquidistans lineæ y z. Et quia ex secunda parte secundæ sexti linea y z est æquidistās chordæ d h, & ideo minor ea, sequitur ex 9 undecimi ut coraustus q s, sit etiam æquidistans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaque chordæ quæ sunt latera polygonij inscripti in circulo iacenti (& ipsæ sunt omnes æquales chordæ d h) non tangant sphærā minorem, necesse est ut nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrāgulæ sint siue trigonæ, tangat eandem minorem sphæram. cū omnia hæc latera sint ipsis chordis æqualia aut minora. Simpliciter autem dico quod nulla etiam harū basium de quibus omnibus manifestū est ex secunda parte 2 undecimi quod ipsæ sunt totæ in superficie una, potest aliquo sui puncto contingere minorem sphærā, eo quod omnis linea recta, ducta super quēlibet punctū cuiusq; earū æquidistāter corausto, minor est necessario chorda prostrati circuli. Si igitur conuexitates aliarū quartarū maioris sphæræ tam superioris hemisphærij quam inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisque superficiebus subtexātur, erit maiori sphæræ corpus 72 basium superficiem minoris sphæræ minime tangentium quemadmodum propositum fuerat inscriptū. Dico insuper quod si in alia qualibet sphæra simile corpus statuatur, erit proportio unius ad alterū sicut diametri unius sphæræ ad diametrū alterius triplicata. Erunt enim ex 72 bases utriusque corporis, bases totidem lateratarum pyramidum, quarum omniū uertices erunt in centris ipsarū sphærarū. Has autem pyramides perficies, si a singulis angulis inscriptorum corporum quæ sunt extremitates chordarum & coraustorum lineas ad centra sphærarum produxeris. Stude itaque. ex diffinitione similium corporum probare cūctas pyramides unius. esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius proportio unuscuiusque earum unius ad suam relatiuā alterius, sicut proportio semidiametrorum sphærarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri sphærarum. latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorū est ex 15 quinti una proportio, ex 11 eiusdem facile concludes propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 17

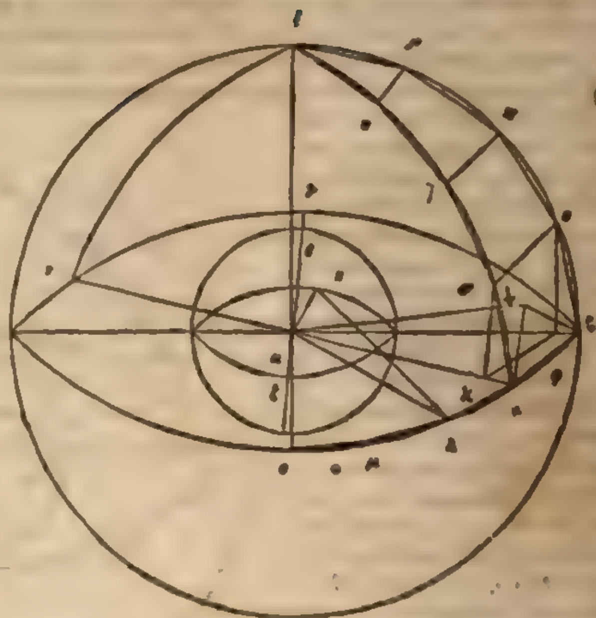
17 Binis sphæris circum idem centrum existentibus, in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere non tangens sphæram minorem in suꝑficie.

THEON ex Zamb. *Intelligantur binæ sphæræ circum idem centrum α. Oportet iam in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere, non tangens sphæram minorem in superficie. Secentur sphæræ, plano aliquo per centrum, erunt igitur sectiones, circuli: quoniā (per 14 diffinitionem undecimi) manente diametro & circunducto semicirculo facta est sphæra. Quare in qualicunque positione intelligamus hemicyclium, quod per ipsum eductum planum, efficiet in superficie sphæræ circulum, & manifestum quod & maximum, quoniā sphæræ diameter quæ etiam est hemicycli diameter, & perinde circuli, maior est (per 15 tertij) omnibus in circulo uel sphæra ductis rectis lineis. Esto igitur in maiori quidem sphæra circulus β γ δ ε, in minori aūt circulus ζ η θ, excitenturq; ipsorū diametri ad angulos rectos sibi inuicem β δ, γ ε, & binis orbibus circa idem centrum existentibus hoc est β γ δ ε, ζ η θ, in maiori circulo β γ δ ε, multangulum æquilaterum & parilaterum describatur (per præcedentem) nō tangens sphæram minorē ζ η θ, cuius latera sint in β ε quarta parte β κ, κ λ, λ μ, μ ε, & connexa κ α recta linea, extendatur in ν, & excitetur (per 12 undecimi) ab ipso α signo, ipsi ipsius β γ δ ε circuli plano ad angulos rectos α ξ, & incidat ipsi superficiei sphæræ in ξ, & per α ξ, & per utranque ipsarum β δ, κ ν, plana producantur. Facient iam per prædicta in ipsius sphæræ su*

ſuperficie maximos orbes, efficiũt, quorũ hemicyclia ſunt in ε δ, κ ν, diametris, ipſa ε ξ δ, κ ξ ν. Et quoniã ξ α recta eſt ad ipſius ε γ δ ι planũ. & omnia igitur quæ per ξ α, plana, recta ſunt ad ipſius α ε γ δ ι circuli planũ, quare & ε ξ δ, κ ξ ν, hemicyclia, recta ſunt ad ipſius β γ δ ι circuli planum. Et quoniam hemicyclia, ε ι δ, ε ξ δ, κ ξ ν, ſunt æqualia, in æqualibus namque ſunt diametris ε δ, κ ν, & ε ι, ξ κ, ξ quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quot igitur latera multãguli ſunt in β ι quarta parte, tot quoque ſunt in ipſis β ξ, κ ξ, quartis partibus ipſis κ β, κ λ, λ μ, μ ι, rectis lineis æquales, Deſcribãtur. & ſint ε ο, ο π, π ρ, ρ ξ, κ σ, σ τ, τ υ, υ ξ. & cõnectantur ipſæ σ ο, τ π, υ ρ. Et ab ipſis ο, σ, in ipſius ε γ δ ι circuli planũ perpẽdiculares excitentur. Cadũt, inquã, in cões ſectiones planorũ ε δ, κ ν, quoniã & ipſorũ ε ξ δ, κ ξ ν, plana recta ſunt ad ipſius ε γ δ ι circuli planũ, cadãt, & ſint ο φ, σ χ. & cõnectãtur φ χ. Et quoniã in æqualibus hemicyclijs ε ξ δ, κ ξ ν, æquales rectæ lineæ ſunt ε ο, κ σ, & perpendiculares ductæ ſunt ο φ, σ χ, æqualis igitur eſt ο φ ipſi σ χ, & β φ, ipſi κ χ, eſt autem & tota ε α, toti κ α æqualis, & reliqua igitur φ α, reliquæ χ α eſt æqualis. Eſt igitur ſicut β φ ad φ α, ſic eſt κ χ ad χ α, parallelus igitur eſt φ χ, ipſi κ ε. Et quoniã utraque ipſarum ο φ, σ χ recta eſt ad ipſius ε γ δ ι circuli planum, parallelus igitur eſt ο φ ipſi σ χ: patuit aũt, quod & ipſi æqualis, ipſæ χ φ, σ ο, igitur, æquales & paralleli ſunt. Et quoniam χ φ, ipſi σ ο parallelus eſt, ſed φ χ, ipſi κ ε parallelus eſt, & σ ο igitur ipſi κ β parallelus eſt, & ipſas cõnectũt, ipſæ β ο, κ σ, igitur ε ο, κ σ, quadrilaterũ, in uno eſt plano. Quoniã (per 7 undecimi) ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraque ipſarũ accipiantur contingent. a ſigna, & ad ipſa ſigna annexa recta linea, in eodẽ eſt cũ ipſis parallelis plano. Idq́; propterea & unũquodq́; ipſorũ σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilaterorũ, in uno eſt plano. Eſt autẽ triãgulũ υ ρ ξ in uno plano. Si uero intelligamus ab ipſis ο, σ, π, τ, ρ, υ, ſignis in α connexas rectas lineas, cõſtituetur quædã figura ſolida polyhedra inter β ξ, κ ξ, circũferẽtias, ex pyramidibus cõpoſita, quarũ baſes quidẽ ſunt κ β ο σ, σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilatera, & υ ρ ξ triãgulũ, uertex aũt α ſignũ. Si aũt & in unoquoq́; ipſorũ κ λ, λ μ, μ ι, laterũ, ſicut in ε κ eadẽ cõſtruamus, & inſuper in reliquis tribus quartis partibus, & in reliquo hemiſphærio, cõſtituetur figura ſolida polyhedra deſcripta in ſphæra, contẽta ex pyramidibus quarũ baſes ſunt prædicta quadrilatera & triãgulũ υ ρ ξ, & quæ in eodẽ ordine eis, uertex aũt α ſignũ. Dico quod prædicta polyhedra nõ tãget minorẽ ſphærã in ſuperficie, in qua eſt circulus ζ η θ. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipſo α ſigno in ipſius κ ε ο σ quadrilateri planũ, perpẽdicularis α ψ, & incidat ipſi plano in ψ ſigno, & connectãtur β ψ, ψ κ. Et quoniã α ψ recta eſt ad ipſius ε κ σ ο planũ, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & exiſtẽtes in ipſius quadrilateri plano recta eſt α ψ (per 2 diffinitionẽ undecimi.) Igitur α ψ, recta eſt ad utrãq́; ipſarũ β ψ, ψ κ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) α ε ipſi α κ eſt æqualis, æquũ eſt & quod ex α ε, ei quod ex α κ. Et ipſi quidẽ quod ex α β, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ ex α ψ, ψ β, rectus enim, qui ad ψ. Ipſi aũt quod ex α κ, æqualia ſunt quæ ex α ψ, ψ κ. Quæ igitur ex α ψ, ψ β, æqua ſunt eis quæ ex α ψ, ψ κ. Cõe auferatur quod ex α ψ, reliquũ igitur quod ex ε ψ, reliquo quod ex ψ κ eſt æquale, æqualis igitur eſt ε ψ, ipſi ψ κ. Similiter iã demõſtrabimus quod & quæ ab ψ ad ο σ cõnexæ rectæ lineæ, æquales ſũt utriq́; ipſarũ β ψ, ψ κ. Cẽtro igitur ψ, & ſpacio altero ipſorũ ε ψ, ψ κ, circulus deſcriptus, ibit etiã per ο, σ, & quadrilaterũ κ ε ο σ, erit in circulo. Et quoniã κ β maior eſt ipſa χ φ, æqualis autẽ eſt χ φ ipſi σ ο, maior igitur eſt ε κ ipſo σ ο. Aequalis aũt eſt κ ε, utriq́; ipſarũ κ σ, ε ο, & utraq́; igitur ipſarũ κ σ, ε ο, ipſa σ ο maior eſt. Et quoniã in circulo quadrilaterũ eſt κ ε ο σ, & β κ, ε ο, κ σ, æquales, & minor ο σ, & ex cẽtro circuli eſt β ψ, igitur quod ex κ ε, eo quod ex ε ψ maius eſt quàm duplũ. Excitetur (per 12 primi) ab ipſo κ, in ε φ perpẽdicularis κ ω. Et quoniã β δ ipſa δ ω minor eſt quàm dupla, eſtq́; ſicut ε δ ad δ ω ſic quod ex δ β. ε ω, ad id quod ſub δ ω, ω ε, deſcripto aũt ab ipſa ε ω quadrato, cõpletoq́; in parallelogrãmo, & quod ſub δ β, β ω, igitur eo quod ſub δ ω, ω β, minus eſt quàm duplum, & connexa κ β, quod ſub δ ε, β ω, æquum eſt ei quod ex ε κ, quod uero ſub δ ω, ω ε, æquũ eſt ei quod ex κ ω. Igitur quod ex κ β, eo quod ex κ ω minus quàm duplũ. Sed quod ex κ ε, eo quod ex ε ψ maius eſt quàm duplũ, maius igitur eſt quod ex κ ω, eo quod ex ε ψ. Et quoniã per 15 diffinitionem primi ε α, ipſi α κ eſt æqualis, æquũ eſt & quod ex ε α ei quod ex κ α. Et autem quod autẽ ex α ε, (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex ε ψ, ψ α. Et aũt quod ex κ α, (per 47 primi) æqua ſunt quæ ex κ ω, ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia ſunt eis quæ ex κ ω, ω α. quorũ quod eſt κ ω maius eſt eo quod ex β ψ. Reliquũ igitur quod ex ω α, minus eſt eo quod ex ψ α. Maior igitur eſt α ψ, ipſa α ω, multo igitur maior eſt α ψ, ipſa α η. Eſtq́; ipſa

ſa α ψ in unā ipſius polyhedri baſim, & α ν in minoris ſphæræ ſuperficiem. Quare & polyhedrū nō tangit ſphærā in ſuperficie. Quod facere oportebat.

Oſtēdēdū iā & aliter ac expeditius quod maior eſt α ψ. ipſa α ν. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo ν ipſi α ν ad angulos rectos ν λ, & cōnectātur α λ. Secātes iā (per 30 tertij) ipſam γ ε circūferētiam diuidue, & dimidiū ipſius diuidue, & hoc ſemper faciētes, relinquemus quādam circunferentiā quæ eſt minor quā circunferētia ε γ δ circuli quæ ſubtenditur ab æquali ipſi ν λ, relinquatur, & eſto κ ε circūferētia. Minor igitur eſt & κ ε recta linea, ipſa ν λ. Et quoniā in circulo eſt ε κ σ ο quadrilaterum, & æquales ſunt ο β, ε κ, κ ε, & minor eſt ο σ, angulus igitur qui ſub β ψ α obtuſus eſt, maior igitur eſt ε α, ipſa β ψ. Sed ipſa κ ε maior, eſt quàm ipſa ν λ. multo maior igitur eſt ν λ, ipſa ε ψ, maius igitur eſt & quod ex ν λ, eo quod ex β ψ. Et quoniā (per 15 diffinitionē primi,) α λ ipſi α β eſt æqualis, & quod ex α λ, igitur ei eſt æquū quod ex α ε. Sed ei quod ex α λ, æqua ſunt quæ ex α ν, ν λ: ei uero quod ex α ε æqua ſunt quæ ex ε ψ, ψ α. Quæ igitur ex α ν, ν λ, æqualia ſunt eis quæ ex ε ψ, ψ α. Quorū quod ex ε ψ, minus eſt eo quod ex ν λ, & reliquū igitur quod ex ψ α. maius eſt eo quod ex α ν. Maior igitur eſt α ψ, ipſa α ν. Binis igitur ſphæris circū idē centrum exiſtentibus, in maiori ſphæra ſolidū polyhedrum deſcriptū eſt non tangēs minorem ſphæram in ſuperficie. Quod facere oportuit.





CORRELARIVM. Si uero & in altera ſphæra ei quod in ε γ δ ι, ſphæra, ſolido polyhedro, ſimile ſolidū polyhedrū inſcribatur, in ipſa ε γ δ ι ſphæra ſolidū polyhedrū ad id quod in altera ſphæra ſolidum polyhedrū triplā habet rationē, quàm ipſius ε γ δ ι ſphæræ dimetiēs ad ipſius alterius ſphæræ dimetientē. Diſtributis nāq; ſolidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides ſimiles erūt. Similes uero pyramides (per 8 duodecimi) adinuicē in tripla ſunt rōne eiuſdē rōnis laterū. Pyramis igitur cuius baſis quidē eſt κ ε ο σ quadrilaterū, uertex aūt α ſignū, ad eā quæ in altera ſphæra ſimilis ordinis pyramida triplā habet rōnē, ꝗ ſimilis rōnis latus ad ſimilis rōnis latus, hoc eſt quàm α β quæ ex cētro eius eſt ſphæræ quæ circū α centrū, ad eā quæ ex centro alterius ſphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in ſphæra quæ circū centrū α, ad quālibet pyramida eiuſdē ordinis in altera ſphæra triplā habebit rōnē quàm α ε ad eā quæ ex cētro alterius ſphæræ. Et ſicut unū antecedentiū ad unū ſequentiū ſic oīa ōantecedentia ad ōnia ſequētia. Quare totū ſolidū polyhedrū quod in ſphæra quæ circū centrū α, ad totū ſolydum polyhedrum quod in altera ſphæra triplam rationem habebit quàm α ε ad eā quæ ex centro alterius ſphæræ, hoc eſt quàm ε δ diameter ad alterius ſphæræ diametrum. Quod oſtendere oportuit.

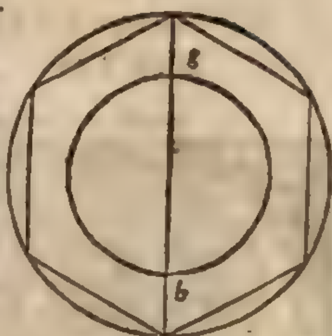
Euclid. ex Camp. Propoſitio 15

15 Mnium duarum ſphærarum eſt proportio alterius ad alteram, tanquam ſuæ diametri ad diametrū alterius proportio triplicata.

CAMPANVS Sint duæ ſphæræ a b & c d, quarum diametri ſint a b & c d. Dico quod proportio earum eſt ſicut ſuarū diametrorum proportio triplicata. Cuius demōſtratio eſt. Quoniam neque ad minorem ſphæram quàm ſit ſphæra c d neque ad maiorē eſt ꝓportio ſphæræ a b. ſicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Eſto quidem proportio ſphæræ a b ad ſphæram e f, ſicut diametri a b ſphæræ a b, ad diametrū c d triplicata. Demonſtrabo itaque, quod ſphæra e f nō poteſt eſſe minor neque maior quàm ſphæra c d. Si enim affirmet aduerſarius eā eſſe minorem, imaginabor eā includi a ſphæra c d, & circunduci ab eodem centro, & inſcribam ſphæræ c d iuxta præcepta præmiſſæ, unum corpus multarum baſium non tangentium ſuperficiem ſphæræ e f, minoris, dicaturque iſtud corpus nomine ſphæræ cui inſcribitur, c d. Poſtea ſimile corpus multarum baſium inſcribam ſphæræ a b, quod etiam nomine ſuæ ſphæræ dicatur a b: conſtat itaq; ex ſecunda parte præmiſſæ & undecimi quinti, quod proportio ſphæræ a b ad ſphærā e f. eſt ſicut corporis multarum baſium quod eſt a b, ad

cor pus

corpus multarum basium quod est c d, utraque enim, est sicut diameter a b ad diametrum c d triplicatā. Hæc autem, ex hypothesi, illa uero, ex secunda parte præmissæ. Quare permutatim proportio sphæræ a b ad corpus multarū basiū a b, est sicut sphæra e f ad corpus multarum basium c d. Cum igitur sphæra a b sit maior corpore multarum basium a b, erit etiā sphæra e f maior corpore multarum basium c d. Hoc autē est impossibile, nā ipsa est pars eius. Non est ergo sphæra e f minor sphæra c d. Si autē dicat aduersarius eam esse maiorem, confurabimus ipsum hoc modo. Erit enim per conuersam proportionalitatem sphæra e f ad sphærā a b, sicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaque eadem sphæræ c d. ad sphæram g h. eritq; ex 14 quinti sphæra g h, minor sphæra a b. eo qđ sphæra c d posita est minor sphæra e f Quare proportio sphæræ c d ad aliquam sphæram minorem sphæra a b. est sicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc est impossibile, nā ex hoc sequitur, quod pars sit maior suo toto ut demonstratum est prius. Itaque sphæra e f, non est maior neq; minor quàm sphæra c d. Igitur (ex 7 quinti) concludc, ppositā cōclusionē, quæ imponit finē libro duodecimo.

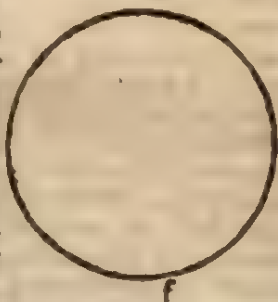


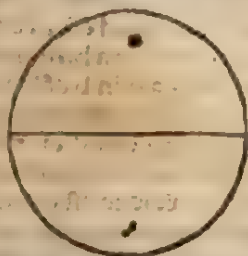


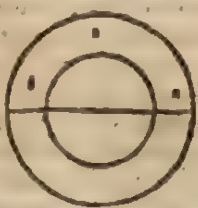
Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 Sphæræ adinuicem, in triplici sunt ratione propriorum dimetientium.

THEON ex Zãb. Intelligãtur sphæræ α β γ, δ ε ζ. diametri uero ipsarū sint β γ, ε ζ. dico quod sphæra α β γ ad sphæram δ ε ζ, triplā habet rationē quàm β γ ad ε ζ. Si autē nō: habebit igitur α β γ sphæra ad minorē aliquā ipsa δ ε ζ, sphæra, triplī rationē, uel ad maiorē, quàm β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorē η θ κ. & intelligatur δ ε ζ sphæra, ipsi η θ κ, circū idē centrū, describaturq; (per præcedentē) in sphæra maiori δ ε ζ, solidū polyhedrū non tangēs minorē sphærā η θ κ in superficie. Describatur autē (per eandē, & in α β γ sphæra, ei quod in δ ε ζ, solido polyhedro simile solidū polyhedrū. Igitur (per correlariū eiusdem) solidū polyhedrū quod in sphæra α β γ, ad id solidū polyhedrū quod in δ ε ζ, triplā habet rōnē quā β γ ad ε ζ. Habet autē & α β γ sphæra, ad η θ κ sphæram, triplā rationē quàm β γ ad ε ζ, est igitur sicut sphæra α β γ ad sphæram η θ κ, sic solidum polyhedrū quod in α β γ sphæra, ad solidū polyhedrū quod in δ ε ζ, sphæra. Vicißim igitur (per 16 quinti,) sicut α β γ sphæra ad id quod in ipsa polyhedrū, sic η θ κ, sphæra ad id quod in δ ε ζ sphæra solidū polyhedrū. Maior autē est α β γ sphæra, eo q; in se polyhedro. Maior igitur & η θ κ sphæra, eo quod in δ ε ζ, sphæra polyhedro. Sed & minor, ab ipso namq; cōprehenditur, quod est impoßibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorē ipsa δ ε ζ sphærā, triplā rationē non habet quàm β γ, diameter ad ε ζ diametrū Similiter iam demōstrabimus, quod neque δ ε ζ sphæra, ad minorē ipsa α β γ sphæra, triplam









habet rōnem quàm ε ζ ad β γ. Dico iam quod neque sphæra α β γ, ad maiorem aliquā ipsa δ ε ζ sphæra triplā habet rationē quàm β γ ad ε ζ. Si enim poßibile habeat ad maiorē λ μ ν. Conuersim igitur sphæra λ μ ν ad sphæram α β γ triplā habet rationē, quàm diameter ε ζ ad diametrū β γ. Sicut autē λ μ ν sphæra ad α β γ, sphæram, sic δ ε ζ sphæra ad minorē aliquā ipsa α β γ sphæra, sicut antea patuit, quoniam maior est λ μ ν ipsa δ ε ζ. & sphæra δ ε ζ ad minorem ipsa α β γ, sphæra triplam habet rationem quàm ε ζ ad β γ, quod est impoßibile. Igitur sphæra α β γ, ad maiorem ipsa δ ε ζ sphæra, triplam rationē non habet quàm β γ ad ε ζ. Patuit autē quod neque ad minorem, ipsa igitur α β γ sphæra, ad δ ε ζ sphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ. Quod ostendendum fuerat.

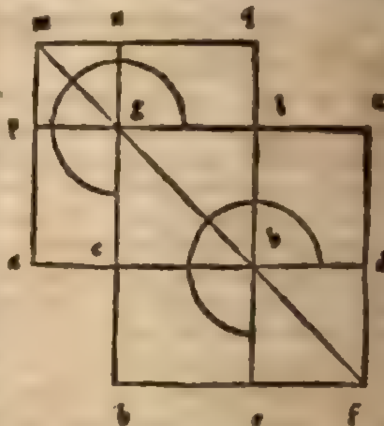
DVODECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER TERTIVSDECIMVS,

Euclides ex Campano. Propoſitio 1

1 Vm diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium duoꝗue extrema, ſi maiori portioni linea in longum addatur æqualis dimidio ipſius lineæ proportionaliter diuiſæ, quadratum lineæ ex eis duabus compoſitæ quadrati medietatis eiuſdem lineæ diuiſæ quintuplum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Sit linea a b diuiſa in puncto c, prout docet 29 ſexti, & ſit maior portio eius, linea b c, cui b c directe adiungatur linea b d, quæ ſit æqualis medietati totius a b. Dico quod quadratum lineæ c d, erit quintuplũ ad quadratũ lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & ſit eius quadratum d e. & circũponam huic quadrato gnomonem ſecũdum quantitatem lineæ b c, protracta diametro f b g. ſitq́ circũpoſitus gnomo e g d, eritq́ ex 4 ſexti ſuperficies inde compoſita, quæ ſit h k. tanquã quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratũ h k, quintuplum eſſe ad quadratũ d e. Sit igitur c l quadratum circumpoſiti gnomonis. ſibiq́ circũponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b uſque ad m, ſitq́ hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidiſtanter lateribus oppoſitis, ſecantes ſe ſuper diametrũ f m in puncto g. Manifeſtũ eſt autem ex 4 ſexti, quod cõpoſitũ ex hoc ſecũdo gnomone & quadrato c l (& ipſum quadratũ ſit a q) eſt quadratũ lineæ a b, qd' ex quarta ſcđi neceſſe eſt eſſe quadruplũ ad quadratũ d e, eo qd' linea b d eſt medietas lineæ a b. Cumque ſit ex prima parte 16 ſexti ſuperficies a n, ideoque per 43 primi ſuperficies m l. æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq́ & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in ſe, & cum ex prima ſexti ſit a l dupla ad l d. ideoq́ æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac communi ſcientia (ſi æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratũ a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus eſt ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratum a q. Itaq́ totum quadratum h k, cum ipſum conſtet ex ſimplo & quadruplo, erit ex communi ſciẽtia quintuplum ad idẽ. Quod eſt propoſitum.

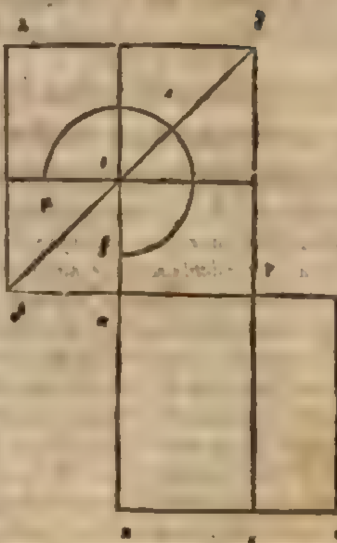


IDEM aliter. Ex quarta ſecundi conſtat, quod quadratum lineæ a b, eſt quadruplũ ad quadratum lineæ b d. At per ſecundam eiuſdem quod fit ex a b in b c & in a c, eſt æquale quadrato a b. quod autem ex a b in b c. æquũ eſt ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima ſecundi manifeſtum eſt, cũ a b ſit dupla ad b d. At uero quod ex a b in a c eſt ex prima parte 16 ſexti æquale quadrato b c. Itaque per communem ſcientiam quod fit ex b d, bis in b c, quod ex b c in ſe, eſt æquale quadrato a b. & ideo eſt quadruplum ad quadratum b d. Quare ſuperaddito quadrato b d, erit totum aggregatum quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta ſecundi hoc totũ eſt æquale quadrato c d. conſtat uerũ eſſe quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 I recta linea extrema & media ratione ſecetur maius ſegmentum admittens totius dimidiam, quintuplum poteſt eius quod ex totius dimidia.

THEON ex Zāb. Recta enim linea αβ extrema & media rōne secetur in γ signo, & sit maius segmentū αγ, & extendatur in rectam lineam γα, αδ: & ponatur ipsius αβ dimidia αδ. Dico quod ex γδ, eius quod ex δα, quincuplū potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis αβ, δγ, quadrata αε, δζ, & in δζ describatur figura, extendaturq́; ζγ in η. Et quoniam αβ extrema & media ratiōe diuisa est in γ, igitur quod sub αβ, βγ, æquū est ei quod ex αγ. Est autē id quod sub αβ, βγ, ipsum γε, quod autem ex αγ, ipsum ζθ. Igitur γε ipsi ζθ est æquale. Et quoniā βα ipsius αδ dupla est, æqualis autē est βα ipsi κα, & αδ ipsi αθ, igitur & κα ipsius αθ dupla est. Sicut autē κα ad αθ, sic γκ ad γθ. Duplum igitur est γκ ipsius γθ. Sūt autem & ipsa λθ, θγ dupla ipsius γθ, (supplemēta namq; adinuicē sunt æqualia per 43 primi.) igitur γκ ipsis λθ, θγ est æquale, demonstratū autem est, quod & γε ipsi ζθ est æquale, totum igitur αε quadratum, æquū est ipsi μνξ gnomoni. Et quoniā βα ipsius αδ dupla est, quadruplū est quod ex βα eius quod ex αδ, hoc est αε ipsius δθ. Est autē αε ipsi μνξ gnomoni æquale. & μνξ igitur gnomon, quadruplus est ipsius δθ. Totū igitur δζ quīcuplū est ipsius δθ. Estque δζ quod ex γδ, & δθ quod ex δα: quod ex γδ igitur, quincuplum est eius quod ex δα. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur, maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est suæ potēs eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.

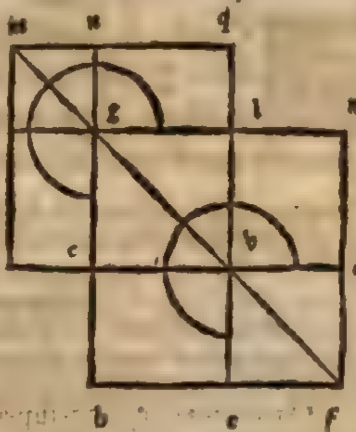


Eucli. ex Camp. Propositio 2



SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterius suarum portionum sit quintuplum, in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq́; extrema diuisa erit, maiorq́; portio eius erit linea media.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda, eadē prorsus manente dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h k quintuplum ad quadratum d c, & linea a b dupla ad lineam b d. Dico quod linea a b diuisa est in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Constat autē ex 4 secundi, quod quadratum a q est quadruplū ad quadratum d c. Itaque gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumq́; duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomo c m l, atque eadē supplemēta pariter accepta sint ex 1 sexti quātū a l, ideoq́; quantum c q, sequitur quod c q sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroque, superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autē quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ, positam in principio sexti libri conclude propositum.



IDEM aliter. Cum quadratum c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d, quadratum uero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod fit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c, eo quod a b dupla est ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c, est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b, sequitur ex communi scientia

N ut

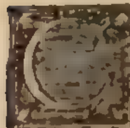
ut quadratum lineæ q c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 15 sexti & diffinitione, constat propositum.

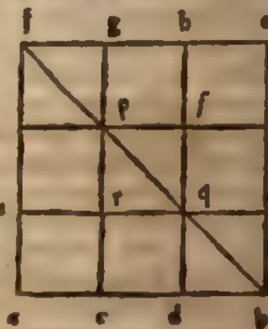
Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, sui ipsius segmẽto α γ quincuplum possit, ipsius autẽ α γ dupla sit γ δ. Dico quod ipsa γ δ extrema & media ratione diuisa, maius segmentũ est γ ε. Describantur enim ex utraque ipsarũ α ε, γ δ, quadrata α ζ, γ η, & describatur in ipso α ζ, figura, & extẽdatur β ζ in η. Et quoniã α ζ ipsius α θ quincuplum est, quadruplus igitur est μ ν ξ gnomon, ipsius α θ. Et quoniã δ γ ipsius γ α dupla est, quadruplum igitur est quod ex δ γ eius quod ex γ α hoc est γ η ipsius α θ. Patuit autẽ, quod μ ν ξ gnomõ ipsius α θ quadruplus est. Aequus igitur est μ ν ξ gnomõ ipsi γ η. Et quoniã δ γ ipsius γ α dupla est, æqualis autẽ est δ γ ipsi γ κ, & α γ ipsi γ θ, dupla igitur est & κ γ, ipsius γ θ, duplũ igitur est & α β, ipsius ε θ. Sunt autem & λ θ, θ ε, dupla ipsius ε θ. Igitur α ε, ipsis λ θ, θ ε, est æquale. Ostẽsum autẽ est, quod & totus μ ν ξ gnomon toti γ η est æqualis, & reliquũ igitur θ ζ, ipsi ε η, est æquale. Estq́; ipsum ε η, id quod sub γ δ, δ ε, æqualis enim est γ δ ipsi δ η, & θ ζ ipsum quod ex γ ε. Igitur quod sub γ δ, δ ε, æquũ est ei quod ex γ ε. Est igitur sicut δ γ ad γ ε, sic γ ε ad ε δ. Maior autẽ est δ γ, ipsa γ ε, maior igitur est & γ ε ipsa ε δ. Igitur γ δ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γ ε. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentũ reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius α γ maior sit quàm ipsa ε γ, sic ostendendum est. Si autem non, esto (si possibile est) β γ dupla ipsius γ α, quadruplum igitur est quod ex ε γ, eius quod ex γ α, quæ igitur ex β γ, γ α, eius quod ex γ α, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex ε α, quincuplum eius quod ex γ α. Quod ex ε α igitur, æquũ est eis quæ ex β γ, γ α quod est impossibile. Igitur β γ, ipsius α γ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neque minor quàm ipsa ε γ, est dupla ipsius α γ, multo enim absurdius. Ipsius igitur α γ, dupla, maior est ipsa ε γ. Quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 
Vm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema, si minori portioni tãquã dimidium maioris directe iũgatur, erit ut quadratum lineæ inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.



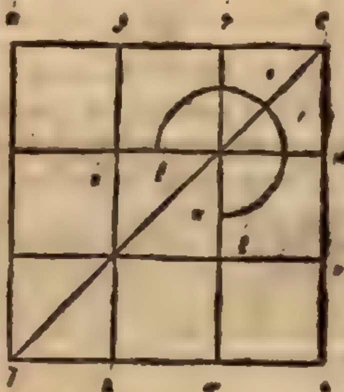
CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, sitque eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quod quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratũ lineæ c d. Describatur enim quadratum a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itẽq; k l & m n, æquidistanter lateribus oppositis, secãtes se inuicem super diametrũ in duobus punctis p & q, & extra diametrũ in duobus aliis locis r & s. Manifestũ igitur est ex 24 sexti uel ex correlario 4 secũdi, quod oẽs superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediũ, sunt quadratæ. Quatuor aũt superficies quæ sunt a r, m p, p h, & s e, cõstãt ex 43 primi & pria sexti esse adinuicẽ æquales nã duæ postremæ p h & s e, sũt adinuicẽ æquales ex 1 sexti. Quoniã igitur ex præsenti hypothesi & diffinitiõe lineæ scd̃m qd̓ proponitur diuisæ & prima parte 16 sexti quadratũ c l est æquale supficiei a g ideo quod & gnomoni r f s propter id qd̓ superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniã ex 4 secũdi quadratũ c l est quadruplũ ad quadratum r s quod est tãquã quadratũ lineæ c d, sequitur ex cõmuni scientia quod quadratũ m h

sit quintuplũ quadrati r s. Constat enim ex gnomone quadruplo, & r s simplo. Hoc autem est propositum. IDEM *aliter.* Cum sit linea b c diuisa per æqualia in puncto d. & addita est ei linea a c. erit ex 6 secundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacentis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex prima parte 16 sexti, hoc autẽ est quadruplũ ad quadratũ c d, manifeste patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; si libet, duplici modo ex consequente huiusĩtũ antecedens concludere processu retrogrado. Sit enim (eadem dispositione manente) quadratũ m h quintuplũ ad quadratum r s, eritq; gnomo r s s. æquale quadrato c l. Vtrũq; enim est quadruplũ ad quadratum r s. At quia superficies a g est æqualis gnomoni prædicto, necesse est ut superficies eadem sit æqualis quadrato prædicto. Quare ex secunda parte 16 sexti & diffinitione linea a b est diuisa in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea c d.

IDEM *aliter.* Cum sit ex hypothesi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratũ lineæ c d, & ex 6 secundi idem ipsum quadratum sit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sequitur ut id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d. sit quintuplũ ad idẽ quadratum c d. Ideoq; eo dẽpto, erit residuum uidelicet quod fit ex a b in a c. quadruplum ad ipsum. Et quia etiam ex 4 secundi quadratum lineæ c b est quadruplum ad idem, necesse est ut quod fit ex a b in a c. sit æquale quadrato c b. Quare iterũ ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, linea a b est diuisa secundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema in puncto c, & maior portio est linea c b.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 3 *Propositio* 3

3 Si recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmentum admittens dimidiam maioris segmenti, quincuplum potest eius quod à media maioris segmenti fit quadrati.



THEON *ex Zamb.* *Recta enim quædã linea α β, media & extrema ratione secetur in γ signo, sitq; maius segmẽtũ α γ, seceturq; (per 10 primi) α γ bifariã in δ. Dico quod ex β δ, quincuplum potest eius q̃ δ γ. Describatur (per 46 primi) ex α β, quadratũ α ε, & describatur figura. Et quoniã α γ, dupla est ipsius δ γ, quadruplum igitur est quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc est ρ σ ipsius ζ η, Et quoniã quod sub α β, β γ, æquum est ei quod ex α γ, estq; quod sub α β, β γ, ipsum γ ε, & quod ex α γ id quod ρ σ, igitur γ ε ipsi ρ σ, est æquale. Quadruplum autem est ρ σ, ipsius ζ η, quadruplũ igitur est & γ ε, ipsius ζ η. Rursus quoniã æqualis est α δ ipsi δ γ, æqualis est & θ κ ipsi κ ζ. quare & η ζ. quadratum, æquale est ipsi θ λ quadrato, æqualis igitur est η κ ipsi κ λ, hoc est μ ν ipsi ν ε, quare & μ ζ, ipsi ζ ε est æquale. Sed μ ζ, ipsi γ ν est æquale, & γ ν igitur, ipsi ζ ε est æquale. Communis apponatur γ ν, Igitur ξ ο π gnomon, æqualis est ipsi γ ε. Sed γ ε, quadruplum ostensum est esse ipsius η ζ, & ξ ο π, igitur gnomon, ipsius η ζ, quadruplus est. Igitur quadratum δ ν, quincuplum est ipsius ζ η quadrati, estq; δ ν id quod ex δ β, & η ζ quod ex δ γ. Quod ex δ β igitur, quincuplum potest eius quod ex δ γ. Quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio* 4.

4 SI secundum proportionem habẽtem medium & duo extrema qualibet linea fuerit diuisa, eiq; in longum directe tanquã maior sectio adijciatur, erit totam lineam inde compositam secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisam esse, & erit eius maior portio linea prima.

CAMPANVS Sit linea a b diuisa qua supponitur proportione in puncto c. & sit eius maior portio c b totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ sit æqualis c b. Dico quod tota a d eadem proportiõe diuisa est in pũcto b, & maior eius portio est linea a b quæ est linea prima. Est enim ex diffinitione. a b ad b c. sicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d. sicut ad b c. igitur ex undecima eiusdẽ a b ad b d, sicut b c ad c a. quare per conuersam proportionalitatem b d ad b a sicut a c ad c b, & coniunctim d a

ad a b, sicut b ad b c. Cũq; sit ex 7 quinti a b ad b c, sicut ad b d, erit ex undecima eiusdẽ d a ad a b, a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuisa est in puncto b secũdum proportionem habentem mediũ & duo extrema, & maior portio eius est linea a b. Quod est propositum. Eodem quoq; modo si ex maiori portione cuiuslibet lineæ secũdũ prædictã proportionẽ diuisæ tãquã minor portio detrahatur, erit maior ipsa portio secundum eandem proportionem diuisa, eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia a b sicut proponitur in pũcto c diuisa, sitq; maior portio a c, à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quod a c est diuisa secundũ proportionẽ candẽ in pũcto d, & quod maior portio eius est linea d c. Cũ enim sit ex diffinitiõe, b a ad a c, sicut ac ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b sicut ad c d, erit ex undecima eiusdẽ b a ad a c, sicut a c ad c d, ideoq; per 19 quinti sicut c b residuũ ad d a residuum. Sed ex septima eiusdẽ, c b ad d a, sicut c d ad a, itaq; a c ad c d, sicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo cõstat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio, nec ea quam ex opposito proponimus detractio, quãtuncunq; utralibet in prolixum tendat, a proprietate diuisiõis lineæ primitiuæ discordat.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 
I secundum proportionem habentem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuisa, quod ex tota linea quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplũ sunt eius quod ex maiore portiõe quadratũ describitur. Zãb. 4

CAMPANVS. Sit linea a b, diuisa per sæpe dictam proportionẽ in puncto c, sitq; maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarũ linearũ a b & c a pariter accepta, triplum sunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, sunt ex 7 secundi quãtũ quadratum c b, & duplũ eius quod fit ex a b in a c. Itẽq; quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex diffinitiõe & prima parte 16 sexti manifestum est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea extrema mediaq; rõne secetur, quod ex tota & q; ex minori segmẽto utraq; quadrata tripla sũt eius q; à maiori segmẽto fit quadrato. Camp. 5

THEON ex Zamb. Sit recta linea α β, seceturq; extrema & media ratione in γ, sitq; maius segmentũ α γ. Dico quod quæ ex α β, β γ, tripla sunt eius quod ex ipsa α γ. Describatur (per 46 primi) ab ipsa α β quadratũ α δ ε β, & describatur figura. Quoniã igitur α β extrema & media rõne secta est in γ, & maius segmentũ est α γ, quod igitur sub α β, β γ, æquũ est ei quod ex α γ, estq; id quod sub α β, β γ, id quod α κ, quod autem ex α γ, id quod θ η, æquum igitur est α κ ipsi θ η. Sed α ζ ipsi ζ ε, æquũ est, apponatur cõmune γ κ, totũ igitur α κ, toti γ ε est æquale. Igitur γ ε, α κ, ipsius α κ dupla sunt. Sed α κ, γ ε, sunt id quod λ μ ν gnomon, & γ κ quadratum. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum, dupla sunt ipsius α κ. Sed quod α κ, ipsi θ η sit æquale ostẽsum est. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum dupla sunt ipsius θ η, quare λ μ ν gnomon & γ κ, θ η, quadrata, tripla sunt ipsius θ η quadrati. Et λ μ ν gnomõ & γ κ, θ η, quadrata, sunt totũ α ε, & γ κ, quæ sunt ex α β, β γ, quadrata & θ η ipsum quod ex α γ, quadratum, quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ quadrati. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5.

5 Si recta linea extrema & media ratione secetur, apponatur quæ eidem æqualis maiori segmento, tota recta linea extrema & media ratiõe secatur, & mai⁹ segmẽtũ est ea quæ in principio recta linea. Cãp. 4



THEON ex Zãb. Recta enim quædã linea α β extrema & media ratiõe secetur in γ signo, & sit maius segmentũ α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico quod δ β recta linea extrema & media rõne secatur in α, & maius segmentũ est ipsa quæ in principio recta linea α β. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α ε, & describatur figura. Quoniã enim α β, extrema & media ratiõe secatur in γ, quod sub α β, β γ, æquũ est ei q; ex α γ, estq;

γ, estq; quod sub αβ, βγ, id quod γι, & id quod ex αγ, ipsum γθ, æquū igitur est γι, ipsi γθ, sed quidem γι, æquū est θι, ipsi autem γθ, æquum est δθ: & δε, igitur ipsi ει est æquale. Commune adijciatur εδ, totū igitur δα, toti αι est æquale, estq; δα id quod sub βδ, δα, æqualis enim est αδ, ipsi δι, & αι, ei quod ex αβ: quod igitur sub βδ, δα, æquum est ei quod ex αβ. Est igitur sicut δε ad εα, sic εα ad αδ. Maior autem est δβ, ipsa βα, maior igitur & εα, ipsa αδ, ipsa igitur εδ, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmētū est αβ. Quod erat ostendendum.

Quid sit resolutio.

RESOLVTIO, est aßumptio quæsiti tanquam concessi per ea quæ sequuntur in uerum aliquod cōcessum.

Quid sit compositio.

COMPOSITIO uero, est aßumptio cōcessi per ea quæ sequūtur in quæsiti terminationē siue occupationem.

1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædā linea αβ extrema & media rōne secetur in γ, sitq; maius segmētū αγ, & dimidiū ipsius αβ, æqualis apponatur αδ, Dico quod ex γδ, eius quod ex αδ quincuplū est. Quoniā enim quod ex γδ eius quod ex δα quincuplū est, at quod ex γδ est, ea quæ ex γα, αδ, una cū eo quod bis sub γα, αδ, quæ igitur ex γα, αδ, una cū eo quod bis sub γα, αδ, quincuplū est eius quod ex αδ, diuidēdo igitur quod ex γα una cū eo quod bis sub γα, αδ, quadruplū est eius quod ex αδ. Sed ei quod bis sub γα, αδ, æquū est id quod sub γα, αε, dupla enim est βα ipsius αδ. Ei autē quod ex αγ, æquū est quod sub αε, εγ, ipsa enim αε extrema & media ratiōe secatur, quod igitur sub εα, αγ, una cū eo quod sub αε, εγ, quadruplū est eius quod fit ex αδ. Sed quod ex αε, quadruplū est eius quod fit ex αδ. sed quod sub εα, αγ, una cum eo quod sub αβ, βγ, est id quod ex αε, Quod igitur ex αε, eius quod ex αδ quadruplum est, si uero: dupla enim est αε ipsius αδ.

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniā igitur quod ex βα, eius quod ex αδ quadruplū est, sed quod ex βα, est id quod sub εα, αγ, una cū eo quod sub αε, εγ, quod igitur sub εα, αγ, una cū eo quod sub αε, εγ, quadruplū est eius quod ex αδ. Sed quod sub εα, αγ, æquū est ei quod bis sub δα, αγ, quod autē sub αε, εγ, ei est æquū quod ex αγ, quod igitur ex αγ una cū eo quod bis sub δα, αγ, quadruplū est eius quod ex δα. Quare quod ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quincuplum est eius quod ex δα. Quæ aūt ex δα, αγ, una cum eo quod bis sub δα, αγ, est id quod ex γδ, quod igitur ex γδ, quincuplū est eius quod ex δα. Quod ostendere oportuit.

2 RESOLVTIO secundi theorematis Recta enim quædā linea γδ, sui ipsius segmēto δα, quincuplū poßit, ipsius autē δα, dupla sit αβ. Dico quod αβ extrema & media rōne secatur in γ signo, & maius segmentū est αγ quæ est reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniā enim αβ extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentū est αγ. quod igitur sub αβ, βγ, æquū est ei quod ex αγ. Est autē & quod sub βα, αγ, æquum est ei quod bis sub δα, αγ, dupla enim est βα. ipsius αδ. Quod igitur sub αβ, βγ, una cum eo quod sub βα, αγ, quod est id quod ex αβ, æquū est ei quod bis sub δα, αγ, una cū eo quod ex αγ. Quod autē ex αβ, eius quod ex δα quadruplū est: quadruplū igitur est & quod bis sub δα, αγ, una cū eo quod ex αγ, eius quod ex αδ. Quare quæ ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quod est id quod ex γδ qncuplū sunt eius quod ex δα: sunt uero, propter hypothesin.

COMPOSITIO secūdi theorematis. Quoniā igitur quod ex γδ quincuplū est eius quod ex δα, quod autē ex γδ est id quod ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quæ igitur ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ quincupla sunt eius quod ex δα, diuidēdo igitur, quod bis sub δα, αγ, una cū eo quod ex γα, quadruplū est eius quod ex αδ, est uero & quod ex αβ quadruplum eius quod ex αδ, quod igitur bis sub δα, αγ, quod est id quod sub βα, αγ semel una cū eo quod ex αγ, æquum est ei quod ex αβ. Sed quod ex αβ, est id quod sub αβ, βγ, una cū eo quod sub βα, αγ, quod igitur sub βα, αγ, una cū eo quod sub αβ, βγ, æquū est ei quod sub βα, αγ, una cum eo quod ex αγ, & sublato cōmuni, eo quod sub βα, αγ, reliquū igitur quod sub αβ, βγ, æquū est ei quod ex αγ. Est igitur sicut βα, ad αγ sic αγ ad γβ. Maior autē est βα, ipsa αγ, maior igitur est & αγ, ipsa γβ. Igitur αβ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentum est αγ. Quod erat ostendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædā linea αβ, extrema & media ratione secetur in γ signo, sitq; maius segmentū αγ, & ipsius αγ, dimidia esto γδ. Dico quod ex βδ ipsius γδ quincuplum est. Quoniā enim quod ex βδ, eius quod ex γδ quincuplū est quod autem ex δβ, est id quod sub αβ, βγ, una cum eo quod ex δγ, quod igitur sub αβ, βγ, una cum eo quod ex δγ, quincuplum est eius quod ex δγ, diuidendo igitur quod sub αβ, βγ, quadruplū est eius quod ex δγ. Et autē quod sub αβ, βγ, æquū est id quod ex αγ, ipsa enim αβ, extrema & media ratione secatur in γ, quod igitur ex αγ, quadruplū est eius quod ex δγ, est uero, ipsa enim αγ est dupla ipsius δγ.

COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur αγ ipsius δγ dupla est, quadruplū est quod ex αγ, eius quod ex δγ, Sed ei quod ex αγ, æquū est quod sub αβ, βγ, quod igitur sub αβ, βγ, eius quod ex δγ quadruplum est. Cōponendo igitur (per 18 quinti) quod sub αβ, βγ, una cū eo quod ex δγ, quod est id quod ex δβ, quincuplū est eius quod ex δγ, quod ostendere oportuit.

4 RESOLVTIO quarti theorematis. Recta enim linea αβ, extrema ac media ratione secetur in γ, & sit maius segmētū αγ. Dico quod quæ ex αβ, βγ, tripla sunt eius quod ex αγ. Quoniā enim quæ ex αβ, βγ, tripla sunt eius quod ex αγ, sed quæ ex αβ, βγ, sunt id quod bis sub αβ, βγ, una cū eo quod ex αγ, quod igitur bis

sub α β, β γ, una cum eo quod ex α γ, triplum est eius quod ex α γ, diuidendo igitur quod bis sub α β, β γ, eius quod ex α γ duplũ est. Quare quod semel sub α β, β γ, æquũ est ei quod ex α γ: est uero. ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.

COMPOSITIO. *Quoniã igitur α β, extrema & media rõne in γ, secatur maiusq́; segmẽtũ est α γ, q̃ igitur sub α β, β γ, ei est æquũ quod ex α γ. q̃ bis igitur sub α β, β γ, duplũ est eius q̃ ex α γ. Cõponẽdo (per 18 quin) q̃ igitur bis sub α β, β γ, una cũ eo quod ex α γ, triplũ est eius quod ex α γ. Sed quod bis sub α β, β γ, una cũ eo quod ex α γ, est ea quæ ex α β, β γ, sunt quadrata. Quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ. Quod ostendere oportuit.*

RESOLVTIO *quinti theorematis. Recta enim quædã linea α β, extrema & media ratiõe secetur in γ sitq́ maius segmentũ α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico q̃ δ β, extrema & media rõne secatur in α, & maius segmẽtũ est α β. Quoniã enim δ β extrema & media ratiõe secatur in α, & maius segmẽtũ est α β, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α ad α δ. Aequalis aũt est α δ, ipsi α γ. Est igitur sicut δ β ad β α, sic est β α, ad α γ. Cõuertẽdo igitur sicut β δ ad δ α, sic α β, ad β γ. diuidẽdo igitur & sicut β α ad α δ, sic α γ ad γ β. Aequalis autem est α δ, ipsi α γ, est igitur sicut β α ad α γ, sic α γ ad γ β, est uero: ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.*

δ α γ β

COMPOSITIO *Quoniã α β, extrema & media ratione in γ secatur, est igitur sicut β α ad α γ, sic α γ, ad γ β. Aequalis autẽ est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut β α ad α δ, sic α γ, ad γ β, cõponẽdo (per 18 quinti) sicut β δ, ad δ α, sic α β ad β γ. Cõuertẽdo, sicut δ β ad β α, sic β α ad α γ. Aequalis autẽ est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α, ad α δ. Ipsa igitur δ β, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmentum est α β. Quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 OMnis rationalis lineæ secundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuisæ, utrãq; portionẽ residuum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit línea a b secundũ solitã proportionẽ diuisa in pũcto c, rationalis, dico quod utraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio a c, cui directe adijciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõstat autẽ ex prima huius, quod quadratũ lineæ d c. quintuplũ est ad quadratũ lineæ d a. Igitur linea d c, est cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, sed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 66 decimi linea a c est residuũ, cũ duæ lineæ c d & d a sint ambæ rõnales potentialiter tantũ cõicantes. Et quia iterũ si ad lineã rationalẽ a b adiũgatur superficies æqualis quadrato lineæ a c quæ est residuũ, erit latus eius secũdũ linea c b ex prima parte 16 sexti, necesse est ex 92 decimi ut linea c b sit residuũ primũ, quare cõstat propositũ. Amplius autẽ si lineæ sic diuisæ ut proponitur maior portio fuerit ratiõalis, erit minor residuũ. Verbi gratia, sit ut prius, a b diuisa in c. secũdũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quæ est a c. sit rationalis. quæ diuidatur per æqualia in d, eritq; ex tertia huius quadratum d b. quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c est ratiõalis cum ipsa sit dimidiũ a c, sequitur ut duæ lineæ d b & d c sint ratiõales potẽtialiter tantũ cõicãtes. Quare ut prius, linea c b est residuũ.

d a c b

a d c b

At uero si linea rationalis in potẽtia tantũ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuũ. Sit enim a b rõnalis in potẽtia tantũ. diuisa sicut ꝓponitur in pũcto c, & sumatur aliqua rõnalis in lõgitudine quæ sit d e. quæ etiã diuidatur in f secundũ prædictã proportionẽ, manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur, incõcussa demonstratiõe roboratur q̃ proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potẽtia, sequitur ex prima parte 10 decimi q̃ a c cõicet cũ d f, & c b cũ f e. in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e est residuũ. ut patet ex prædictis, sequitur ex 91 decimi ut utraq; portio lineæ a b sit etiam residuũ. sed nõ eiusdẽ speciei, ut ibidẽ demonstratum est. Quare cõstat, quod omnis lineæ rationalis in lõgitudine uel in potẽtia tantũ, secundũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuisæ utraq; portio est residuũ.

a c b

d f e

CAMPANI *annotatio.* Et nota, quod prima pars præsentis demõstrationis qua demonstratur quod maior portio lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema sit residuũ, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur ratiõalis in lõgitudine, siue in potẽtia tãtũ. Secũda uero pars qua demonstratur hoc de minori portione quod ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis, nõ procedit ex sufficiẽtibus, nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autẽ pars qua probatur quod minor portio est residuũ, sufficienter procedit, siue maior portio sit ratiõalis

in lon

in longitudine siue in potētia tantū. Ad concludēdū igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ quod ipsa sit residuū. sufficit ponere totā lineā diuisam esse rationalem in potētia tantū, sed ad concludendū quoq; hoc de minori portione mediāte maiore, sufficit ponere portionē maiorē similiter rationē in potētia tantū: ad cōcludendū autē hoc de minori portione mediāte tota, necesse est ponere totam lineā esse rationalē in longitudine, aut utendū est 1 quartidecimi quemadmodum dictum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

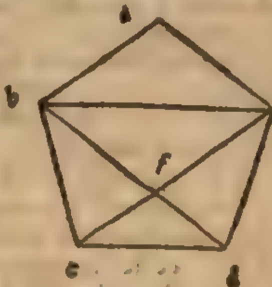
6 Si recta linea rationalis, extrema & media ratione secta fuerit, utrunque segmentorum irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zāb. *Sit recta linea ratiōalis α β, seceturq; extrema & media ratiōe in γ, sitq; maius segmentū α γ. Dico ꝙ utraq; ipsarū α γ, γ β, irrōnalis est ea quæ appellatur apotome. Extēdatur enim α β, & ponatur ipsius β α. dimidia α δ. Quoniā igitur recta linea α ζ, extrema & media rōne secatur in γ, maioriq; segmēto α γ apponitur α δ dimidia existēs ipsius α β, ꝙ igitur ex γ δ, eius quod ex δ α quincuplū est (per 1 decimitertij.) Quod ex γ δ igitur, ad id quod ex δ α, rationem habet quam numerus ad numerum. Quod igitur ex γ δ, ei quod ex δ α, commēsurabile est. Quod aūt ex δ α, rōnale est, ipsa enim δ α, rōnalis est, dimidiū existēs ipsius α ζ rationalis existentis. Rōnale igitur est & ꝙ ex γ δ, rationalis igitur & γ δ. Et quoniā ꝙ ad id quod ex δ α rōnē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmēsurabilis igitur est γ δ ipsi δ α lōgitudine. ipsæ igitur γ δ, δ α, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur α γ, apotome est. Rursus quoniā α β extrema & media ratione secatur, & maius segmentū est α γ, igitur quod sub α ζ, ζ γ ei quod ex α γ æquū est. Igitur ex α apotome ad α β rationalē cōparatū latitudinē primā efficit ζ γ, quod ex apotome uero ad rationalē cōparatū latitudinē, primam efficit apotomen. Igitur γ ζ, prima est apotome (per 97 decimi,) Ostensum autē est, quod & α γ apotome est. Si recta igitur linea, & quæ sequūtur reliqua quod oportuit ostendere.*

Eucl. ex Camp. Propositio 7

7 SI quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoque idem pentagonut esse probatur.

CAMPA. Sit pētagonus a b c d e. æquilaterus, sintq; quilibet tres eius anguli, siue cōtinue siue incōtinue sumātur, adinuicē æquales, & sint prius incōtinue sumpti, sintq; anguli a, c, d. illi tres qui ponūtur adinuicē æquales. Dico totū pentagonum esse æquiangulū. His angulis subtendantur chordæ b e b d, & e c, & totus pentagonus. diuidatur in trigonū. & quadrilaterum cuiusduæ diagonales sint chordæ duorū proximorū æqualiū angulorum secantes se intra quadrilaterū ipsum in puncto f, eritq; per 4 primi basis b e æqualis basi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cūq; per 5 primi angulus b e d sit æqualis angulo b d e. eo quod duo latera b e & b d sunt æqualia, erit ex cōmuni scientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter ꝓbabis, totalē angulū b esse æqualē angulo totali c, est enim ꝑ 4 primi basis b c æqualis basi c e, & angulus a b e æqualis angulo d c e, per quintā autē eiusdē scilicet primi est angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cōmuni scientia totalis angulus b. est æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b, c, d. cōtinue sumpti, æquales: & sic quoq; erit pētagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e, & angulus c b d angulo d e c. & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erūt æquales. cum duo anguli trianguli f c d qui sunt ad basin c d, sint æquales. igitur ex cōmuni sciētia erit linea f b, æqualis lineæ f e. erat enim tota b d. æqualis toti c e. ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandē autē est angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cōmunē scientiā angulus b totalis. est æqualis angulo e totali. tres enim partiales anguli cōponentes unū. sunt æquales tribus partialibus cōponentibus aliū, unusquisq; suo relatiuo. Manifestum est igitur, quod tres anguli e. b, c, non continue sumpti in proposito pentagono sunt æquales. Cū autem sic: demonstratū est totū pētagonū esse æquiangulū, utrolibet ergo modo cōstat propositū.

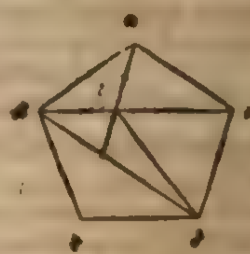


Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.

THEON ex Zamb. *Quinquāguli æquilateri α β γ δ ε, tres anguli prius ordinatim qui ad α, ζ, γ, signa, inuicem sint æquales. Dico quod quinquangulū α ζ γ δ, æquiāgulū est. Cōnectantur enim α γ, ζ ε, & ζ δ. Et quoniā binæ γ ζ, ζ α, duabus ζ α, α ε, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub γ ζ α ei qui sub ζ α ε est æqualis, basis igitur α γ. (per 4.*

primi) basi β ε est æqualis, & triãgulũ α β γ, triãgulo α β ε, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur, qui sub β γ α ei qui sub β ε α, qui autẽ sub α β ε ei qui sub γ α β. Quare & latus α ζ, ipsi β ζ lateri est æquale, patuit autẽ quod & tota α γ, toti β ε, est æqualis & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε est æqualis. Est autẽ & γ δ, ipsi δ ε æqualis. Binæ iã ζ γ, γ δ, duabus ζ ε, ε δ, sunt æquales, & cõmunis ipsorũ basis, est ζ δ. Angulus igitur qui sub ζ γ δ, angulo qui sub ζ ε δ est æqualis. Patuit autẽ quod & qui sub β γ α, ei qui sub α ε β, est æqualis, totus igitur qui sub β γ δ, toti qui sub α ε δ est æqualis. Sed qui sub β γ δ, æqualis supponitur eis qui ad α, β & qui sub α ε δ, igitur, eis qui ad α, β, angulis est æqualis. Similiter iam ostẽdemus, quod & qui sub γ δ ε angulus, eis est æquus qui ad α, β, angulis. Aequiangulũ igitur est, α β γ δ ε quinquangulũ. Sed iam nõ sint æquales ordinatim ipsi anguli, sed sint æquales qui ad α, γ δ, signa. Dico quod & sic quinquangulũ α β γ δ ε æquiangulum est. Cõnectãtur enim β, δ. Et quoniã binæ β α, α ε, duabus β γ, γ δ, sunt æquales, & æquos cõprehendunt angulos, basis igitur β ε (per 4 primi) basi β δ, est æqualis, & triãgulũ α β ε, triãgulo β δ γ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendũtur. Aequalis igitur est angulus qui sub α ε β, ei qui sub γ δ β. Est autem & qui sub β ε δ angulus, ei qui sub β δ ε æqualis, quoniam & latus β ε lateri β δ est æquale. Totus igitur qui sub α ε δ angulus, toti qui sub γ δ ε est æqualis. Sed qui sub γ δ ε, eis qui ad α, γ, angulis supponitur æquus, & angulus igitur qui sub α ε δ, eis est æquus qui ad α γ. Iam id propterea & qui sub α β γ, æqualis eis qui ad α γ δ, angulis. Aequiangulum igitur est, & ipsum α β γ δ ε quinquangulum. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 Mnis trianguli æquilateri quod à latere suo quadratum, describitur, triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triãgulus ipse circunscribitur. Zamb. 12

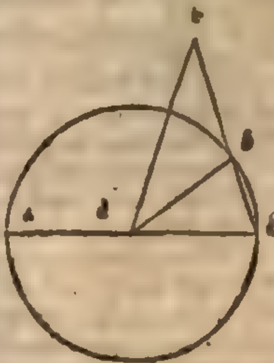
CAMPANVS Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circũscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratũ lineæ a b triplũ est ad quadratũ semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, subtẽdatur chorda b e, eritq́ ex 8 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimã sexti arcus b e, est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicẽ æquales, eo quod eorũ chordæ, quæ sunt latera trigoni, sunt æquales ex hypothesi, erit arcus b e sexta pars circũferentiæ, ideoq́ chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti, quare per correlarium 15 quarti, linea b e, est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij, quod angulus a b e est rectus, ideoq́ quadratũ lineæ a e, est æquale quadratis duarũ linearũ a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uero quadratũ a e, quadruplũ est ad quadratum b e ex 4 secũdi, cũ linea a e sit dupla b e, relinquitur ergo, quadratũ a b triplũ esse ad quadratũ b e, & ideo ad quadratũ a d. Quod est propositũ. Non lateat autem nos, quod linea b c quæ est latus trigoni diuidat semidiametrum d e, per æqualia. Esto quidẽ punctus diuisionis, f. Constat igitur ex 4 primi, quod b f est æqualis f c, ideoq́ per primã partẽ 3 tertij, oẽs anguli qui sunt ad f, sunt recti. quare ex penultima primi quadratũ b d, est æquale quadratis duarũ linearũ quæ sunt b f & f e. Et quia b d est æqualis b e, erũt ex cõi sciẽtia duo quadrata duarũ linearũ b f & f d pariter accepta æqualia duobus quadratis duarũ linearũ b f & f e pariter acceeptis. Dempto igitur utrinq; quadrato b f, erit ex cõi sciẽtia quadratum f d residuum, æquale quadrato f e residuo, quare & linea f d, lineæ f e, ex hac cõmuni scientia. quarum quadratũ sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaq; manifestum est, quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti, æqualis est dimidio lineæ ductæ à centro eiusdem circuli ad ipsius circunferentiam.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 I latus hexagoni æquilateri, latusq́ decagoni æquilateri, quos ambos unus idẽq́ circulus circũscribit, sibi inuicẽ in longũ directũq́ coniun Zamb. 9

coniungantur, tota linea ex eis composita secundum proportionem habētem mediū & duo extrema diuisa erit, maiorq́ꝫ eius portio latus hexagoni.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius cētrum d, & diameter a d c, sitq́ꝫ arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c. cui subtendatur chorda c b. quam constat esse latus decagoni æquilateri ꝓposito circulo inscripti, adiungaturq́ꝫ lineæ c b in continuū & directū linea b e, quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e, diuisam esse in puncto b secundum proportionē habētem mediū & duo extrema, & maiorē eius portionē dico esse lineā b e quæ est latus hexagoni. Ducantur enim in centrū. duæ lineæ e d & b d, eritq́ꝫ angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi, propter hoc quod linea e b est æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti, angulus quoq́ꝫ d b c, est æqualis angulo c ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b, erit duplus ad angulū d b c Et q̄a per eandē angulus d b c est duplus ad angulū e, sequitur ut angulus a d b sit quadruplus ad angulū e, est enim ex cōi sciētia quadruplum, quicq̄d fuerit duplū dupli. Cūq́ꝫ sit etiā idē angulus a d b quadruplus ad angulū b d c ex ultima sexti, eo quod arcus a b est quadruplus ad arcū b c. necesse est ex cōi scientia ut angulus e sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligātur duo trianguli. d e c totalis, & b d c partialis, cū angulus e totalis triāguli sit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c sit cōis utriusq́ꝫ necesse est ex 32 primi ut ipsi sint æquianguli, quare per 4 sexti proportio duorū laterū e c & c d cōtinētiū angulū c in totali triangulo, est sicut duorū laterū d c & c b cōtinentiū eundē angulū in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti, & d c ad c b est sicut e b ad eandē ex prima parte eiusdē, sequitur ex 11 quinti ut sit proportio c e ad e b. sicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cōclude propositum, lineā e c esse diuisam secūdum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.



CAMPANVS Conuersam quoq́ꝫ demōstrare cōuenit, quod facile fiet, uia retrograda, eā enim assumit Ptolomæus capitulo 9 primæ dictiōis Almagesti, ad demōstrādū quātitatē chordarū arcuū circuli. Dico itaq́ꝫ ꝙ si linea quælibet secūdū proportionē habentē mediū & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiusdē minor erit latus decagoni, at uero cuius minor erit latus decagoni, eiusdē maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori dispositiōe manente) linea e c diuisa in pūcto b sc̄dm prædictā proportionē, & maior eius portio sit e b. dico ꝙ cuiuscūq́ꝫ circuli linea e b est latus hexagoni. eiusdē est linea b c latus decagoni, & cuiuscūq́ꝫ circuli linea b c est latus decagoni, eiusdē est linea e b latus hexagoni. Intelligo autē hoc de hexagonis & decagonis æq̄lateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti. erit ꝑ correlariū 15 quarti e b æqualis d c. Et q̄a proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi, erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triāguli e d c & d c b, sunt æquianguli: angulus ergo e, est æqualis angulo b d c, ipsos enim latera ꝓportionalia respiciūt. Cūq́ꝫ sit angulus a d b quadruplus ad angulū e ex 32 primi bis assumpta. & quinta eiusdem bis. sequitur ut etiā idē angulus a d b sit quadruplus ad angulū b d c. Ideoq́ꝫ ex ultima sexti, arcus a b. quadruplus est ad arcū b c. Linea igitur b c. est latus decagoni circulo a b c inscripti. Q̄d' si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiusdē. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq́ꝫ ex prædictis. b c. latus decagoni eiusdē. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni æquilateri duobus circulis a b c & f, quorū omnia latera erūt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta est æquiāgula ut probatū est in 15 quarti libri, seq̄tur utrosq́ꝫ decagonos esse æquiangulos. Cūq́ꝫ oēs anguli unius pariter accepti sint æquales oibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidēter apparet ex demōstratis in 32 primi. necesse est ex hac cōi sciētia (quorūlibet æqualiū decimas aut quotaslibet partes eiusdē denominatiōis, esse æquales) ut unus horū decagonorū sit æquiangulus alij, ideoq́ꝫ similis ex diffinitiōe similiū superficierū. Et q̄a si duæ figuræ similes duobus circulis inscribātur, erit ꝓportio



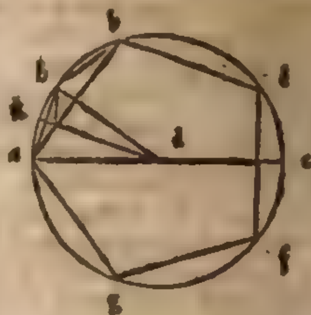
duæ

duorum relatiuorum laterum illarum figurarum ſicut duarum diametrorum illorū circulorum, ut apparet ex correlario 19 ſexti libri & 2 duodecimi, cum latera decagonorum ſimilium inſcriptorum duobus circulis a b c & f, ſint æqualia, ſequitur ut diametri eorum ſint æquales, ideoq́ & ſemidiametri etiam æquales. Sūt autem ſemidiametri & latus hexagoni, æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inſcripti, ſicut ipſa eſt latus hexagoni circuli f ſibi æqualis. Hoc autem eſt, quod demonſtrare uoluimus. Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam eſſe 10 quarti libri, quæ duum æqualium laterum proponit trigonum deſcribendum, cuius uterque duorum angulorum quos baſis obtinet, ad tertiū duplus exiſtat, talis enim eſt uterque triangulorum e d c & d c b, & ſimpliciter omnis, cuius duo latera ſunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuiſe ſecūdum proportionem habentem medium duoq́ extrema & tertium quod eſt baſis eſt æquale minori portioni lineæ eiuſdem, uel cuius duo latera ſunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui in circulo inſcripti, baſis uero eſt æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inſcripti. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10

10 Mne latus pentagoni æquilateri tanto potentius eſt latere hexagoni æquilateri quantum poteſt latus decagoni æquilateri, ſi ſint in eodem circulo ambo inſcripti.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius centrū d, & diameter a d c, inſcribaturq́ ei pentagonus æquilaterus, qui ſit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur uſquequo obuiet circunferentiæ in puncto h, ſitque d h, & protrahātur duæ chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex ſecūda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq́ etiā duo arcus a h & h b, æquales adinuicē ex 27 tertij. Eſt igitur utraque duarū chordarū a h & h b, latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti. Dico itaq́ quod quadratū lineæ a b quæ eſt latus pentagoni, eſt æquale duobus quadratis duarum linearū b d & a h pariter acceptis, quarū prima eſt æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & ſecunda eſt latus decagoni, protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h quæ eſt latus decagoni, quæ producatur uſque ad circunferentiam, ſitq́ d k quæ ſecet lineam a b quæ eſt latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Conſtat autem ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d k quæ eſt perpendicularis ad chordā a h, ſimul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq́ arcus a k eſt æqualis arcui k h quare ex ultima ſexti angulus a d l, eſt æqualis angulo l d h, ideoq́ ex 4 primi baſis a l, baſi l b, igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis eſt angulo l h a. Cūq́ etiā ſit ex eadē angul. h a b æqualis angulo h b a, ſequitur ut angulus l h a ſit æqualis angulo h b a ergo ex trigeſimaſecunda primi duo triāguli b a h & a h l, ſunt æquiāguli, eſt enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis eſt utriq́. Itaq́ p 4 ſexti ꝓportio b a ad a h, eſt ſicut a h ad l a: quare ex prima parte 16 ſexti quod prouenit ex b a in a l, eſt æquale quadrato lineæ a h quæ eſt latus decagoni. Cū ſit autem ſemicirculus a e c æqualis ſemicirculo a f c, & arcus a e arcui a f erit arcus e c reſiduus æqualis arcui f reſiduo, quare arcus e c, eſt medietas arcus e f, ideoq́ æqualis arcui a h, & duplus ad arcū h k. Et quia arcus e b eſt duplus ad arcū b h, erit ex 11 quinti tot9 arcus c e b duplus ad totum arcum b h k, ideoq́ ex ultima ſexti angulus c d b, eſt duplus ad angulum b d l. Cumq́ etiam angulus c d b duplus ſit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi, ſunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaq́ per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, eſt enim angulus d, minoris, æqualis angulo a, maioris, & angulus b eſt communis utriq́, ergo per 4 ſexti proportio a b ad b d, eſt ſicut b d ad l b, quare per primā partem 16 ſexti quod prouenit ex a b in b l, eſt æquale quadrato d b. At uero probatum eſt prius, quod illud quod prouenit ex a b in l a eſt æquale quadrato a h. Itaq́ quod prouenit ex a b in a l & in l b, eſt æquale duobus quadratis duarū linearū a h & b d. Et quia ex ſecunda ſecundi quod prouenit ex



a b in

ab in l a & in l b est æquale quadrato lineæ a b: est autem linea a b latus pentagoni æquilateri ꝓ posito circulo inscripti, linea uero a h est latus decagoni æquilateri, & linea b est ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum, inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum descripti, à terminis suorum laterum duæ rectæ lineæ subtẽdãtur, utraq; alterã secundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema secabit, maiorq; ipsius portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo eisdẽ literis signato, & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b, subtẽdãtur duæ rectæ lineæ a c & e b e, secantes se inuicem in puncto f. Dico itaque utrãque harũ esse diuisam in pũcto f, secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema, & q maior portio utriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestũ est enim ex 27 tertij, q quinq; arcus circuli pentagonũ propositũ circunscribẽtis, quorũ latera ipsius pẽtagoni sunt chordæ, sũt adinuicẽ æquales, ideoq; ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, sunt adinuicẽ æquales, nã arcus a b a e, & b c, sunt adinuicẽ æquales. Cumq; sit arcus c d e duplus ad arcũ b c, erit quoq; ex ultima sexti angulus c a e duplus ad anguliũ c a b. At uero ex 27 primi angulus a f e, duplus est ad anguliũ f a b Igitur angul9 a f e, est æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, est æqualis lineæ f e. Sunt autem duo triãguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta sunt & per 32 primi, est enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris, & angulus b, cõis utriq;, igitur per 4 sexti proportio e b ad b a, sicut b a ad f b, Cũq; sit e f, æqualis a b, eo quod ipsa (ut probatũ) est æqualis a e, sequitur ex 7 quinti ut sit ꝓportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare ꝑ diffinitionem linea e b est diuisa sc'd'm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema, & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autẽ hoc est uerũ de linea e b erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdẽ & diffinitione idẽ uerũ de linea a c: nã tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & cõi scientia, portiões enim a f & b f, sunt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c residuæ, erũt adinuicẽ æquales ex cõceptiõe. Vel potes si libet & facilius, de linea a c demonstrare propositum, negociando circa ipsum, ut prius circa lineã e b.



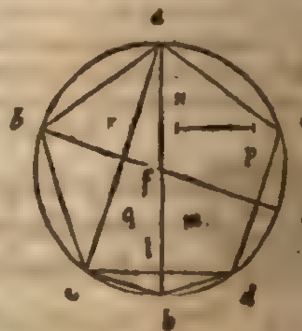
Eucli. ex Camp. Propositio 12

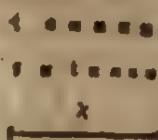
12 SI circuli pentagonum æquilaterum circũscribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea scilicet quæ dicitur minor.

CAMPANVS Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eisdem literis ascripto, cuius centrum f, & duæ diametri b g & a h, sitq; utraque harum diametrorum linea rationis in longitudine. Dico tunc quod latus pentagoni inscripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ secet diametrum b, in puncto K, eritq; ex ultima sexti & 4 primi linea a c, diuisa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto K, quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, sicut constat ex 27 tertij, erit arcus a g residuus, æqualis arcui c g residuo, ideóque ex ultima sexti angulus a b g æqualis etiam anguo c b g. Cum itaque duo latera a b & b K trianguli a b K sint æqualia duobus lateribus c b & b K trianguli c b K, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi basis a K æqualis basi k c, & omnes anguli qui sunt e d K, sunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, secet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritque linea c d diuisa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cum enim sint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, sit æqualis arcui a d, erunt duo residui semicirculorum

quí

qui sunt c h & d h, æquales, quibus si subtendantur duæ chordæ quæ sunt c h & d h, ipsæ quoque ex 28 tertij erũt æquales. Et quia arcus a c est æqualis arcui a d, erit ex ultima sexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq́ per 4 primi basis c l est æqualis basi d l, & omnes anguli qui sunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaque duo trianguli a c l & a f k sunt æquiãguli ex 32 primi. Est enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; est rectus, & angulus a est communis utriq;. quare 4 sexti proportio l c ad c a, est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti semidiametri, eritq́ per æquã proportionalitatẽ proportio c l ad quartã partem lineæ a c quæ sit c q, sicut k f ad quartã partẽ lineæ f a quæ est f m. Et quia per 15 quinti pportio c d ad c k est sicut c l ad c q: (sic enim est duplũ ad duplũ sicut simplũ ad simplũ) erit per 11 quinti d c ad c k, sicut k f ad f m, & cõiũctim lineæ cõstãtis ex d c & c k, ad k c, sicut k m ad m f, & ideo per primã partẽ 11 sexti proportio quadrati lineæ cõpositæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, sicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Constat autem ex præmissa, quod si linea a c diuidatur secundum proportionem habentem medium duoque extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea cõstans ex d c & c k, cõponitur ex maiori portione diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ medium duoq́ extrema, & ex medietate totius lineæ sic diuisæ, est enim c k, medietas a c. Itaq; p primã istius 13 libri quadratũ lineæ cõpositæ ex d c. & c k, quintuplũ quoque est ad quadratũ lineæ c k, ideoq́ quadratũ lineæ k m, quintuplũ quoq; est ad quadratũ lineæ m f, cum sit horũ quadratorũ & illorũ una proportio. Est autẽ linea b m, quintupla ad lineã m f, erat enim m f, quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratũ lineæ k m ad quadratũ lineæ m f. est sicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex secũda parte 18 sexti quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, est sicut lineæ, k m ad lineã m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, sicut linea k m ad lineam m f duplicata. igitur linea k m, est medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, sumpta secundũ doctrinam 9 sexti eritq́ ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ posita est in principio quinti, proportio b m ad m f. sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, sicut n p ad m f. erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata, igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, sunt æquales, ideoq́ ex prima parte 7 quinti, ex secunda parte eiusdem linea k m, est medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 3 sexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k, est sicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m est quintupla ad lineã m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratũ lineæ m k. Linea aũt b m, est rationalis in lõgitudine, ergo per ultimã partem 9 decimi, linea m k est rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m est potentior linea m k, in quadrato lineæ sibi incommẽsurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k residuũ quartum ex diffinitione residui quarti. Quod autem probãdum assumpsimus, sic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerũ s, sintq́ t & s quantum r, ac si esset r quinque. s unũ, t quatuor. & sit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cum igitur sit quadratũ lineæ b m ad quadratum lineæ m k sicut numerus r ad numerũ s. erit per euersam proportionalitatẽ quadratum lineæ b m ad quadratum lineæ x. sicut numerus r ad numerum t, quare per ultimam partẽ 7 decimi. lineas, est incommensurabilis lineæ b m in lõgitudine, non est ergo dubiũ, quin b k sit residuũ quartum. Manifestum uero est ex 34 tertij, quod illud quod fit ex b k in k g, est æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq́ etiã ipsum est æquale quadrato k c, eo quod a k est æqualis k c, ergo quadrato b k addito utrique, erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex 1 secũdi q̃ fit ex b k in g b, erit linea b c latus tetragonicum superficiei cõtentæ à duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b est rationalis, linea uero b k est residuũ quartũ, & quia linea potẽs in superficiẽ linea rationali resti duoq́ quarto cõtentam est linea minor ut constat ex 19 decimi libri, necesse est lineã b c quæ est latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti, esse lineam minorem





quod

quod erat ex principio demonstrandum. Hoc ergo modo sequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inscripti sit linea minor, si diameter circuli cui inscribatur, fuerit rationalis in longitudine. At uero si diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantũ, adhuc necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto eni linea a, rationalis in potentia tantum, supra quã describatur circulus, eiq́ descripto inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit b c, dicanturq́ pentagonus & circulus, a. Dico q linea b c est linea minor. Sumatur eni aliqua linea rationalis in lõgitudine, quæ sit d, & super eam lineetur circulus cui inscribatur pentagonus æquilaterus, & sit unum latus ipsius linea e f, dicanturq́ pentagonus & circulus, d. Constat igitur ex hac 11, q e f est linea minor, cum diameter d sit rationalis in longitudine. Quoniam uero proportio pentagoni a ad pentagonũ d est sicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim est ex secũda parte 11 sexti, sicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonũ d, est sicut quadrati diametri a ad quadratũ diametri d ex prima 11, erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadratũ lineæ e f, sicut quadratũ diametri a ad quadratum diametri d. Cumq́ quadrata duarum diametrorũ a & d sint cõmunicantia, quia ambo sunt rationalia ex hypothesi, erũt quoq; ex prima parte 9 decimi quadrata duarum linearũ b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f est minor, sequitur ex 76 decimi q etiã b c sit linea minor, quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine, siue in potentia tantum, necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti, sit linea minor.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 8* *Propositio 8*

8 Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ * expliciunt, extrema & media ratione sese inuicem dispescunt, & maiora earum segmenta ipsius quinquanguli lateri sunt æqualia. Camp. 8 ὑποτείνωσι subtendant

THEON *ex Zamb. Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli αβγδε, binos ordinatim angulos qui ad α, β, rectæ lineæ αγ, βε, * explicent, sese inuicem in θ signo dispescentes. Dico quod ipsarum utraq; extrema & media ratione secatur in θ signo, & earum maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinquanguli lateri. Circumscribatur (per 14 quarti) ipsi quinquangulo αβγδε, circulus αβγδε. Et quoniam binæ rectæ lineæ εα, αβ, duabus αβ, βγ, sunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, bases igitur βε (per 4 primi) basi αγ est æqualis, & triangulũ αβε, ipsi triangulo αβγ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri sub quibus æqualia latera subtendũtur. Angulus igitur qui sub βαγ, ei qui sub αβε est æqualis. Duplus igitur est qui sub αθε, eius qui sub βαθ anguli: extra enim est ipsum αβθ triangulum. Est autem & qui sub εαγ, eius qui sub βαγ duplus, quoniam & circũferentia εδγ, ipsius γβ circũferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub θαε, ei qui sub αθε est æqualis. Quare & θε recta linea, ipsi εα, hoc est ipsi αβ est æqualis. Et quoniam βα recta linea ipsi αε est æqualis, æqualis est & angulus qui sub αβε, ei qui sub αεβ. Sed qui sub αβε, ei qui sub βαθ, patuit quod æqualis: qui igitur sub βεα, ei qui sub βαθ est æqualis. Et ipsorum duorum triangulorũ αβε, & αβθ, cõmunis est angulus qui sub αβε, reliquus igitur qui sub βαε angulus, reliquo qui sub αθβ est æqualis. Triangulum igitur αβε, ipsi αβθ triangulo æquiangulum est: proportionaliter igitur est sicut εβ ad βα, sic αβ ad βθ. Aequalis autem est βα, ipsi εθ. Sicut igitur βε ad εθ, sic εθ ad θβ. Maior autem est βε, ipsa εθ, maior igitur est εθ, ipsa θβ. Ipsa igitur βε, extrema & media ratione in θ secatur, & maius segmentum θε æquum est ipsius quinquanguli lateri. Similiter iam ostendemus, quod αγ extrema & media ratione in θ secatur, & ipsius maius segmentum γθ ipsius quinquanguli lateri est æquale. Quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Zamb. *Theorema 9* *Propositio 9*

9 Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorũ componantur, tota recta linea extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.

THEON ex Zamberto. Sit circulus αβγ, & in ipso circulo αβγ, descriptarū figurarū decagoni quidem latus esto βγ, & sexanguli γδ, & sint in rectas lineas. Dico quod tota βδ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentū est γδ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrū circuli, signū ε, & cōnectantur εβ, εγ, εδ, & extendatur βε in α. Et quoniā decagoni æquilateri latus est βγ, quincupla igitur est αγβ circūferentia ipsius γβ circūferentiæ. Quadrupla igitur est αγ circūferentia, ipsius γβ. Sicut autē αγ circūferentia ad γβ, sic angulus qui sub αεγ ad angulum qui sub γεβ: quadruplus igitur est q sub αεγ, eius qui sub γεβ. Et quoniā qui sub εβγ angulus ei qui sub εγβ angulo est æqualis, qui igitur sub αεγ angulus, duplus est eius qui sub εγβ. Et quoniam εγ recta linea æqualis est ipsi γδ, utraq; enim ipsarum æqualis est ipsius sexanguli lateri in αβγ circulo descripti, & angulus qui sub γεδ, angulo qui sub γδε est æqualis, igitur angulus q sub εγβ, duplus est eius qui sub εδγ. Sed eius qui sub εγβ, duplum esse demonstratum est eum qui sub αεγ. Igitur qui sub αεγ, quadruplus est eius qui sub εδγ. Ostensum est autem quod & eius qui sub βεγ, quadruplus est qui sub αεγ: æqualis igitur est qui sub εδγ, ei qui sub βεγ. Cōmunis autem ipsorū binorum triangulorū, hoc est βεγ & βεδ, est angulus qui sub εβδ. & reliquus igitur qui sub βεδ, ei qui sub εγβ est æqualis. Aequiangulū igitur est triangulum εβδ, ipsi εβγ triangulo: proportionaliter igitur est sicut βδ ad βε, sic εβ ad βγ. Aequalis autem est εβ, ipsi γδ. Est igitur sicut βδ ad δγ, sic δγ ad γβ. Maior autem est βδ, ipsa δγ, maior igitur est & δγ, ipsa γβ. Igitur ipsa βδ, recta linea extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmentum est δγ. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si in circulo quinquangulū æquilaterū descriptū fuerit, ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in codē circulo descriptorū.

THEON ex Zamb. Sit circulus αβγδε, & in ipso αβγδε (per 11 quarti) quinquangulū describatur αβγδε. Dico quod ipsius αβγδε quinquanguli latus, potest & sexanguli & decagoni latus in ipso αβγδε circulo descriptorū. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ζ, & connexa αζ, extendatur in η signum, & connectatur ζβ, & ab ipso ζ in αβ perpendicularis excitetur (per 12 primi) ζθ, & extendatur in κ, & connectantur ακ, κβ, & rursus ab ipso ζ, in ακ excitetur (per 12 primi) perpendicularis ζλ, & extendatur in μ, & connectatur κν. Et quoniam circūferentia αβγη ipsi αεδη circūferentiæ est æqualis, quarū αβγ ipsi αεδ est æqualis, reliqua igitur γη circūferentia reliquæ δη circūferentiæ est æqualis. Quinquanguli autem γδ, & decagoni igitur γη. Et quoniam ζα ipsi ζβ (per 15 diffinitionem primi) est æqualis, & perpendicularis est ζθ, igitur angulus qui sub αζκ, ei qui sub κζβ est æqualis: quare & circūferentia ακ, ipsi κβ est æqualis. Dupla igitur est αβ circūferentia, ipsius βκ circūferentiæ, decagoni latus igitur est recta linea ακ, & id propterea & κμ, ipsius κμ est dupla. Et quoniam dupla est circūferentia αβ ipsius circūferentiæ βκ, æqualis autem est γδ circūferentia ipsi αβ circūferentiæ, dupla igitur est γδ circūferentia ipsius βκ circūferentiæ. Est autem γδ circūferentia, ipsius γη dupla: igitur circūferentia γη, ipsi βκ circūferentiæ est æqualis. Sed βκ ipsius κμ dupla est, quoniam & κα. & γη igitur ipsius κμ est dupla. Sed & γβ circūferentia, ipsius βκ circūferentiæ dupla est: æqualis enim est γβ circūferentiæ ipsi βα. & tota igitur ηβ circūferentia, totius βμ est dupla. Quare & angulus qui sub ηζβ, anguli qui sub βζμ duplus est. Est autem qui sub ηζβ, eius qui sub ζαβ duplus. Aequalis enim est qui sub ζαβ, ei qui sub αβζ. Qui sub βζν igitur, ei est æquus qui sub ζαβ. Binorum autem triangulorū αβζ & βζν, cōmunis angulus est qui sub αβζ. Reliquus igitur qui sub αζβ, reliquo qui sub βνζ est æqualis. Triangulum igitur αβζ, ipsi βζν triangulo æquiangulū est, proportionaliter igitur est sicut αβ recta linea ad βζ, sic ζβ ad βν. quod igitur sub αβ, βν, ei quod ex βζ est æquale. Rursus quoniam æqualis est ακ ipsi λκ, cōmunis autem & ad angulos rectos λν, basis igitur αν (per 4 primi) basi κν est æqualis. & angulus igitur qui sub λκν, ei qui sub λαν est æqualis. Sed qui sub λαν, ei qui sub κβν est æqualis, & qui sub λκν igitur, ei qui sub αβκ est æqualis, & ipsorum triangulorū binorum ακβ & ακν, cōmune est quod sub νακ. Reliquum igitur quod sub ακβ, reliquo quod sub ανκ est æquale. Aequiangulū igitur est triangulum αβκ, ipsi ακν triangulo: proportionaliter igitur est sicut βα recta linea ad ακ, sic κα ad αν. Quod igitur sub βα, αν, æquū est ei quod ex ακ. Ostensum est autem quod quod sub αβ, βν, æquum est ei quod ex βζ. Quod igitur sub αβ, βν, una cum eo quod sub βα, αν, quod est id quod ex βα, ei est æquum quod ex βζ una cum eo quod ex ακ. & βα quidem est latus ipsius quinquanguli, & βζ sexanguli, & ακ decagoni. Quinquanguli ergo latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum. Quod ostendere oportuit.

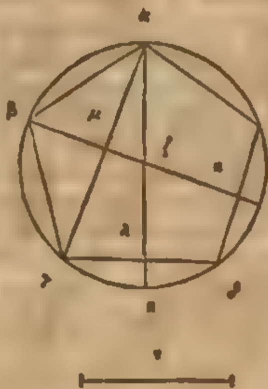
Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Si in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulũ æquilaterũ inſcribatur, quinquanguli latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Camp. 11

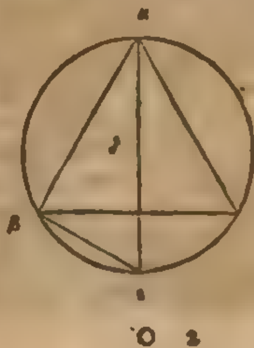
THEON ex Zamb. In circulo enim α β γ δ ε, rationalem habente diametrum, quinquangulũ inſcribatur α β γ δ ε. Dico quod ipſius α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Aſſumatur enim (per 1 tertij) circuli centrum ζ ſignum, & connectantur α ζ, ζ β, & extendantur in η, θ, ſigna, & connectatur α γ, ponaturq; ipſius α ζ, quarta pars ζ κ. Rationalis autem α ζ, rationalis igitur & ζ κ. Eſt autem & β ζ rationalis. Tota igitur β κ rationalis eſt. Et quoniam circũferentia α γ η ipſi α δ η circũferentiæ eſt æqualis, quarũ α β γ æqualis eſt & ipſi α ε δ, reliqua igitur γ η reliquæ η δ eſt æqualis. Et ſi cõnectamus α δ, * ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla eſt γ δ ipſius γ λ, & id propterea & qui ad μ recti ſunt, & dupla eſt α γ ipſius γ μ. Quoniam igitur angulus qui ſub α λ ζ ei eſt æquus qui ſub α μ ζ, cõmunis autem ipſorũ triangulorũ binorũ α λ γ, α μ ζ, eſt qui ſub λ α γ, reliquus igitur qui ſub α γ λ ei eſt æqualis qui ſub μ ζ α, æquiangulũ igitur eſt triangulum α γ λ ipſi α μ ζ triangulo: proportionaliter igitur eſt ſicut λ γ ad γ α, ſic μ ζ ad ζ α, & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipſius λ γ ad γ α, ſic ipſius μ ζ dupla ad ζ α. Sed ſicut ipſius μ ζ dupla ad ζ α, ſic μ ζ ad ipſius ζ α dimidiam. Sicut igitur ipſius λ γ dupla ad γ α, ſic eſt μ ζ ad dimidiam ipſius ζ α, & ſequentiũ dimidia. Sicut igitur ipſius λ γ dupla ad ipſius γ α dimidiam, ſic μ ζ ad quartã partem ipſius ζ α, & ipſius λ γ, dupla eſt δ γ, ipſius uero γ α, dimidia eſt γ μ, ipſius autem ζ α, quarta pars eſt ζ κ. Eſt igitur ſicut δ γ ad γ μ, ſic μ ζ ad ζ κ. Cõponendo (per 18 quinti) & ſicut utraq; δ γ μ ad γ μ, ſic μ κ ad ζ κ: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex utraq; ipſarũ δ γ μ, ad id quod ex γ μ, ſic quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ. Et quoniã (per 8 decimitertij) ea quæ ſub duobus lateribus pentagoni ſubtenſa ut α γ, extrema & media ratione ſecta, maius ſegmentũ eſt æquale ipſius pentagoni lateri hoc eſt ipſi δ γ, maius autem ſegmentũ totius admittens dimidiũ quincuplum poteſt eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia eſt γ μ, quod igitur ex δ γ μ tanquã ex una, quincuplũ eſt eius quod ex γ μ. Sicut autem quod ex δ γ μ ſicut una, ad id quod ex γ μ, ſic oſtenſum eſt eſſe id quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ, quincuplũ igitur eſt quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, rationale autẽ quod ex κ ζ, rationalis enim eſt diameter. Rationale igitur eſt & quod ex μ κ. Rationalis igitur eſt μ κ, rationẽ enim habet quam numerus ad numerũ quod ex μ κ, ad id quod ex κ ζ. Et quoniã quadrupla eſt β ζ ipſius ζ κ, quincupla igitur eſt β κ ipſius κ ζ. Vigintiquincuplex igitur eſt quod ex β κ, eius quod ex κ ζ. Quincuplũ autem eſt id quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, quincuplũ igitur eſt quod ex β κ, eius quod ex κ μ. Quod igitur ex β κ, ad id quod ex κ μ rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β κ, ipſi κ μ in longitudine, & ipſarũ utraq; rationalis eſt. Ipſæ igitur β κ, κ μ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Si autem à rationali rationalis auferatur potentia tantum cõmenſurabilis ſubſiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autẽ apotome (per 63 decimi,) igitur μ β apotome eſt. Congruens autẽ ei eſt μ κ. Dico quod & quarta. Quo enim maius eſt id quod ex β κ eo quod ex κ μ, ei æquũ eſto quod ex ν. Igitur ipſa β κ, ipſa κ μ maius poteſt ipſo ν. Et quoniam (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt κ ζ ipſi ζ β, & cõponendo (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt κ β ipſi β ζ, ſed β ζ ipſi β θ longitudine eſt cõmenſurabilis, & β κ igitur ipſi β θ cõmenſurabilis eſt. Et quoniam quod ex β κ eius quod κ μ quincuplũ eſt, quod igitur ex β κ, ad id quod ex κ μ rationẽ habet quam quinq; ad unũ. Conuertẽdo igitur (per correlar. ũ 18 quinti) quod ex β κ ad id quod ex ν, rationẽ habet quam (quinq. ad quatuor) non quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt β κ, ipſi ν. Igitur β κ, ipſi κ μ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Quoniã igitur tota β κ, ipſa κ μ congruente maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & tota β κ, ipſi β θ rationali expoſitæ cõmenſurabilis eſt. Apotome igitur quarta eſt ipſa μ β. Quod autẽ ſub rationali & apotome quarta cõprehenſum rectangulũ, irrationale eſt & ipſum potens irrationalis eſt, minorq; appellatur (per 94 decimi.) Poteſt autẽ quod ſub θ β, β μ, ipſa α β, quoniam ꝓpter cõnexionẽ ipſius α θ, triangulũ α β θ æquiangulũ fit ipſi α β μ. Et eſt ſicut β θ ad β α, ſic eſt α β ad β μ, ipſa igitur α β quinquãguli latus, irrationalis eſt minor appellata. Quod erat oſtendendũ.

ἀνάγεται (margin, beside "ducuntur recti")



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 12

12 Si in circulo triangulũ æquilaterũ deſcriptũ fuerit, ipſius trianguli latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli. Camp. 8

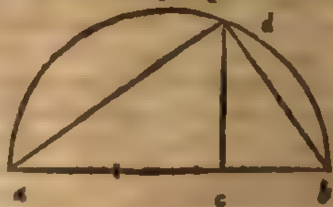


THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulũ æquilaterũ deſcribatur α β γ. Dico quod ipſius α β γ triãguli latus potentia triplũ eſt eius quæ ex centro ipſius circuli α β γ. Aſſumatur enim (per 1 tertij) centrum ipſius circuli δ, & connexa α δ extendatur in ε, & cõnectatur β ε. Et quoniã triangulũ α β γ æquilaterũ eſt, igitur β ε γ circũferentia tertia pars eſt ipſius circuli α β γ circũferentiæ: igitur β ε circũferentia, ſexta pars eſt circũferentiæ ip-

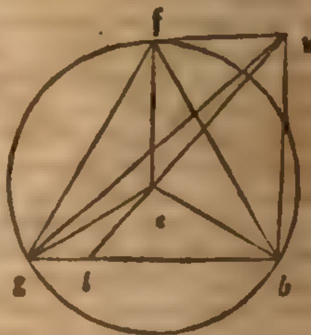
sius circuli, hexagoni igitur latus est ipsa ζ ε recta linea, æqualis igitur est ei qui ex centro, hoc est ipsi δ ε. Et quoniam α γ ipsius δ ε dupla est, quadruplū est quod ex α ε eius quod ex δ ε, hoc est eius quod ex ζ ε. Aequū autem est id quod ex α ε, eis quæ ex α β, ζ ε, quæ igitur ex α ζ, ζ ε, quadrupla sunt eius quæ ex ζ ε: diuidendo igitur quòd quod ex α β, triplum est eius quod ex ζ ε. Aequalis autem est ζ ε, ipsi δ ε, quod ex α β igitur triplum est eius quod ex δ ε. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

13 PYramidem quatuor basium triangulariū & æquilaterarū ab assignata sphæra circunscriptibilem fabricare. Huius ergo sphæræ diametros, ad latus ipsius pyramidis sesquialterā proportionem potentialiter habere probatur.



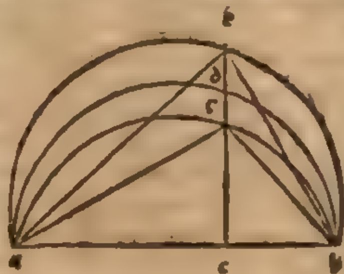
CAMPANVS. Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ, quæ diuidatur in pūcto c, ita ꝙ a c sit dupla ad b c, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter super lineā a b, & producātur lineæ b d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrū e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inscribatur triangulus æquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos protrahātur à centro, lineæ e f, e g, e h, deinde super centrum e, erigatur (secundū ꝙ docet 11 undecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad superficiē circuli f g h, & demittātur a puncto k hypothenusæ k f, k g, k h, eritꝙ completa pyramis quatuor basium triangulariū & æquilaterarū, quam dico esse ab assignata sphæra circūscriptibilē, & dico quadratū diametri propositæ sphæræ, sesquialterū esse ad quadratū lateris fabricatæ pyamidis. Constat enim ex prima parte correlarij 8 sexti, ꝙ linea c d est medio loco ꝓportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiusdē, quadratū lineæ a c ad quadratū lineæ c d, est sicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratū a c & quadratū c d, ad quadratū c d, sicut linea a b ad b c, ideoꝙ ex penultima primi quadratū a d ad quadratū d c, sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam, erit quoꝙ quadratū a d triplum ad quadratū d c. Est autē ex 8 huius, quadratū f g, triplum ad quadratū e f, quare cum ex hypothesi d c sit æqualis e f, erit ex cōmuni scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitiōe lineæ perpendicularis ad superficiē, linea e k continet cū singulis lineis e f, e g, e h angulos rectos, quarū quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis lineæ a c, & angulus c est rectus, erit per 4 primi unaquæꝙ trium linearū k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifestum est igitur fabricatā pyramidē esse quatuor basium triangulariū æquilaterarū.



Ipsam autē esse circūscriptibilem ab assignata sphæra, sic habeto. Lineæ e k intelligatur adijci secūdum rectitudinē lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota k l sit æqualis a b quæ est diameter assignatæ sphæræ. Hanc autē lineam, inquā, e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularē quoꝙ ad ipsius superficiē ex parte inferiori, sicut est e k ex parte superiori, eritꝙ unaquæꝙ trium linearū e f, e g, e h, & simpliciter quælibet semidiameter circuli f g h, medio loco ꝓportionalis inter k e & e l, quemadmodū est d c inter a c & c b, nam hæ sunt æquales illis, unaquæꝙ suæ relatiuæ. Si igitur super lineā l k describatur semicirculus, circūducaturꝙ quousꝙ ad locū unde moueri cœperat redeat, erit ex diffinitione sphærarū æqualiū, sphæra descripta motu huius semicirculi, æqualis sphæræ assignatæ: sunt enim sphæræ æquales, quarū sunt æquales diametri, quemadmodū de circulis in principio tertij dictum est. Hunc uero semicirculū necesse est trāsire per tria puncta f, g, h, quæ sunt anguli solidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autē dico ꝙ semicirculus hic quoniā super lineam k l fuerit descriptus, si circūducatur quousꝙ ad locū redeat unde moueri cœperat, continget circulū f g h super omnia puncta circūferentiæ ipsius. Quod ex hac uetusta ueritate probatur. Si linea recta super lineā rectā perpēdiculariter steterit, quæ inter partes eius cui superstat uel circūstat medio loco ꝓportionalis ponatur, fueritꝙ super eam lineā cui ꝑpendicularis superstat, semicirculus descriptus, circūferentia ipsius per extremitatē lineæ medio loco ꝓportionalis positæ perpēdiculariter necessario transibit. Cum igitur cūctæ semidiametri circuli f g h sint perpendiculares

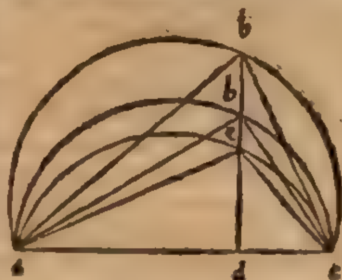
diculares ad lineã κ l, & medio loco ꝓportionales inter partes ipsius quæ sunt κ e & e l; sequitur ut semicirculus descriptus super κ l, si circũducatur trãseat per omnia puncta circũferẽtiæ f g h, & per omnes solidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitiõe eius quod est figurã inscribi figuræ, pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quã semicirculus per lineã κ l lineatus motu suo describit. Et quia hæc sphæra descripta, est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionẽ æqualiũ sphærarũ, sequitur ex cõmuni scientia ut hæc pyramis fabricata, sit ab assignatã sphæra circũscriptibilis. Qđ est ꝓpositũ.

CORRELARIVM autem patet sic. Cum enim a b sit tripla ad b c, per euersam proportionalitatẽ erit a b sesquialtera ad a c, ideoq; ex secũda parte correlarij 5 sexti & correlario 17 eiusdem, quadratũ lineæ a b erit etiam sesquialterũ ad quadratũ lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis, at uero a b est diameter sphæræ, constat uerũ esse qđ per correlariũ dicitur. Ne autem quicq; de uetusta ueritatẽ proposita hæsitare cõtingat, eam uolumus hoc modo demõstratione firmare. Sit igitur super lineam a b, linea c d perpẽdicularis, quæ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b, quæ sint a c & c b, ita q; sit proportio a c ad c d, sicut c d ad c b. Et super lineam a b, describatur semicirculus a e b. Dico q; huius semicirculi circũferẽtia transibit per punctum d, qui est extremitas perpẽdicularis. Sin autem



aut secabit lineam c d, aut supertrãsibit eam totam ipsam transiens & includens & non cõtingens. Secet ergo primo eam in puncto e, & ducãtur lineæ e b & e a, eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus, itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti proportio est a c ad c e, sicut c e ad c b, at uero ex secunda parte 8 quinti proportio a c ad c e, est maior q̃ a c ad c d, eo q; c e est minor q̃ c d. Cum igitur sit c e ad c b, sicut a c ad c e, & c d ad c b, sicut a c ad c d, erit per 11 quinti e c ad c b, maior q̃ c d ad c b: ideoq; per primam partem 10 quinti e c est maior q̃ d c, pars, uidelicet, q̃ suum totũ, quod est impossibile. Non ergo secabit circũferẽtia semicirculi lineam c d. Supertrãseat igitur & producatur c d usq; ad circũferentiã, sitq; tota c e, & ꝓtrahãtur lineæ e b & e a, sequeturq; ut prius lineam c d esse maiorẽ q̃ sit linea c e, quod est etiã impossibile. Constat ergo propositũ.

Similiter autẽ dicimus, q; si fuerit aliquis angulus rectus cui basis subtendatur super quã semicirculus lineetur, ipsius circũferentiã per angulũ rectũ transire necesse est. Conuersam huius ꝓponit prima pars 30 tertij. Quod autẽ dicimus sic constat. Sit enim angulus a b c rectus, cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus, dico q; ipsius circũferẽtia transibit per punctũ b, in quo coeunt lineæ cõtinentes angulũ rectum. Cuius demõstratio est, quod neq; transibit supra neq; infra. Sin autem transeat primo infra, sitq; a e c, & ab angulo b ꝓducatur linea b d perpendicularis ad basin a c, quæ secet circũferentiã semicirculi in puncto e, & ꝓtrahantur lineæ e a & e c, eritq; angulus a e c, rectus ex prima parte 30 tertij, at ipse est maior angulo a b c per 21 primi, hoc autẽ est impossibile ex tertia petitione, cum uterq; sit rectus, hic quidem ex hypothesi, ille uero ex prima parte 30 tertij. Non ergo transibit circũferẽtia semicirculi infra angulũ b. Transeat itaq; supra, & sit a f c, producatur autẽ perpẽdicularis d b, quousq; obuiet circũferentiæ semicirculi a f c in puncto f, & producãtur lineæ f a, f c, eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus, sequitur impossibile per 21 primi, sicut in pricipio. Relinqtur ergo quod diximus. Hoc autem necessariũ est ad cognitionẽ eorum quæ sequũtur.



Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 13

13 Pyramidem constituere, & data sphæra cõprehendere, & demõstrare q̃ ipsius sphæræ dimetiens potentia sesqualter est lateris ipsius pyramidis.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ dimetiens α β, seceturq; in γ signo, ut α γ ipsius γ β dupla sit. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, excitetur q; (per 11 primi) ab ipso γ signo ad angulos rectos, γ δ, & cõnectatur δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æquam habens eam quæ ex centro ipsi δ γ, describaturq; in ipso ε ζ η circulo triangulũ æquilaterũ ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) centrũ circuli, sitq; θ signũ, & cõnectantur θ ε, θ ζ, & θ η. Et constituatur*

(per 11 undecimi) ab ipso signo ipsius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipsa θ κ ipsi α γ rectæ lineæ æqualis, & cõnectãtur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniã κ θ recta est ad ipsius ε ζ η circuli planũ, & ad omnes igitur ipsam tangẽtes rectas lineas, & in eodem ipsius ε ζ η circuli plano existentes rectos efficit angulos (per 3 undecimi diffinitionẽ.) Tangit autem ipsam unaquæq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η. Igitur θ κ ad unãquanq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η, recta est. Et quoniã æqualis est α γ ipsi θ κ & γ δ ipsi θ ε, & rectos cõprehendũt ãgulos, basis igitur δ α (per 4 primi) basi κ ε est æqualis, & id propterea & utraq; ipsarũ κ ζ, κ η, ipsi δ α est æqualis. Tres igitur κ ε, κ ζ, κ η, inuicẽ sunt æquales. Et quoniã dupla est α γ ipsius γ β, tripla igitur est α β ipsius β γ. Sicut autẽ α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id qđ ex δ γ sicut ostendetur. Quoniã enim est sicut β α ad α γ, sic quod ex δ α ad id quod ex α γ, cõuertendo (per correlariũ 19 quinti) sicut α β ad β γ, sic quod ex ex α δ ad id qđ ex α γ. Sicut demonstrabitur. Triplũ igitur est quod ex α δ, eius quod ex δ γ. Est autẽ & quod ex ζ ε, eius quod ex ε θ triplũ, & æqualis est δ γ ipsi ε θ, æqualis igitur est δ α ipsi ε ζ. Sed δ α unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η ostensa est æqualis. Vnaquæq; igitur ipsarũ ε ζ, ζ η, η ε, unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η, est æqualis: æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triangula, hoc est ε ζ η, κ ε ζ, κ ζ η, κ η ε. Pyramis igitur cõstructa est ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris, cuius basis est ε ζ η triangulũ, fastigium uero est signũ κ. Oportet iam ipsam data sphæra cõprehendere, ostendereq; quod ipsius sphæræ diameter potentia lateris ipsius pyramidis sesquialtera est. Extendatur enim in rectas lineas ipsi κ θ recta linea θ λ, & ipsi β γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniam est sicut α γ ad γ δ, sic γ δ ad γ β, æqualis autẽ est ipsa quidẽ α γ ipsi κ θ, & γ δ ipsi θ ε, & γ β ipsi θ λ, est igitur sicut κ θ ad θ ε, sic ε θ ad θ λ: quod igitur sub ipsis κ θ, θ λ, æquũ est ei quod ex ε θ. Et rectus est uterq; ipsorũ κ θ ε, ε θ λ, angulorũ. Igitur semicirculus descriptus super κ λ, ueniet & per ε, quoniam si cõnectamus ε λ, rectus fit qui sub λ ε κ angulus, eo quod triangulũ ε λ κ utriq; ipsorũ ε λ θ, ε θ κ, triangulorũ æquiangulũ fit. Si iam manẽte κ λ circũducatur semicirculus, & in idem unde duci incœpit rursus steterit, ueniet & per signa ζ, η, connexis ipsis ζ λ, λ η, & rectis similiter factis ijs qui ad ζ, η, angulis, pyramis data sphæra cõprehensa erit, ipsa enim κ λ sphæræ dimetiens, æqualis est ipsi α β datæ sphæræ diametro, quoniam ipsi quidem α γ æqualis ponitur κ θ, ipsi autẽ γ β ipsa θ λ.

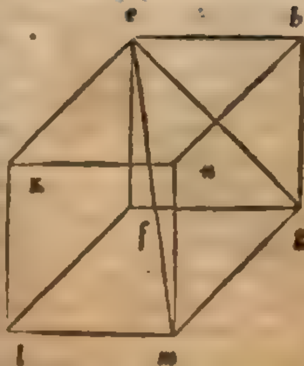
Dico iam quod ipsius sphæræ dimetẽs, lateris ipsius pyramidis potentia sesquialter est. Quoniã etenim dupla est α γ ipsius γ β, tripla igitur est α β ipsius β γ. Cõuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sesquialtera est α β ipsius α γ. Sicut autẽ β α ad α γ, sic quod ex β α ad id quod ex α δ, quoniã connexa ipsa β δ, est sicut β δ ad α δ, sic δ α ad α γ, propter ipsorũ δ α β, δ α γ, triangulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiã sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Sesquialterũ igitur est quod ex β α, eius quod ex α δ. Et β α quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter, & α δ æqualis est lateri ipsius pyramidis, ipsius igitur sphæræ diameter, ipsius pyramidis lateris sesquialtera est. Quod erat ostendendũ. Ostendendũ iam quod est sicut α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Exponatur ipsius semicirculi descriptio, & ab ipsa α γ describatur (per 46 primi) quadratũ ε γ, & cõpleatur ζ β parallelogrammũ. Quoniã igitur triangulũ δ α β ipsi δ α γ triãgulo æquiangulũ est, est sicut β α ad α δ, sic est δ α ad α γ. Igitur quod sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ. Et quoniã est sicut α β ad β γ, sic est ε β ad β ζ, & est quidẽ ipsum ε β id quod sub β α, α γ (æqualis enim est ε α ipsi α γ, & β ζ, id est quod sub α γ, γ β) sicut igitur α β ad β γ, sic quod sub ipsis β α, α γ, ad id quod sub ipsis α γ, γ β. Et quod sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ, quod autẽ sub α γ, γ β, æquũ est ei quod ex δ γ, ipsa enim δ γ ꝑpendicularis, basis segmẽtorũ α γ, γ β, media est ꝓportionalis, quoniã qui sub α δ β rectus est. Sicut igitur α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Quod ostẽdere oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 Zamb. 15 AB assignata sphæra circũscriptibilẽ cubum constituere. Eiusdem autem sphæræ diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.

CAMPANVS. Assignatæ sphæræ diameter sit a b, super quã lineetur semicirculus a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prorsus secundũ conditionẽ præmissæ, uidelicet ut linea a c sit dupla ad lineam c b & ꝓducatur c d perpendicularis ad a b, & protrahãtur d b & d a. Postea fiat unũ quadratũ cuius omnia latera sint æqualia lineæ b d, sitq; e f g h, super cuius quatuor angulos erigãtur, ut docet u

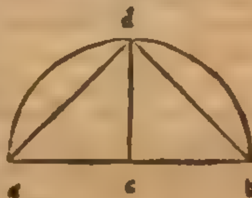
undecimi

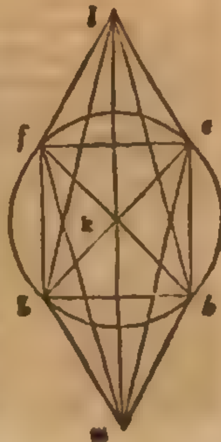
undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad superficiẽ ipsius quadrati, quarũ quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, sintq́ e k, f l, g m, h n, eruntq́ hæ quatuor perpẽdiculares, singulæ singulis æquidistantes ex 6 undecimi, & anguli quos continẽt cum lateribus quadrati, recti ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ. Deinde cõiungãtur extremitates istarũ perpendiculariũ, protractis lineis k l, l m m n, n k, eritq́ cõpletus cubus, sex supficiebus quadratis cõtentus, constat ex 14 primi, ꝙ quatuor superficies ipsum ambiẽtes (& ipsæ sunt quarũ opposita latera sũt quatuor perpẽdiculares) sunt omẽs quadratæ, de basi autẽ, hoc positũ est, at uero de suprema eius supficie quæ est k l m n, ꝙ ipsa quoq́ sit quadrata, constat ex 14 primi & 10 undecimi, ideoq́ ex 4 undecimi manifestũ est, singula latera eiusdẽ cubi duabus ipsius oppositis supficiebus orhogonaliter insistere. Vt autẽ cubũ hũc ab assignata sphæra circũscriptibilẽ esse demõstremus, in una suarũ supficierũ ꝓtrahatur diagonalis, uerbi gratia in basi eius, sitq́ e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ꝓtrahatur diameter cubi e m, eritq́ ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratũ f g, ideoq́ & ad quadratũ g m, eo ꝙ g m est æqualis f g, sunt enĩ omnia latera cubi ad inuicẽ æqualia. Et quia rursus ex penul. primi, quadratũ e m est æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, ꝓpter hoc ꝙ angulus e g m est rectus ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, constat enĩ ex duplo & simplo. Cumq́ ex secũda parte correlarij 5 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ quadratũ quoq́ a b sit triplũ ad quadratũ b d, eo ꝙ linea a b tripla est ad lineã b c, sit aũt b d æqualis f g, seqtur ex cõmuni scientia ut e m quæ est diameter cubi sit æqualis a b quæ est diameter sphæræ. Itaq́ si sup e m lineetur semicirculus circũducaturq́ quousq́ ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat: sphæra descripta, erit ex diffinitiõe sphærarũ æqualiũ æq̃lis sphæræ assignatæ. At uero qa hic semicirculus transitũ faciet per punctũ g, eo ꝙ angulus e g m est rectus, eadẽq́ ratione per cæteros singulos rectos angulos cubi, q̃d ex antecedẽte ante hãc 14 imediate præmisso manifestũ est, cõstat cõstitutũ cubũ ab assignata sphæra (eo ꝙ a sua æquali) circũscriptibilẽ esse. Quod demõstrare oportebat. Correlarij uero demõstatio in istius demõstrationis processu præpatuit. *Eucli. ex Camp. Propositio 15*



15 Orpus octo basium triangulariũ & æquilaterarũ à sphæra proposita circũscriptibile, cõponere. Eritq́ palàm eiusdem sphæræ diametrum lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter. *Zamb. 14*

CAMPANVS. Diameter sphæræ propositæ sit a b, quæ diuidatur per æqualia in pũcto c, & super eam lineetur semicirculus a d b, & ꝓducatur c d ꝑpendicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cum b, describaturq́ unum quadratũ cuius singula latera sint æqualia lineæ b d, sitq́ quadratũ hoc e f g h, in quo protrahãtur diametri duæ e g & f h, secantes sein uicẽ in puncto k. Cõstat igitur ex 4 primi, ꝙ utraq́ istarũ diametrorũ sit æqualis lineæ a b quæ est diameter sphæræ, cum angulus d sit rectus ex prima parte 30 tertij, & singuli quoq́ anguli e, f, g, h, recti ex diffnitiõe quadrati. Cõstat rursus, ꝙ eædem diametri e g & f h diuidunt seinuicẽ per æqualia in puncto k. Hoc autẽ ex 5 primi & 11 & 6 eiusdẽ facile est elicere. Erigatur itaq́ super punctũ k, linea k l perpẽdicularis ad superficiẽ quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenusæ l e, l f, l g, l h, eruntq́ ex his quæ posita sunt, & penult. primi, quoties oportuerit repetita, singulæ harũ hypothenusarũ æquales sibijnuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor æquilaterarũ triangulariũq́ basium, super quadratũ constitutã. Huic itaq́ sub ipso quadrato similem pyamidẽ, hoc modo appone. Lineã l k producas, perforãdo quadratũ, usq́ ad m, ita ꝙ k m existẽs sub quadrato, sit æqualis l k existẽti supra, & iunge punctũ m cũ singulis angulis quadrati ꝓducendo 4 alias hypothenusas quæ sunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq́ manifestum est ex penult. primi, quemadmodũ de alijs quæ sunt in su-





periori parte, ꝙ ipsæ sint æquales adinuicē & lateribus quadrati. Cōpleuimꝰ igitur corpus 8 basiū triangulariū & æquilaterarū. Hoc autē ab assignata sphæra circūscriptibile esse, sic habeto. Constat enim ꝙ linea l m est æqualis diametro assignatæ sphæræ, nam utraqꝫ earū est æqualis diametro quadrati. Igitur si super l m lineetur semicirculus qui circūuoluatur quousqꝫ ad locū suū redeat, sphæra quā motu suo describet, erit æqualis assignatæ sphæræ, ut ex diffinitiōe æqualiū sphærarū colligitur. Hic uero semicirculus trāsibit per quatuor angulos quadrati, & simpliciter per omnia pūcta circūferētiæ circuli circūscribētis quadratū, eo ꝙ semidiameter quadrati ut linea f k, & portiōes lineæ l m quæ sunt l k & k m, sunt adinuicē æquales, quare ex diffinitiōe eius q̄d est figurā unā alij figuræ inscribi, fabricatū corpus inscriptibile est sphæræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaqꝫ & sphæræ assignatæ ex cōceptione, cum ipsæ sint adinuicē æquales ex diffinitiōe. Correlariū uero manifeste constat, sunt eni duæ lineæ d b & d a ex penult. primi, latus autem fabricati corporis, est æquale lineæ b d. Verum est ergo correlariū.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 14

14 Octahedrū construere, & data sphæra cōprehendere ea, qua pyramidē, ostendereqꝫ ꝙ ipsius sphæræ dimetiēs potentia lateris ipsius octahedri duplus est.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter αβ, seceturque (per 10 primi) diuidue γ, & describatur super αβ semicirculus αδβ. Exciteturque (per 11 primi) ab ipso γ ipsi αβ ad rectos angulos γδ, & cōnectatur δβ. Exponaturque quadratū εζηθ, æquum habens unū quodque latus ipsi βδ, & cōnectantur ζθ, εη. Exciteturque (per 12 undecimi) ab ipso κ signo ad ipsius εζηθ quadrati planū ad angulos rectos recta linea κλ, & extēdatur in alterā partē plani λμ ut ipsa κμ, auferaturque ab utraque ipsarū κλ, κμ, ... κλ, κμ æqualis utrique ipsarū εκ, ζκ, ηκ, θκ, & cōnectantur λε, λζ, λη, λθ, με, μζ, μη, μθ. Et quoniā κε ipsi κθ est æqualis, & angulus qui sub εκθ rectus est, igitur quod ex θε duplum est eius quod ex εκ. Rursus quoniā λκ ipsi κε est æqualis, & angulus qui sub λκε rectus est, quod igitur ex ελ, duplum est eius quod ex εκ. Ostensum autē est quod & quod ex θε, duplum est eius quod ex εκ. Igitur quod ex λε, ei quod ex εθ est æquale. Ipsa igitur λε ipsi εθ est æqualis. Idque propterea iam & λθ, ipsi θε est æqualis. Triangulum igitur λεθ æquilaterū est. Similiter iam demonstrabimus quod unumquodque reliquorū triangulorū quorū bases quidem sunt ipsa εζηθ quadrati latera, fastigia uero λ, μ, signa, æquilaterū est. Octahedrū igitur constitutū est, sub octo triangulis æqualia habentibus latera cōprehensum. Oportet iam & illud sphæra data cōprehendere, ostendereque quod ipsius sphæræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniā enim ipsæ tres λκ, κμ, κε, inuicē sunt æquales, super λμ igitur descriptus semicirculus ueniet & per ε, & id propterea si manente λμ, circūducatur semicirculus, & in idem unde circūduci cœpit steterit, ueniet & per ζ, η, θ, signa, & octahedrū sphæræ erit cōprehensum. Dico quod & data. Quoniā nanque æqualis est λκ ipsi κμ, cōmunis autē κε, & angulos rectos cōprehendunt, basis igitur λε (per 4 primi) basi εμ est æqualis. Et quoniam angulus qui sub λεμ rectus est, in semicirculo enim, quod igitur ex λμ, duplū est eius quod ex λε. Rursus quoniam αγ ipsi γβ est æqualis, dupla est αβ ipsius βγ. Sicut autem αβ ad βγ, sic quod ex αβ ad id quod ex βδ. Duplum igitur est quod ex αδ. Ostensum est autē quod & quod ex λμ duplū est eius quod ex λε, & quod ex βδ, ei est æquū quod ex λε, æqualis enim ponitur εθ, ipsi δβ. Quod igitur ex αβ, ei quod ex λμ est æquale, ipsa igitur αβ ipsi λμ est æqualis, estque αβ datæ sphæræ dimetiens, ipsa igitur λμ æqualis est datæ sphæræ diametro. Comprehensum est igitur octahedrum data sphæra, & simul ostensum est quod ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris. Quod facere & ostendere oportebat.*

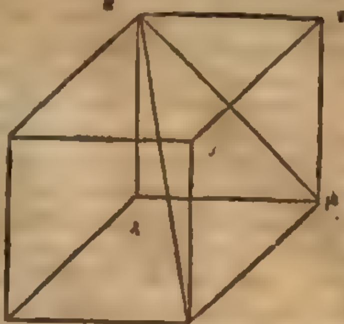
Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 15

15 Cubum construere & data sphæra cōprehendere ea, qua priora, ostendereqꝫ ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia triplus est lateris ipsius cubi.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter αβ, seceturque in γ, ut αγ dupla sit ipsius γβ. Describatque super αβ, semicirculus αδβ, & ab ipso γ ipsi αβ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γδ, & connectatur δβ. Exponaturque quadratū εζηθ, æquū habens unūquodque latus ipsi δβ, & ab ipsis ε, ζ, η, θ, signis, ad ipsius εζηθ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) εκ, ζλ, ημ, θν, & auferatur ab unaquaque ipsarū εκ, ζλ, ημ, θν, unique ipsarū εζ, ζη, ηθ, θε, æqualis unaquæque ipsarum κε,*



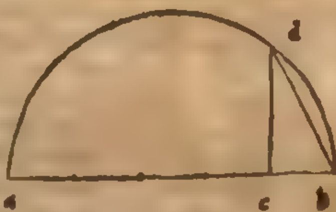
[illegible] cõnectãturq; ipsæ [illegible] cubus igitur [illegible] cõstructus est sub sex quadratis æqualibus cõprehensus. Oportet iam sphæra' data cõprehendere, & ostẽdere quod ipsius sphæræ dimetiẽs potẽtia triplex est ipsius cubi lateris. Cõnectãtur enim ipsæ [illegible]. Et quoniã angulus qui sub [illegible] rectus est, eo q [illegible] recta est ad planũ [illegible] uidelicet, & ad rectã lineã [illegible], igitur super [illegible] descriptus semicirculus ueniet & per [illegible] signa. Rursus quoniã [illegible] recta est ad utranq; ipsarũ [illegible], igitur planũ recta est ipsa [illegible]. Quare & si cõnectamus ipsam [illegible], ipsa [illegible] recta erit ad ipsam [illegible], ac per hoc rursus super [illegible] descriptus semicirculus, transibit & per [illegible], similiter & per reliqua signa ipsius cubi ueniet. Si iam manente ipsa [illegible], circũductus semicirculus in idem steterit unde circũduci cœpit, cubus sphæra cõprehensus erit. Dico iam quod & data. Quoniã enim æqualis est [illegible] ipsi [illegible], & angulus qui ad [illegible] rectus est, quod igitur ex [illegible], duplũ est eius quod ex [illegible]. Aequalis autẽ est [illegible] ipsi [illegible], quod igitur ex [illegible], duplũ est eius quod ex [illegible]. Quare quod ex [illegible], triplũ est eius quod ex [illegible]. Et quoniã $\alpha\beta$ ipsius $\beta\gamma$ triplex est, sicut autẽ $\alpha\beta$ ad $\beta\gamma$, sic quod ex $\alpha\beta$ ad id quod ex $\beta\delta$, triplũ igitur est quod ex $\alpha\beta$, eius quod ex $\beta\delta$, patuit autẽ quod & quod ex [illegible], triplũ est eius quod ex [illegible], & æqualis posita est [illegible] ipsi $\beta\delta$, æqualis igitur est & [illegible] ipsi $\alpha\beta$. Et $\alpha\beta$ est datæ sphæræ dimetiens, & [illegible] igitur æqualis est ipsi datæ sphæræ diametro. Data igitur sphæra cõprehenditur cubus, & una ostenditur quod sphæræ diameter potẽtia tripla est ipsius cubi lateris. Quod facere & ostendere oportebat.



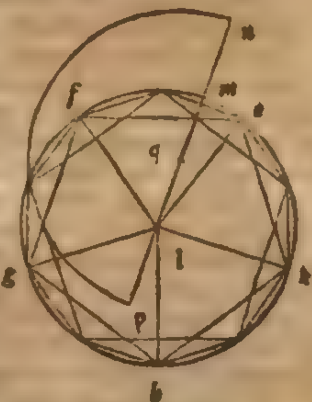
Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 

Orpus uiginti basium triangularium atque æquilaterarũ à data sdhæra diametrũ rationalem habente circũscriptibile, fabricare. Eritq; palàm, latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem, eam scilicet quæ dicitur minor.

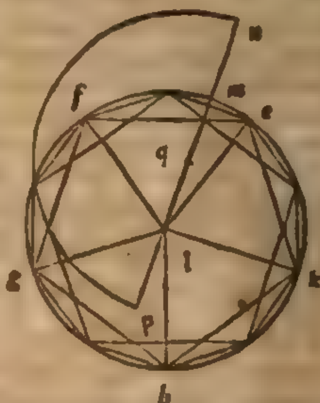


CAMPAN. Sit hic quoq; diameter assignatæ sphæræ a b, quæ ponatur esse rationalis siue in lõgitudine siue in potentia tantũ, & diuidatur in puncto c, ita q a c sit quadrupla ad c b, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur c d perpendicularis ad a b, & ꝑtrahatur linea d b, deinde secundũ quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k supra centrũ l, cui inscribatur pentagonus æquilaterus eisdem literis annotatus, ad cuius angulos à centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g l h, l k. Rursus in eodẽ circulo inscribatur decagonus æquilaterus, diuidãtur enim cuncti arcus quorũ chordæ sunt latera pentagoni per æqualia, & a punctis medijs ad extremitates cunctorũ laterum inscripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq; super singulos angulos pentagoni erigatur cathetus secũdum q docet 12 undecimi, quorũ quilibet sit etiam æqualis lineæ b d & continuẽtur extremitates horũ quinq; cathetorũ, quinq; coraustis, eruntq; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicẽ æquidistantes, cumq; ipsi sint æquales erunt quoq; ex 33 primi quinq; corausti eorũ extremitates iungẽtes æquales lateribus pentagoni. Demitte igitur à summitatibus singulis singulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenusas ad duos circũstantes angulos inscripti decagoni, & harũ decẽ hypothenusarũ à quinq; extremitatibus cathetorũ ad quinq; puncta quæ sunt singuli anguli medij inscripti decagoni, descendentiũ extremitates continua. alium pentagonũ rursus ipsi circulo inscribẽdo, qui quoq; erit æquilaterus ex 11 tertij. Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te pfecisse decem triangulos, quorũ latera sunt decem hypothenusæ & quinq; corausti & quinq; latera huius secũdi pentagoni inscripti. Hos ergo decem triãgulos, æquilateros esse, sic collige. Cum enim tam semidiameter descripti circuli q quilibet erectorũ cathetorũ sit æqualis lineæ b d ex hypothesi, erit ex correlario 15 quarti quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius semidiameter est æqualis lineæ b d inscripti. Quia uero ex penultima primi unaquæq; decẽ hypothenusarũ tanto est potẽtior catheto quantũ potest latus decagoni, at uero ex 10 huius, latus quoq; pentagoni est tanto potẽtius eodem quantũ



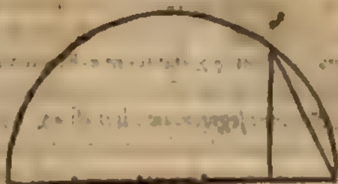
poteſt idem latus decagoni, erit ex cōmuni ſcientia unaquæq; harum hypothenuſarū æqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quod ipſi ſint æquales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horū decem triangulorū, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecūda uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri triāguli. Amplius autē ſuper centrū circuli quod eſt pūctum l, erige aliū cathetū æqualē prioribus qui ſit l m, eiusq; ſuperiorem extremitatē quæ eſt m, iunge cum ſingulis extremitatib. priorū, per quinq; corauſtos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, ſingulis cathetorū angulariū æquidiſtās, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corauſti erūt ſemidiametro circuli æquales, & ex correlario 15 quarti, quælibet eorum tanq; latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; pte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, ſupra quidē adijciatur ei m n, deorſum autē ſub circulo adijciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittātur à puncto n, 5 hypothenuſæ ad 5 ſuperiores angulos decem triangulorū, qui ſunt in circuitu, & a puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quēadmodū de alijs decem prius demonſtratū eſt. Habes ergo corpus 20 baſium triangularū atq; æquilaterarū cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uero diameter eſt linea n p, horū autem 20 triangulorū decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulū, quinq; autē conſurgūt ſurſum ad punctū n concurrētes, atq; quinq; reliqui deorſum emergunt ſuper punctū p coeuntes. Hoc autem icoſedron corpus à data ſphæra circūſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtū. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorū quos circulus e f g circūſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecūdum proportionē habentē medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex cōmuni ſcientia p q, æqualis q n, nam p l poſita eſt æqualis lateri decagoni, quemadmodū m n, quare q n eſt medietas n p, quemadmodū eſt q m medietas m l. Cum ergo quadratū n q ſi ex 1 huius quintuplum ad quadratū q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratū p n quintuplū ad quadratū l m, eſt enim ex 4 ſecundi quadratū p m, quadruplū ad quadratū q n, quadratū quoq; l m, quadruplū ad quadratū q m ex eadem, quadruplū autem ad quadruplū, eſt ut ſimplum ad ſimplū, teſte 15 quinti, at uero quadratū a b, quintuplū eſt ad quadratū b d ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdē, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo q; a c fuit ad eandē quadrupla. Quia ergo l m eſt ex hypotheſi æqualis b d, erit ex cōmuni ſcientia a b æqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineā n p ſemicirculus deſcribatur qui tandiu q; locū primū repetat circūuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit à diffinitione ſphærarū æqualiū, æqualis ſphæræ propoſitæ. Et quoniā linea l m eſt medio loco pportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet ſemidiameter circuli, medio loco pportionalis inter l n & l p. Et cū l m ſit æqualis ſemidiametro circuli, itaq; ſemicirculus ſuper p n deſcriptus tranſibit per omnia puncta circūferentiæ circuli e f g, ideoq; & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circūferentia conſiſtentes. Et quia eadē ratione ſinguli corauſti cōtinuantes extremitates angulariū cathetorū cum extremitate centralis, ſunt medio loco pportionales inter p m & m n, eo q; quilibet eorum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus tranſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ ſitutæ. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphæræ cuius diameter p n, ideoq; & ſphæræ cuius diameter a b. Latus autē huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorē. Conſtat enim q; linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratū ſit ſubquincuplū ad quadratū lineæ a b quæ poſita eſt rationalis ſiue in lōgitudine ſiue in potentia tantū. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in potentia, nam eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 11 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uero (ſicut in huius demōſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantū latus pētagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaydarum id eſt baſium eſt linea minor, quemadmodum proponitur.

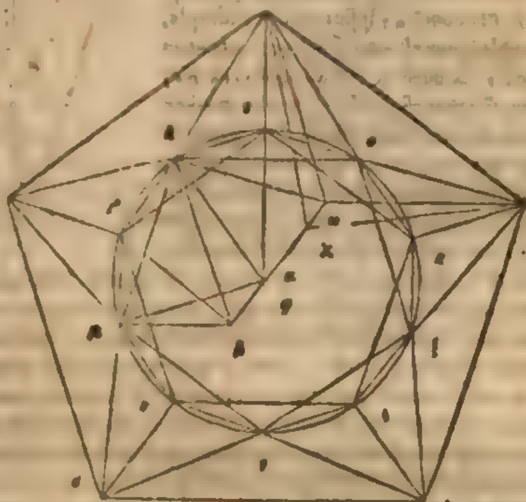




16 Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras, ostendereq́ue quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́ue in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ β, & describatur super α β semicirculus α δ β, & excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, connectaturq́ue δ β, ponaturq́ue circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis esto ipsi δ β, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (per 11 quarti) quinquangulum æquilaterum & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ η, η θ, θ κ, κ ε, circumferentiæ bifariam in signis λ, μ, ν, ξ, ο, connectanturq́ue λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, ε ο, æquilaterum igitur est quinquangulum λ μ ν ξ ο, & decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε, ζ, η, θ, κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & connectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ο, ο π. Et quoniam utraque ipsarum ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos connectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autem æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea & unaquæque ipsarum π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pentagoni est æquilateri in circulo ε ζ η θ κ descripti, pentagonum igitur π ρ σ τ υ æquilaterum est. Et quoniam π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pentagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodem circulo descriptorum latus (per 10 decimitertii) iam id propterea & ο υ pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterum igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodque ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterum est. Et quoniam ostensum est utranque & π λ & π ο pentagoni esse, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodque ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorum, æquilaterum est. Assumatur (per 1 tertii) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturque ex utraque parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunque ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, υ ω, υ χ, ε φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraque ipsarum φ χ, π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uero χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω, iam id propterea & υ ω pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existens, hexagoni, hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodque reliquorum triangulorum quorum bases sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uero ω signum, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autem ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ quæ est hexagoni,* duceturque ipsa μ ψ pentagoni, est autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterum est. Similiter iam ostendetur quod unumquodque reliquorum triangulorum quorum bases sunt μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, fastigium autem ψ signum, æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum, sub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehensum. Oportet iam illud quoque data sphæra comprehendere, ac demonstrare quod latus icosahedri est irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni est ipsa φ χ, decagoni autem ipsa χ ω, ipsa igitur φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & ipsius maius segmentum est φ χ. Est igitur sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω: æqualis autem est & φ χ ipsi φ λ, & χ ω ipsi φ ψ, est igitur sicut ω φ ad φ λ, sic φ λ ad φ ψ, & recti sunt anguli, qui sub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipsam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui sub ψ λ ω, propter ipsorum ψ λ ω, φ λ ω, triangulorum similitudinem. colligitur





Semicirc.

Semicirculus igitur super ψ ω descriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam est sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω, æqualis autem ipsa quidem ω φ ipsi ψ χ, & φ χ ipsi χ π, est igitur sicut ψ χ ad χ π, sic π χ ad χ ω. Ac per hoc rursus si cõnectamus ipsam π ψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur super χ ω descriptus semicirculus, ueniet & per π, & si manente ψ ω, circũductus semicirculus in illud idem unde circũduci cœpit steterit, ueniet & per π, & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphæra comprehensum erit ipsum icosahedrum. Dico quod & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuidue in α. Et quoniã recta linea φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & minus segmentum illius est ω χ, ipsa igitur ω χ admittens dimidium maioris segmenti χ α, quincuplum potest eius quod ex dimid a maioris segmenti (per 3 huius.) Quincuplũ igitur est quod ex ω α, eius quod ex α χ. Ipsius autem ω α, dupla est ω ψ, ipsius autẽ α χ, dupla est χ φ. Quod igitur ex ω ψ, quincuplum est eius quod ex φ χ. Et quoniã α γ ipsius γ β est quadrupla, quincupla igitur est α β ipsius β γ. Sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ, quincuplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β δ. Patuit autem quòd quod ex ω ψ, quincuplũ est eius quod ex φ χ. Et δ β æqualis est ipsi φ χ, utraq; enim ipsarum, æqualis est ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, æqualis igitur est & α β ipsi ψ ω. Et α β est ipsius datæ sphæræ diameter, & ψ ω igitur datæ sphæræ diametro est æqualis. Data igitur sphæra, icosahedrum cõprehensum est. Dico iam quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Quoniã enim rationalis est ipsius sphæræ diameter, & potentia quincuplũ est eius quæ ex centro circuli ε ζ η θ, rationalis igitur est & ea quæ ex centro circuli ε ζ η θ. Quare & diameter illius, rationalis est. Si uero in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis est ea quæ appellatur minor (per 11 huius.) Latus autem ipsius ε ζ η θ κ pentagoni, est quod & icosahedri. Icosahedri ergo latus, irrationale est, minor appellatum. Quod facere & ostendere oportebat.

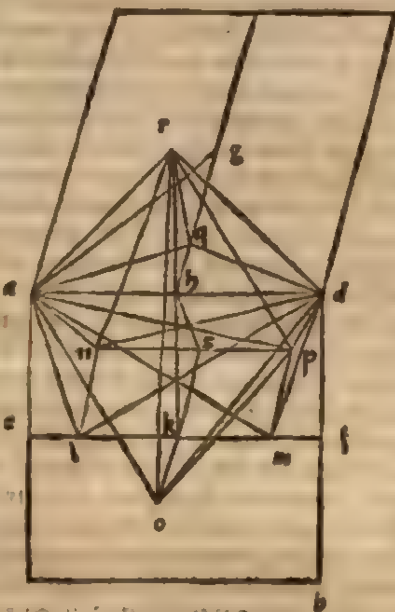
CORRELARIVM. Ex hoc igitur est manifestum, quod sphæræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrum describitur, & quod sphæræ diameter componitur & ex sexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

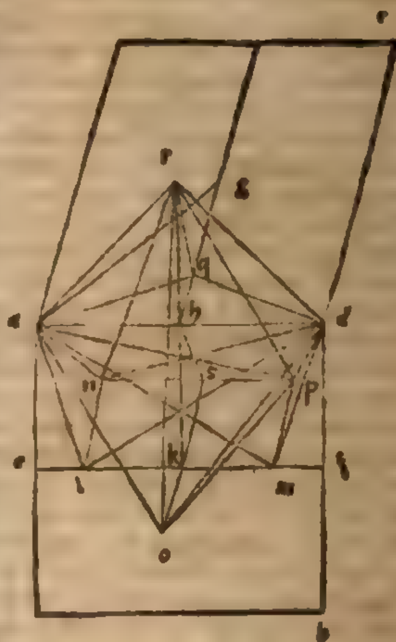
17 Orpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab assignata sphæra circunscriptibile, constituere. Eritq; palàm, latus eiusdem corporis irrationale esse, id quod residuum dicitur.

CAMPANVS. Fiat cubus secundum quod docet 14 huius, circũscriptibilis ab assignata sphæra, sintq; huius cubi duæ superficies a b & a c, imaginemur autẽ nunc, quod a b sit suprema superficies cubi, & a c sit una ex lateralibus, sitq; linea a d, cõmunis istis duabus superficiebus. Diuidantur itaq; in superficie a b duo opposita latera per æqualia, uidelicet, d b & latus ei oppositum, & puncta diuisionis continuẽtur per lineam e f. latus quoq; a d, & illud quod sibi opponitur in superficie a c, diuidantur per æqualia, & puncta diuisionis continuẽtur linea recta cuius medietas sit g h, sitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, similiter linea e f diuidatur per æqualia in k, & protrahatur h k. Quamlibet igitur trium linearum e k, k f. & g h, diuide secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q, sintq; maiores portiones earum, l k, k m, & g q, quas manifestum est esse æquales, cum totæ lineæ diuisæ sint æquales, uidelicet, quælibet earũ medietati lateris cubi. Deinde à duobus punctis l & m, erige perpendiculares ut docet 11 undecimi, ad superficiem a b, quarũ utranq; ponas æqualem lineæ k l, sintq; l n & m p, similiter à puncto q, erige perpendiculariter q r ad superficiem a c.

eidem a e. quam ponas æqualem g q, protrahe itaq; lineas a l, a n, a m a p, d m, d p, d l, d n a r, a q. d r, d q. Manifestũ est igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt tripli ad lineam k l, ideoq; etiã ad lineam l n. cũ k l & l n sint æquales. At uero k e, est æqualis e a, igitur duæ lineæ a & e. & e l, sunt potẽtia triplũ ad lineã l n. Quare ex penultima primi a l. est potẽtia tripla ad l n, ideoq; per eãdẽ a n, est potentia quadrupla ad l n. Cũq; omnis linea sit potẽtia quadrupla ad medietatem sui, sequitur ex cõmuni scientia quod a n sit dupla in lõgitudine ad l n. Et q̃a l m dupla est ad l k: at k l, & l n, sunt æquales, erit a n æqualis l m, sunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 33 primi, l m est æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis tres lineas p d, d r, & r a esse æquales sibi inuicẽ & duabus prædictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis, pẽtagonũ æqlaterũ q est a n p d r. Sed forsasse dices ipsum nõ esse pẽtagonũ, qa nec forsan est tot9 in superficie una, quod esset necessariũ ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una, sic habeto. Prodeat equidẽ à puncto k lineæ k f. ꝑpẽdicularis ad sꝑficiẽ a b, quæ sit æqualis l k, eritq; ob hoc, æqualis utriq; duarũ l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistãs utriq; earum ex sexta undecimi, ideoq; cũ ambabus in eadẽ superficie ex diffinitione linearũ æquidistantium, necesse est ut punctus f sit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h f, sunt itaque duo triãguli k f h & q r h super unum angulum uidelicet k h q constituti, & est proportio k h. ad q r. sicut k f ad q h, nã ut g h ad q r sic k h ad q r ex 7 qnti, & ut r q ad q h, sic k f ad q h ex eadẽ, sed g h ad q r, ut q r ad q h, eo q q r est æqualis g q, ergo p 30 sexti linea r h f, est linea una. Quare ex scdã undecimi. tot9 pẽtagonus de quo disputamus, est in sꝑficie una. Ipsum quoq; dico esse æquiangulũ. Cũ enim e k sit diuisa scdm proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & k m sit æqualis maiori portioni eius. erit quoq; ex 4 punctis tota e m diuisa secũdũ ꝑportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema, maior quoq; portio eius linea e k, ideoq; per 5 duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p, nã m p est æqualis m k) sunt potẽtia triplũ ad lineã a e. nã a est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, sunt potẽtia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimã primi his assumptã, quod linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m. & m p, itaq; a p, est potẽtia quadrupla ad lineã a e. Latus uero cubi cum sit duplum ad lineã a e, est potentia quoq; quadruplũ ad ipsam ex 4 secundi, igitur ex cõi scientia a p. est lateri cubi æqualis. cũq; a d sit unũ ex lateribus cubi erit a p æqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angulus a r d, est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a. quia probabis lineã d n esse potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his. pentagonus sit æquilaterus. & habeat tres angulos æquales, ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq; hac uia ratioñe que consimili, & super unumquodq; reliquorum laterũ cubi pentagonũ æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidũ 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contentũ. cubus enim habet 12 latera. Reliquũ autem est demõstrare. solidũ hoc esse à data sphæra circũscriptibile. Protrahantur igitur à linea f k duæ superficies secantes cubum, quarum una secet ipsum super lineam h k, & aliã super lineã e f, eritq; ex 40 undecimi. ut cõmunis sectio harũ duarũ superficierũ secet diametrũ cubi, & secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo cõis sectio earum usq; ad diametrũ cubi linea k o, ita quod o sit centrum cubi. & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d: o r. Constat autem, quod utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoque æquales, de linea autem o k. coq̃stat ex 40 undecimi quòd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k f est æqualis k m, erit o f diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k. Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o f & f k (ideoq; o f & f p



quod sp,(ad quos hæc demonstratio non extenditur)est æqualis x striplum in potentia ad lineam o x.& ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p,est potẽtia tripla ad medietatẽ lateris cubi. Ex correlario aũt 14 huius cõstat,qđ semidiameter sphæræ tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi quem circunscribit eadem sphera. Itaque o p,est quanta semidiater sphæræ circunscribentis cubum propositum. Eadem ratione.cunctæ lineæ ductæ à puncto o,ad angulos singulos pẽtagonorũ oim super latera cubi descriptorũ ad singulos angulos inquã,quipprij sũt pẽtagonis,non autem communes eis & superficiebus cubi,quales sunt in pentagono statuto tres anguli n,o,r de illis autem lineis quæ ueniũt à pũcto o ad angulos singulos pentagonorũ qui sunt cõmunes pentagonis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono præsenti duo anguli a & d constat qđ ipsæ sunt æquales semidiametro sphæræ circunscribentis cubum,ipsæ enim sunt semidiametri cubi ex 4. undecimi,at uero semidiameter cubi,est tãquam semidiameter sphæræ ipsum circũscribẽtis queadmodũ ex rõne 14 apparet. Igitur oẽs aliæ ductæ à pũcto o ad singulos angulos dodecedri,sũt æquales adinuicẽ & semidiametro sphæræ Semicirculus itaq super totã diametrũ sphæræ uel cubi lineatus,sic circũducatur,trãsibit per oẽs angulos eius. Quare p diffinitionẽ ipsum est ab assignata sphæra circũscriptibile. Dico iterũ quod latus huius figuræ est linea irrationalis. ista uidelicet quæ residuũ dicitur,si diameter sphæræ ipsum circunscribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter sphæræ sit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi,erit latus cubi ratiõale in potentia,si diameter sphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Constat autem ex 11,quod linea r p diuidit lineã a d quæ est latus cubi,secundum proportionẽ habentem medium duoq extrema,& quod portio eius maior æqualis est lateri pentagoni. Et quia maior eius portio est residuum,ex sexta huius,manifestum est latus figuræ duodecim basium,esse residuũ. Quod demonstrare uoluimus.



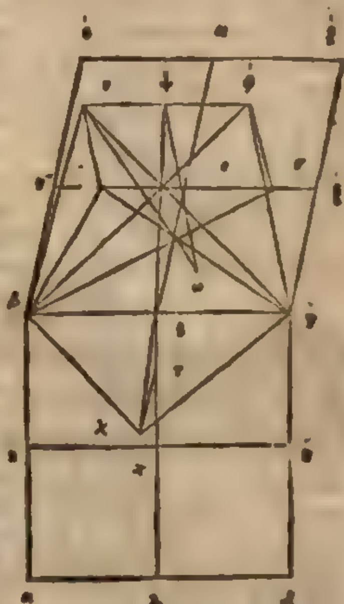
CAMPANVS. Fabricata sunt igitur per 11 & quatuor eam sequentes,quinque corpora æquilatera atque æquiangula,quorum unumquodque est circunscriptibile ab assignata sphæra. Sunt autem hæc solida,primum quidem quatuor basium triangularium,& dicitur tetrachedon. Secundum est sex basium quadratarum & dicitur cubus siue hexaedron. Tertium octo basium triangularium,& dicitur octoedron. Quartum autem est solidum icosedron,& est uiginti basium triangularium. Quintum uero ex 12 basibus pentagonis cõsistit,diciturq dodecedron. Hæc autẽ quinq solida,regularia dicũtur, regularia dicũtur, quoniam ipsa æquiangula sunt atq æquilatera. & à sphæra atq abinuicẽ circũscriptibilia. plura uero his quinq,æquilatera quæ sunt æquiangula esse est impossibile. Ad cõstitutionem cuiuslibet anguli solidi,necesse est ad minus tres superficiales angulos concurrere. Ex duobus enim solis superficialibus,nequit solidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli sunt æquales quatuor angulis rectis,at uero heptagoni & cuiuslibet plurũ laterũ figuræ æquilateræ atq æquiãgulæ tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex 32 primi euidenter dicitur,omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste 21 undecimi,impossibile est tres angulos hexagoni atque heptagoni & simpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen atque æquiangulæ,solidũ angulum constituere. Ideo nulla solida figura æquilatera atque æquiangula potest ex superficiebus hexagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq æquianguli quenq solidum angulum excedũt quatuor,& plures multo fortius eundẽ excedũt. Tres autem angulos pẽtagoni æquilateri atq æqanguli minores esse quatuor rectis angulis manifestũ est,& quatuor esse maiores quare ex tribus angulis pẽtagoni æquilateri atq æqanguli possibile est solidũ angulum cõstitui

stitui,ex quatuor aũt aut ex pluribus impossibile ideóque unum duntaxat solidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis constitutum est illud uidelicet quod dodecedron dicitur,in quo anguli pentagonorum trini & trini solidos angulos perficiunt. Eadem quoque est ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis,omnis enim quadrilatera figura si æquilatera æquiangulaque fuerit, ipsa erit quadrata à diffinitione.nam omnes eius anguli erunt recti per 11 primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ, possibile est solidum angulum constitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propterea quòd ex talibus figuris superficialibus (quæ cum quadrilateræ sint ipsæ æquilateræ atque æquiangulæ) unicũ solidum quod cubum dicimus fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorũ sex anguli.sunt æquales quatuor rectis ex 11 primi.pauciores ergo minores.& plures,maiores,igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulũ solidum fieri.ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiũt angulum solidum,perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor basium triangularium atque æquilaterarum. Cum uero quatuor cõsurgũt: corpus octo basium.quod octoedron diximus. At uero si quinque triangulorum æquilaterorum anguli.solidum angulum contineant,fiet corpus icosedron uiginti basium triangulariũ & æquilaterarũ. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia.& quare plura his non sint dictum est.

Eucli.ex Zamb. Problema 1 Propositio 17

17 Dodecahedrum construere & data sphæra comprehendere qua & prædictas figuras,ostendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponantur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ β ε ζ, secenturq; (per 11 primi) unũ quodq; ipsorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ε ζ, β ζ γ, diuidue in η, θ, κ, λ, μ, ν, ξ, & cõnectãtur ipsæ η θ, κ λ, sese secantes in signo ο & μ θ, ν ξ seinuicem secantes in signo π. secenturq; unaquæq; ipsarum ν ο, ο ξ, θ π, extrema & media ratiõe in ρ, τ, σ signis, sintque ipsarum maiora segmenta ρ ο, ο σ, τ π, & cõstituantur (per 11 undecimi) ab ipsis ρ, σ, τ, signis ad ipsius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipsius cubi ipsæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponãtur que æquales ipsis ρ ο, ο σ, τ π, cõnectanturq; ipsæ υ β, β χ, χ γ, φ υ. Dico quod υ β χ γ φ pentagonum, æquilaterũ est, & in uno plano, & insuper æquiangulum. Cõnectãtur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniã recta linea ν ο extrema & media ratione secatur in ρ, & maius segmẽtũ est ρ ο quæ igitur ex ν ο, ν ρ, tripla sũt eius quod ex ρ ο, Aequalis autem est ο ν ipsi ν β, & ο ρ ipsi ρ υ. Quæ igitur ex β ν, ν ρ, tripla sũt eius quod ex ρ υ. Eis aũt quæ ex β ν, ν ρ æquũ est id quod ex β ρ. quod igitur ex β ρ, triplum est eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quadruplum sunt eius quod ex ρ υ. Eis uero quæ ex β ρ, ρ υ, æquum est id quod ex β υ. quod igitur ex β υ. quadruplum est eius quod ex υ ρ. Dupla igitur est β υ, ipsius ρ υ. Est aũt & φ υ dupla ipsius υ ρ. quoniã & φ υ dupla ipsius υ ρ. quoniã & ο σ ipsius ο ρ hoc est ipsius ρ υ dupla est. Aequalis igitur est β υ, ipsi υ φ. Similiter iam ostendetur, quod & unaquæq; ipsarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipsarum β υ, υ φ, est æqualis, quinquangulũ igitur β υ φ γ χ, æquilaterum est. Dico quod & in uno est plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipso ο, utriq; ipsarũ ρ υ, σ φ, parallelus ad exteriores partes, cubi, ο ψ, & connectãtur ψ θ, θ χ. Dico quod ipsa ψ θ χ recta linea est. Quoniã enim θ π, extrema & media ratione secatur in τ & maius segmentum est π τ, est igitur sicut θ π, ad π τ, sic π τ ad τ θ, æqualis autem est θ π ipsi θ ο, & π τ utriq; ipsarum τ χ, ο ψ, est igitur sicut θ ο, ad ο ψ, sic χ τ, ad τ θ, & est parallelus quidẽ θ ο ipsi τ χ, utraq; enim ipsi β δ plano ad angulos rectos est, & ipsa τ θ parallelus est ipsi ο ψ, utraque enim ipsarum plano ad angulos rectos est. Quando autem bina triangula composita fuerint ad unum angulum (ut sunt ipsa ψ ο θ & θ τ χ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipsorum eiusdem rationis latera sint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 sexti.) igitur ψ θ, ipsi θ χ in rectã lineam est. Oĩs aũt recta linea, in uno est plano. In uno igitur plano est ipsum υ β χ γ φ. quinquãgulũ. Dico iã quod & æquiangulũ est. Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media rõne secatur in ρ, & maius segmentũ est ο ρ, est igitur sicut utraque ν ο, ο ρ, simul ad ο ν, sic ο ν ad ο ρ. Aequalis autem est ο ρ, ipsi ο σ. Est igitur sicut σ ν ad ν ο, sic ν ο ad ο σ. ipsa igitur σ ν, extrema & media ratione secatur in ο, & maius segmentũ*



est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex υ ο. Aequalis aũt est υ υ ipsi υ ϲ, & σ ο ipsi σ φ, quæ igitur ex υ σ, σ φ quadrata tripla sunt eius quod ex υ β, quare quæ ex φ σ, σ υ, υ ϲ, quadrupla sunt eius quod ex υ ϲ. Eis aũt quæ ex σ υ, υ β, æquale est (per 47 primi) id quod ex σ ϲ, quæ igitur ex ϲ σ, σ φ, hoc est quod ex ϲ φ (rectus enim est qui sub φ σ β angulus) quadruplum est eius quod ex υ ϲ, dupla igitur est ϲ φ, ipsius β υ. Est autem & ϲ γ, ipsius ϲ υ dupla, æqualis igitur est ϲ φ, ipsi ϲ γ. Et quoniam binæ ϲ υ, υ φ, duabus β χ, χ γ, sunt æquales, & basis β φ basi ϲ γ est æqualis, angulus igitur qui sub ϲ υ φ, angulo qui sub ϲ χ γ (per 8 primi) est æqualis. Similiter iam demonstrabimus, quod & angulus qui sub υ φ γ, æqualis est ei qui sub β χ γ. Tres igitur anguli qui sub β χ γ, β υ φ, υ φ γ, inuicem sunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulum erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur ϲ υ φ χ γ, æquiangulum est. Patuit autem, quod & æquilaterum. Igitur pentagonũ β υ φ γ χ æquilaterum & æquiangulũ est, estq; super ϲ γ uno cubi latere. Si igitur ab unoquoque ipsius cubi duodecim laterum eadem cõstruamus, constituetur figura quædam solida cõprehensa sub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipsum sphæra data cõprehẽdere, & demonstrare quod dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome. Extendatur ψ ο, & sit ψ ω coincidit igitur ψ ω, ipsi cubi diametro & bifariã se inuicem dispescunt, hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, secentur in ω. Igitur ω centrum est sphæræ cubum comprehendentis, & dimidia est ψ ω lateris cubi. Connectantur autem υ ω. Et quoniam recta linea υ σ extrema & media ratione secatur in ο, & maius illius segmentum est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex υ ο. Aequalis autem est υ σ, ipsi ψ ω, quoniã & ipsa υ ο, ipsi ο ω est æqualis, & ψ ο, ipsi ο σ, sed ο σ ipsi ψ υ, quoniã & φ σ, quæ igitur ex ω ψ, ψ υ, tripla sunt eius quod ex υ ο. Eis aũt quæ ex ω ψ, ψ υ, æquum est (per 47 primi) quod ex υ ω. Quod igitur ex υ ω, triplũ est eius quod ex υ ο. Est aũt & quæ ex centro sphæræ cubũ ipsum cõprehẽdentis potentia triplex dimidij ipsius cubi lateris, antea enim ostẽsum est cubũ construere, ac sphæra cõprehendere, ac demõstrare quod sphæræ dimetiens potentia triplex est lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, & dimidia dimidiæ. Et υ ο, dimidia est lateris cubi. Ipsa igitur υ ω æqualis est ei quæ ex centro sphæræ cubum cõprehendentis. Sphæræ autem cubũ cõprehendentis centrũ est ω. Igitur υ signum, ad superficiem est ipsius sphæræ. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque reliquorum ipsius dodecahedri angulorum, est ad ipsius sphæræ superficiẽ. Igitur dodecahedrum, data sphæra comprehensum est. Dico iam quod ipsius dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipsa υ σ extrema & media ratione diuisa maius segmentũ est υ ο, ipsa aũt ο ξ, extrema & media rõne diuisa maius segmẽtũ est ο σ, tota igitur υ ξ extrema & media ratione diuisa, maius segmẽtũ est ρ σ. Et quoniam est sicut ο υ ad ο υ, & ο ρ ad ρ ξ, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandẽ habẽt rationẽ,) sicut igitur υ ξ, ad ρ σ, sic ρ σ ad utranq; ipsarum υ ρ, σ ξ, simul. Maior autem est υ ξ, ipsa ρ σ, utraque ipsarum υ ρ, σ ξ, simul. Igitur υ ξ, extrema & media ratione diuiditur, & maius segmẽtum est ρ σ. Aequalis aũt est ρ σ, ipsi υ φ. Ipsa igitur υ ξ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est υ φ. Et quoniam rationalis est ipsius sphæræ diameter, potentiaq; triplex est ipsius cubi lateris, rationalis igitur est υ ξ, latus cubi existens. Si aũt rationalis linea extrema & media ratione secta fuerit, utrũq; segmentorũ, irrationalis est ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur υ φ, latus existens dodecahedri, irrõnalis est ea quæ apotome appellatur. Quod ostẽdere oportuit: & fieri postulabatur.

CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, est manifestum, quod cubi latere extrema & media ratione diuiso, maius segmentum est dodecahedri latus, quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp. Propositio 18

18 Latera quinque corporum præmissorum ab eadem sphæra circũscriptibiliũ, cuius sphæræ sola diametros nobis proposita fuerit, per ipsam propositam diametrum inuenire.

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphæræ, nobis proposita, ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrũ in c, ita quod a c sit dupla ad c b, & per æqualia in d. & lineemus super eam semicirculum a f b, ad cuius circunferentiã protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineã a b, quæ sint c e & d f. & iungamus e cum a & cum b & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione quod a e est latus figuræ quatuor basium triangularium & æquilaterarũ, & ex de-

mon

mõstratione 14, quod e b est latus cubi & ex demõstratione 15, quod f b est latus figuræ octo basium triangulariũ & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a. linea a g perpẽdicularis ad a b. & æqualis eidem a b & iungatur g cum d. sitq; h punctus in quo g d secat circũferentiam semicirculi. & ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h k dupla ad k d: sunt enim duo triãguli g a d & h k d. æquiãguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris, est æqualis angulo k minoris, nã uterq; rectus, & angulus d. est cõis utriq; igit r ex 4 secũdi h k est potentia quadrupla ad k d. ergo ex penultima primi h d, est potẽtia qncupla ad k d. Cũq; d b sit æqualis h d est enim d centrum semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad k d At uero cum tota a b sit dupla ad totã b d quẽadmodũ a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractã ex secunda b d, erit ex 19 quinti b c residua primæ, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d, est tripla ad d c. Igitur quadratũ b d est noncuplum ad quadratũ d c. Et quia ipsum erat quincuplũ tantũ ad quadratũ k d, erit ex secũda parte decimæ quinti, quadratum d c minus quadrato k d ideoq; d c, minor k d. Sit g d m æqualis k d, & prodeat m n usq; ad circũferẽtiã, quæ sit perpendicularis ad a b & iungatur n cũ b Cum igitur d k & d m sunt æquales, erũt (ex diffinitiõe eius quod est aliquas lineas a centro æquidistare) duæ lineæ h k & m n æqualiter distantes a cẽtro, ideoq; æquales adinuicem ex secũda parte 14 tertii & ex secunda parte tertiæ eiusdẽ. Itaq; m n est æqualis m k, nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k. & quadratũ b d quincuplum ad quadratum d k erit ex 15 quinti quadratum a b similiter qncuplũ ad quadratũ k m, est enim quadratũ dupli ad quadratũ dupli, sicut quadratũ simpli ad quadratũ simpli. Ex demõstratione aũt 15 manifestũ est, q; diameter sphæræ est potẽtialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basiũ. ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basium, nã diameter sphæræ quæ est a b, est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quam ad k m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestum est, quod diameter sphæræ cõstat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cũ ergo k m sit tanquã latus hexagoni, at uero a k sit æqualis m b. nã ipsa sunt residua æqualiũ dẽptis æqualibus. erit m b tanquam latus decagoni, Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est æqualis k m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquã latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demõstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium, cõstat lineã n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphæra circũscriptibilis, secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema in pũcto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demõstratiõe præmissæ. quod p b est latus figuræ 12 basiũ inuenta ergo sunt latera 5 præmissorũ corporũ ex diametro sphæræ nobis proposita: est enim a c latus pyramidis 4 basiũ e b latus cubi, f b, latus octoedri. at uero n b. latus icosedri linea aut p b. latus dodecedri. Quæ autẽ horũ laterũ sint maiora aliis, sic habetur constat enim, quod a c est maior f b. nã arcus a c, est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b, & e b maior quàm n b, at uero n b. dico etiã esse maiorẽ quam p b. Cũ enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secũdi quadratũ a c quadruplũ ad quadratũ c b. Cõstat aũt ex secũda pte correlarii 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ, q; quadratum a b triplũ est ad quadratũ b c. Sed per 22 sexti quadratũ a b ad quadratũ b c. est sicut quadratũ b e ad quadratũ c b, eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secũda parte correlarii 8 sexti itaque per 9 quinti quadratũ b e. triplũ est ad quadratũ c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ est ad idẽ quadratũ ut ostẽsum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratũ a c minus quã drato b e. ideoq; linea a c maior est linea b e. ideoq; a m, multo maior b e. Manifestũ uero ex 9 huius. quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At uero cũ b e diuiditur secundum eandem proportionẽ uidelicet habentẽ mediũ duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaque a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quã p b quæ est maior portio b e. Hoc autem manifestum

festum est ex 1 decimiquarti quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma demonstratione solidatur: ergo per 15 primi à fortiori n b, maior est quam p b. Quare patet latera horum 5 corporum præmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequuntur: seinuicem excedere. In cubo enim dũtaxat & octoedro habet hic instantias. nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron. Cubum autem præmittunt idcirco octoedro, quia eadẽ diuisione diametri, assignatæ sphæræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis, maius lateribus cæterorum corporũ, post ipsum autẽ, est f b latus octoedri maius sequentium corporũ lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine e b. latus cubi. Quarto uero loco est n b latus icosedri. Minimũ autem est omniũ p b, latus dodecedri.

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

18 Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́ in γ, ut α γ ipsi γ β sit æqualis, & in δ, ut α δ ipsius δ β dupla sit, & super α β describatur semicirculus α ε β, & ab ipsis γ, δ, ipsi α β, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur γ ε, δ ζ, & connectantur α ζ, ζ β, β ε. Et quoniã dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α β ipsius δ β: conuertendo igitur (per correlariũ 18 quinti) sesqualtera est β α ipsius α δ. Sicut autẽ β α ad α δ, sic quod ex β α ad id quod ex α ζ, æquiangulum enim est α ζ β triangulũ, ipsi α ζ δ triangulo, sesqualterum igitur est quod ex β α, eius quod ex α ζ. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesqualtera lateris pyramidis, & α β, ipsius sphæræ diameter est. igitur α ζ æqualis est lateri ipsius pyramidis. Rursus quoniam dupla est α δ, ipsius δ β, tripla igitur est α β, ipsius β δ. Sicut autẽ α β ad β δ, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β. triplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex ζ β. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potẽtia tripla lateris ipsius cubi (per 15 decimitertij,) & sphæræ diameter, est α β, igitur β ζ, cubi est latus. Et quoniã æqualis est α γ ipsi γ β, dupla igitur est α β ipsius γ β. Sicut autẽ α β ad γ β, sic quod ex α β, ad id quod ex β ε. Duplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β ε. Est aũt & ipsius sphæræ diameter, potentia dupla lateris ipsius octaedri, & α β datæ sphæræ diameter est. Igitur β ε, octaedri est latus. Excitetur iã (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi α β rectæ lineæ ad angulos rectos, α η. Ponaturq́ ipsa α η æqualis ipsi α β, & connectatur η γ, seceturq́ η γ circũferentiã semicirculi in signo θ, & ab ipso θ, in ipsam α β (per 12 primi) perpẽdicularis excitetur θ κ. Et quoniã dupla est η α, ipsius α γ) æqualis enim est η α ipsi α β) sicut aũt η α ad α γ sic θ κ, ad κ γ, dupla igitur est & θ κ ipsius κ γ. Quadruplũ igitur est quod ex θ κ, eius quod ex κ γ. Quæ igitur ex θ κ, κ γ, quæ idẽ sunt ei quod ex θ γ, quincuplũ est eius quod ex κ γ. Aequalis aũt est θ γ, ipsi γ β, quincuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ κ. Et quoniã dupla est α β, ipsius β γ, quarũ α δ ipsius δ β dupla est, reliqua igitur β δ, reliquæ δ γ est dupla. Tripla igitur est β γ, ipsius γ δ, nonuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ δ, quincuplum autẽ est quod ex β γ, eius quod ex γ κ, maius igitur est quod ex γ κ, eo quod ex γ δ, maior igitur est γ κ, ipsa γ δ, ponatur (per 2 primi) ipsi γ κ æqualis γ λ, & ab ipso λ ipsi α β ad angulos rectos excitetur λ μ, & connectatur μ β. Et quoniã quod ex γ β eius quod ex γ κ quincuplũ est, & ipsius β γ dupla est α β, ipsius aũt γ κ dupla est κ λ, quincuplum igitur est quod ex α β eius quod ex κ λ. Est autem sphæræ diameter potentia quincupla, eius quæ ex centro ipsius circuli à quo icosahedrũ describitur, estq́ α β, ipsius sphæræ diameter, ipsa igitur κ λ ex cẽtro est circuli à quo icosahedrũ describitur. ipsa igitur κ λ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniã sphæræ diameter cõponitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorũ lateribus (per correlariũ 16 decimitertij,) estq́ ipsa quidẽ α β, ipsius sphæræ diameter, & κ λ hexagoni latus, & æqualis est α κ ipsi λ β. utraq́ igitur ipsarũ α κ, λ β, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrũ describitur. Et quoniã decagoni quidem λ β, hexagoni aut ẽ μ λ (æqualis enim est ipsi κ λ, quoniã & ipsi κ θ, æqualiter enim distãt à centro) & utraq́ ipsarũ θ κ, κ λ, dupla est ipsius κ γ, quinquanguli igitur est μ β. Quod aũt pentagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est μ β. Et quoniam ζ β est latus cubi, seceetur extrema & media ratione in ν, sitq́ maius segmẽtũ ν β. Igitur ν β, dodecahedri est latus. Et quoniã ostẽsum est φ ipsius sphæræ diameter potẽtia est sesqualtera ipsius α ζ lateris pyramidis, ipsius autem β ε lateris octahedri potẽtia dupla, ipsius aũt ζ β, cubi potentia tripla: qualiũ igitur sphæræ diameter potẽtia sex taliũ ipsius quidẽ pyramidis latus quatuor, octahedri uero latus triũ, cubi uero duorũ. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritũ. Cubi aũt lateris, potentia est duplũ. Octahedri aũt latus lateris, cubi potẽtia est hemioliũ. Ipsa quidẽ igitur prædicta triũ figurarũ latera, hoc est pyramidis & octahedri & cubi adinuicẽ, in rõnibus rõnalibus subsistunt. Reliqua uero duo & icosahedri & dodecahedri, neq́ adinuicẽ, neq́ ad prædicta in rõnibus rõnalibus existunt, irratiõalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod autẽ maius est icosahedri latus μ β, dodecahedri latere ν β, sic ostendemus. Quoniã triangulum ζ δ β, ipsi triangulo ζ α β æquiangulum est, proportionaliter est sicut β δ, ad β ζ, sic α ζ ad β α. Et quoniã tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiã, sic quod ex*

Latus pyramidis

Latus cubi.

Latus octahedri.

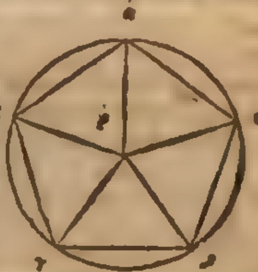
Latus icosahedri

Latus dodecahedri

Comparatio 5 laterum

prima

prima ad id quod ex secũda. Est igitur sicut δ β ad β α, sic quod ex δ β ad id quod ex ε ζ. Conuersim igitur sicut α β ad ε δ, sic quod ex ζ ε ad id quod ex β δ. Tripla autẽ est α ε, ipsius β δ, triplum igitur quod ex ζ ε, eius quod ex ε δ. Est autẽ & quod ex α δ, eius quod ex δ ε, quadruplum, dupla enim est α δ, ipsius δ β. Maius igitur est quod ex α δ, eo quod ex ζ β. & maior igitur est α δ, ipsa ζ β, multo igitur maior est α λ, ipsa ζ ε. Et ipsa quidẽ α λ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentũ est α ε, quoniã ipsa quidẽ λ α hexagoni est, & α α decagoni, ipsa aũt ζ ε extrema & media ratione diuisa maius segmentũ est ν ε. Maior igitur est α λ, ipsa ν ε. Aequalis autẽ est α λ, ipsi λ μ, maior igitur est λ μ, ipsa ν ε. Ipsa autẽ λ μ, maior est μ ε, multo igitur maior est μ β latus existẽs icosahedri, ipsa ν ε latere existẽte ipsius dodecahedri. Quod facere & ostendere oportuit. Aliter, quod maior est μ ε ipsa ν ε. Quoniã enim dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α ε ipsius δ β. Sicut autẽ α ε ad ε δ, sic quod ex α β ad id quod ex β ζ, quoniã triangulũ ζ α β ipsi ζ δ ε triãgulo æquangulũ est, quod igitur ex α ε, eius quod ex β ζ triplũ est. Patuit aũt quod ex α ε eius quod est ex α λ, quincuplũ. Quinque igitur quæ ex α λ, tribus quæ ex ζ ε, sunt æqualia. Sed tria quæ ex ζ β, sex quæ ex ν β, sunt maiora, & quinque igitur quæ ex α λ sex quæ ex ν β sunt maiora. Quare & unũ quod ex α λ, uno quod ex ν ε maius est. maior igitur est α λ, ipsa ν β, æqualis aũt est α λ, ipsi λ μ, maior igitur est & λ μ, ipsa ν ε, multo igitur maior μ β, ipsa ν β, quod ostẽdere oportuit. Quod aũt tria quæ ex ζ ε, sex quæ ex ν β sũt maiora, sic ostẽdemus. Quoniã enim maior est ε ν ipsa ν ζ, quod igitur sub ε ζ, ε ν maius est eo quod ex ε ζ, ζ ν, quod igitur sub ζ ε, ε ν, una cũ eo quod sub ε ζ, ζ ν, maius est quam duplũ eius quod sub ε ζ, ζ ν. Sed quod sub ε ζ, ε ν, una cũ eo quod sub β ζ, ζ ν, id est quod ex ε ζ, quod uero sub ε ζ, ζ ν, æquũ est ei quod ex ν β. extrema nanque & media rõne secatur ipsa ε ζ in ν, & quod sub extremis æquũ est ei quod à media (per 17 sexti.) Quod igitur ex ζ ε, eo quod ex ε ν maius est quam duplũ, unũ igitur quod ex ζ ε, duobus quæ ex ε ν maius est, quare & tria quæ ζ β, sex quæ ex ε ν, sunt maiora. Quod ostẽdere oportuit. Dico iam quod præter prædictas quinque figuras non cõstruetur alia figura cõprehẽsa sub æquilateris & æquangulis inuicẽ æqualibus. Sub binis nanque triãgulis, neque sub duobus alijs planis, solidus angulus nõ cõstruitur. Sub tribus triãgulis, quæ pyramis, sub quatuor, quæ octahedri, sub quinque quæ icosahedri. Sub sex triãgulis æquilateris & æquangulis ad unũ signũ cõstitutis, nõ erit solidus angulus, existente nanque æquilateri triãguli angulo duarũ partiũ recti, erũt sex quatuor rectis æquales. Quod est impossibile. Oĩs nanque solidus angulus, sub paucioribus quàm quatuor rectis cõprehẽditur (per 21 undecimi) Iã id propterea, neque sub pluribus quàm sex planis angulis solidus cõstruitur angulus. Sub quadratis tribus, cubi angulus cõprehẽditur. Sub quatuor est impossibile, erũt enim rursus quatuor recti. Sub pẽtagonis æquilateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At sub quatuor, impossibile, existẽte nanque quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erũt quatuor anguli quatuor rectis maiores; quod est impossibile. Neque sub polygonis alijs figuris comprehẽdetur solidus angulus, quoniã absurdũ esset. Igitur præter prædictas quinque figuras alia figura solida nõ cõstruetur sub æquilateris & æquãgulis cõprehẽsa, quod erat ostendendũ. Quod aũt æquilateri & æquianguli quinquãguli angulus rectus est & quintũ, sic ostẽdẽdũ. Sit enim quinquangulũ æquilaterũ & æquiãgulũ α ε γ δ ι, & circũscribatur (per 14 quartidecimi) ei circulus α β γ δ ι. & accipiatur (per 1 tertij) illius cẽtrũ, sitque ζ, cõnectanturque ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ, ζ ι. Bifariã igitur secãt ipsius pẽtagõni angulos ad ipsa α, β, γ, δ, ι, signa. Et quoniã quinque anguli qui ad ζ, quatuor rectis sunt æquales, & sunt æquales, igitur unus ipsorũ (sicut qui sub α ζ ε,) unius recti est, † quasi quintũ. Reliqui igitur qui sub ζ α ε, α ε ζ, unius sunt recti & quintũ. Aequalis aũt est qui sub ζ α ε ei qui sub ζ ε γ, totus igitur qui sub α ε γ pẽtagoni angulus, unius recti est & quintũ. Quod ostẽdere oportuit.



FINIS.

† præter quintũ, id est quinta parte minor recto.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE

facile principi deputatus liber de regularium corporũ proportione Campano cõmentatore, qui in ordine est decimusquartus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 

Omnis perpendicularis à centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulũ ipsum descripti dimidium, lateris decagoni atque dimidio lateris hexagoni intra circulum eundẽ descriptorũ ambobus dimidijs in longũ directũque cõiunctis æqualis esse probatur. Patet igitur quod perpẽdicularis ducta à centro circuli ad latus pẽtagoni, est æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus triãguli dimidioque lateris decagoni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.

CAMPA. Sit linea a b latus pẽtagoni æquilateri inſcripti circulo cuius centrũ c,& du
catur à centro c.perpendicularis ad lineã a b,quæ per ſecundã partẽ tertiæ tertij diui
det ipſam per æqualia,& arcũ eius etiã per æqualia ex 4 primi & 27 tertij.ſitq; hæc perpẽ
dicularis linea c d,ſecãs a b in pũcto e.& arcũ eius in pũcto d. Eſt igitur ut diximus linea
a e,æqualis lineæ e b,& arcus a d,arcui d b,protrahaturq; linea d b,de qua cõſtat ꝙ ipſa
eſt latus decagoni æqlateri,ꝓpoſito circulo inſcripti.cũ ipſa ſubtẽdatur medietati quin
ti totius circũferẽtiæ. Dico itaq; ꝙ linea e c,eſt æqualis medietati lineæ c d & medietati
lineæ d b,in longũ directũq; cõiunctis. Cõpleatur quidẽ diameter d c.ſitq; d c g,& ſit e f
æqualis e d,& protrahatur b f. eritq; ex 4 primi b f æqualis b d,ideoq; per 5 primi an
gulus b d f erit æqualis angulo b f d. Cõſtat autẽ ex ultima ſexti,q; angulus g c b, qua
druplus eſt ad angulũ b c d,eo quod arcus g b quadruplus eſt
ad arcũ b d:at uero angulus g c b per 32 primi duplus eſt ad
angulũ b d c.nã ipſe eſt extrinſecus duobus qui ſunt b d c & d
b c.at ipſi ſunt æquales ex 5 primi:igitur angulus b d c. duplꝰ
eſt ad angulũ b c d,quare angulus quoq; b f d, duplus eſt ad
angulũ b c f. Sed angul. b f d, duplus eſt ad angulũ b c f. Sed
angulus b f d,eſt æqualis duobus intrinſecis q ſunt b c f & c b
f per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f.ſunt æquales,ideoq;
per 6 primi c f eſt æqualis b f.ideoque etiam c f. eſt,æqualis b
d & nam b d & b f. ſunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ
c d cum dimidio b d.eſt quãtum dimidium c d cum dimidio
c f,at uero dimidiũ c d cũ dimidio c f,eſt quãtũ dimidiũ c f bis
cũ dimidio f d,dimidiũ autem c f bis.eſt quantum c f,& dimi
diũ f d.eſt quãtũ e f. Itaq; e c.eſt quãtũ dimidiũ c d cũ dimidio
c b & d b quod eſt propoſitũ. Correlariũ autẽ ſic cõſtat. Manifeſtũ eſt enim ex 8 trede
cimi libri quod perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus triãguli ſibi inſcripti eſt æ
qualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferẽtiã. Hoc quidẽ ibi demõſtratũ eſt,&
quaſi correlariũ cõcluſum. Cum igitur ex hac prima iſtius 14 libri pateat quod perpen
dicularis ducta à cẽtro circuli ad latus pẽtagoni ſit æqualis dimidio lineæ ductæ à cen
tro ad circũferentiã & dimidio lateris decagoni,ſeqtur ꝙ perpẽdicularis ducta a cẽtro
circuli ad latus pẽtagoni ſit æqualis perpẽdiculari ductæ a cẽtro ad latus triãguli dimi
dioq; lateris decagoni intra eũdẽ circulũ deſcripti. Et hoc eſt ꝙ ex correlario ꝓponitur
CAMPANI annotatio Nũc ergo explicãdũ eſt quod ait Ariſtæus in libro intitulato. Ex
poſitio ſciẽtiæ quinq; corporũ necnõ & Apollonius in dono ſecũdo in proportionali
tate figuræ 12 baſiũ ad figurã 20 baſiũ,dicẽs quod proportio ſuperficierũ figuræ haben
tis 12 baſes ad ſuperficies figuræ habẽtis 20 baſes eſt tanquã proportio corporis 12 baſiũ
ad corpus 20 baſiũ,linea etenim ducta à centro circuli pẽtagoni figuræ 12 baſiũ dodece
dri ad circũferẽtiã eius eſt quaſi linea prodiẽs a cẽtro circuli triãguli figuræ uiginti ba
ſium icoſedri ad circũferentiã eius. Hæc ſunt ipſius magni Apollonii uerba. Intelligẽda
aũt ſunt de figura 12 & 20 baſiũ ab una eadẽq; ſphæra circũſcriptibiliũ. Eſt enim propor
tio corporis dodecedri ad corpus icoſedron,cũ ambo una eadẽq; ſphæra circunſcribit
ſicut proportio omnium ſuperficierũ dodecedri pariter acceptarũ,ad oẽs ſuperficies
icoſedri pariter acceptas,quẽadmodũ Apollonius præmiſſorũ uerborũ prima parte
cõmemorat, quod & 10 huius decimiquarti libri ſolida demõſtratione ſtabilitur. Et eſt
circulus circũſcribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũſcribẽti trigonũ icoſe
dri.cum dodecedrõ & icoſedrõ eadẽ ſphæra circunſcribit,quemadmodum ipſe Apol
lonius ſecunda parte præmiſſorũ uerborum commemorat, quod etiam 3 huius libri
demõſtratione firmatur. Præmittẽda ſunt igitur antecedẽtia,ad tantorũ uirorum elo
quia,inconcuſſa ueritate corroboranda.

Eucl. ex Camp. Propoſitio 2

2 QVicquid accidit uni lineæ diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habentẽ me
diũ & duo extrema,omni lineæ ſimiliter diuiſæ ꝓbatur accidere.

CAMPANVS Sit utraq; duarũ linearũ a b & d e diuiſa ſcd'm proportionẽ
habẽtẽ mediũ duoq; extrema,hæc qdẽ in c,illa uero in f ſintq; maiores portiões huius
quidẽ a c,illius autẽ d f. Dico itaq; ꝙ ambarũ ad ſui maiores portiones eſt una propor
tio.itẽq; ambarũ ad ſui minores portiones eſt proportio una.at quoq; maiorũ portio
num ad maiores una,& ecõtrario & ꝑmutatim & cõiũctim & diſiũctim & euerſim,nihil
enim aliud eſt,quicquid,uni earum accidit idẽ quoq; alij accidere,cõſtat enim ex diffini
tione

tione lineæ secundum proportionem medium duoq́ extrema diuisæ & ea parte 16 sexti quod illud quod fit ex a b in b c, est æquale quadrato a c, eodē'q modo quod fit ex d e in e f, est æquale quadrato d f, ideoq́ proportio eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, utraque enim est proportio æqualitatis. Igitur quadruplū eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, sicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratū d f, quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestū est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cū quadrato a c, ad quadratū a c, sicut quadruplū eius quod fit ex d e, in e f cū quadrato d f, ad quadratū d f. Adiūgatur autē secundū rectitudinē ad lineam a b, una linea quæ sit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungatur æqualis e f, quæ dicatur e h.



Manifestū est igitur ex octaua secundi, quod quadruplū eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a c, est æquale quadrato lineæ a g. At uero similiter quadruplū eius quod fit ex d e in e h cū quadrato d f, est æquale quadrato d h. At uero ex communi sciētia quadruplū eius q fit ex a b in b c æquū est quadruplo eius q fit ex a b in b g, eo q b c & b g sūt æquales, similiter quoq́ quadruplū eius q fit ex d e in e f, æquū est quadruplo eius q fit ex d e in e h, eo quod e f & e h sunt etiā æquales. Igitur ex pria parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratū a g ad quadratū a c, sicut quadratum d h ad quadratum d f. Quare ex secunda parte 22 sexti, proportio lineæ a g ad lineā a c est sicut lineæ d h ad lineā d f, & coniunctim a g & a c ad a c, sicut d h & d f ad d f. At uero a g cum a c, sunt taquam duplum a b, & d cum d f, tāquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, sicut duplū d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e sicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e, sicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, sicut a c ad d f. Itaque permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim. Quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Camp. Propositio 3

3 Diuiso latere hexagoni secundum proportionem habentem mediū duoq́ extrema, maior eius portio erit latus decagoni circunscripti à circulo ipsum hexagonum circunscribente.

CAMPANVS Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuisa secundū proportionē habente mediū duoq́ extrema in puncto c, sitq́ maior proportio eius b c. Dico q cuiuscūq circuli a b est latus hexagōi, eiusdē, b c erit lat⁹ decagoni. Adiūgatur enim ad lineā a b, linea d b, quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni, eritque ex 9 tredecimi linea a d diuisa secundū pportionē habentē mediū duoq́ extrema & maior portio eius erit linea b. Cū igitur utraq duarū linearū a b & a d sit diuisa secūdum proportionē habentē medium duoq́ extrema, igitur erit per præmissam ambarum ipsarū ad sui maiores portiones una proportio. Itaq́ d a ad a b quæ est eius maior portio, sicut a b ad b c quæ est etiam eius maior portio, sed d a ad a b, sicut a b ad b d ex diffinitiōe lineæ diuisæ secundū proportionē habentem mediū duoq́ extrema & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b d, sicut a b ad b c. Quare per secundā partē 9 quinti b d & b c sunt æquales. Cū ergo d b sit latus decagoni, erit quoq́ ex cōmuni scientia b c latus decagoni. Vel aliter. Ad lineā a b adiūgatur b d æqualis b c, eritq́ ex 4 tredecimi tota a d diuisa secundū proportionem habētē mediū duoq́ extrema, & maior portio eius linea a b. Itaq́ per cōuersam 9 tredecimi quā cōtinue post ipsam demōstrauimus circuli linea a b est latus hexagoni, eiusdē linea b d (ideoq́ linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. Possumus iterū idem alia uia (si libet) demōstrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiā diuidatur in g secundū proportionē habentē mediū duoq́ extrema, & sit maior portio eius linea f g. Cōstat igitur ex præmissa q queadmodū a b est æqualis e f, sic a c est æqualis e g, & c b æqualis g f. Cūq́ fuerit b d adiūcta ad a b latus decagōi illius circuli cuius a b est latus hexagoni, erit (sicut prius dictū est) ex 9 tredecimi tota a d diuisa scd'm pportionē habētē mediū duoq́ extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaq́ p præmissā a b ad b d, sicut f g ad g e, quare p primā partē 15 sexti q fit ex a b in g e, æquum est ei quod fit ex b d in f g. cūq́ a b sit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e æquum,

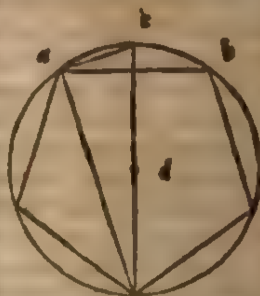


æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f, in g e, æquum est quadrato f ex diffinitione lineæ diuisæ secundũ proportionem habentem medium duoq; extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur quod fit ex b p in f g est æquale quadrato f g, ideoq; ex pria sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 QVadratum lateris pẽtagoni intra circulum descripti. quadratũq; lineæ quæ illus pentagoni angulo subtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio,

CAMPANVS Sit in circulo a b c cuius centrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit a b, & protrahatur diameter c d e, diuidens lineã a b & eius arcũ per æqualia. Est igitur arcus a e medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli. quare arcus a c est duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaque duæ lineæ a e & a c, eritque a e latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uero a c, erit quæ subtẽditur uni ex angulis pentagoni prædicti, eo quod arcus a c est duæ quintæ partes circunferentiæ circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secũdi quadratum lineæ c e, quadruplũ ad quadratum lineæ d e. Cum aũt angulus c a e sit rectus ex prima parte 30 tertii, erũtque ex penultima primi quadrata duarũ linearũ c a & a e quadruplum ad quadratũ d e, igitur quadrata trium linearũ c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratũ lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b est æquale quadratis duarũ linearũ a e & d e, sequitur ut quadrata duarũ linearũ a b & c a sint quincuplum ad quadratũ d e, quod est propositum.



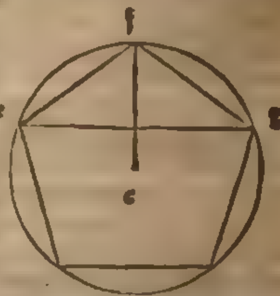
CORRELARIVM. Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figuræ duodecim basium, cũ cubum & figurã duodecim basiũ eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

Istud correlarium uere manifestum est, constat enim ex demõstratione 17 tredecimi quod latus cubi subtenditur angulo pẽtagoni dodecedri, cum cubum & dodecedron una eadẽq; sphæra circunscribit, itaque per hanc 4 sine obice constat correlarium.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 PEntagonus figuræ duodecim basium, triangulusq; figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circunscribit, uno eodemq; circulo circunscribuntur.

CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pẽtagono autem c, & trigono d. super duo centra d & c. circunscribantur duo circuli, huic quidem sic ex 14 quarti, illi uero f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque q hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonũ c, alter uero trigonũ d. sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unũ ex suis angulis continentia, literis e f & f g & protrahantur, linea e g quæ subtendat angulũ f. & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur literis k h. & protrahatur semidiameter sui circuli quæ sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quã sit linea a b quæ est diameter sphæræ assignatæ. quincupla in potentia quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionẽ habentem medium

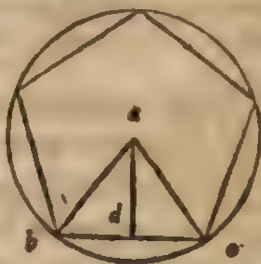


dium

dium duoq; extrema.sitq; maior portio eius linea l n.& secūdū quantitatē totius l m lineetur circulus p q.Itaq; semidiameter circuli p q.erit æqualis lineæ l m.eritq; ex correlario 15 quarti,linea l m.tāquā latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti,ideoq; per tertiā huius,linea l n.erit tāquā latus decagoni æquilateri eidē circulo inscripti. Igitur ex 11 quarti inscribatur pētagonus æquilaterus circulo p q.cuius unū latus sit p q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratū lineæ p q,æquale quadratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis. Cōstat autē ex demōstratiōe 15 tredecimi,quod n k est æqualis p,q ergo quadratū h k,est æquale quadratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis. At uero ex demōstratione 17 tredecimi,manifestū est q; e g latus cubi ab eadē sphæra circunscriptibilis.quare per correlariū 14 tredecimi a b quæ est diameter sphæræ,potentialiter est tripla a d e g quæ est latus cubi. Si autē e g diuidatur secundū ꝓportionē habētē mediū duo mq; extrema.patet ex demōstratione tredecimi quod e f est tāquā maior portio eius,igitur ex secunda huius,e g ad l m. sicut e f ad l n,nā ut tota ad totā,sic maior portio ad maiorē. Itaque per 22 sexti quadratū e g ad quadratū l m,sicut quadratū e f ad quadratū l n quare p 12 qnti,quadrata duarū linearū e g & e f piter accepta,ad quadrata duarū linearū l m & l n,piter accepta,sicut quadratū e g ad quadratū l m. Ergo per 15 quinti & permutatā proportiōalitatē,& æquā,triplū duorum quadratorū duarū linearū e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarū linearū l m & l n,pariter accepta.sicut triplū quadrati e g ad quadratū l m. Triplū aūt quadrati e g,est tanquā quadratū a b ex correlario 14 tredecimi,at quadratum a b, est per hypothesin quincuplū ad quadratū l m.ergo triplum quadrati e g,quincuplū quoq; est quadrati l m. Quare etiā triplū quadratorū duarū linearū e g & e f pariter acceptorum,est quincuplū ad quadrata duarū linearum l m & l n pariter accepta. Et quia probatū est quod quadratum h k est æquale e quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis,sequitur ex cōi scientia ut triplū quadratorum e g & e f sit quincuplū ad quadratum h k. Cōstat autē ex 8 tredecimi,quod quincuplum quadrati h k est quindecuplū ad quadratū d k,nā simplum est triplū. Et ex quarta huius cōstat,quod triplū quadratorū e g & e f,est quindecuplū quadrati e f, nā simplum est quincuplum. Itaq; quindecuplū quadrati e f est æquale quindecuplo quadrati d k,ideoq; per 15 quinti quadratum e f,est æquale quadrato d k,quare etiā linea e f, est æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitiōe circulorū æqualium,circulus circunscribēs pētagonum e,est æqualis circulo circūscribenti trigonum,nā semidiametri horum circulorum sunt æquales,uidelicet e f & d k quod erat ex principio demonstrandum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 8*

QVadratum quoq; quod est triangulum alias trigincuplum tetragoni qui sub perpēdiculari ducta à centro circuli circunscribentis pentagonū figuræ duodecim basiū ad latus pentagoni,atq; sub latere ipsius pentagoni cōtinetur,oibus superficiebus corpis duodecim basiūpiter acceptis esse æquale ex necessitate cōuincit.



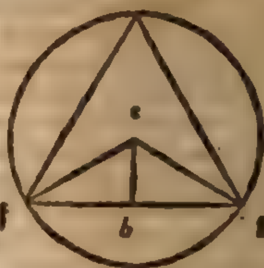
CAMP. Sit pētagonus a.una ex 12 basib9 figuræ dodecedri, & unū ex eius lateribus sit b c,sibiq; ex 14 quarti circūscribatur circulus supra cētrū a & ꝓtrahātur lineæ a b & a c & a d ꝑpēdicularis ad b c. Dico ergo q; trigincuplū eius q; fit ex a d in b c,est æquale oibus supficiebus dodecedri piter acce Cōstat enim pētagonū d esse diuisibilē in qnq; triāgulos æquales triāgulo a b c ex 8 primi. Itaq; oēs 12 pētagoni dodecedri (cū oēs sint æquales & similes pētagono a) diuisibiles sūt in 60 triāgulos,quorū qsq; p̄ 8 primi est æqualis triāgulo a b c. Quod aūt fit ex a d in b c est duplū per 41 primi,ad triāgulū a b c. Ergo trigincuplum

plum eius quod fit ex a d in b c,est sexagincuplum ad triangulum a b c,nam ut simpli sic duplum ad duplum. Cum itaque omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplum ad triangulum a b c.sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c,sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Eucli.ex Camp. Propositio 7

7 Vadratum quoque quod est triangulum,alias trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figuræ uiginti basium,atque sub ipso latere trianguli continetur,æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basiũ pariter acceptis.

CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e,una ex 20 basibus figuræ icosedri,& unũ ex eius lateribus sit f g,sibiq; ex 5 quarti circunscribatur circulus super centrum e,& protrahantur lineæ e f,e g,& e h perpendicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g,est æquale omnibus icosedri pariter acceptis. Constat enim trigonum esse diuisibilẽ in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi,est æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti,(cum cuncti sint æquales & similes trigono e)sunt tã quam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi q fit ex e h in f g est duplum trigoni e f g,ideoque trigincuplũ huius est æquale sexagincuplo illius,sequitur ut trigincuplum e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Quod erat demonstrandum.



CORRELARIVM. Manifestum igitur est,quod proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphæra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadẽ sphæra conclusæ,est tanquã proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figuræ duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figuræ uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscriptibiles ut proponitur,siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphæris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circunscriptibiles ab eadem sphæra,quoniã hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis ueritas sic patet. Constat enim ex 6 huius quod trigincuplum a d in b c,æquũ est omnibus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter qđ trigincuplũ e h in f g,æquũ est oĩbus superficiebus icosedri pariter acceptis,cuius trigonus e est una ex 20 basibus siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphæra circunscribat,siue diuerse, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas,est sicut trigincupli e h in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas.utrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplũ e h in f g,sicut oẽs illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum,est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti quod proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes supficies huius icosedri,est eius quod fit ex a d in b c,ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

Eucli.ex Camp. Propositio 8

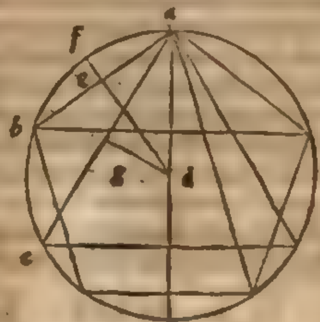
8 Roportio cunctarum superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis uiginti basiũ pariter acceptas,quæ ab una sphæra ambo circunscribuntur, est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphæra, ad latus trianguli ipsius corporis uiginti basium.

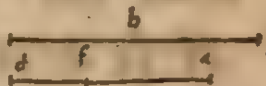
CAMP.

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonstrationis 14 libri processu ambiguitas omnis abscedat, istud præscire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionē habētem medium duoq́ extrema fuerit diuisa, & ex medietate eius tanquā dimidium suæ maioris portionis detrahatur, ipsa quoq́ medietas secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema diuisa erit, & eius maior portio est tanquā dimidium maioris suæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuisa secūdum proportionem habentem medium duoq́ extrema, in c, & maior eius portio sit a c, & sit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quod d e diuisa est in f secūdum proportionē habentem medium duoq́ extrema, & maior portio eius est d f, constat enim ex 15 quinti quod proportio a b ad a c, est sicut d e ad d f, uidelicet, duplum ad duplum tanquā simplum ad simplum. Quare permutatim a b ad d e, sicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, sicut a b ad d e. Estq́ c b, dupla ad f e, sic enim est a b ad d e. Cum igitur tota a b sit dupla ad totā d e, & singulæ partes a b ad singulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffinitione lineæ diuisæ secundū proportionē habentē medium duoq́ extrema, linea de diuisa in f, quemadmodū proponitur.



Nunc igitur demonstrationi eius quod propositū insistamus. Ad cuius exemplum sit a b c circulus cuius centrum d, circūscribens pentagonum dodecedri & trigonum icosedri, quæ ambo pariter eadem sphæra circumscribit & concludit, nam ex 3 huius manifestum est, quod idem circulus huius pentagonū & illius trigonum circūscribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, sitq́ linea h, tanquā latus cubi ab eadem sphæra circūscripti. Dico itaq́ quod proportio omnium superficierū dodecedri pariter acceptarū ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, est sicut linea h ad lineam a c. producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ transeat usq́ ad circūferentiam, secans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autē perpendicularē constat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordā quidem a b per secundū partem 3 tertij, arcum uero eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a decima pars circūferentiæ. Subtendatur itaq́ sibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiusdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea constans ex d f, f a, diuisa secundum proportionem habētem medium duoq́ extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uero ex prima huius, d e, est æqualis dimidio d f, dimidioq́ f a in longum directumq́ cōiunctis. Sit igitur d g perpēdicularis ad a c, eritq́ ex correlario 1 tredecimi, g d, tanquā dimidium d f. Itaq́ si a linea d e quæ est tanquā dimidium d f a, cum d f & f a sit linea una, detrahatur æqualis d g quæ est tanquam dimidium d f, erit per illud quod ante hoc probatum est, linea d e diuisa secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demōstratione autem 17 tredecimi constat, quod si linea h quæ est latus cubi diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, maior portio eius erit tanquam a b quæ est latus pentagoni figuræ 12 basium. Itaque per 1 huius, proportio h ad a b, est sicut d e ad g d, quare per primam partem 15 sexti, quod prouenit ex h in g d, æquum est ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmissæ manifestum est, quod proportio omnium superficierū dodecedri cuius latus a b pariter acceptarū ad omnes superficies icosedri, cuius latus a c, pariter acceptas, est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud q̄d fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdē, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est sicut omnium superficierum illius dodecedri ad omnes huius icosedri. At uero eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est per 1 sexti, sicut h ad a c. Itaq́ per 11 quinti proportio omnium superficierū illius dodecedri ad omnes huius icosedri, est sicut h ad a c, quod est propositū. Hoc ipsum aliter probare poterimus, si ad ipsum huius antecedens necessarium præmiserimus, quod est.

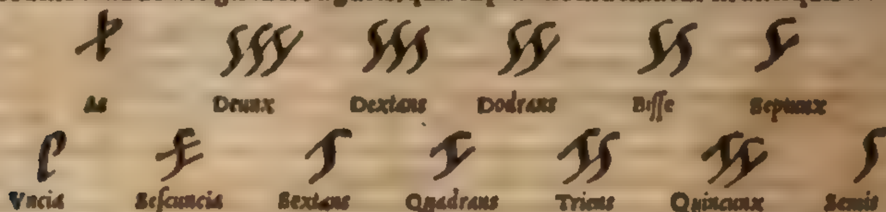




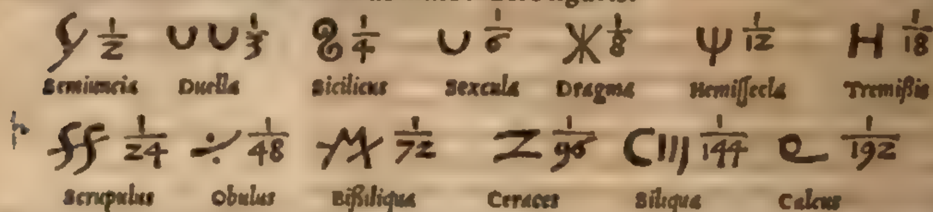
Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inscribatur, rectangulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante ipsius lineæ an-

gulum ipsius pentagoni subtendentis continetur, eidem pentagono æquũ esse ex necessitate oportet.

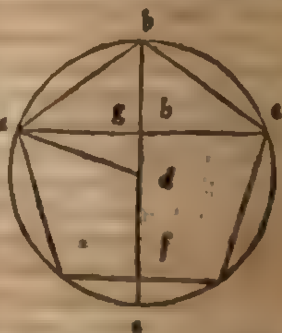
Maiores nostri unũquodq; integrum in 12 partes æquales intellectu & ratione diuiserunt, omnesq; eas simul hoc est ipsum totum, assem uocauerunt, undecim uero earũ dixerũt deuncem: decem autem, dextantem, nouem, dodrantem, octo uero, bisse, at septem, septantem uel septuncem, sex autẽ semis, quinq;, quincuncẽ, quatuor, trientem: tres autem, quadrantẽ, duas uero sextantem, unam autem appellauerũt unciam, easq; per ordinẽ talibus designauere figuris, quæ sæpissime inueniũtur in antiquis libris.



Vnciam quoq; quam duodecimã partem assis fore diximus, in alias rursus 12 fractiones, sed alia uia diuiserunt, nam medietatem unciæ, dixerunt semunciam, tertiam uero duellam, quartam sicilicum, sextam sexculam, octauam dragmam, duodecimã semissiclam, decimamoctauã tremissem, uigesimamquartã scrupulum, quadragesimãoctauã obulum, septuagesimãsecundam bissiliquã nonagesimãsextam, ceracem. Vltimam uero quæ est centesima quadragesimaquarta pars ipsius unciæ, siliquam nominauerũt. His autem 12 fractionibus unciæ posteriores adiunxere calcum: est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars unciæ. Cuius additionis causa fuit, ut usque ad minimũ extremũ diatesseron & diapente symphoniarũ tonorum semitonorumq; interuallis distinctarum, harum fractionum denominatio consce nderet uel contenderet. & ipsas omnes secundum ordinem talibus annotauere figuris.

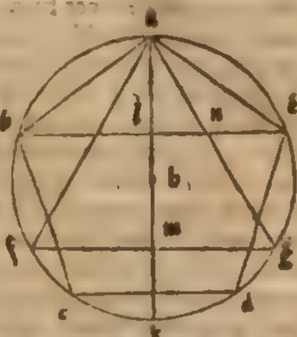


Eius ergo quod dicitur, sensus est. Quod si in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inscribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas lineæ subtẽdentis unum ex angulis inscripti pentagoni, æquale est pentagono. Verbi gratia. Sit circulus a b c sicut centrum d, eiq; ex 11 quarti inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unũ ex suis angulis continẽtia sint a b & b c, & angulo b subtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e secans lineam a c per æqualia in pũcto g, sitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri, est enim tres quartæ ipsius, & a h erit dextans uel sextãs a c, est enim 5 sextæ eius, protrahatur autẽ linea a d: dico q illud quod prouenit ex b f in a h, est æquale pentagono inscripto circulo. Cum eni a g sit perpendicularis ad b d, erit ex 41 primi & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulũ a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulũ, & quod prouenit ex b f in h g, duplum, & ex b f in totam a h, quincuplum.



Cum itaq; totus pentagonus quintuplus sit ad eundẽ triangulũ, constat q istud quod fit ex b f in a h, est æquale pentagono. Et illud erat demõstrandum. Quod igitur ex principio propositum est, nunc alia uia (sicut promisimus) demonstremus. Sint itaq; circulo cuius centrũ h, inscripti, pentagonus figuræ 12 basium & trigonus figuræ 20 basium, quas eadem sphæra circũscribit. Constat enim ex 5 huius, quod huius dodecedri pentagonus, & illius icosedri trigonus, ab eodem circulo circũducentur, sitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni subtendatur linea b e, quæ ex demonstra-

demōstratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra cōcludit, protrahatur itaq; diameter a h k, ſecans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarū linearū b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uero in puncto m. Dico ergo ꝙ proportio omnium ſuperficierū dodecedri ad omnes icoſedri, quorū pentagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti, eſt ſicut lineæ b e, quæ eſt latus cubi ab eadem ſphæra concluſi, ad lineam f g quæ eſt latus trigoni icoſedri. Conſtat enim ex correlario 8 tredecimi, ꝙ linea h m eſt dimidiū lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, eſt enī eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, eſt enim quinq; eius ſextæ. Itaq; per præmiſſum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, q̄d autē prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pētagoni ad trigonū, eſt ſicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplū iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplū lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplū autem b n, eſt tanq̃ decuplū b e,

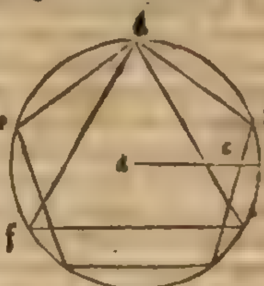


nam 12 dextantes, coæquāt 10 aſſes, hoc eſt 10 tota: uigincuplū uero m f, eſt tanq̃ decuplū f g, nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplū iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplū illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplū autem huius trigoni eſt omēs ſupficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplū f g, ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam, erit per 11 quinti, proportio omniū ſuperficierū dodecedri pariter acceptarū ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, ſicut b e ad f g. Et hoc eſt quod oportuit nos demōſtrare.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 DIuiſa qualibet linea ſecundum proportionē habentem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineā eiuſq; maiorem portionē ad lineam potentem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionē, tanq̃ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium una cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa ſecūdum proportionē habētem medium duoq; extrema, & maior portio ſit linea a c, & ſuper centrū a ſecundū quantitatē lineæ a b deſcribatur circulus d b e, eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unū latus ſit d e, & ex ſecūda eiuſdem triangulus æquilaterus cuius unū latus ſit d f, & uni ex angulis pentagoni qui ſit d, ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 3 huius, ꝙ ſphæra circūſcribēs dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e, circūſcribit ſimul icoſedron cuius triāguli latus eſt d f, & ex demōſtratione 17 tredecimi manifeſtū eſt, ꝙ eadem ſphæra circūſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potens ſuper totam a b & eius maiorem portionē a c, & ſumatur k potēs ſuper totam a b & minorē eius portionē b c. Dico itaq; ꝙ proportio e g ad d f, hoc eſt





lateris cubi ad latus triāguli icoſedri una cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti, eſt ſicut h ad k. Conſtat quidem quod ex correlario 15 quarti, ꝙ a b eſt tanq̃ latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 3 huius, a c eſt tanq̃ latus decagoni eiuſdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorē portionē a c, quare d e eſt æqualis h, nam quadratū utriuſq; earū, tantū eſt quantū quadrata duarū linearū a b & a c pariter accepta. Patet autē ex 5 tredecimi, ꝙ d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uero ex 5 eiuſdē patet, ꝙ k quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecūda parte 11 ſexti, proportio d f ad a b, eſt ſicut k ad a c, quare permutatim d f ad k, ſicut a b ad a c. Et quia ex demōſtratione 17 tredecimi, manifeſtū eſt ꝙ ſi e g diuidatur ſecundum proportionē habentē medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanq̃ d e, erit per ſecūda, huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, ſicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, ſicut d e ad k. Et quia per primā partem 7 quinti, d e ad k, ſicut h ad k, eo ꝙ d e & h ſunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut h ad k.

Quod est propositũ. Non solum autẽ est proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icosedri sicut h ad k, immo simpliciter sicut quarũlibet duarũ linearũ unius ad alteram, quarũ altera potest super totam quãlibet lineam diuisam secũdum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema & super eius maiorem portionẽ, altera uero super totam & eius minorẽ portionẽ, nam singularũ linearũ talium est proportio una. Verbi gratia, maneãt priores hypotheses circa lineas a b, h, & k, & sumatur quoq; quælibet alia linea quæ sit l m, diuisa secundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema in n, & portio maior sit l n, sitq; linea p potens super totam l m & eius maiorẽ portionẽ l n, & linea q sit potens super totam l m & eius minorẽ portionẽ m n. Dico ergo q; proportio p ad q, est sicut h ad k. Constat enim ex 1 huius, q; b a ad a c, est sicut l m ad l n, ergo per primam partem 11 sexti, quadrati b a ad quadratũ a c, est sicut quadrati m l ad quadratũ n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratũ a c, sicut quadrati p ad quadratũ l n, & permutatim quadrati h ad quadratũ p, sicut quadrati a c ad quadratũ l n. Eodem argumẽtationis genere sequitur q; proportio quadrati k ad quadratũ q, est sicut quadrati c b ad quadratũ n m. Et quia ex 1 huius & prima parte 11 sexti, quadratũ a c ad quadratum l n, sicut quadratũ c b ad quadratũ m n, erit ex 11 quinti quadratũ h ad quadratũ p, sicut quadratũ k ad quadratũ q, quare per secũdam partẽ 11 sexti h ad p, sicut k ad q. Et permutatim h ad k, sicut p ad q. Quod erat demonstrandũ. Et ne quisquã dubitationis locus ea quæ demõstranda restant obfuscet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.

Si aliqua plana superficies sphærã quãlibet secet, cõmunis sectio planæ supficiei secantis & curuæ supficiei sphæræ erit circũferẽtia continẽs circulũ.

Sit igitur aliqua plana superficies secans spherã, & sit linea a b cõmunis sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ, dico q; linea a b est circũferẽtia circuli. Aut enim centrũ sphæræ est in plana superficie secante, aut extra. Quod si fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & sit c. Quia ergo tota linea a b est in superficie sphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro sphæræ ad ipsius circũferentiam sunt æquales quemadmodũ constat ex diffinitione sphæræ, sequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b sint æquales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus, & eius centrũ est c, uidelicet, idem quod centrũ sphæræ. Si autẽ centrũ sphæræ fuerit extra superficiẽ secantẽ, ponatur ergo ubilibet quod sit d, à quo secũdum doctrinã 11 undecimi, ducatur linea d c ꝑpendicularis ad supficiem secantẽ, & protrahãtur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocunq; cõtingat ad lineam a b, quæ sint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, erũtq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo q; ipsæ sunt à centro sphæræ ad superficiẽ eius. Ex diffinitione autẽ lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ manifestum est, q; anguli d c a ad d c b sunt recti, ideoq; ex penultima primi, & ista cõmuni scientia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarũ linearũ c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarũ linearũ d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratũ c a æquale quadrato c b, quare & linea c a lineæ c b. Eodem argumẽtationis genere necesse est omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, esse æquales. Ergo ex diffinitione circuli, superficies quam continet linea a b, est circulus, & eius centrum est c, quod est propositũ.

Ex hoc itaq; manifestũ est, q; cum superficies secat sphæram super centrũ eius, sector proueniẽs in superficie sphæræ est linea continẽs circulũ, cuius centrũ est centrũ sphæræ. Cum autẽ superficies secat sphærã non super centrũ eius, sector quoq; proueniẽs in superficie sphæræ, est linea continẽs circulũ cuius centrũ est punctus ille in quo incidit perpẽdicularis ducta à centro sphæræ ad superficiẽ secantẽ. Amplius autem dico

Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpẽdiculares ductæ à centro sphæræ ad superficies illorum circulorũ erunt adinuicem æquales.

Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales, quorũ superficies protra-

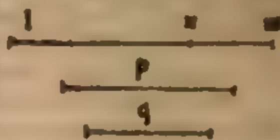


protrahãtur à centro ſphæræ,uidelicet,à puncto a, ꝑpendiculares, ſecundũ ꝙ docet 11 undecimi,ad hũc quidẽ a b, ad illum autẽ a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c ſunt æquales. Protrahãtur enim à punctis b & c ſingulæ lineæ rectæ ad circũferẽtias illorũ circulorũ prout libuerit,in hoc quidẽ b d,in illo autẽ c e,& iungatur a cum d & cũ e,eritꝙ ex diffinitiõe lineæ ſupra ſuperficiẽ perpẽdiculariter ſtantis,uterꝙ duorũ angulorũ a b d,a c e rectus. At uero ex ſecũda parte præmiſſi correlarij manifeſtũ eſt, ꝙ duo pũcta b & c ſunt centra circulorũ b,c, ideoꝙ duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorũ,qui circuli cũ ponãtur æquales, ſequitur ex diffinitiõe æqualiũ circulorũ has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & ae ſunt æquales,quia ſunt ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiẽ,erũt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitũ redeamus. *Eucli.ex Camp.* *Propoſitio 10*

10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri,quæ ambo unã eademꝙ ſphæra includit,eſt ſicut omnium ſuperficierũ eius pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.

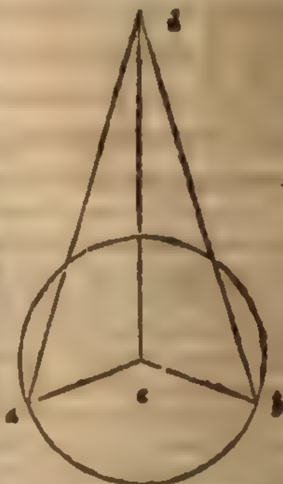
CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationẽ 1 huius,auctoritate Ariſtei & Apollonij cõmemorauimus,cuius demõſtratio ex ijs quæ præmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidẽ huius manifeſtũ eſt,ꝙ circuli quorũ alter circũſcribit pentagonũ dodecedri,reliqu9 uero trigonũ icoſedri,quæ ambo corpora ſphæra una coercet,ſunt adinuicẽ æquales. Itaꝙ erunt perpendiculares à centro ſphæræ ad ſupficies omniũ circulorũ circũſcribentiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorũ centra cadẽtes, adinuicẽ æquales, ſicut ex præmiſſis manifeſtũ eſt,nam om̃es hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictũ eſt,æquales ſunt ſibi adinuicẽ. Pyramides igitur quarũ ſunt baſes pẽtagoni dodecedri,& coni earũ ſimiliter centrũ ſphæræ,ac pyramides quarũ baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earũ ſimiliter centrũ ſphæræ,ſunt æque altæ. Cunctarũ quidem pyramidũ altitudinẽ,menſurãt uel determinãt à conis ad baſes perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ æque altas,ſuis baſibus,ꝓportionales eſſe oportet,quẽadmodũ in 6 duodecimi probatũ eſt. Itaꝙ ꝓportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri,ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri,eſt ſicut iſtius pẽtagoni ad hũc trigonũ,ideoꝙ per 14 quinti,ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri,ſicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ,hæ autẽ 12 pyramides quarũ ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri,ſunt tanꝙ totum corpus ipſius dodecedri,at 12 pẽtagoni tanꝙ omnes ſupficies eius,itaꝙ ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut ꝓportio omniũ ſuperficierũ dodecedri ad trigonũ icoſedri. Quare rurſus ex 24 quinti,ꝓportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri,eſt ſicut omnium ſupficierũ dodecedri ad uigincuplũ trigoni icoſedri. Cũ igitur uigincuplũ huius pyramidis ſit tanꝙ totũ corpus icoſedri,at uigincuplũ iſtius trigoni tanꝙ omnes ſupficies ipſius icoſedri,erit ꝓportio corpis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademꝙ ſphæra cõcludit, ſicut ꝓportio omniũ ſupficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſupficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autem eſt prædictorũ philoſophorũ de ꝓportione horũ duorũ corporũ ſentẽtia,fixa ſolidaꝙ demonſtratiõe roborata. Cui quoꝙ adijciendũ eſt hoc,nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri una cum ipſo cubo ab eadẽ ſphæra cõcluſi,ſit ſicut ꝓportio omniũ ſupficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſupficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra cõcluſi,ſicut ex 8 huius demonſtratũ eſt,erit ex 11 quinti ꝓportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circũuoluit,tanꝙ ꝓportio lateris cubi eidemꝙ ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autẽ quia diuiſa qualibet linea ſecundũ proportionẽ habentẽ medium duoꝙ extrema eſt ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionẽ,ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circũducti, ſicut ex 9 huius demonſtratũ eſt, erit etiã ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecũdum ꝓportionẽ habentẽ medium duoꝙ extrema ſit ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionẽ ad lineam potentẽ ſuper totam & eius minorẽ portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo una atꝙ eadẽ ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtũ eſt ꝙ proportio lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad

Quod est propositũ. Non solum autẽ est proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icosedri sicut h ad k, immo simpliciter sicut quarũlibet duarũ linearũ unius ad alteram, quarũ altera potest super totam quãlibet lineam diuisam secũdum proportionẽ habentẽ medium duoq́ extrema & super eius maiorem portionẽ, altera uero super totam & eius minorẽ portionẽ, nam singularũ linearũ talium est proportio una. Verbi gratia, maneãt priores hypotheses circa lineas a b, h, & k, & sumatur quoq; quælibet alia linea quæ sit l m, diuisa secundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema in n, & portio maior sit l n, sitq́ linea p potens super totam l m & eius maiorẽ portionẽ l n, & linea q sit potens super totam l m & eius minorẽ portionẽ m n. Dico ergo q̃ proportio p ad q, est sicut h ad k. Constat enim ex 1 huius, q̃ b a ad a c, est sicut l m ad l n, ergo per primam partem 22 sexti, quadrati b a ad quadratũ a c, est sicut quadrati m l ad quadratũ n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratũ a c, sicut quadrati p ad quadratũ l n, & permutatim quadrati h ad quadratũ p, sicut quadrati a c ad quadratũ l n. Eodem argumẽtationis genere sequitur q̃ ꝓportio quadrati k ad quadratũ q, est sicut quadrati c b ad quadratũ n m. Et quia ex 1 huius & prima parte 22 sexti, quadratũ a c ad quadratum l n, sicut quadratũ c b ad quadratũ m n, erit ex 11 quinti quadratũ h ad quadratũ p, sicut quadratũ k ad quadratũ q, quare per secũdam partẽ 22 sexti h ad p, sicut k ad q. Et permutatim h ad k, sicut p ad q. Quod erat demonstrandũ. Et ne quisquã dubitationis locus ea quæ demõstranda restant obfuscet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.



Si aliqua plana superficies sphærã quãlibet secet, cõmunis sectio planæ supficiei secantis & curuæ supficici sphæræ erit circũferẽtia continẽs circulũ.

Sit igitur aliqua plana superficies secans spherã, & sit linea a b cõmunis sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ, dico q̃ linea a b est circũferẽtia circuli. Aut enim centrũ sphæræ est in plana superficie secante, aut extra. Quod si fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & sit c. Quia ergo tota linea a b est in superficie sphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro sphæræ ad ipsius circũferentiam sunt æquales quemadmodũ constat ex diffinitione sphæræ, sequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b sint æquales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus, & eius centrũ est c, uidelicet, idem quod centrũ sphæræ. Si autẽ centrũ sphæræ fuerit extra superficiẽ secantẽ, ponatur ergo ubilibet quod sit d, à quo secũdum doctrinã 11 undecimi, ducatur linea d c ꝑpendicularis ad supficiem secantẽ, & protrahãtur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocunq; cõtingat ad lineam a b, quæ sint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, erũtq́ duæ lineæ d a & d b æquales, eo q̃ ipsæ sunt à centro sphæræ ad superficiẽ eius. Ex diffinitione autẽ lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ manifestum est, q̃ anguli d c a ad d c b sunt recti, ideoq́ ex penultima primi, & ista cõmuni scientia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarũ linearũ c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarũ linearũ d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratũ c a æquale quadrato c b, quare & linea c a lineæ c b. Eodem argumẽtationis genere necesse est omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, esse æquales. Ergo ex diffinitione circuli, superficies quam continet linea a b, est circulus, & eius centrum est c, quod est propositũ.

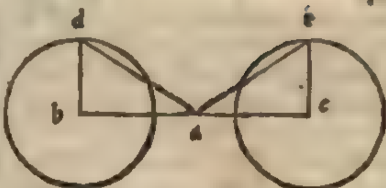


Ex hoc itaq; manifestũ est, q̃ cum superficies secat sphæram super centrũ eius, sector prouenies in superficie sphæræ est linea continẽs circulũ, cuius centrũ est centrũ sphæræ. Cum autẽ superficies secat sphærã non super centrũ eius, sector quoq; prouenies in superficie sphæræ, est linea continẽs circulũ cuius centrũ est punctus ille in quo incidit perpẽdicularis ducta à centro sphæræ ad superficiẽ secantẽ. Amplius autem dico

Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpẽdiculares ductæ à centro sphæræ ad superficies illorum circulorũ erunt adinuicem æquales.

Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales, quorũ superficies

protra-



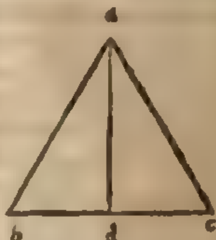
protrahãtur à centro ſphæræ,uidelicet,à puncto a, ꝑpendiculares, ſecundũ ꝙ docet 11 undecimi,ad hũc quidẽ a b, ad illum autẽ a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c ſunt æquales. Protrahãtur enim à punctis b & c ſingulæ lineæ rectæ ad circũferẽtias illorũ circulorũ prout libuerit,in hoc quidẽ b d,in illo autẽ c e,& iun gatur a cum d & cũ e,eritq́ ex diffinitiõe lineæ ſupra ſuperficiẽ perpẽdiculariter ſtantis,uterq; duorũ angulorũ a b d,a c e rectus. At uero ex ſecũda parte præmiſſi correlarij manifeſtũ eſt, ꝙ duo pũcta b & c ſunt centra circulorũ b,c, ideoq́ duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorũ,qui circuli cũ ponãtur æquales, ſequitur ex diffinitiõe æqualiũ circulorũ has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt æquales,quia ſunt ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiẽ,erũt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitũ redeamus. *Eucli.ex Camp.* *Propoſitio 10*

10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri,quæ ambo unã eademq́ ſphæra includit,eſt ſicut omnium ſuperficierũ eius pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.

CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationẽ 1 huius,auctoritate Ariſtei & Apollonij cõmemorauimus,cuius demõſtratio ex ijs quæ præmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidẽ huius manifeſtũ eſt,ꝙ circuli quorũ alter circũſcribit pentagonũ dodecedri,reliquꝰ uero trigonũ icoſedri,quæ ambo corpora ſphæra una coercet,ſunt adinuicẽ æquales. Itaq; erunt perpendiculares à centro ſphæræ ad ſupficies omniũ circulorũ circũſcribentiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorũ centra cadẽtes, adinuicẽ æquales, ſicut ex præmiſſis manifeſtũ eſt,nam omes hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictũ eſt,æquales ſunt ſibi adinuicẽ. Pyramides igitur quarũ ſunt baſes pẽtagoni dodecedri,& coni earũ ſimiliter centrũ ſphæræ,ac pyramides quarũ baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earũ ſimiliter centrũ ſphæræ,ſunt æque altæ. Cunctarũ quidem pyramidũ altitudinẽ,menſurãt uel determinãt à conis ad baſes perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ æque altas,ſuis baſibus,ꝓportionales eſſe oportet,quẽadmodũ in 6 duodecimi probatũ eſt. Itaq; ꝓportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri,ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri,eſt ſicut iſtius pẽtagoni ad hũc trigonũ,ideoq́ per 14 quinti,ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri,ſicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ,hæ autẽ 12 pyramides quarũ ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri,ſunt tanq́ totum corpus ipſius dodecedri,at 12 pẽtagoni tanq́ omnes ſupficies eius,itaq; ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut ꝓportio omniũ ſuperficierũ dodecedri ad trigonũ icoſedri. Quare rurſus ex 14 quinti,ꝓportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri,eſt ſicut omnium ſupficierũ dodecedri ad uigincuplũ trigoni icoſedri. Cũ igitur uigincuplũ huius pyramidis ſit tanq́ totũ corpus icoſedri,at uigincuplũ iſtius trigoni tanq́ omnes ſupficies ipſius icoſedri,erit ꝓportio corpis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq́ ſphæra cõcludit, ſicut ꝓportio omniũ ſupficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſupficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autem eſt prædictorũ philoſophorũ de ꝓportione horũ duorũ corporũ ſentẽtia,fixa ſolidaq; demonſtratiõe roborata. Cui quoq; adijciendũ eſt hoc,nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri una cum ipſo cubo ab eadẽ ſphæra cõcluſi,ſit ſicut ꝓportio omniũ ſupficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſupficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra cõcluſi,ſicut ex 8 huius demonſtratũ eſt,erit ex 11 quinti ꝓportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circũuoluit,tanq́ ꝓportio lateris cubi eidemq́ ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autẽ quia diuiſa qualibet linea ſecundũ proportionẽ habentẽ medium duoq́ extrema eſt ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionẽ,ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circũducti, ſicut ex 9 huius demonſtratũ eſt, erit etiã ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecũdum ꝓportionẽ habentẽ medium duoq́ extrema ſit ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionẽ ad lineam potentẽ ſuper totam & eius minorẽ portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo una atq; eadẽ ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtũ eſt ꝙ proportio lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad

latus trigoni icosedri ab eadem sphæra circũscripti, item proportio cunctarũ superfi-
cierũ dodecedri ad cunctas superficies icosedri quæ ambo eadem sphæra circũscribit. & rursus proportio lineæ potentis super quamlibet lineam diuisam secundũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, & super eius maiorem portionẽ ad lineam potentem super eandem & super eius minorẽ portionẽ, itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron quæ ambo una eademq; sphæra coercet, est proportio una. Mirabilis itaq; est potentia lineæ secundũ ꝓportionẽ habentem medium duoq; extrema diuisæ. Cui cum plurima philosophantiũ admiratione digna cõueniant, hoc principiũ uel præcipuũ ex superiorũ principiorũ inuariabili procedit natura, ut tam diuersa solida tum magnitudine tum basium numero tum etiã figura, irrationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratũ est q; proportio dodecedri corporis ad icosedron corpus quæ ambo sphæra una coambit, est quasi proportio lineæ potentis super quamlibet lineam secundũ præfatam proportionẽ diuisam & super eius maiorẽ partem, ad quamlibet lineam potentẽ super eandem & eius minorẽ partem. Quoniam uero de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus, studeamus de ipsis aliquid dicere. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 11*

11 IN omni triangulo æquilatero si ab uno angulorũ eius perpendicularis ad basin ducatur, latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularẽ potentialiter sesquitertiũ esse conueniet.



CAMPANVS. Sit enim triãgulus æquilaterus a b c, ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad basin. Dico q; a b est potentialiter sesquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d sunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 secũdi quadratũ b c, quadruplũ ad quadratũ b d, ideoq; etiam quadratũ a b, q̃druplũ est ad quadratũ b d, est enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarũ linearũ a d & b d pariter accepta, quadruplũ sunt ad quadratũ b d. Itaq; quadratũ a d, triplũ est ad quadratũ b d. Constat ergo propositũ. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 12*

12 OMnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale, superficies medialis esse probatur.



CAMP. Sit ut prius, triangulus a b æquilaterus, & sit latus eius a b rationale siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico itaq; q; ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpẽdicularis ad a b, angulo a, ad basin, eritq; ex præmissa & ex 6 decimi, & diffinitiõe supficiei rationalis, quadratũ lineæ a d rationale, & linea a d rationalis in potentia. Ipsa autẽ ex ultima parte decimæ mediante præmissa erit incõmensurabilis lineæ a b, ideoq; & linea b d, quæ est tanq; eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales, potẽtialiter tantum cõmunicantes, igitur ex 19 decimi, superficies unius earũ in alterã est medialis. Cumq; superficies unius earũ in alterã sit æqualis trigono a b c, constat uerũ esse quod diximus. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 13*

13 CVnctæ superficies utriuslibet duorum solidorũ, quorũ alterũ est pyramis quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ, reliquum uero est corpus octo basium triangulariũ & æquilaterarũ pariter acceptæ, si diameter sphæræ ea circũscribentis rationalis fuerit, componũt superficiem medialem. CAMPANVS. Nam si diameter sphæræ alterum duorum propositorũ corporum circũscribentis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tantum, erit ex correlario 11 tredecimi libri, latus pyramidis rationale in potentia, & ex correlario eiusdem 15, latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia, quare per præmissam, trianguli qui sunt bases utriuslibet corporis, erunt superficies mediales. Et quia trianguli utriuslibet eorum sibi ad inuicem sunt æquales, erunt ex 21 decimi omnes superficies utriuslibet eorum pariter acceptæ componentes superficiem medialem, quemadmodum proponitur.

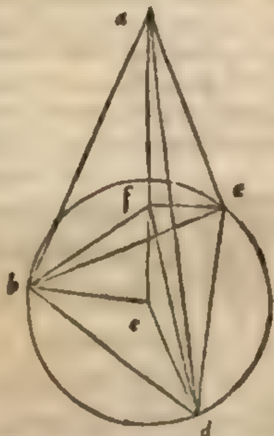
14 SI tetrachedron & octoedron una eademq́ sphæra circũscribat, erit una ex basibus tetrachedri sesquitertia ad unam ex basibus octoedri. Omnes autẽ bases octoedri pariter acceptas ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas, sesquialterã proportionẽ habere necesse est.

CAMPANVS. Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circũscribens pyramidẽ cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq; quod triãgulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulũ æquilaterũ cuius latus c, & quod superficies quã componunt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorum est latus c, sesquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiusq; quorũ est latus b. Constat enim ex correlario 11 tredecimi, quod quadratũ a ad quadratũ b, est sicut 6 ad 4, igitur econuerso quadratum b ad quadratum a, sicut 4 ad 6. Ex correlario uero 11 eiusdem manifestũ est, quod quadratum a ad quadratũ c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatẽ quadratum b ad quadratum c, sicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c, est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim est sicut b ad c proportio duplicata ex secunda parte 18 sexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterũ cuius latus c, sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secũda. Erit enim per conuersam proportionalitatẽ trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, sicut tria ad quatuor, ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est sicut octuplum ternarii ad quadruplũ quaternarij. hoc autem sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, est omnes bases octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera, sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.

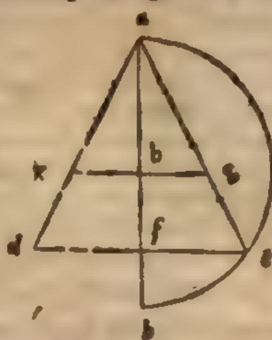


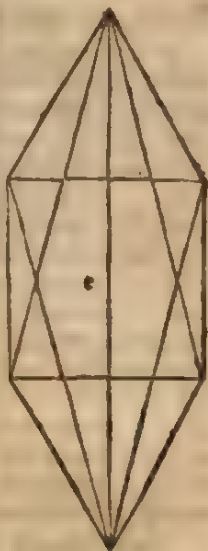
15 PYramide quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ intra sphæram quamlibet collocata, si à quolibet angulorum eius per centrum sphæræ recta linea ad basin ducatur, in centrum circuli basin circũscribentis eam cadere, atque eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d, quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ, intra sphæram aliquam cuius centrũ sit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius, & quilibet quatuor triangulorũ esse basis, imaginemur nũc eius solidum angulũ a esse conũ, & triangulũ b c d imaginemur esse basin, atq; huic basi intelligamus circũscriptũ esse circulum b c d, dehinc à pũcto a quem imaginati sumus conum pyramidis, ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntẽ per punctum f, qui est centrum sphæræ circũscribentis pyramidẽ de qua disputamus, & occurrat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis, super punctũ e. Dico igitur q; punctũ e est centrũ circuli b c d, & q; linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphæræ cuius centrum f, propter hoc q; illam sphæram positum est circũscribere hanc pyramidẽ, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicẽ æquales, sunt enim ductæ a centro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b triãguli a f b,



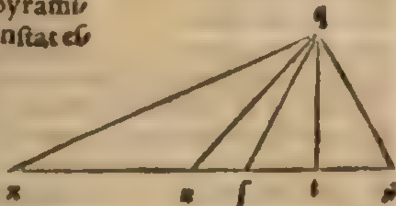
quinq; uicesimas septimas, sit p quadratū diametri a b. Dico itaq; q proportio pyramidis a c d ad octoedron e, est sicut suꝑficiei l m in m n, ad quadratū p. Imaginemur enim solidum angulū a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unū latus est d c, secare diametrū sphæræ in puncto f, eritq; (quemadmodū ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestū est) a f dupla ad f b. Cumq; etiā a b sit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoq; a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiē secantem pyramidē a c d, super centrū sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitq; linea g k cōmunis sectio huius superficiei & triāguli a c d, eritq; ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h. igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa ꝓportionalitate f a ad a h. Constat etiam ex secūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdem, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similium superficierū & similium corporū, q pyramis a g k est similis pyramidi a c d, ideoq; ex 8 duodecimi ꝓportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui, q proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triāgulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantē lineæ a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q t potētialiter subsesquitertia ad lineā q r, ideoq; æqualis l m. Adijciatur quoq; lineæ r s linea s x, ita q ꝓportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per æqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64. eritq; r u æqualis m n. Et ducātur lineæ q u & q x, eritq; ex 1 sexti, proporio trianguli q r x ad triangulū q r s, sicut 64 ad 27. Cumq; per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulū q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplum quoq; sit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triāgulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulū q r s, est sicut 64 ad 27: ideoq; sicut pyramidis a c d ad pyramidē a g k. Manifestū est autem ex 13 huius, q linea a f est perpēdicularis ad basin pyramidis a c d, ideoq; per 19 undecimi linea a h, est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, est semidiameter sphæræ. Diuidatur itaq; octoedron e, quemadmodū proponit præmissa, erit itaq; utraq; duarū pyramidū in quas ipsum e diuiditur, æque alta pyramidi a g k, nam singularū altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ, suis basibus sunt ꝓportionales, ut in 6 duodecimi demonstratū est, erit proportio pyramidis a g k ad utranq; earū in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earū. Quare per 24 quinti ꝓportio pyramidis a g k ad totū octoedron e, est sicut suæ basis quā constat esse æqualē triangulo q r s, ad bases ambarū pyramidū in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cōstat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam, uidelicet p. Quoniā ergo ꝓportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonū q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octoedrō e, sicut trigoni q r s ad quadratū p, erit per æquā ꝓportionalitatē ꝓportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratū p. Et hoc erat demōstrandū.





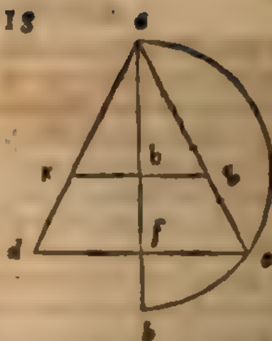






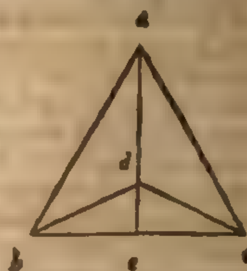
CORRELARIVM. Ex præmissis igitur manifestum est, quod perpendicularis ueniens à centro sphæræ ad pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū circūscribentis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, æqualis est sextæ parti diametri sphæræ.

cum



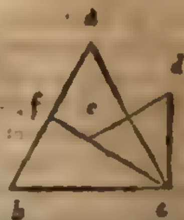
Cum enim cuncti trianguli pyramidē ambientes sint similes & æquales, erūt quoq; circuli ipsos circūscribentes æquales, ideoq; perdendiculares à centro sphæræ ad eosdem circulos in eorū centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autē cadentes ad circulos, sunt perpēdiculares ad bases pyramidis, itaq; perpendiculares ad bases, sunt adinuicē æquales. Linea autē h f, est perpēdicularis ad basin pyramidis a c d, quā h f quia constat ex prædictis esse sextā partem diametri a b, relinqtur ergo esse uerū quod per correlariū cōcluditur. Idem aliter demōstrare contingit, si prius hoc antecedēs fuerit stabili ratiōe firmatū.

In omni triangulo æquilatero linea descendens ab uno angulorū eius orthogonaliter supra basin, tripla est ad perpendicularē quæ à centro circuli trigonū ipsum circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.



Sit enim triāgulus a b c, æquilaterus, sitq; d centrū circuli ipsum circūscribentis, à quo ducantur lineæ ad singulos angulos, quas manifestū est esse æquales, cum sint à centro circuli ad circūferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circūferentia circuli ipsum trigonū circūscribentis, ptrahatur autē a d in continuū & directum, quousq; obuiet lateri b c super punctū e. Constat igitur ex 8 primi, q; angulus a d b est æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d c, est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e est æqualis e c, & anguli qui sunt ad e, recti. Itaq; d e perpēdicularis est ad b c, ueniens à centro circuli circūscribentis trigonū a b c, & a e perpēdicularis est etiam ad b c, ueniens ab uno angulorū prædicti trigoni. Dico ergo q; a e tripla est ad e d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetragoni a e in e b ad trigonū d e in e b, sicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.

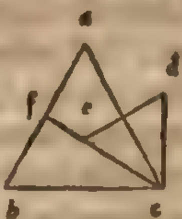
Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri super latus oppositum, transeat per centrum circuli trigonum ipsum circunscribentis.



Nunc itaq; quod promisimus absoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū cuius una ex quatuor basibus eius sit trigonus a b c, circunscriptam esse à sphæra cuius centrum d, & protrahatur linea d e perpendicularis ad superficiem trianguli a b c, quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circūscribentis. Dico igitur lineam d e, esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem circūscribentis: producam enim lineam d c, & lineam e f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario constat transire per punctum e, & ex præmisso antecedente triplam esse ad e f. Constat autem ex 4 secundi quod secūdum quod, quadratum diametri sphæræ cuius centrum d, est 36, & quadratum semidiametri d c, 9, ex correlario autem 12 tredecimi est quadratum b c, 24. & per 11 huius quadratum c f, 18. & per præmissam antecedens, quadratum c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum d e & e c, est autem quadratū d c 9, & quadratum c e 8 prout quadratum diametri sphæræ est 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri sphæræ est 36: itaque linea e d est unum, prout diameter sphæræ est 6, quod oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis quod semidiameter sphæræ circunscribentis corpus 8 basium triangularium atq; æquilaterarū tripla est in potentia ad perpendicularem à centro sphæræ circunscribentis ipsum, ad quamlibet suarum basium descendentem. Constat quidem quemadmodū dictum est prius, quod cum omnes bases huius corporis sint æquales & similes, erunt circuli ipsas circūscribentes æquales, ideoq; perpendiculares à centro sphæræ in ipsorum circulorū centra cadentes, erūt adinuicem æquales.

Cumq;

Cumq; perpendiculares ad circulos basium, sint quoq; perpẽdiculares ad bases, sequitur ut perpendiculares à centro sphæræ ad singulas bases, adinuicem sint æquales. Si ergo quod dicimus de perpẽdiculari ad unam suarũ basium probetur, relinquetur uerum esse quod proponitur. Sit itaq; ut prius triangulus a b c una ex basibus octoedri circunscripti à sphæra cuius centrum d, & cætera quoq; fiant ut prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi, diameter sphæræ sit potẽtialiter dupla ad latus octoedri, sequitur ut latus octoedri sit potẽtialiter duplum ad semidiametrũ sphæræ, ideoq; cum quadratum lineæ b c est 12, quadratum lineæ d c quæ est semidiameter sphæræ 6, ex 12 autem huius cum quadratũ b c est 12, quadratũ c f est 9. Et ex præmisso antecedẽte, quadratũ c e est 4. Itaq; cum quadratũ d c quæ est semidiameter sphæræ est 6, quadratũ c e est 4. Et quia ex penultima primi quadratũ d c est æquale quadratis duarum linearũ c e & e d, sequitur ut quadratũ e d sit duo, prout quadratũ d e est 6. Constat ergo quod diximus.



Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 DVplum quadrati quod ex diametro sphæræ cubum circunscribentis describitur, æquum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq; quæ à centro sphæræ ad quamlibet ex superficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiusdem æqualis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifestum est enim ex correlario 14 tredecimi, quod diameter sphæræ cubum includentis, tripla est in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri sphæræ triplum sit ad quadratũ lateris cubi, duplum quadrati diametri sphæræ æquũ erit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi, sex quadrata quæ ex latere cubi in se producuntur, itaq; duplum quadrati diametri sphæræ, æquum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex 15 & 19 & 40 undecimi libri facile probabis.

CORRELARIVM. Ex his ergo euenire necesse est, ut ex medietate lateris cubi in bisse quadrati producti ex diametro sphæræ ipsum cubum ambientis cubi solidi. as producatur.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENtorum, deputatus liber de regularium corporum proportione, traditore Hypside Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine est decimusquartus.

Proœmium.



BAsilides Tyrius Protarche cum Alexandriam peruenisset, patriq; nostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset, cum eo, ipso pestilentiæ tempore diu uersatus est. Et quandoq; discutiendo id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosahedri in eadem sphæra descriptorũ cõparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeant rationem, uidebatur nanq; Apollonius hæc rectæ minime conscripsisse, ipsi uero enucleantes (quemadmodũ pater meus dicebat) perscripserant. Ego uero posterius alium comperi librum ab

Apollonio conſcriptum, qui recte complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationē, gauiſi ſunt inquam illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanq; æditum uidetur cōmuniter conſiderare, nam ſic circumfertur. Quod uero à nobis rurſus laborioſe conſcriptum uiſum eſt, ea quæ ex cōmendatione deprehendi, tibi * diſcutienda eſſe cenſui, propter eam quæ in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipue promotionem, ut prompte ea quæ dicentur poſſis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benigne igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam eſto proœmio ſuperſedere, & conſtructionem exordiri.

προσφωνῆσαι dedicare

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 Camp. 1 Quæ ex centro alicuius circuli in pentagoni latus in eodem circulo deſcripti perpēdicularis acta, dimidia eſt ſimul utriuſq; & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo deſcripti.

HYPSICLES ex Zamber. Sit circulus αβγ, & in ipſo αβγ circulo latus pentagoni æquilateri ſit βγ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, ſitq; δ, & in ipſam βγ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δε, extendaturq; in rectas lineas ipſi δε recta linea αεζ. Dico quod ipſa δε dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorū. Connectantur enim δγ, γζ, & ponatur ipſi εζ æqualis εη, & ab ipſo η in γ connectatur ηγ. Quoniam quincupla eſt totius circuli circūferentia ipſius βζγ circūferentiæ, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia eſt circunferentia αγζ, ipſius autem βγζ dimidia eſt ζγ, igitur & circūferentia αγζ ipſius ζγ circūferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt αγ ipſius ζγ. Sicut autē αγ ad ζγ, ſic qui ſub αδγ angulus ad eum qui ſub ζδγ angulum: quadruplus igitur eſt qui ſub αδγ, eius qui ſub ζδγ. Duplus autē qui ſub αδγ, eius qui ſub εζγ, duplus igitur eſt qui ſub εζγ, eius qui ſub ηδε. Eſt autem qui ſub εζγ, ei æquus qui ſub εηγ, duplus eſt igitur is qui ſub εηγ, eius qui ſub ηδγ. æqualis igitur eſt δη, ipſi ηγ. Sed ηγ ipſi ζγ eſt æqualis: æqualis igitur eſt δη ipſi ζγ. Eſt autem ηε ipſi εζ æqualis: æqualis igitur eſt & ipſa δε, ſimul utriq; εζγ. Cōmunis autem apponatur & ipſa δε. Vtraq; ſimul δζγ, dupla eſt ipſius δε. Eſt autē δζ, æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At ζγ æqualis ei quod decagoni. Igitur δε dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo deſcriptorū. Manifeſtum nempe eſt ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quod ex centro circuli in latus trīāguli æquilateri perpēdicularis acta, dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Idem circulus cōprehendit & dodecahedri quinquangulū, & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorū.

*HYPSICLES ex Zamb. Hoc, inquam, ab Ariſteo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarū comparatio, ab Apollonio autem in ſecunda * traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrum, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrū, quoniam ex centro ſphæræ in dodecahedri pentagonū & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadem eſt.*

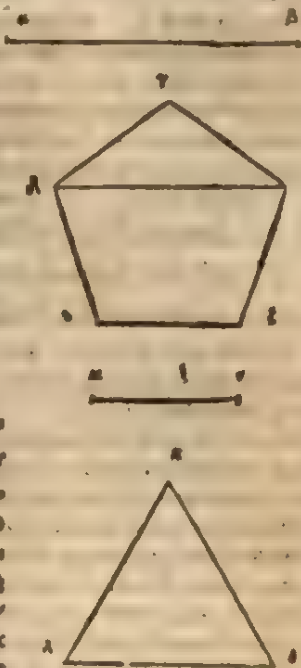
ἐκδόσει editione

Camp. 4 *Deſcribendū quoq; à nobis eſt, quod idem circulus comprehendit & dodecahedri pentagonū & icoſahedri triangulū in eadem ſphæra deſcriptorū. Hoc * deſcripto, ſi in circulo quinquangulū æquilaterū deſcriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea, quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus αβγ, & in ipſo αβγ circulo ſit latus pentagoni αγ, aſſumaturq; (per 1 tertij) ipſius circuli centrum & ſit δ, & in ipſam αγ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δζ, & extendatur in β, ε, & connectatur αβ. Dico quod quæ ex βα, αγ, quadrata, quincupla ſunt eius quod ex δε quadrati. Connectatur αε, igitur αε decagoni eſt. Et quoniā βε, ipſius δε dupla eſt.*

προγραφέντος

quadruplum

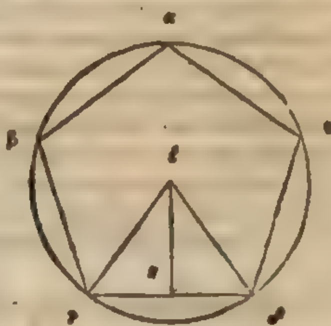
quadruplum igitur est quod ex βε, eius quod ex δε. Ei aũt quod ex βε, æqua sunt quæ ex ζα, κε, quadrupla igitur sunt quæ ex ζα, κε, eius ꝙ ex δε, quincupla igitur sunt quæ ex αζ, κε, & δε, eius quod ex δε, quæ autẽ ex δε, εα, æqualia ei quod ex αγ, quincupla igitur sunt quæ ex ζα, quod ex δε. Hoc ostenso, demonstrandum est quod circulus idem comprehendit & dodecahedri pentagonũ, & icosahedri pentagonum, & icosahedri triangulum, in eadem sphæra descriptorum. Exponatur ipsius sphæræ diameter αβ, & in eadem sphæra describatur dodecahedrum & icosahedrũ. & sit unũ quidẽ dodecahedri pentagonũ, γδεζη, icosahedri uero triãgulũ, esto κλθ. Dico quod quæ ex cẽtris circulorum qui circum ipsa, sunt æquales, hoc est quod idem circulus cõprehẽdit & quinquangulum γδεζη, & ipsum κλθ triangulum. Connectatur δη. Cubi igitur latus est δη, (per 17 decimitertij & eius correlarium.) Exponatur autẽ quædã recta linea μν, ut quincuplum sit quod ex αβ, eius quod ex μν. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potẽtia quincupla eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrũ describitur, est igitur μν, ea quæ ex cẽtro circuli à quo icosahedrũ describitur. Secetur (per 30 sexti) μν extrema & media rõne in ξ, sitq; maius segmentum μξ. decagoni igitur ipsius circuli est ipsa μξ (per 9 decimitertij,) Et quoniã quod ex αβ, eius quod ex μν quincuplum est, triplum autem quod ex ζα eius quod ex δη (per correlarium 15 decimitertij, tria igitur quæ ex δη æqua sunt quinque quæ ex μν. Sicut aũt tria quæ ex δη ad quinq; quæ ex μν, sic tria quæ ex γη, ad quinque quæ ex μξ, tria igitur quæ ex γη, quinque quæ ex μξ sunt æqualia. Quinque autem quæ ex κλ, quinq; quæ ex μν & quinq; quæ ex μξ, sunt æqualia (per 10 decimitertij.). Quinque igitur quæ ex κλ, æqua sunt tribus quæ ex δη, & tribus quæ ex γη. Sed tria quidem quæ ex δη, & tria quæ ex γη, sunt æqualia decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipsi γδεζη, pẽtagono circũscripti, patet namque, quod ex δη una cũ eo quod ex γη, quincuplum est eius quod ex ea quæ ex centro circũscripti ipsi γδεζη pentagono. Quinque autem quæ ex κλ, æqualia sunt decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipsi κθλ triãgulo circunscripti, patet æquidem (per 12 decimitertij) ꝙ quod ex κλ, triplum est eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipsi κλθ triangulo circũscripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex centro, æqua sunt eis quindecim quæ ex ea quæ ex centro, unum igitur ꝙ ex ea quæ ex centro, æquũ est uni eorũ quod ex ea quæ ex centro, dimetiens igitur, ipsi diametro est æqualis. Idem igitur circulus comprehendit & ipsius dodecahedri, quinquangulum, & ipsius icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.



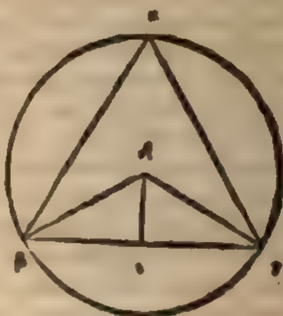
Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, & circum ipsum circulus, & ex centro perpendicularis in unum latus acta fuerit, quod trigesies sub uno laterum & perpendiculari, æquum est ipsius dodecahedri superficiei.

HYPSICLES ex Zamb. Esto pentagonum æquilaterum & æquiangulum αβγδε. & circũ quinquangulum sit (per 14 quarti circulus) & capiatur (per 1 tertij centrũ) sitq; ζ, & ab ipso ζ, in γδ, perpendicularis agatur (per 12 primi) ζη. Dico ꝙ quod sub γδ, ηζ. trigesies, æquũ est duodecim pẽtagonis quæ αβγδε. Connectantur γζ, ζδ. Quoniã quod sub γδ, ηζ, duplũ est ipsius triãguli γδζ, quod igitur quinquies sub γδ, ζη, decem triangula sunt æqualia. Decem uero triangula, bina sunt quinquangula, & omnia sexies, quod igitur trigesies sub γδ, ηζ, decem quinquangulis æquũ est. Duodecim autem quinquangula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub γδ, ζη, æquũ est ipsius dodecahedri superficiei. Similiter quoque demonstrabimus quod & si fuerit triãgulum æquilaterum sicut αζγ, & circum ipsum circulus, & centrũ circuli δ, perpendicularis uero δε, quod trigesies sub ζγ, δε, æquum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniam enim rursus quod sub δε, βγ, duplum est ipsius δβγ, bina igitur triangula æqua sunt ei quod sub δε, βγ, & omnia ter. Sex igitur triãgula δζγ, æqua sunt tribus eis quæ sub δε, ζγ. Sex autem triangula δβγ, æqua sunt binis αζγ. Tria igitur quæ sub δε, ζγ, æqualia sunt duobus



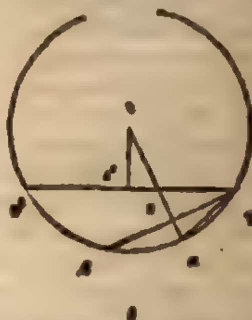
α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigesies sub δ ε, β γ, æquũ est uiginti triangulis α β γ, hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic quod sub γ δ, ζ η, ad id quod sub β γ, δ ε.



CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifestum est, quod sicut ipsius dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiẽ, sic quod sub latere pentagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, ad id quod sub latere icosahedri & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, in eadem sphæra descriptorum icosahedri & dodecahedri.

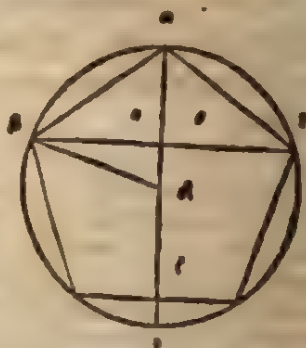
Camp. 3 Eucl. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4.

4 Hoc demonstrato ostẽdendum est, quod erit ut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic cubi latus ad icosahedri latus.



HYPSICLES ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus comprehendens & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem spæra descriptorũ, sitq; δ β γ, & in ipso δ β γ, describatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquanguli uero α γ, & assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ε, & ab ipso ε, in ipsas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ε ζ, ε η, & extendatur in rectas lineas ipsi ε η recta linea η β, & connectatur β γ, ponaturq; cubi latus θ. Dico quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic est θ, ad γ δ. Quoniam enim utraque simul ε β γ extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est β ε, (per 9 decimitertij.) & est quidem utriusque simul ε β γ dimidia ε η, (per 1 decimiquarti,) ipsius autẽ β ε dimidia est ε ζ, & ipsa igitur ε η extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est ε ζ. Est autẽ & ipsius θ extrema & media ratione diuisæ maius segmentum γ α, sicut in dodecahedro ostẽsum est, sicut igitur θ ad γ α, sic ε η ad ε ζ, æquũ igitur est quod sub θ, ζ ε, ei quod sub γ α, ε η. Et quoniã est sicut θ ad γ δ, sic quod sub θ, ε ζ, ad id quod sub γ δ, ζ ε, ei autem quod sub θ, ε ζ, æquũ est quod sub γ α, η ε, & sicut igitur (per 1 sexti) θ ad γ δ, sic quod sub γ α, η ε, & ad id quod sub γ δ, ζ ε, hoc est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic θ ad γ δ.

Camp. 3 Aliter ostendere, quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti,

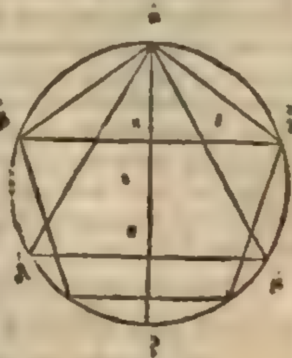


Esto circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ, describantur quinquanguli æquilateri latera α β, α γ, & connectatur β γ, assumaturq; (per 1 tertij) centrum ipsius circuli, & sit δ, & ab ipso α in δ connectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipsi α δ recta linea δ ε, ponaturq; ipsius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & η γ, ipsius ε θ, esto tripla. Dico quod sub α ζ, β θ, æquum est ipsi quinquangulo. Ab ipso enim β, in δ connectatur β δ. Quoniam dupla est α δ, ipsius δ ζ, hemiolia igitur est α ζ ipsius α δ. Rursus quoniam tripla est η γ ipsius γ θ, dupla est η θ ipsius θ γ, hemiolia igitur est η γ, ipsius θ η. Sicut igitur ζ α ad α δ, sic γ η ad η θ, æquum igitur est quod sub α ζ θ η, ei quod sub δ α, γ η. Ipsa autẽ γ η, ipsi β η est æqualis. quod igitur sub α δ, β η, æquum est ei quod sub α ζ, θ η. Quod autem sub α δ, β η, bina sunt triãgula sicut α β δ, & quod igitur sub α ζ, η θ, bina sũt α β δ, quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, decem sunt triãgula. Decẽ uero triangula, bina sunt pentagona, quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, binis pentagonis sunt æqualia. Et quoniam dupla est η θ ipsius θ γ, quod sub α ζ η θ, duplum est eius quod sub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ sub α ζ, γ θ, æqua sunt uni quod sub α ζ, θ η. Et omnia quinquies, decem igitur quæ sub α ζ θ γ, æqualia sunt quinque quæ sub α ζ, η θ, hoc est binis pentagonis, quare quinq; quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt ei quod sub α ζ, θ β, quoniam quincupla est θ β ipsius θ γ, & commune fastigium est α ζ, quod sub α ζ, β θ, igitur æquum est uni pentagono.

Hoc demonstrato, nunc exponatur circulus comprehendens & dodecagoni pentagonum & icosahedri triangulum, in eadẽ sphæra descriptorũ.

Describantur in ipso circulo α β γ, pentagoni æquilateri latera, β α, α γ, & connectatur β γ, & assumatur centrum circuli

circuli,& ſit ι,& ab ipſo α in ι connectatur α ι,& extendatur α ι in ζ. Et ſit α ι,ipſius ι η dupla. Tripla autem κ γ,ipſius γ θ. Et ab ipſo η,ipſi α ζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) η μ,& extẽdatur in rectas lineas η δ ipſi η μ,triãguli ergo æqlateri eſt δ μ. Cõnectantur ipſæ α δ,α μ,æquilaterũ igitur eſt ipſum α δ μ triãgulũ. Et quoniã quod ſub α η,θ ζ, æquũ eſt ipſi quinquãgulo,quod autem ſub α ι δ,æquum eſt ipſi α δ μ triãgulo,eſt igitur ſicut quod ſub α η,θ ζ,ad id quod ſub δ θ α,ſic quinquangulũ ad triangulũ. Sicut autem quod ſub ζ θ α ε,ad id quod ſub δ η α,ſic ζ θ ad δ ι. Et ſicut igitur (per 11 quinti,) duodecim β θ,ad uiginti δ η,ſic duodecim quinquangula ad uiginti triãgula,hoc eſt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Et duodecim quidẽ ζ θ,ſunt decem b γ,nã ipſa β θ,ipſius α γ,quincupla eſt,& ζ γ ipſius γ θ ſexcupla eſt. Sex igitur β θ,ſunt æquales quinque β γ,& duplicia,uiginti uero δ η,decem ſunt δ μ: dupla namq; eſt δ μ,ipſius δ η. Sicut igitur decem β γ ad decẽ δ μ,hoc eſt ſicut ζ γ ad δ μ,ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ,& β γ,quidẽ cubi eſt latus δ μ ipſius icoſahedri, & ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem,ſic β γ ad δ μ, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus.]



Oſtendendum iam,quod (recta linea ſecta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori ſegmẽto, ad potentem quod à tota & minori ſegmento,talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus.

Eſto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum,capiaturq; (per 1 tertij) centrũ circuli & ſit γ,& extẽdatur quædam ab ipſo γ utcũq; recta linea β γ,ſeceturq; (per 30 ſexti) extrema & media ratione in δ,& maius ſegmentũ ſit γ δ. Decagoni igitur eſt latus ipſa γ δ,in eodẽ circulo deſcripti. Exponatur icoſahedri latus & ſit ι,dodecahedri uero,& ſit ζ,cubi autẽ,& ſit η. Igitur ι,triãguli latus eſt æquilateri,& ζ,pẽtagoni in eodem circulo deſcripti,& ζ ipſius η, extrema & media ratione diuiſæ maius eſt ſegmentũ. Et quoniam ι æqualis eſt ipſi æquilateri trianguli lateri,trianguli autem æquilateri latus (per 12 decimitertij) potẽtia ipſius ζ γ,triplum eſt: triplũ igitur eſt quod ex ι, eius quod ex ζ γ. Sunt autem & quæ ex β γ,β δ,eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ι,ad id quod ex γ ζ,ſic ſunt quæ ex γ β,ζ δ ad id quod ex γ δ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut igitur quod ex ι ad ea quæ ex γ ζ,ζ δ,ſic quod ex γ ζ,ad id quod ex γ δ. Sicut autẽ quod ex ζ γ ad id quod ex γ δ,ſic eſt quod ex η ad id quod ex ζ,maius,nãq; eſt ſegmentũ ζ,ipſius η. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ι ad ea quæ ex γ ζ,ζ δ,ſic quod ex η ad id quod ex ζ,& uiciſſim (per 16 quinti.) Ac conuerſim,ſicut igitur quod ex η ad id quod ex ι,ſic quod ex ζ,ad ea quæ ex γ ζ,ζ δ. Ei autem quod ex ζ. æqua ſunt quæ ex ζ γ δ,quinquanguli nãque latus (per 16 decimitertij) poteſt & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex η ad id quod ex ι,ſic quæ ex β γ,γ δ, ad ea quæ ex γ δ ζ. Sicut autẽ quæ ex ζ γ δ ad ea quæ ex γ δ ζ,ſic (recta linea extrema & media ratione diuiſa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori ſegmẽto,ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento,& ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex η ad id quod ex ι,ſic (recta linea quacũque extrema & media ratione diuiſa) potens id quod ex tota,& ex maiori ſegmento, ad potentem id quod ex tota & minori ſegmento. Eſt autem η,latus cubi,& ι icoſahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecta fuerit,erit ſicut potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentũ,ſic cubi latus ad icoſahedri latus in eadem ſphæra deſcriptorum.



η cubi latus
ζ dodecahedri
ι icoſahedri

Oſtendendum iam nunc eſt,quod ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum,in ſphæris autem æquales circuli æqualiter diſtãt à cẽtro (à cẽtro nãq; ſphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales ſunt,& in centra circulorum cadunt) quare à centro ſphæræ in centrum circuli comprehendentis & icoſahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales ſunt, perpendiculares,inquã: æqualiter igitur faſtigiatæ ſunt pyramides habentes baſes dodecahedri pentagona,& baſes habẽtes icoſahedri triangula. Aequalis autem faſtigij pyramides,adinuicem ſunt ſicut baſes (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum

quangulum ad triangulum, sic pyramis cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum sphæræ, ad pyramida basin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum sphæræ. Et sicut igitur (per undecimam duodecimi pentagona ad uiginti triangula, sic duodecim pyramides pentagona bases habẽtes, ad uiginti pyramides triangula bases habentes. Et duodecim pentagona, sunt dodecahedri superficies, & uiginti triangula, icosahedri sunt superficies. Est igitur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic duodecim pyramides pẽtagona bases habentes, ad uiginti pyramides triangula bases habẽtes. Suntq; duodecim quidẽ pyramides pentagona bases habentes, solidũ ipsius dodecahedri, uiginti autem pyramides triangula bases habentes, solidum sunt icosahedri. Et sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic solidum dodecahedri, ad solidum icosahedri. Sicut autem superficies dodecahedri ad solidum icosahedri, sic patuit esse cubi latus ad icosahedri latus Et sicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icosahedri latus, sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri & quæ sequuntur.

Quod si binæ rectæ lineæ extrema & media ratione sectæ fuerint, in proportione sunt subiecta, sic ostendemus.

Secetur enim (per 30 sexti) α β, recta extrema & media ratione in γ, maius autem segmentum eius sit α γ, similiter quoq; & δ ε, (per 30 sexti) extrema & media ratione secetur in ζ, & maius segmentum eius esto δ ζ. Dico quod est sicut tota α β ad maius segmentum ipsius α γ, sic tota δ ε ad maius segmentum ipsius δ ζ. Quoniam etenim quod sub α β γ æquum est ei quod ex α γ, quod aũt sub δ ε ζ æquũ est ei quod ex δ ζ, est igitur sicut quod sub α β, β γ, ad id quod ex α γ, sic quod sub δ ε, ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et sicut quod quater igitur sub α β γ, ad id quod ex α γ, sic quod quater sub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ, Et componendo (per 18 quinti) sicut quod quater sub α β γ una cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ, sic quod quater sub δ ε ζ, una cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & sicut quod ex utraque ipsius δ ε ζ, simul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, sicut utraq; simul α β γ ad α γ, sic utraque simul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti.) sicut utraque α β γ, una cum α γ ad α γ, sic utraque δ ε ζ, una cum δ ζ ad ipsam δ ζ, hoc est binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc est sicut α β ad α γ, sic δ ε ad δ ζ. In antiquissimo codice sic. Quare & sicut quod ex utraque simul α β γ ad id quod ex α γ, sic quod ex utraque simul δ ε ζ ad id quod ex δ ζ. & longitudine sicut utraque simul α β γ una cum α γ hoc est binæ α β ad α γ sic utraque simul δ ε ζ, una cum δ ζ, hoc est binæ δ ε ad δ ζ. & dimidia sicut α β ad α γ, sic δ ε ad δ ζ.

Hoc demonstrato quod (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus, hoc etiã demõstrato quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ in eadem sphæra descriptorum, & hoc quoque percepto quod sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic ipsum dodecahedrum ad icosahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenditur & ipsius dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum, manifestum est quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahadrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) sicut potens quod ex tota & quod ex maiori segmento, ad potentem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis, patet quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum inscripta fuerint, rationẽ habebunt, sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmentum. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrum, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, hoc est cubi latus ad icosahedri latus, sicut autem cubi latus ad icosahedri latus, sic (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum, ad potentẽ totã & minus segmẽtum, sicut igitur dodecahedrum ad icosahedrum in eadem sphæra descriptũ, sic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.

DECIMIQVARTI LIBRI FINIS.

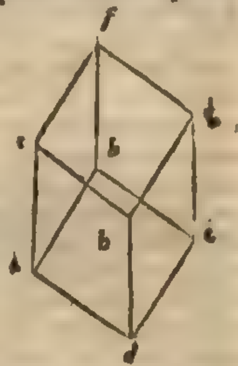
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus.

Eucli. ex Camp. *Propositio* 1

1 

Ntra propositum cubum, corpus habēs quatuor bases triangulas æqualiū laterum designare.

CAMP. Sit cubus cuius basis est quadratū a b c d, supréma uero eius superficies quadratū e f g h. Ipsum autē hac arte fabricare cōueniet. Quadrato basis secūdū quālibet lineā ex 45 primi descripto, super singulos angulos eius ex 11 undecimi catheti secundū mēsurā lateris ipsius quadrati erigātur, quos ex 6 undecimi cōstat esse æquidistantes. Quinq; ergo eorū bini & bini, corausto eis imposito æquidistāter laterib9 quadrati cōtinuētur, Cōstat igitur esse cōpositū cubū. nā quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ ex 33 primi & ex 14 eiusdē & diffinitione quadrati: de suprema aūt superficie manifestū est quoq; q ipsa est quadrata ex 10 immo 24 undecimi, & hac cōi sciētia quæ æqualibus sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basiū triāgulariū & æqlaterarū inscribere, in basi & eius superficie suprema protrahātur duæ diametri quarū una cōtinuet duas extremitates infimas duorū cathetorū, & alia cōtinuet supremas aliorum duorum quas animo intelliges esse a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminātibus diametrū superficiei supremæ, demitte hypothenusaliter binas & binas diametros quæ quatuor laterales supficies diuidant, quas imaginaberis esse ab h quidē a h & h c, at uero ab f f a & f c. Has aūt diametros in hac plana figura protrahere contempsi, ne multitudo linearū confunderet intellectū. Si igitur figurā hanc ut oportet, actu uel animo cōpleueris, uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidētibus, pyramidē quatuor basiū triangulariū esse perfectā, quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam, huius autem pyramidis bases æquilateras esse cōstat, eo quod ex 4 primi omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.

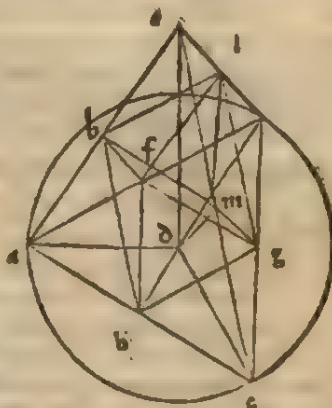


Eucli. ex Camp. *Propositio* 2

2 

Ntra datum corpus habens quatuor bases triangulas atque æquilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere.

CAMP. Si intra pyramidē quatuor basium triangularium & æquilaterarum, octoedrō libeat inscribere, prius cōuenit pyramidem ipsam fabricare quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur secundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus qui sit a b c, cui circunscribatur circulus supra centrū d, & exeat d e perpendicularis ad superficiē ipsius trigoni ex 11 undecimi, quæ ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circunscribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenusæ super tria pūcta a, b, c. Est itaque completa pyramis quatuor basium trilaterarū & æquilaterarū, protrahatur enim



d a.d b,d c. Cum igitur anguli quos cõtinet linea e d cum singulis lineis d a.d b,d c. sint recti ex diffinitiõe perpendicularis ad superficiẽ cũq; quadratũ lineæ e d sit ex hypothesi duplũ ad quadratum semidiametri circuli a b c, erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusq; trium hypothenusarũ linearũ e a,e b,e c, triplũ ad quadratũ semidiametri circuli a b c. Sed ex 1 tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triũ laterum triãguli a b c, triplũ est ad quadratũ semidiametri eiusdẽ circuli, igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicẽ æqualia, quare ipsa est æquilaterarũ basiũ. Cũ itaq; sibi octoedron includere uoluerimus, diuidemus unũquodq; sex laterũ eius in duo media æqualia, & cõtinuabimus mediũ punctũ cuiusq; laterum mediis pũctis cũctorũ reliquorũ laterũ cũ quibus ipsum cõtinet & angulũ superficialẽ: uerbi gratia, diuidã latera basis in punctis f,g,h, & hypothenusas cadẽtes ab e in pũctis k,l,m, & cõtinuabo pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l, pũctũq; m, cũ eisdem g,h k.l & g,cũ l, & k, cum eisdẽ h & l. Ecce itaque perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricatæ pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo bases ex 4 primi quoties oportet repetita æquilateras esse manifestum est. Ipsum quoq; corpus statutæ pyramidi ex diffinitione inscriptum, quemadmodum iussi eramus efficere.

Eucli. ex Camp. *Propositio* 3



3 INtra cubum assignatum figuram octo basium triãgulariũ æqualium laterum constituere.

CAMPA. Cubo intẽdimus inscribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat in prima huius sufficiẽter dictũ est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basiũ triãgulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius designetur ac intra ipsam pyramidẽ ex præmissa octoedrõ distiguatur, quo facto, simul etiã factũ erit q̃ uoluimus. Cõstat enim ex ratiocinatiõe primæ, latera cũcta ipsius inscriptæ pyramidis esse diagonos basiũ cubi, & ex ratiocinatiõe præmissæ liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis, quare manifestũ est omnia angularia pũcta hui9 octoedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus ꝓpositũ. Aliter idẽ. Cẽtris cũctarũ basiũ cubi queadmodũ in 9 quarti fit, repertis, à cẽtro supremæ supficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ superficierũ quatuor hypothenusas demitte, & à cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ supficierũ cẽtra quatuor alias hypothenusas eleua, cẽtra quoq; quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis cõtinua, ita uidelicet q̃ cẽtra earũ tãtũ quæ inuicẽ secãt cõtinues. Verbi gratia, iũges cẽtrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ, cẽtrũ quoq; ultimæ iũges cũ eisdẽ, hoc est cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ. Habes itaq; corp9 octo basiũ triãgulariũ his 12 lineis quæ cẽtra supficierũ cubi cõtinuãt cõplexũ. Si igitur has bases æqlateras esse ꝓbare uolueris, a centris basiũ cubi ad cũcta perpẽdiculares ꝓtrahe, quas necessariũ est omnia latera ipsius cubi per æqualia diuidere ex secunda parte 3 tertij. Quod planum erit, si unicuique basium cubi circulũ circunscripseris. atque ideo binas & binas super idẽ pũctum in lateribus basium cubi constat concurre, easque ex secunda parte 11 tertij patet adinuicẽ esse æquales, & æquidistãtes lateribus cubi ex secũda parte 34 primi, ideoq; etiã singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi manifestũ est binas & binas earũ super idẽ latus cubi in medio eius pũcto cõcurrẽtes rectum angulũ continere, eo q̃ oẽs supficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ cẽtra superficierũ cubi cõtinuãtes quæ & angulis quos hæ lineæ super media puncta laterũ cubi cõcurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt subtẽduntur, ipsæ erũt ex 4 primi uel etiã si maius ex penultima primi adinuicẽ æquales. Ergo est in proposito cubo designatũ corpus octo basiũ triãgulariũ & æquilaterarũ, quod oportebat facere. *Eucli. ex Camp.* *Propositio* 4



4 INtra datum corpus octo basium triangularium atque æquilaterarum cubum figurare.

CAMP. Nõ dubites quin corpus octo basiũ triãgulariũ atq; æquilaterarũ certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea sup aliquod planum sursum orthogonaliter erecta eã per æqualia diuide & à pũcto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe, quæ cõponant lineã unã, eruntq; hæ duæ lineæ seinuicẽ secãtes uidelicet prima quæ super positũ planũ est orthogonaliter erecta, & alia quæ ipsam super eius mediũ pũctũ orthogonaliter secat in eadẽ superficie sitæ sunt per primã partẽ 1 undecimi. Ad superficiẽ igitur in qua ipsæ sitæ sunt super cõem

punctũ

punctū sectiōis earū (quēadmodū 11 docet undecimi) ꝑpēdicularē erige. quā facias eadē superficiē in utrāq; partē penetrare, & pone cunctas sex portiōes harū triū linearum à pūcto in quo se inuicē secāt æquales, sic enim quælibet quālibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita ꝙ cū sint tres quæq; duæ earū, salutiferæ crucis uenerādū signum ad angulos rectos cōtinebūt. A supremo igitur erectæ lineæ super positū planum puncto quatuor hypothenusas ad extremitates duarū linearū ipsam secantiū demitte deinde ab infimo eiusdē erectæ pūcto, quatuor alias hypothenusas ad easdē duarū secantiū linearū extremitates eleua. postremo quoq; harū hypothenusarum extremitates quatuor rectis lineis quadratū cōtinentibus cōtinua. Erūt enim hæ duodecim lineæ uidelicet quatuor hypothenusæ a supremo pūcto erectæ perpendicularis descendentes quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuatæ, & reliquæ quatuor lineæ harū hypothenusarū extremitates cōtinuātes, ex penultima primi sine nugatiōis peccato pluries repetita adinuicē æquales quare cōstat corpus ab eisdem terminatū. octo basibus triangularibus æquilaterisq; cōtineri. Si igitur huic corpori cubū inscribere delectat, cētra octo triāgulorū ipsum ambientiū inuenire ex 5 quarti labora, eaq; reperta 12 lineis rectis hac lege cōtinua. ut centrū cuiusq; horū triāgulorū cū centro cuiusq; triū ad ipsius latera terminatorū. per rectā lineā copuletur. Nō est autē huius rei idoneū figurā in plano depingere. ideoq; restat. ut quod dicitur mēte cōcipias, ipsumq; si placet actu & opere cōpleas. Videbis enim 12 lineas horū triāgulorū cētra posita lege cōtinuātes cubū cōtinere. quē restat ut æquilateris rectāgulisq; supficiebus demōstres esse cōclusum, non enim erit cubus, nisi oēs eius supficies sint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum superficierū octoedri. perpendicularē ad latus illi angulo oppositū, has autē perpēdiculares ex 1. quartidecimi cōstat adinuicē æquales, & diuidere latera quibus ꝑpēdiculariter insistūt. per æqualia, ideoq; binas & binas super idē punctum lateris cui superstāt cōuenire. Easdēq; cōstat ex his quæ in 17 quartidecimi demonstrata sunt trāsire per cētra triāgulorū. ideoq; per extremitates laterū inclusi corporis trāsire, ac eorum portiones quæ intra cētra trigonorum & latera ipsorū intercipiūtur ex ijs etiam quæ in eadē demōstrata sunt cōstat esse æquales, angulos quoq; ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus cōtētos: ex 3 primi patet esse æquales. Et quia hæ perpendiculares, suæq; portiōes inter cētra & latera interceptæ eosdē angulos ambiūt. erunt quoq; anguli quos lineæ a cētris trigonorū ad latera perpēdiculariter cadētes binæ & binæ cōtinēt adinuicē æquales Cumq; latera illius corporis de quo disputamus, hos angulos subtēdunt, sequitur ex 4 primi frequēter sumpta corpus inclusum esse æquilaterum. At quoq; rectāgulū. Protrahātur enim diagoni in singulis superficiebus, hos diagonos ex 4 primi oēs adinuicē æquales esse cōuinces mediātibus angulis a duabus perpēdicularibus per ipsarum diagonorum extremitates trāseuntibus cōtentis, si prius hos angulos ex 8 primi æquales sibi inuicē esse probaueris. Cum igitur diameter tetragonarum basiū corporis huius sint adinuicē æquales. latera quoq; earundē basiū æqualia. necesse est ex 8 primi multoties repetita ipsas tetragonas bases esse æquiāgulas. At quia ex 32 primi oēs āguli cuiusq; earū sunt æquales quatuor rectis, sequitur eas esse rectāgulas. itaq; ex diffinitiōe quadrati ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestū esse cubum, sicut intēdimus. Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 

Pyramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarū, assignato corpori octo basiū triāgulariū quoq; atq; æquilaterarū inscribere. CAMP. Assignato corpori octo basium inscribe sed'm præcepta præmissæ cubum, cuboq; inscripto inscribe (ut docet prima huis) pyramidē qualis proponitur. Cum igitur huius pyramidis anguli sint etiā anguli cubi, quemadmodū ex demōstratione primæ manifestum est: cuncti autē anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octoedri erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere, quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod quæritur. Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 

Intra datum corpus uiginti basium & æqualium laterum, corpus duodecim basium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPA. Corpus 12 basium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi qua conueniat arte hoc fieri, satis euidens est. Eo igitur ut ibi docetur composito ut sibi

corpus 12 basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia procedendum est. Manifestum enim est 20 triãgulos, 60 superficiales angulos habere, & quia ad constitutionẽ uniuscuiusq; solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales cõueniunt, sicut ex demonstratione 16 tredecimi colligitur, cõstat illud corpus duodecim solidis angulis cõpleri. Inuentis igitur ut in antepræmissa cẽtris cunctorum triangulorum totum icosedron terminantiũ, ea 30 rectis lineis cõtinua, ita q; cuiusq; cẽtrũ centris omniũ circumiacentiũ cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iũgas. Cũ ergo hoc feceris, uidebis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagones cõstitui 12 angulis solidis dati icosedri oppositos, hos itaq; pẽtagonos queadmodũ in antepræmissa fecisti de basibus cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim, ut quorũlibet triangulorum duorũ idem latus habentiũ, centra eodẽ spatio distent, restat ergo ut eos etiã æquiãgulos esse syllogises. Manifestũ est autem ex ratiocinatione 16 tredecimi, datum corpus uiginti basium ab eadem sphæra cuius diameter est tanquam diameter huius corporis uidelicet linea quæ duos eius angulos oppositos cõtinuat, esse circunscriptile. Si igitur hæc diameter per mediũ secetur, pũctus sectiõis erit centrum sphæræ circunscribẽtis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 undecimi ducito, & a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorũ cõtinuato. Age ergo eos proba esse æquiãgulos hoc modo. Cũ enim oẽs circuli circũscribentes trigonos icosedri sunt æquales, erunt oẽs perpẽdiculares à cẽtro sphæræ ad ipsos uenientes & in eorum centra cadẽtes, æquales. omnes ergo lineæ à centro sphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, sunt æquales. nã anguli pentagonorũ sunt centra circulorum trigonos ipsos icosedri circunscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodẽ argumẽtationis genere quo superius in 14 syllogisauimus sectorem prouenientẽ in superficie sphæræ cum aliqua plana superficies sphæram secat non super centrum eius, esse circunferentiam continentem circulum, necesse est quinq; lineas uenientes à cõcursu perpendicularis ductæ a cẽtro sphæræ ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunq; pentagoni, esse adinuicẽ æquales: itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cum igitur ipsi sint æquilateri, conuincitur eos esse etiã æquiangulos quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 
Ntra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularum, corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterarum fabricare.

CAMP. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat, ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti basium triãgularium æquilaterarũ sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorũ pẽtagonorum centris (ut in 14 quarti fit) repertis, ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua, ut uniuscuiusq; pentagoni centro cuiusq; pentagoni secum in latere cõicantis iungatur. ita uidelicet, quod unuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium uel circumiacentium conuinuetur. Cum igitur hoc feceris, obuiẽt tibi uiginti trianguli ab ijs 30 lineis centra pentagonorum continuantibus cõtenti. eruntq; ij uiginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi, amplectentes corpus uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt 12 solidi anguli huius corporis 20 basium in centris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaque 20 triangulos æquilateros esse sic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntq; omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi æquos angulos cõtinere. Et quia lineæ cõtinuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis perpendicularibus contẽtis subtenduntur, cum omnes perpẽdiculares sint æquales, erunt ex quarta primi oẽs lineæ cõtinuantes centra pentagonorum æquales. Quod est propositũ. Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos cõtinere, & omnes eas adinuicẽ esse æquales, sic collige. Ex 1 primi & 17 eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super quæ cadunt, per æqualia easq; esse adinuicem æquales ductis lineis á cẽtris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binæ super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quod utraque diuidit illud latus

duo

duobus pentagonis à quorum centris ueniunt cōmune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas usq; ad angulos quibus cōe latus in quo coeunt oppositū per centra pentagonorū producito,& eisdē angulis duas lineas subtēdito,quas ex demonstratione 17 tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphæra cū proposito dodecedro circunscriptibili,ideoq; patet eas esse æquales,eo quod omnia latera cubi sint æqualia easdēq; liquet ex nona undecimi esse æquidistantes:propter hoc quod ambæ æquidistāt cōmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares coueniunt. At uero ipsas easdē cōstat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per 11 primi cunctæ lineæ cōtinuantes puncta in quibus binæ & binæ perpendiculares super has lineas quas tāquā cubi latera fore diximus,cōcurrunt sunt adinuicē æquales:nam omnes sunt tanquā latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti à binis perpendicularibus sunt æquales. Quare per 4 eiusdē lineæ quoq; cōtinuantes centra pentagonorum sunt sibijnuicem æquales:inscriptū ergo est proposito dodecedro corpus uiginti basium triangularium & æqualium laterum sicut iussi eramus.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SOlido duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum proposito, intra ipsum cubum distinguere.

CAMPANVS. Cum dodecedron super cubi latera fabricetur ut cōstat ex 17 tredecimi,nimirum eo fabricato sibi conuenit cubū inscribi,nam cum duodecim sint pētagoni,si unius cuiusq; eorū uni angulo(prout cubi figuram uidebis exigere)chordā unā subtēderis,ex ijs duodecim chordis sex æquilateras rectāgulasq; superficies cubi & corpus amplectentes superficies. Aequilateras quidē eas esse, constat ex quarta primi,rectāgulas autē,eodē argumentationis genere quo in sexta huius bases dodecedri dato icosedro inscripti demōstrauimus esse æquiangulas, constat quidē ex 17 tredecimi,propositum dodecedron sphæræ esse inscriptibile. Ergo à centro illius sphæræ ad omnes has quadrilateras superficies,perpendiculares,ut docet 11 undecimi protrahe,& à puncto concursus ad singulos angulos illarū quadrilaterarū superficierum rectas lineas dirige,ac eosdem angulos quadrilaterarū superficierum cū centro sphæræ iunge,eruntq; hæ lineæ centrum sphæræ cum angulis quadrilaterarum superficierum cōtinuantes:semidiametri sphæræ,de quarum quadratis(quia dempto quadrato perpendicularis,remanēt ex penultima primi quadrata linearū continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarū superficierū)necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circūscriptibiles, ideoq; necesse est eas esse æquiangulas,cum sint æquilateræ. Et quia ex 32 primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis,sequitur eas esse rectangulas:nihil ergo deest incripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 DAto dodecedro, sibi demum octoedron includere.

CAMPANVS Cōposito dodecedro ut in 17 tertijdecimi,sex latera suarum superficierū ea uidelicet quæ cathetos sup sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secātes erectos tanquā eorū corausti iungūt per æqualia diuide,eaq; bina & bina adinuicē cōposita cōtinua per tres lineas,quæ seinuicem super medium punctum diametri cubi ex 41 undecimi per æqualia secabunt, etiāq;,ut quæq; duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidāt. Si igitur harum triū linearum extremitates per 11 lineas rectas continuaueris, prouenict tibi corpus octo basium triangularium & æquilaterarum ex 4 primi,uel si mauis ex penultima primi. Quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Camp. Propositio 10

10 INtra assignatum dodecedron, pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum adhuc restat distinguere.

CAMPANVS Assignato dodecedro inscribe cubū ex 8 huius,cuboq; pyramidem ex prima. Cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi ut patet ex ratiocinatione primæ,& anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ:erūt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri,itaque cōstat q; uolumus.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 Roposito icosedro, in eodem cubum figurare.

CAMPANVS Icosedro inscribe dodecedron ex sexta, ac dodecedro cubũ ex octaua. Constat autem ex demõstratione sextæ, quod omnes anguli dodecedri cadunt super centrum basium icosedri, & anguli cubi sunt in angulis dodecedri: itaque auguli cubi sunt in centris basium icosedri. Habemus ergo propositum. Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 Cosedron datum, pyramidẽ quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum sibi postulat inscribi.

CAMPANVS. Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscripseris, cuboque ex prima pyramidem incluseris, quin postulationi icosedri satisfeceris hæsitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptione in hoc 15 libro determinetur, si unũquodque eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile, 20 eorundẽ inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorũ quinq; essent cætera quatuor inscriptibilia, ideoq; quater quinque inscriptiones quod est 20, necessario prouenirent. At uero pyramidi solũ octoedrõ cõueniens est inscribi, nõ enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icosedri aut etiã dodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere. Cubus quoque solius pyramidis & octoedri, & octoedron solius pyramidis & cubi, receptioni sunt apta. qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icosedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut singuli in eorum singulis cadant collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione possit complecti, solius octoedri nequit esse receptaculum, nam octoedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt, lineæq; eos continuantes sese per æqualia orthogonaliter diuidunt, ita q̃ illud gloriosum signũ ad cuius intuitum cõsternãtur dæmones, sub rectis angulis triplicatũ reddãt. hos itaq; triãgulos, neq; bases neq; anguli neq; latera icosedri possunt sub suo situ recipere, neq; enim in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera, hac diametrali orthogonaliq; oppositione se contuentes. Dodecedron autẽ nulli cæterorũ suæ ambitiõis denegauit hospitiũ, immo cũctorũ receptoriũ existit. Vnde non incõueniẽter dodecedri figurã antiqui Platõis discipuli ascripsere cœlo, queãdmodũ pyramidis formã tribuerunt igni, eo q̃ sursum sub pyramidali figura euolet. Ac octoedri, aeri, q̃ppe sicut aer ignẽ motus subtilitate sequitur, sic octoedri forma, pyramidis formã ad motũ babilitate comitatur. Viginti uero basiũ figurã aquæ dictauerũt, nã cũ ipsa basiũ pluralitate plus cæteris circuletur in sphærã, fluẽtis rei motui magis quàm scãdẽtis cõuenire uisa est. Cubũ uero figurã, quidã dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motũ uiolentia indiget quàm tesseracat in elementis quid fixius cõstãtiusq; reperitur terra. Si igitur ex 20 inscriptionibus, tres quæ pyramis nõ sustinet, binasq; à quibus natura cubi & octoedri aliena est, rursusq; unã cui repugnat icosedri figura, reieceris, erũt reliquæ tantum 14 inscriptiones, pyramidis quidem, sola, cubi uero octoedriq; binæ, icosedri autẽ, tres, dodecedri autẽ quatuor, de quibus omnibus ut arbitror sufficienter alias disputatũ est. Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 Abricato quouis quinque regularium corporum sibi sphæram inscribere.

CAMP. Ex tertiodecimo libro itaq; manifestũ est unũquodq; quinq; horũ corporũ esse sphæræ inscriptibile: Nũc itaq; cõstabit uiceuersa sphærã unicuique ipsorũ esse inscriptibilẽ. A circũscribẽtis enim sphæræ cẽtro ad bases uniuersas cuiuslibet eorũ perpẽdiculares exeãt, quas intra centra circulorum bases ipsas circũscribentiũ cadere necesse est. Cũq; oẽs circuli eas circũscribentes sint æquales, eruntq; hæ perpendiculares æquales. Itaq; si secundũ quantitatẽ unius earũ circulũ super centrũ circũscribẽtis sphæræ descripseris, eiusq; semicirculũ quousq; ad locũ unde moueri cœperit redeat circũduxeris, quia ipsum per extremitates cũctarũ perpendiculariũ necesse est trãsire cõuinces ex correlario 15 tertij sphærã istius semicirculi motu descriptam uniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cõtingere. Nõ enim plus potest, sphæra de basibus corporis cõtingere q̃ circũductꝰ semicirculus (dũ mouebatur) cõtingit. Quare assignato corpori cõstat nos sphærã quemadmodũ propositum erat inscripsisse. FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex Hypsidis Alexandrini, Græci philosophi traditione, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus,

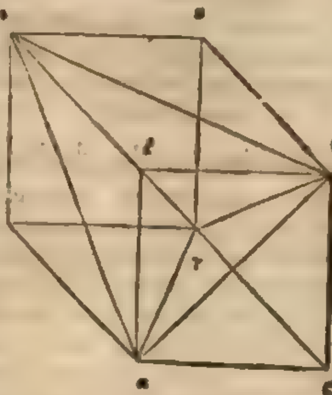
Eucli.ex Zamb. Problema 1 Propositio 1

Cap.1. 1



N dato cubo pyramida describere.

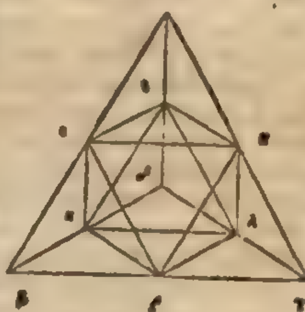
HYPSICLES ex Zāb. Esto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, in quo oportet pyramida inscribere, connectantur α γ, γ ε, α ε, α θ, ε θ, θ γ. Manifestū iā, q ipsa α ε γ, α θ ε, α θ γ, γ θ ε, triāgula æqlatera sūt. quadratorū enim diametri sunt latera. Pyramis igitur igitur est ipsa α ε γ θ, & describitur in dato cubo quod facere oportebat.



Eucli,ex Zāb. Problema 2 Propositio 2

Cap.2 2 In data pyramide octahedrū describere.

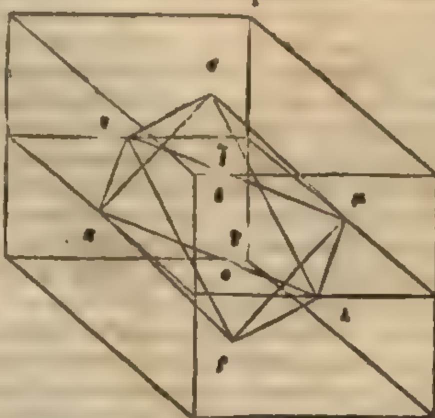
HYPSIC.ex Zamb. Esto data pyramis α β γ δ, seceturq; bifariā ipsis ε, ζ, η, θ, κ, λ, signis: & connectantur ipsæ θ κ, θ λ, ε ζ, ζ η, & reliquæ. Et quoniam α β, dupla est utriusq; ipsarū θ κ, η ζ, æqualis igitur est θ κ, ipsi η ζ, & parallelus, similiter & θ η, ipsi ζ κ est æqualis & parallelus, æquilaterū igitur est θ κ ζ η. Dico quod & rectāgulū. Si enim ab ipsa κ λ, perpēdiculares agātur ad plana ε ζ β κ, ε ζ η ε, ε ζ θ λ, θ κ ζ η, similiter ostendemus quæ in ipsius θ κ ζ η, quadrati æquilatera: Quod facere oportebat.



Eucli.ex Zamb. Probleme 3 Propositio 3

Cap.3 3 In dato cubo octahedrum describere.

HYPSICLES ex Zamb. Esto datus cubus α β γ δ ε ζ η. Et capiantur centra* insident um quadratorum, κ, λ, μ, ν. Dico quod κ λ μ ν quadratum est. Excitentur per ipsa κ λ. paralleli (per 31 primi) ξ ο, π ο. Quoniā igitur dupla est π ο ipsius ο κ, & ξ ο ipsius ο λ, id propterea quod ex ο κ igitur ei est æquum quod ex λ ο, & per hoc & ο κ, ipsi ο λ est æqualis. Quod igitur ex κ λ, duplum est eius quod ex ο λ. Ac per hoc: & quod ex μ λ duplū est eius quod ex λ ξ, quod igitur ex κ λ, æquū est ei quod ex μ λ. Aequilaterū igitur est κ λ μ ν, manifestum est, quod & rectangulum, Assumantur ipsi β δ ε η, bina quadrata, & centra ρ, σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, σ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifestum est quod triāgula efficientia octahedrū æquilatera sunt eadem nāq; ostendemus ratione.



Cap.4 Eucl.ex Zāb. Problema 4 Propositio 4

4 In dato octahedro, cubum describere.

HYPSICLES ex Zamb. Capiātur (per primā tertij) eorū qui circū α β γ, α γ δ, α β ε, α δ ε, triangula, circulorū centra η, θ, κ, λ, & connectantur η θ, η κ, κ λ, λ θ. Dico quod η θ κ λ est quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipsa η, θ, κ, λ, ipsis β γ, β ε, γ δ, δ ε, paralleli, μ ν, μ ο, ν ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterū est α β γ triāgulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circū α β γ triāgulum circuli, bifariā dispescit eā q ad α ipsius α β γ triāguli, æqualis igitur est ν θ ipsi θ μ. Ac per hoc iam & μ η ipsi η ο: & ο κ ipsi κ ξ est æqualis. Quoniam autem ipsa μ ν, ipsi

μ ο, & μ ο, ipsi ο ξ est æqualis, æqualis igitur & ν θ, ipsi μ ν, & θ μ, ipsi ν ο, & μ ν, ipsi ο ν, qui autem sub θ μ ν & ν ο ξ, recti ex quo manifestum est, quod ο θ æqualis est ipsi ν. Et id propterea iam & reliquæ. Quoniã igitur ν θ κ λ parallelogrammum est in uno est plano. Et quoniam dimidium est uterque ipsorũ qui sub μ ν θ, ο ξ ν, recti reliquus igitur qui sub θ ν κ, rectus est. Similiter & reliqui. Quadratum igitur est ν θ κ λ. Possibile autem est quæ in principio assũpta ν, θ, κ, λ, centra & parallelos cõficientia μ ν, ν ξ, ξ ο, ο μ, cõnectere ipsas ν θ, θ λ, λ κ, κ ν, & dicere ipsum ν θ κ λ quadratum. Si uero assumamus & reliquorum triangulorum centra connectamusq; eadem, ostendemus reliqua quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubum descriptum, quod agendum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5

5 In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinquangulum ipsius icosahedri α β γ δ ε, & centra circulorum qui circũ α ζ ε, α ζ β, β ζ γ, γ ζ δ, δ ζ ε, triangula, sintq; ν, θ, κ, λ, μ, connectanturq; ν θ, θ κ, κ λ, λ μ, μ ν. Et rursus connexæ ζ ν, ζ θ, ζ κ, extendãtur in ξ, ο, π, bifariam nempe ipsæ ε α, α β, β γ, secabuntur in ipsis ξ, ο, π, signis. Et sicut ν ζ ad ν ξ, sic ζ θ ad θ ο, æqualis igitur est θ ν ipsi ν ο. Similiter iam & reliqua ipsius ν θ κ λ μ, pentagoni latera, æqualia demonstrabuntur. Dico quod & æquiangula. Quoniam enim duæ ν ξ, ξ ο.* ad binas ν θ, θ κ, æquos comprehẽdũt angulos & reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso ζ ad ipsius α β γ δ ε pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cẽtrum eius qui circũ pentagonum circuli. Si uero ab ipso ν in signũ in quod concurrit quæ ex ζ perpendicularis connectamus, ac per θ, parallelam agemus ad eam, manifestum quod concurrit ei quæ ex ζ perpendiculari, & quæ ab ipso ν parallelus rectum comprehẽdit angulum una cum ea quæ ex ζ perpendiculari. Rursus si connectamus ab ipsis ζ, κ, in centrum eius qui circum α β γ δ ε pentagonũ circuli, & in signũ in quo cõcurrit quæ ex θ, ei quæ ex ν connexa recta quo cum eadem comprehendet. Ex quo manifestum est quod quinquangulum ν θ κ λ μ in uno est plano.

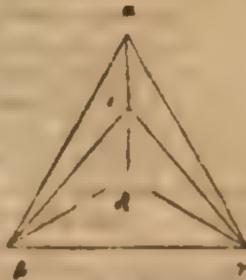
παρὰ δὺο, id est paralleli

Nos uero scire oportet, quod si quis nos interroget quot latera habet icosahedrum, sic dicemus. Manifestum quod icosahedrum, sub uiginti triangulis comprehenditur, & quod unumquodq; triangulum tribus rectis lineis constat. Oportet igitur nos multiplicare uiginti triangula in ipsa trianguli latera, fiunt sexaginta, quorum medietas sunt triginta. Similiterque & in dodecahedro. Rursus quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt, & unumquodque quinquangulum quinque continet rectas lineas, efficiemus duodecies quinque, & fiunt sexaginta: rursus eorum medietas sunt triginta. Cur autem dimidium efficiamus est quia quodlibet latus etiam si fuerit triangulum siue quinquangulum siue quadratum ut in cubo, † ex secundo capitur. Itidem eadem disciplina in cubo & in pyramide, & in octahedro eadem efficiens, latera comperies. Si uero uelis rursus uniuscuiusque figurarũ angulorũ numerum inuenire, rursus eadem efficiens diuide per plana comprehendentia unum angulum solidi. † Et quoniam icosahedri angulum quinque triangula cõprehẽdunt, diuide per quinque, fiunt duodecim icosahedri anguli. In dodecahedro, tria pentagona angulum comprehendunt, diuide per tria, & uiginti habebis dodecahedri angulos. Similiter aũt & in reliquis angulos inuenies. Quæsitũ est quomodo ab una quaq; quinq; solidarum figurarũ uno plano cõprehendentium quomodocunq; dato, inuenitur & inclinatio, in quam adinuicem inclinantur comprehendentia plana uniuscuiusque figurarum. Inuentio autem (sicut Isidorus noster magnus magister enarrabat) hunc habet modum. Quod quidem in cubo per rectũ angulum dispescunt ipsum comprehendentia plana adinuicem manifestum. In pyramide uero exposito uno triangulo, centris terminis unius lateris, spacio uero à uertice in basin perpendiculari acta, † ambitiones descriptæ inuicem se secent, & ab ipsa sectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent inclinationem planorum pyramidem comprehendentium. In octahedro uero à latere trianguli descripto quadrato, centris terminis diagonij, interuallo autem itidem trianguli perpendiculari, describantur circunferentiæ, & rursus à communi sectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent † desinentem in binas rectas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porro, à latere trianguli descripto pentagono connectatur sub binis lateribus subtensa recta linea, & centris terminis eiusdem, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari descriptis, circunferentijs, quæ ex communi sectione

δὶς λεγόμενον, id est repetitus

περιφέρειας τῶν κύκλων εἰς δύο ὀρθάς. id est comprehendẽt cũ quo quæsita inclinatio à duobus rectis deficit.

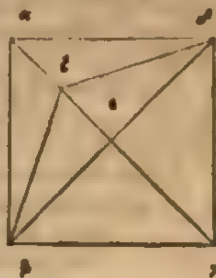
ctione ad centra connexæ, comprehendent desinentem similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uero exposito uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, centris terminis eiusdem, interuallo autem acta perpendiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, ut supra describantur circunferentiæ & quæ à signo in quod inuicem concurrunt ad centra connexæ, similiter comprehendent * desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. Sic quidem clarissimus ille uir de prædictis disseruit, claram putans in quouis demonstrationem. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α β γ δ, basi α ϐ γ, fastigio uero δ, & secto ipso α δ latere (per 10 primi) bifariam in ε, connectantur ϐ ε, ε γ. Et quoniã α δ ϐ, α δ γ, triangula æquilatera sunt, & α δ bifariam secatur, ipsæ igitur α ε, ε γ, perpendiculares sunt in ipsam α δ. Dico quod angulus qui sub β ε γ, est acutus. Quoniam enim dupla est α γ ipsius α ε, quadruplũ est quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquũ est eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorum quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationem habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ε ipsi ε β: quod igitur ex ϐ γ, minus est eis quæ ex ϐ ε, ε γ: acutus igitur est qui sub β ε γ. Quoniam igitur binorum planorum α ϐ δ, α δ γ, communis sectio est α δ, & cõmuni sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroque ipsorum planorum actæ β ε, ε γ, & acutum angulum comprehendunt, angulus igitur qui sub β ε γ inclinatio est planorum, & est datus, data enim ϐ γ latus existens trianguli, & utraque ipsarum β ε, ε γ, perpendicularis, subsistens æquilateri trianguli, centris nimirum ϐ, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uero trianguli perpendiculari descripti * ambitus, sese inuicem in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa ϐ γ connexæ rectæ lineæ, comprehendunt planorum inclinationem



κυρίφευη

id autem erat dictum. Et quod centris quidem ϐ γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraque enim ipsarum ϐ ε, ε γ, maior est dimidia ipsius β γ, centris autem β γ, interuallo aũt dimidia ipsius ϐ γ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uero minor fuerit, neque se tangunt neq; dispescunt, si uero maior, omnino secant & sic in pyramide hæc consequens aperte apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α ϐ γ δ, pyramis uerticem habens ε, & ipsam comprehendentia * bifariam basis triãgula æquilatera, erit autem α ϐ γ δ ε pyramis: dimidium octahedri, secetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli α ε bifariam in ζ, & connectantur β ζ, δ ζ, æquales igitur sunt ϐ ζ, δ ζ, & perpendiculares in α ε. Dico quod angulus qui sub ϐ ζ δ, obtusus est, connectatur enim ϐ δ. Et quoniã quadratum est α γ, dimetiens autem ϐ δ, quod ex ϐ δ, duplum est eius quod ex δ α. Quod autem ex δ α, ad id quod ex δ ζ rationem habet (sicut in præcedenti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex δ β igitur ad id quod ex δ ζ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est δ ζ, ipsi ζ β. Quod igitur ex δ ϐ, eis quæ ex β ζ, ζ δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub β ζ δ. Et quoniam binis planis se inuicem secantibus, hoc est α ϐ ε, α δ ε, communis sectio est α ε, & ad rectos angulos ei in utroque ipsorum planorum actæ sunt, ipsæ, ϐ ζ, δ ζ, obtusum comprehendentes, qui igitur sub ϐ ζ δ, angulus * desinit in binas rectas inclinationis ipsorum α β ε, α δ ε planorum. Si datus fuerit igitur qui sub ϐ ζ δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & unum latus octahedri est α δ, & ab ipsa quadratum describitur α γ, dataq; ϐ δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & β ζ, ζ δ, ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub β ζ ε angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa diametro sicut ϐ δ sit centris ε δ, interuallo autem trianguli perpendiculari, circulos describamus, se inuicem in ζ dispescent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendunt inclinationem eam quæ sub β ζ δ, * quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorum planorum inclinationis. Et hic perspicuũ est quidem sicut utraq; ipsarũ β ζ, ζ δ, est dimidia ipsius ϐ δ maior, ac per hoc in organica cõstructione circulos sese inuicẽ dispescere necesse est. Et ex demõstratione manifestũ sit sicut β δ ad δ ζ, potẽtia rationẽ habet quã octo ad tria, dimidiæ uero ipsius β δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraq; ipsarum ϐ ζ, ζ δ, dimidia ipsius β δ, & hæc quidem de octahedro.

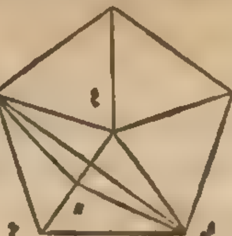
δίχα τῆς βάσεως præter basim



Est quo deficit à duobus rectis inclinatio

ut supra

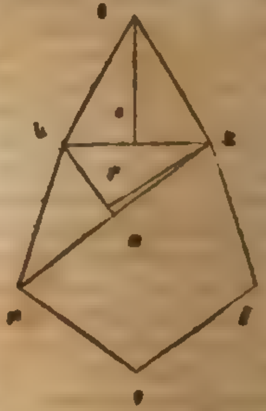
In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α ϐ γ δ ε, & in eo pyramis uerticem habens ζ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α ϐ γ δ ε pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζ γ bifariam in η, & connectantur β η, η δ, æquales existentes & perpẽdiculares factæ in ipsum ζ γ. Dico quod qui sub β η δ angulus obtusus est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea ϐ δ, obtusum quidẽ explicat eum qui sub β γ δ ipsius pẽtagoni angulum, hoc autem maior qui sub β η δ, ipsæ nãq; ϐ η, η δ, ipsis β γ, γ δ, sunt minores: similiter iam ut in præcedenti, quod qui sub ϐ η δ angulus desinit in binas inclinationis ipsorum ϐ ζ γ, γ ζ δ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere namq; trianguli icosahedri descripto quinquangulo cõnexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione ϐ δ data, similiter autem



ὑποτείνει subtendit

 & ipsis

& ipsis ζ ε, α δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub ζ α δ. Si enim centris limitibus eius quae sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut ζ δ interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari, circuli describantur, secabunt se inuicem sicut in α, & quae ex α ad ipsa ζ δ connexae rectae lineae, comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorũ planorũ inclinatiõis. & hic quidẽ ex descriptione manifestũ est, quod utraq; ipsarũ β α, α δ maior est dimidia ipsius β δ. Instrumentali quoque fabrica est ostẽdere. Intelligatur separatim aequilaterum quidem triangulum θ κ λ, ab ipso autem κ λ quinquangulum describatur κ μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, exciteturq; (per 12 primi) perpendicularis ipsius θ κ λ trianguli, θ ο. Dico quod ipsa ζ ο maior est dimidia ipsius μ λ subtendentis inclinationem planorũ. Acta ab ipso κ in ipsam μ λ, perpendiculari ipsa κ π, quoniam qui sub κ λ π maior est tertio recti, hoc est eo qui sub κ θ ο, constituatur ei qui sub κ θ ο aequus qui sub π λ ρ, ipsa igitur π λ perpendicularis est aequilateri triãguli cuius est latus ρ λ, quare quod est ex ρ λ ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem est κ λ, ipsa λ ρ. Quod igitur ex κ λ, ad id quod ex λ π, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem & ad id quod ex θ ο, quã 4 ad 3. Ipsa igitur κ λ, ad λ π maiorẽ rationẽ habet quàm ad θ ο, maior igitur est θ ο ipsa λ π. In dodecahedro sic intelligatur unu quadratũ cubi à quo dodecahedrũ describitur, & sit α β γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc est α ι ζ ξ ε, α δ θ γ ξ. Dico iam & hic datã esse, binorũ quinquãgulorũ inclinationẽ. Secetur (per 10 primi) ξ ε bifariã in κ, & ab ipso κ ipsi ξ ε (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur in utroq; planorũ κ λ, κ μ, & cõnectatur μ λ. Ab primũ q; q; sub μ κ λ, angulus obtusus est. Ostensum autem est in decimotertio elemẽtorum, uolumine siue statu dodecahedri, quod quae ex κ perpendicularis acta in α β γ δ, quadratum dimidia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μ λ, & id propterea qui sub μ κ λ angulus obtusus est. Simulq; ostensum est in eodem theoremate quod & quod quidem ex κ λ, aequum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare eadem κ λ & κ μ sunt aequales, & maiores sunt dimidia ipsius μ λ: dato igitur angulo sub μ κ λ, desinens in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus α ζ ι δ, quadrati subtendens est bina latera pentagoni daturque & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipsarum μ κ, κ λ, perpendiculares enim sunt à bifaria sectione α β sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ξ ε. Datur igitur qui sub λ κ μ desinens (sicut dictum est) in binas rectas quaesitae inclinationis. Bene igitur in instrumentali fabrica dixit quod oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quae aequalis sit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uero ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione κ λ, κ μ, descriptae circumferentiae, & ab ipso commissurae circumferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum, quod enim ipsa κ λ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μ λ, dictum est, sicut in elementis simul etiam est ostensum.





DECIMIQVINTI LIBRI FINIS

BARTOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS
Clarissimo uiro Paulo Pisano patritio Veneto
equiti Iurato grauissimoq́ senatori
fœlicitatem perpetuam.



ICET Mathematicæ disciplinæ quæ primum certitudinis fastigium uno omniũ philosophantium iudicio obtinent. Paule Pisane uir grauissime, à priscis illis philosophantibus semper excultæ fuerint, tamen astrologiam cæteris lõge præstare censuerim: & hoc sane binis adductus rationibus, nam longe clariora & excellentiora sunt quæ ab astrologis in cœlestium globorum conuersione, astrorumq́ reuolutione, traduntur, hac siquidem disciplina cœlestia quæ his inferioribus lõge sunt præstãtiora homines intuentur, astra fixa errãtiaq́ pariter, distãtias, solisq́ & lunæ defectus cõiectãt, quæ deus opti. max. mira sapiẽtia cõstruxit. Illud quoq́ accedit quod hæc disciplina reliquas tres in sese cõtinet: nã cũ in astrologicis theorematibus spectãtur circuli, anguli, quadrata quæ ex cœlestiũ globorũ cõuersione fiunt, tunc geometria est opus, cũ uero numeri adhibẽtur ut supputatiões accõmodatius fieri possint tam minutorũ quã secundorũ & reliquarũ particularũ, sicut in magna cõstructiõe Mathematica Claudius tradit Ptolomæus, quã imperiti almagestũ nescio quo beluoso nomine appellãt, tũc auxiliatur arithmetica, si autẽ globorũ mot⁹ alios celeriores, at alios tardiores iuuenis ubi eos simul cõparaueris, proportionibus sese mutuo correspõdere cõperies quas musica disciplina ostẽdit. Pythagoreus nãq; Nicomachus in globorũ cœlestiũ reuolutionibus Harmoniã sonosq́ gigni in musicis tradit. Cuius disciplinæ primordia quæ Phænomena sunt hoc est apparentia, cum Euclides Megarensis clarissimus mathematicus mira indagatione cõscripserit, opusculũ illud ijs qui astrologiæ disciplinã sibi uendicare cõtendunt utile & scitu iucũdum cũ fortasse hisce diebus ad nostras manus peruenisset, ne tãta utilitatẽ studẽtes carerẽt, illud latinũ fecimus. Quod opus q̃m latinis hucusq́ ignotũ extitit, uoluimus ut sub tuo nomine è Græcia in Italiã migraret seseq́ latinis præberet legendũ, ut licet ex sese auctoritatẽ uel maximã habeat: nã nõ recte sentiũt qui Euclidi plurimũ non tribuũt, tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tũ ut licet te pater meus nosq́ omnes semper excoluerimus, tuaq́ uetustissima fuerimus mãcipia, hãc obseruationẽ nostrã nullã esse cẽserẽ, nisi ea tibi hoc munere certior fieret. Quod op⁹ tibi abs te cõprobatũ fuisse cognoscã cõi utilitati consulens, conabor ut aliorum præclarissima mathematicorũ opera in lucem ueniãt, tu uero Vale æternũ, nostriq́ uotis da facilẽ cursum. In Ædibus patrijs xij. Kal. Octobris in xl. IIVI. & XIX. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ; præstãtissimi Phænomena, ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



VONIAM astra non errantia ex eodem oriri loco, in eũdemq; locum occidere spectantur, quæq; simul oriũtur, simul semper oriri, & quæ simul occidũt semper simul occidere. Ab ortuq; in occasum uergentia eisdem inuicẽ interuallis distare, ueluti Orionis, id quod obtigit à cingulo ad pedes usque idem semper est interuallum. Id. itaquam, fit in ijs solis quæ in gyrum feruntur, quoniam uisus omnino à circunferentia æque distat, quemadmodũ in opticis ostenditur. Receptum siquidem esse oportet astra circulose ferri: in unoq; corpore reuinciri, uisumq; à circunferẽtijs æque distare, spectatur siquidem stella aliqua inter sublimes loco, locum ex loco non permutans, sed in qua est regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua astra feruntur, ubique æque distare uidetur. Admittendũ est sane circulos omnes parallelos esse, & id propterea astra non errantia per parallelos ferri polum habentes iã dictam stellã Horũ aũt nõnulla neq; orientia neq; occidentia spectãtur, eo quia in sublimioribus circulis ferũtur, quos semp apparẽtes appellãt. Hæc siqdẽ sunt astra quæ polum apparentem sequuntur usque ad circulum arcticum, & quæ polo propinquiora minimo circulo feruntur, maximo uero quæ longius absunt. At quæ in arctico circulo existunt horizontem radere uidentur. Quæ uero ad meridiem omnia & oriri & occidere spectantur, eo quia eorum circuli non sunt toti supra terram, sed eorum pars supra, at reliqua sub terra. Eorũ uero segmentorũ quæ supra terram unũquodq; quo propius ad semper apparentium circulum maximum accesserit, magis apparet, eorũ uero quæ sub terra quo propius ad dictũ circulũ accedit, min. spectatur. Eo quia astra in segmento orbis quod sub terra existunt inuehuntur tẽpore minimo, quæ uero in eo quod supra terram maiori feruntur Quæ uero ab ijs longius absunt semper supra terram tempus obtinent minus: quæ uero sub terra maius, minimum uero tempus habebunt quæ supra terram ferũtur ea quæ in meridiem uergunt. quæ uero infra terram maius Qui uero inter hos medij sunt æquale tempus habent ei quæ sub terra est parti. Quare orbem huiusmodi æquinoctialem appellamus. Qui uero ab æquinoctiali circulo æqualiter distent, æquali tempore, & segmentis uicissim æqualibus inuehuntur, sicut quæ supra terram in septentrionem uergunt eis quæ sub terra in meridiem tendunt. Quæ uero supra terrã in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad septentrionem comeãt, utriusq; enim circuli & eius qui supra terram, & qui sub terra in continuum tendit idem tẽpus, apparet præterea lacteus circulus & zodiacus in parallelos obliqui existentes circulos, seseq; inuicẽ in circunuectione dispescẽtes semper hemicyclia super terram habere uidentur. Iã ex his omnibus quæ dicta sunt mundus sphæricæ speciei esse supponitur. Si enim cylindroides aut conoides esset. Quæ in obliquis circulis æquinoctialẽq; bifariã secãtibus stellæ cõprehensæ in ambitu, neutiquam semper in æqualibus semicirculis prouehi apparerẽt, sed quãdoq; in maiori semicirculi segmẽto, & quandoq; in minori. Si enim conus aut cylindrus plano secetur, non aũt ad basim, sectio fit oxygoni coni quæ clypeo similis est. Manifestũ igitur qđ huiusmodi figura in medium secta & in longum & in latum dissimilia segmenta efficiet. Manifestum autem quod & si oblique per medium secta fuerit, & sic dissimilia efficiet segmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur. hijs igitur omnibus mundus est sphæricus. æqualiterq; circa axẽ uoluitur. Cuius unus quidem est polus supra terram apparens, alter uero infra terram ocultus. Horizon uero uocetur per planum nostrũ procidens in mundo circulus finiensq; supra terram spectatum hemisphæriũ, si sphæra nãque plano secta fuerit sectio circulus est. Meridianus porro circulus appelletur,

qui

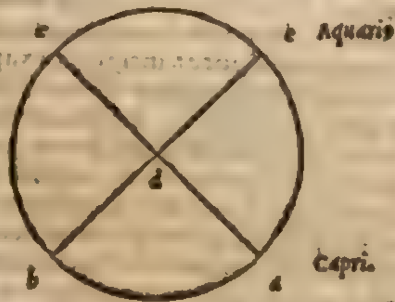
qui per sphæræ polos & recte ad horizōtē, puenit. Tropici uero sunt quos per mediū zodiacus orbis tangit, qui eosdem cum sphæra polos habent, sed qui per medium cur rit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi sunt, bifariā enim inuicem sese dispescūt in principio arietis & libræ. sunt namq; in diametro, & in æquinoctiali existentes, coniugate oriuntur & occidunt, inter ipsos habentes u signorum sex signa, æquinoctialis uero circuli binos semicirculos, quandoquidem utrunque principium in æquinoctiali orbe existens in eodem feratur tempore, & quæ supra & que infra terram est pars. Si enim sphæra circa suū æqualiter axē euoluta fuerit, omnia in ipsius sphæræ circunferentia cōsistentia signa in æquali tempore similes circunferētias circulorum per quos feruntur transibunt. similes igitur æquinoctialis circuli circūferentias transibūt, eam scilicet quæ supra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur sunt æquales: semicirculus & enim utraq; est. Nam ab oriente in ortum, siue ab occidente in occasum totus circulus est. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem sese bifariam dispescunt. Si uero in sphæra bini circuli sese inuicem bifariam secuerint, uterque secātium maximus est. Igitur zodiacus orbis, & æquinoctialis maximi sunt, & horizon quoque maximus est, zodiacum & enim & æquinoctionalem orbem maximos existētes semper bifariam dispescit, Duodecim uero animalium sex semper supra terram, & æquinoctialis circuli semper superne semicirculum habent: quæq; in eo sunt astra simul & orientia & occidentia in eodem tempore adueniunt, alterum siquidem ab ortu in occasum, alterum uero ab occasu in ortum. Ex his igitur ostensis manifestum est quod æquinoctialis circuli semicirculus in horizonte est. Si uero in sphæra manens circulus bifariam maximorum aliquem secuerit semper delatum, & secans quoque maximus est, horizon igitur maximus est.

Theorema 1 *Apparens* 1



Erra in medio mundo est, centriq; ordinem obtinet ad mūdum.

Sit in mundo horizon a b, terra autem sit uisus noster qui sit ad d, sintq; orientales partes c, occiduæ uero sint a, spectetur que per dioptram iacentem ad d, signum cancer oriens in c signo, spectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus, spectetur per a signū & quoniā signa a d c per dioptram spectātur, recta igitur est linea quæ p a d c esto a d c. manifestum iam est quod a d c dimetiens est non errantium sphæræ & zodiaci, quandoquidē zodiaci super horizontem sex animalia discindit. Rursus iam moto zodiaco & dioptra spectetur leo oriens in b signo: spectabit igitur eadem dioptra aquarius occidens, spectetur in e signo, & quoniam e d b signa per dioptrā spectantur, recta est linea quæ per e d b, sit e d.



Igitur ipsa e d b diametros est, & non errantium sphæræ & zodiaci circuli. patuit autē quod & a d c. Igitur d signum centrum est non errantium sphæræ, estq; ad terrā. similiter iam ostendemus quod si illud signum, in terra assumatur centrum est mundi, terra igitur in medio mundo est, centrique ordinem ad mundum obtinet.

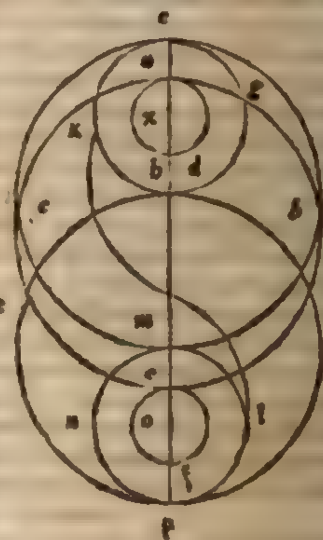
Theorema 2 *Apparens* 2

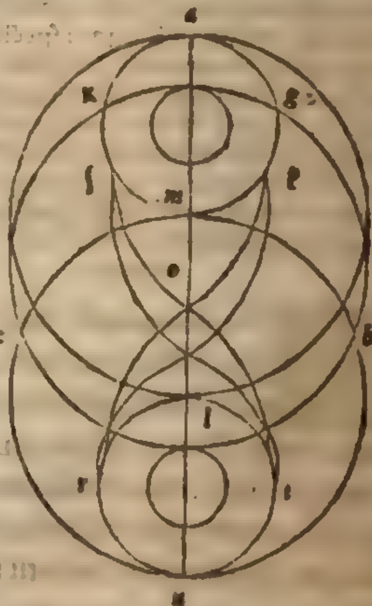


N uno mundi ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus uero circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime quando polus horizōtis fuerit inter æstiuum tropicum circulum, si uero in aliquo tropicorum fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit; quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Esto horizon circulus b e c, & maximus semper apparentium circulorum esto a d. maximus uero semper non apparentium esto e f, æstiuus uero tropicus sit g h k, hyber

nus autem tropicus sit l m n. zodiacus porro circulus positionem habeat sicut k l. poli autē sphæræ sint x o, signa, describaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quod in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime, quando polus horizontis inter g h k, & a d. fuerit, quod quidem qui per polos sphæræ ad b e c, horizontem bis est rectus ostēditur. Dico iam quod k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in sphæra bini circuli a b c, g h k, sese inuicem dispescunt, perque polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k h, ipsi h k, & l p, ipsi p n, estque æqualis circunferentia g h k, ipsi circunferentiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentia ipsi k h, circunferentiæ. In quo igitur tempore k signum ab ipso exordiens k, ipsam k h, percurrens circunferētiam in h, peruenit, in eo & l signum ambitum l p, percurrens in p signum stabit, & zodiacus circulus positionem habebit sicut h b, p c. Nā quoniam in sphæra bini orbes a g h k, b h p c, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. Igitur ipse x h o q, orbis ueniet & per ipsius h b p c, orbis polos, ad eumq; rectus erit, quare & h b p c. orbis ad ipsum x h o p. orbē rectus est. Rursus quoniam a d circunferentia ipsi m n, circunferentiæ similis est, in quo igitur tēpore a ad d. peruenit, in codē & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m c, nam quoniam in sphæra bini orbes a b m c, a h sese inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o h, rectus igitur est, a x h o ad a b m c, orbem. quare & a b m c, orbis ad a x h o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferentia ipsi l m. circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l, uenit zodiacusque circulus positionem habebit sicut k l: in quo igitur tēpore k incipiens a k, ipsamq; k h, percurrens circūferentiā ad h. peruenit. q; temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse k l, orbis ad b e c, orbem, bis erit ad angulos rectos. Eisdē expositis sit polus ipsius b e c k, inter signa d x. Dico quod k l, circulus zodiacus ad b e c k, horizontem neutiquam erit erectus. Si enim orbis k l rectus est ad orbem b e c k, ipsum per polos dispescit, transietq; per polum existentem inter d x, secabit quoque ipsum g h k, tropicum quod est impossibile, idq; propterea k l zodiacus nō erit rectus ad b e c k, horizontem. Sit autem horizōtis polus in l m n, in m signo. Dico quod omnino orbis k l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam k m, circunferentia ipsi l n circunferentiæ, est æqualis. In quo igitur tempore k, ipsam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b k c. Quoniam igitur b m, ipsum n b c, horizontē per polos secat ipsumq; bifariam secat & ad angulos rectos. Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontē. Esto aūt polus horizōtis inter tropicos sitque o signū. Dico q; k l circulus ad horizontē bis erit rectus. describātur p poluū o maximi orbes f o t, p o r, tangentes ipsum a g m k. tanget iam & ipsum t n r, & quoniam orbis p o r. ipsum g e k. per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e k. Idquē propterea iā orbis f o t, ad g k e, rectus est. Et quoniam qui ex k semicirculus sicut ad k l partes contactum non admittit ipsi f semicirculo, sicut ad f t. partes. Similis & k f, circūferentia ipsi





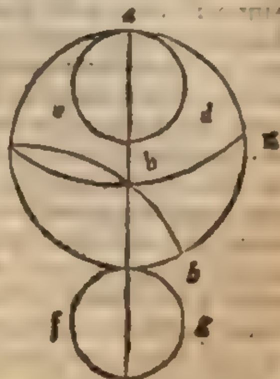
l t. circunferentiæ: in quo igitur tempore k in f peruenit in eodem & l in t, & k l. circulus coheret in ipso f t, circulo a t. f t. circulus ad g e k rectus est: & k l. igitur ad e k. rectus est. Rursus quoniam f m p, circunferentia ipsi t n r, est similis: in quo igitur tempore f in p, in eodem quoque & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r. & p r. ad g e k, rectus est, & zodiacus circulus rectus est ad g e k, horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus est.

Theorema 3 Apparens 3



Astrorum non errantium, ortus occasusq́ efficientium unũquodque iuxta eadem horizontis signa oritur & occidit.

Sit in mũndo horizon a b c maximus autem semper apparẽtium esto circulus a d e. non apparentium uero maximus esto b g f, assumanturq́ signum h ortus & occasus facientiũ. sintq́ orientales partes c. occiduæ uero sint k. Dico quod h signum semper iuxta eadem horizontis signa oritur. & occidit euoluta sphæra, sit orbis per quem signum h cõuertitur sitq́ k h c. igitur orbis k h c, ipsum horizontem secat estque rectus ad ipsius sphæræ axem. Ipsi autem axi ad angulos rectos existentes circuli, horizontemq́ dispescentes, ortus & occasus per eadem horizõtis signa efficiunt, orbis igitur k h c, per c signum oritur, & per k occidit, fertur aũt h signum in circunferentia ipsius k h c circuli, & h igitur signum per signũ c oritur, & per k occidit.

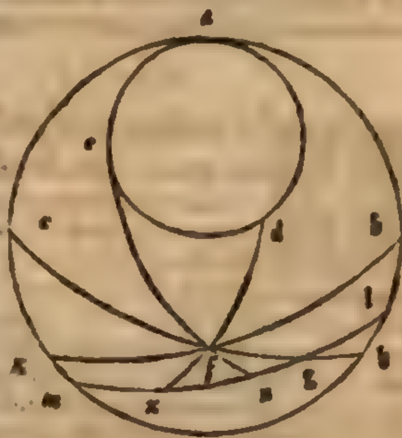


Theorema 4 Apparens 4



Astrorum in maximi circuli ambitu existẽtiũ, maximũq́ semper apparentiũ non tangẽtis, neq́ secãtis quæ prius oriuntur, prius & occidũt & qui prius occidũt prius oriũtur.

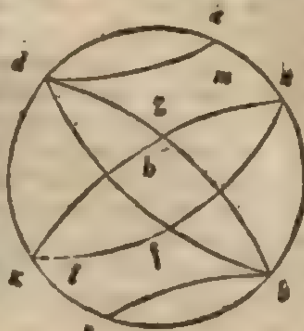
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem semper apparentium sit a d e, alius autem maximus orbis esto c f b. non secans circulum a d e, neque ipsum tangens. Assumanturq́ in ipsius c f b. circuli circunferentia bina contingẽtia signa sintq́ f g. Dico quod ipsorum f g signorum, quod prius oritur prius & occidit, & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uero sint b. sintque paralleli circuli per quos signa f g. inuehuntur h k. l m & per f maximus describatur circulus n f e, ipsum a d e. circulum tangens ut tamen non tangat semicirculum qui ex e sicut ad partes e f n. ei qui ex a semicirculo ad a c: partes similis igitur est k f, circunferentia, ipsi m n, circunferentiæ, reliqua igitur f h, circunferentia & continua ei sub terram usque ad k, signum similis est ipsi n l, circunferentiæ & ei continuæ sub terram usque ad m signum. In æquali igitur tempore f n. signa ipsas f h, n l, & eis continuas usque ad k m, signa circunferentias pertranseunt. Ipsa igitur f n. signa simul oriuntur & g ipso n prius oritur, & g igitur ipso f. prius oritur. Dico quod & prius occidit, describatur per f signum maximus circulus x f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut a b d, semicirculus ad partes d f x, ipsi a, semicirculo ad partes a h, non concurrat. similis igitur est f h, circunferentia ipsi x l. In æquali igitur tempore f, signum ipsam f h, circunferentiam transit, & x signum ipsam n l circunferentiam. Igitur f signo in h ducto, & x, in l, stabit. Ipsa igitur f x, signa simul occidunt: & g, ipso x, prius occidit, & g ipso igitur f. prius occidit: similiter iam demonstrabimus quod & prius occidens prius & oritur.



tur tempore f signum ipsam f g e, circunferentiã efficiens in e, ueniet & e ipsum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e, circunferentiam ductus in e, quod proueniens occidit. At e. per e d f, ambitum inuectus in f, quod perueniens oritur. Ipso igitur f occidente e, oritur, similiter iam demonstrabimus quod f ipso oriente ipsum e occidit. Similiter autẽ & omnia in zodiaco & æquinoctionali astra consistẽtia in diametro coniugate oriuntur & occidunt.

Aliter ex impossibili.

Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit a d, hybernus uero b c zodiacus porro positionem habeat sicut d g b f, sintque in d g b f in diametro signa f g, dico quod ipso f oriente, ipsum g, occidit. Si autem est possibile, non occidat, sed esto h. occidens & per f h. paralleli describantur circuli n h, f k. quare f signo oriẽte per k ipsum h, occidet per n, & zodiacus circulus positionẽ habebit sicut m n l k, & quoniam unusquisq; ipsorum a b c d, m n l k. maximus est: in diametro igitur est k ipsi n, sed & k ipsi f, est idem, & n ipsi h, igitur f ipsi h, est in diametro, sed & g, quod est impossibile. Igitur oriente ipso f, ipsum g occidit.

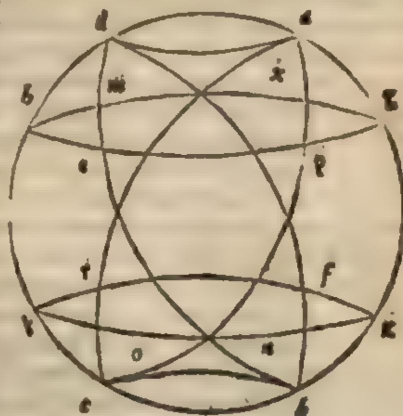


Theorema 7 *Apparens 7*



Zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus semper apparentium maior fuerit circulo tropico, conuersionesq; contrarias fecerit transmutatus, quando enim ortus ad meridiem cum ipso ad septentrionem occasu immutatus fuerit, transmutatus apparet, quando uero ortus septentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit: transmutatus apparet, & quandoq; aliter supra nos stabit.

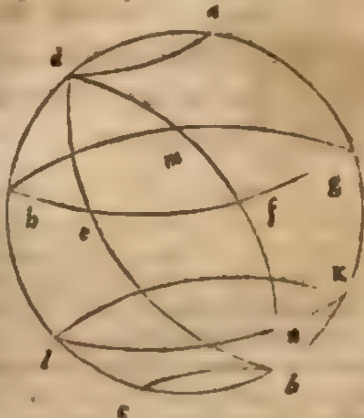
Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uero tropicus b c, zodiacus circulus positionem habeat d e b, sitque d e b, segmentũ infra terrã at, d f b supra terram. Dico quod zodiacus circulus per omnẽ horizontis locũ inter tropicos oritur & occidit, conuersionesq; efficit opposite transmutatus: quãdo enim ortu meridiano eo qui ad septentrionem immutatus fuerit, transmutatus apparet, & quãdoq; aliter supra nos stabit. Sint quidem partes oriẽtales d c occiduæ uero a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifestũ est. quando quidem maximos tangit orbes, fuerit autem unus eorum quem tangit horizon Dico autem quod & conuersiones oppositæ immutatus efficit, assumãtur æquales & ex opposito circunferentiæ, d e, b f: describanturque paralleli circuli per quos signa e f, inuehuntur g e h. k f l. Quoniam circũferentia d e ipsi b f, circunferentiæ est æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f. est æqualis, semicirculus autem est d e b, semicirculus igitur est & e b f: in diametro igitur est per præcedentem e signum ipsi f signo, & quoniam circunferentia e d, ipsi d m, circunferentiæ est æqualis. & b f ipsi b n. Sed d e ipsi b f est æqualis. & d m igitur ipsi b n est æqualis. Communis apponatur m b. tota igitur d m b toti m b n est æqualis. semicirculus autem est d m b, semicirculus igitur est m b n, igitur per præcedentem in diametro est m signũ ipsi n signo, & quoniam per præcedẽtem zodiaci circuli in diametro signa existẽtia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur d signo oriẽte per signum d ipsum b, quod ei est in diametro signum occidit. & ipso igitur e, oriente per h signum f, quod



Theorema 9 Apparens 9

Ignorum circuli semicirculi qui exordium in eodem parallelo nõ habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cũ cancro, in minori autem qui subsequuntur, in minimis uero qui cum capricorno, quicunq; autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mũdo horizon a b c d. æstiuus autem tropicus sit b c, zodiacus uero circulus positionem habeat d e b f. sintque orientales partes quidem c d, occiduæ uero a b & d e b. sit qui post cancrum semicirculus, at b f d sit qui post capricornum. Dico quod ipsius zodiaci circuli semicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo inæquali tempore oriuntur & in pluri quidem qui cum ipso cancro d e b, in minori qui hunc subsequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d. quicunque uero exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e, b f. Describanturq; paralleli circuli g e h m. k f l n, per quos inuehuntur ipsa e f signa. Sintque eorum quæ supra terram segmenta g m h, k f l. Similiter iam ostendemus, sicut in præcedentibus quod in diametro est e signum ipsi f signo, & m ipsi n. Et quoniam ipsa a d circunferentia, ipsa m h, circunferentia est maior aut ei similis. Ipsa autem g m h, ipsa k f l, & insuper k f l, ipsa b c. In maiori igitur tempore d signum, incipiens a, d, ipsam d a. circunferentiã ambit: quam e incipiens ab h, ipsam h m g. circunferentiã ambit. Et e ab ipso h incipiẽs in maiori tempore ipsam h m ambit, quam n incipiens ab l ipsam l f k. ambit circunferentiam, & n ab ipso l incipiens in maiori tempore ipsam f k ambit quam b ab ipso c incipiens ipsam c b ambit circunferentiam. Sed in quo quidẽ tempore d signum ipsam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei existens in diametro b signum ipsam b c ambit circunferẽtiam, & semicirculus d e b, oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipso h ipsam h m g ambit circunferentiam in eo f. ei in diametro existens incipiens a k, ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur In quo uero tempore n incipiẽs ab ipso l ipsam l f k, ambit circunferẽtiam, in eo m & in diametro existens incipiens ab ipso g, ipsam g e h, ambit, & semicirculus n b m oritur. In quo uero tempore b incipiens ab ipso c. ipsam c b ambit, in eo ipsum d ei existens in diametro incipiens ab a, ipsam a d ambit: & semicirculus b f d. oritur. In maiori igitur tempore semicirculus qui cum cãcro oritur, hoc est ipse d e b, minore uero eo quod in d e b ipse e b f. & insuper ipse n b m. in minori ipso e b f. in minimo demum qui capricorno. Dico insuper quod quæcunque, exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, habeant enim ipsi m d n, e b f. semicirculi exordium in eodẽ parallelo, dico quod æquali tempore ipsi m d n, e b f, semicirculo oriuntur: quoniam in æquali tempore m signum incipiens ab h, ipsam h m g. ambit circunferentiam. & e incipiens ab h, ipsam. h m g, ambit circunferentiam, sed in quo tempore m signum incipiens ab h ipsam h m g ambit, in eodẽ quod ei est in diametro n incipiens a k ipsam k n l. ambit circunferentiam, & semicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e signum incipiens ab h signo ipsam h m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei est in diametro f incipiens ab ipso k ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipsi m d n, e b f. semicirculi oriuntur.

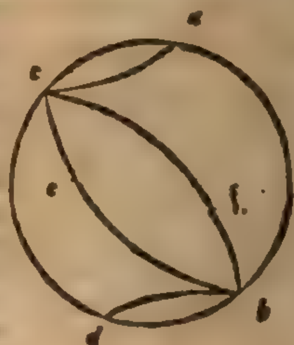


Theorema 10 Apparens 10

I zodiaci circuli bini semicirculi cõmunem quandã habentes circũferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex opposito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tẽpore

tempore in quibus semicirculi & circunferentia quæ ex opposito oriuntur, & si zodiaci circuli bini semicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex opposito circũferentiæ æqualibus temporibus orientur.

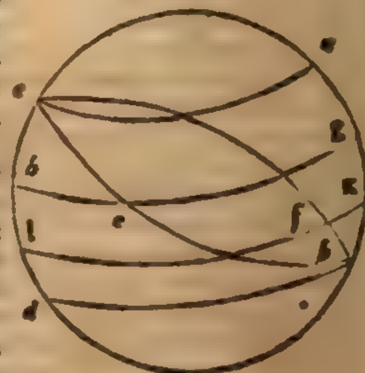


Sit horizon circulus a b c d, tropicus uero æstiuus sit a c, hybernus aũt sit b d, zodiacus porro sit b c. Assumanturq́; æquales circunferentiæ c e, b f, ipsi igitur semicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriũtur. Dico quod & ipsæ c e, b f, circunferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipso e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipsius e f, circunferentiæ ortus tempus: ipsa enim a b, circunferentia eadem sed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipsa b f in maiori tẽpore oritur. & manifestũ quod eodem sunt differentiæ tẽpore in quibus ipsi c e b, e b f, semicirculi oriuntur, & quæ ex opposito circunferentiæ c e, b f. Manifestum autem quod si semicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex opposito circunferentiæ æquali tempore orientur.

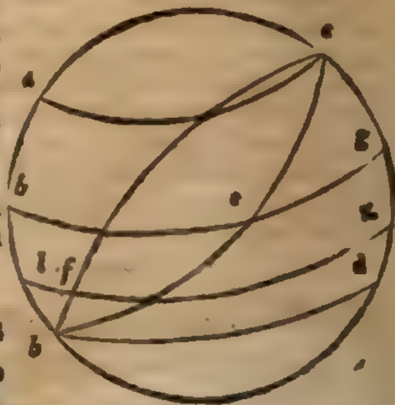
Theorema 11 Apparens 11



Odiaci circuli æqualium & ex opposito circunferẽtiarum in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit altera oritur. 11



Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æstiuus sit a c, hybernus autem b d, zodiacus sit c b, assumanturque in ipso æquales circunferentiæ ex opposito c e, b f. Dico quod in quo tempore c e, oritur b f, occidit. Sint per quos inuehuntur e f, signa paralleli circuli g h k l, & quoniam astra in zodiaco in diametro existentia per 6 theorema coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiens a b e, ipsam e h, ambiens circunferẽtiam uenit in h, in eodem & f ab ipso f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipsam e h ambiens ad h uenit, circũferentia e c, oritur: quando uero f ipsam f k ambiẽs ad k uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferẽtia occidit. Dicoq́; & in quo tẽpore b f oritur, occidit ipsa c e. Immutetur enim in b a, casu zodiacus circulus, habeatq́; positionem sicut c e b. Dico quod in quo tempore b f oritur, ipsa c e occidit. Quoniam f ipsi e signo in diametro est, ipso igitur f oriente, ipsum e, occidit. In quo igitur tempore f ipsam f l, ambiens circunferentiam ad l uenit. In eodem & e ipsam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quãdo f ipsam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l, ipsa b f oritur. Quando uero e ipsam e g ambiẽs ad g uenit ipsa c e occidit. In quo igitur tẽpore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.



Theorema 11 Apparens 11

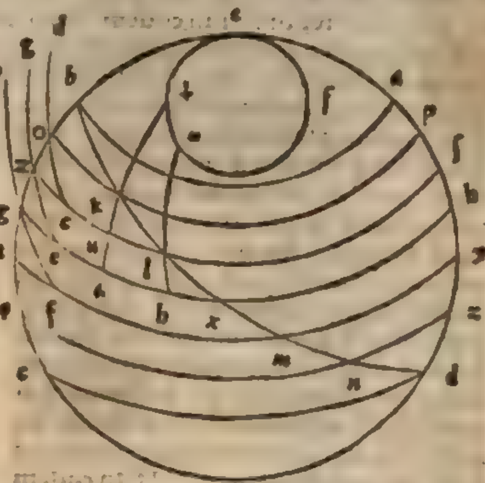


12 Emicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidũt, & in maiori quæ sũt

ad

ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has subsequūtur, in minimis uero quæ ad æquinoctialē, æqualibus porro qui æqualiter distant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Esto horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiū sit e f, tropicus uero æstiuus sit a b, hybernus sit c d, sit porrò cum cancro semicirculus qui super terram b d, æquinoctialis circulus sit h g. Seceturq; utraq; ipsarum b x, d x, in tria æqualia per signa k l, m n. Dico quod ipsæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus tēporibus occidunt & in maiori quidem ipsæ b k, n d, in minoribus ipsæ k l, m n, in minimis uero ipsæ l x, x m, in æqualibus porrò ipsa quidē l x, ipsi x m, ipsa k l, ipsi m n, & b k ipsi n d. Sint per quos inuehūtur ipsa k l, m n, signa paralleli circuli p o, s r, y t, z φ. Describantur per k l, maximi orbes ‡ a, * b, ipsum tāgentes circulum e f. Quoniam ipsæ b k, k l, l x, adinuicē sunt æquales, ipsæ igitur g a, a b, b x, sunt adinuicē maiores incipientes ab ipsa g a maxima. Quoniam igitur g a ipsa a b maior est, sed g a ipsi o k est similis, & a b ipsi u l & o k, igitur ipsa u l maior est uel ei similis. Ipsa autem l r maior fuerit uel si milis o k. Sit ipsi o k similis l c. In quo igitur tempore k, signum incipiēs ab ipso k, ipsam k o, ambiens circūferentiam ad ipsum usq; peruenit o. In eodē & l, incipiens

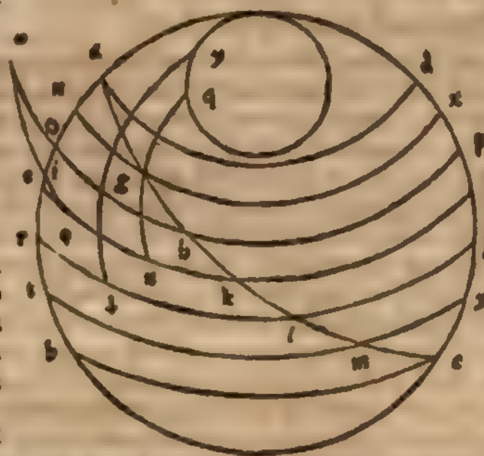


ab ipso l, ipsam l c ambiens perueniet ad c, & zodiacus circulus positionē habebit sicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipsi l c similis est, sed o k ipsi r u est similis, & r u igitur ipsi l c est similis, suntq; eiusdem circuli. Aequalis igitur est r u ipsi c l, cōmunis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipsi u l est æqualis, & o k ipsa u l est maior aut ei similis, & b k igitur ipsa r c maior est aut similis ei, in pluri ergo tempore k ipsam k o circūferentiam ambiens peruenit ad o q̄ c, incipiens a c ipsam c r ambiens circūferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipsam k o ambiens circūferentiam, uenit ad o, ipsa b k cirūferentiā occidit: in quo autem tempore c ipsam c r ambiens circūferentiā, peruenit ad r, occidit circūferentia k l. In maiori igitur tēpore occidit b k q̄ k l. Rursus quoniam minor est a b ipsa b x, sed a b ipsi u l est similis, & ipsa igitur u l ipsa b x, maior est uel ei similis, multo igitur maior est r l ipsa b x, uel ei similis. Ipsa autem g x minor, uel ei similis, sit ipsi r l similis x e. In quo igitur tempore x ipsam x e, circūferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipsam l r, circūferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus positionem habebit sicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipsi e x similis est, sed r l ipsi g b est similis, & g b igitur ipsi e x est similis, & sunt eiusdem circuli, æqualis igitur est g b ipsi e x circūferentiæ, cōmunis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x est æqualis. Et quoniam u l ipsa b x, maior est aut similis ei, æqualis autem est ipsa quidem u l ipsi r c, & b x ipsi g e, & r c igitur ipsa g e, maior est aut ei similis. In maiori igitur tempore c ipsam c r, circūferentiā ambiens ad r uenit q̄ e, ipsam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipsam c r, circūferentiam ambiens ad r uenit, ipsa c o circūferentia occidit, hoc est ipsa k l circūferentia occidit. In quo igitur tempore e ipsam e g, circūferentiam ambiens ad g peruenit, ipsa e r, hoc est l x circūferentiā occidit. In pluri ergo tēpore k l occidit quàm l x. Rursus quoniam t m ipsa n x, maior est aut ei similis sit ipsi g x, similis m x. In quo igitur tempore x, incipiens ab ipso x ipsam x g, ambiens circumferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipsam m x, ambiens circūferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus positionem habebit sicut x g h. Et quoniam in sphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiusdam circuli ambitus ipsius b d, ipsos l x, x m, æquos aufe runt ad maximū parallelorū orbem g h, æquus est r s ipsi t y. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiusdam circuli ambitus a b, c d, ad maximum parallelorū g h auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Estq; orbis r s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circūferentia h r ipsi t f, circumferentiæ.

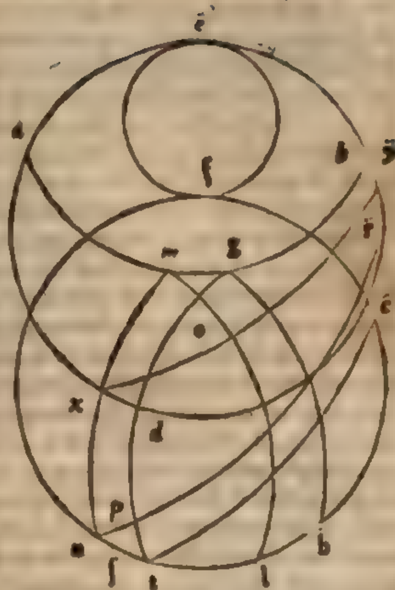
uenit ad d, occidit f e, hoc est c b. Igitur ipsa a b ipsi c b. in æquali occidit tempore.

Aliter xij eadem & manifestior.

Semicirculi qui cum cancro æquales circũferentiæ inæquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequũtur has, in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur. Sit in mũdo horizon a b c d, æstiuus uero tropicus sit a d, hybernus autem tropicus sit b c, zodiaci porrò semicirculus qui cum cancro sit supra terram a c, sintq́ partes orientales d c, occiduæ uero a b, æquinoctialis circulus autẽ sit e f. Seceturq́ a c semicirculus in ea quæ in ipso signa per g h k l m, signa, describanturq́ paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehũtur ipsa g h l m signa. Dico ꝙ in pluri tempore ipsæ a g, m c, circũferentiæ occidunt, in minori autẽ ipsæ g h, l m, in minimo porrò ipsæ h k, l k, in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æque distant. Sit maximus semper apparentiũ t y q. Describanturq́ per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipsum orbem t y q tangẽtes, ut non coincidant semicirculi qui ab ipsis y q, sicut ad partes u & φ ψ, ei qui ex t a semicirculo, sicut ad partes t a. Similis igitur est g n, circũferentia utriq; ipsarũ ω o, u e, a r, h ω, ipsi u z. In æquali igitur tẽpore g ipsam g n, ambit circunferẽtiam, & ω ipsam ω o. Sed tempus in quo g ipsam n g, circũferentiã ambit, id est in quo circũferentia g a occidit, & tempus igitur in quo ω ipsam ω o, ambit, idẽ est tempori in quo ipsa g a, circũferentia occidit. Rursus quoniam tempus in quo h ipsam h o ambit, id est in quo ipsa h a occidit. A quibus aufertur tempus in quo ω ipsam ω o ambit, idem existẽs tempori in quo ipsa h a occidit circũferẽtia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipsam h ω ambit, idem est tempori in quo ipsa g h occidit circũferentia. Similis autem est ipsa quidem o ω ipsi u e, & ω h ipsi u φ, & tempus igitur in quo u ipsam u e ambit, id est in quo ipsa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo ipsa h g circũferentia occidit. Atq; id, ppterea iam & tempus in quo ipsum k ipsam k φ transit, id est in quo ipsa k h circũferentia occidit. Et quoniã in sphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipsum a b c maximi orbes secant e f, a c, quorũ e f maximus est parallelorũ, & a c obliquus ad parallelos, & assumptæ sunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circũferentia, æquales consequenter ad easdem partes maximi parallelorũ, & per g h signa descripti sunt maximi orbes y φ, q g u, ipsum orbem t y q tangentes, maior est ipsa quidem e u circũferentia, ipsa u φ circũferẽtia, & u φ ipsa φ k, in pluri igitur tempore u, ipsam u e transit, quàm φ ipsam φ u, & u φ ipsam φ u, pluri tempore ambit quàm k ipsam k φ. Sed tempus in quo u ipsam u e transit, id est in quo g ipsam g n, circũferentiam perficit, hoc est in quo ipsa a g occidit circũferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo h ipsam h ω perficit, hoc est id in quo ipsa g h circũferentia occidit, tempus autẽ in quo k ipsam k u transit, id est in quo k h circũferentia occidit. In pluri ergo tempore ipsa a g circumferentia occidit, ipsa g h circũferentia, & g h ipsa h k. Dico iam quod in æqualibus temporibus quæ æque distant ab æquinoctiali occidunt. Existente iam k signo in e, zodiacus orbis positionem habeat ω i φ, & quoniam æqualis est ω e, circũferentia ipsi e φ circũferentiæ, parallelorũ autem maximus est e f: æquus igitur est h p, orbis ipsi r l s, orbi: æqualis igitur est o e, circũferentia ipsi e r, circũferentiæ: est autem & ω e ipsi e t, æqualis igitur est & quæ ex ω in o, ei quæ ex r in l suntq́ æquales circuli ipsi ω h p, r l s, similis igitur est ω o, circũferentia ipsi r φ circũferẽtiæ. In æquali ergo tempore r signum, ipsam φ r perficit, & o ipsum o ω. Sed tempus quidem in quo φ ipsam φ r perficit, id est in quo ipsa r e circũferentia occidit, tempus uero in quo o ipsam o ω perficit, ei est æquũ tempori in quo e ω circũferentia occidit. In æquali ergo tempore ipsæ φ e, e ω, circũferentiæ occidunt, æqualis autẽ est φ e ipsi l k, & e ω ipsi k h. Ipsæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demõstrabimus ꝙ & ipsæ m k, k g, in æquali tempore occidunt,



ximus orbis f n k, ipsum e f tangens, & ipsius f n k. igitur circuli polus est inter b a & e f. Alius igitur polus ipsius est inter æquos & parallelos ipsis e f & b a, maior igitur est ipsa k o, ipsa o m, quorũ x m o ipsa o d maior est. Reliqua igitur d k, ipsa x n, maior est, ponatur ipsi n x æqualis d p. Sintq; per quos inueniuntur ipsa n p signa paralleli circuli n r, c p f. Quoniam non coincidit ei qui ex e semicirculo, sicut ad partes e r, ei qui ex f semicirculo, sicut ad partes f n. Similis est r n circũferentia, ipsi c f circũferentiæ. Igitur n r, ipsa c p maior est uel similis ei. In pluri ergo tempore n, incipiens ab n, ipsam n r perficiens circũferentiã, peruenit ad r q̃ p, incipiẽs ab ipso p, ipsam p c ambiens circũferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipsam n r, circũferentiã ambiens, ad r uenit. Ipsa n x, permutat hemisphæriũ apparẽs. In quo autem tẽpore p incipiens à p, ipsamq; p c ambit circunferentiã, & peruenit ad c. Ipsa p d permutat apparens hemisphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipsa x n, permutat apparens hemisphæriũ q̃ d p. Dico q; & propior est ipsa x n, contactui æstiui tropici q̃ p d.



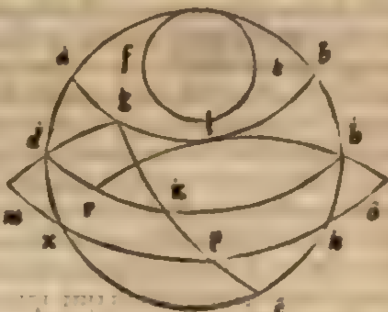
Describatur per x parallelus x y, æqualis igitur est x m, circũferentia ipsi d k, maior igitur est d g, ipsa m x & x n, igitur propior est contactui tropici æstiui quam ipsa p d.

Theorema 15 Apparens 15



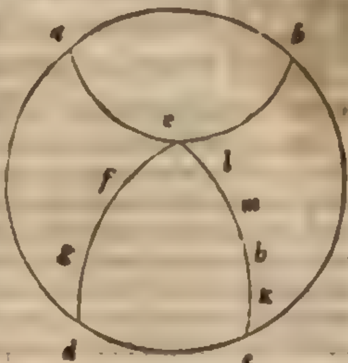
Similiter autem & in altero semicirculo, æquales circũferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemisphæriũ, & in pluri quidem quæ propiores sunt contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æquali uero quæ æqualiter distant ab æstiuo tropico in utroq; semicirculo.

Sit horizon circulus a b c d, maximus autẽ semper apparentium e f, æstiuus uero tropicus sit b g a, zodiacus autem circulus positionem habeat c g d. Dico q; in altero semicirculo qui ad g c partes, æquales circũferentiæ non permutãt æquali tempore apparens hemisphærium, sed in pluri quæ propiores contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æquali uero quæ æque ab æstiuo tropico distant in utroq; semicirculo. Describatur per assumptionem parallelus circulus d h, æqualis igitur est k g ipsi g d permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; positionem sicut h l r.



Quoniam k g, g d, à contactu æstiui tropici æquæ distant, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodem k g occidit, hoc est k l. Sed tempus quidem in quo d g oritur, id est in quo g incipiẽs ab ipso a, ipsam a g, ambiens circũferentiã ad ipsum g uenit. Tempus autem in quo h occidit, id est in quo l incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circunferentiã ad ipsum uenit b. In quo igitur tempore g, ipsam a g ambiens. ad g peruenit. In eodem & l ipsam l b circũferentiam ambiens, ad ipsum uenit b Cõmune apponatur tempus in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d k h ambiens circunferentiã, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circũferentiam, ad ipsum g uenit. cum tempore in quo d incipiẽs ab ipso d, ipsam d h ambiens circũferentiam, ad ipsum uenit h, æquale est tẽpori in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circũferentiã, ad b uenit cum tẽpore in quo h, incipiens ab ipso d, ipsam d k b, ambiens circũferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a, ipsam a g ambiens circũferentiã ad g uenit, cum tempore in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d h, ambiens circũferentiã ad h uenit. Idem est in quo g d, circũferentia apparens hemisphæriũ permutat. Tempus uero in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b, circũferentiam ambiens ad ipsum uenit b, cum tempore in quo h incipiens ab ipso d, ipsam d r h, ambiens circũferentiam

cūferētia permutat apparēs hemisphæriū, q̃ ipsa m e f. Sit per quē fertur m signū parallelus circulus g m x, æqualis igitur est k m ipsi o n, & quoniā o n contactui æstiui tropici propinquior est q̃ n f, in pluri igitur tēpore o n occidit q̃ n f. In quo autē tempore o n occidit, ipsa m x oritur. In pluri igitur tēpore m g oritur q̃ n f occidit. Cōmune apponatur tēpus in quo ipsa m e n, pmutat apparens hemisphæriū. In pluri ergo tēpore ipsa k e n permutat apparēs hemisphæriū q̃ ipsa m e f.

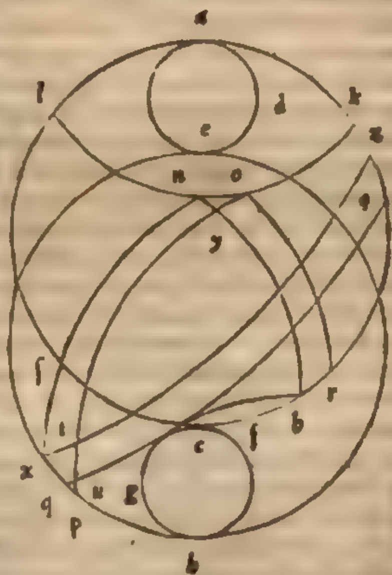


Eisdem expositis assumātur æquales, & ex opposito circūferentiæ f g, h k, sitq́ f g propior contactui ipsius æstiui tropici q̃ h k. Dico q̃ in pluri tēpore f g permutat apparēs hemisphæriū, q̃ h k. Quoniā enim f g, propior est contactui ipsius æstiui tropici, q̃ h k, maior est h e ipsa e f, ponatur ipsi quidem f e, æqualis e l, ipsi autē f g æqualis l m. Quoniā igitur ipsæ l m, f g æque distant à contactu æstiui tropici, in quo tēpore l m permutat apparens hemisphæriū. in eodem & f g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemisphæriū, q̃ h k, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemisphærium, quàm h k.

Altera traditio super 14 Propositionem.



Zodiaci circuli æquales circūferentiæ tempore in æquali permutāt apparēs hemisphæriū, in pluri quæ propius contactui æstiui tropici, ea quæ longius distat, quādo polus horizontis inter arcticū circulum & æstiuū tropicum fuerit.



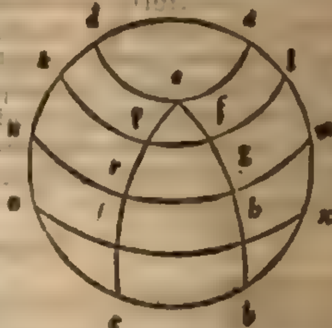
Sit in mūdo horizon a b c, & maximus semper apparentiū sit a d e, maximus autem semper non apparentiū f g h, tropicus autē æstiuus sit k l, hybernus uero tropicus sit b c. Sitq́ ipsius a b c circuli polus inter a d e, & k l circulos. Sintq́ partes orientales l, occiduæ uero b, zodiaci uero positiones sint semicirculi qui cum cancro n x, o p. Assumaturq́ o p circūferentia non minor existens semicirculo, describaturq́ per p maximus circulus tangens ipsum a d e, tanget igitur & ipsum f g h. Iam aut per o signum, siue supra o signum cadit, describatur sitq́ e h p, ut nō coincidat qui ex h semicirculus, sicut ad partes ex p, ei qui ex a semicirculo, sicut ad partes a k r. Cōpleanturq́ ipsi x n b, p o r, circuli. Quoniam in sphæra maximus circulus est a b c, & bini maximi circuli sese inuicem dispescunt ipsi b n s, r o t p, & ipsius a b c, circuli polus est inter a d e & k l circūferentias: maior igitur est s n y, circūferentia ipsa y t circūferētia. Ipsa igitur t y, circūferentia ipsa y n s minor est. Et quoniam in sphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipsi a d e, ipsum k l parallelum existentem secant, & ipsius a b c, polus est inter ipsos a d e, & k l circulos, & ipsius e h p, igitur polus est inter ipsos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus est inter ipsos f g h, & b c circulos. Quoniā igitur in sphæra maximus orbis est e h p & ipsum e h p, secant bini maximi circuli r o p, b n x, & ipsius e h p, polus est inter ipsos b c & f g h, orbes, maior est p y, circūferentia ipsa y n x, circūferentia. Quarum y t, ipsa y n s, minor est, reliqua igitur t p, ipsa s x, maior est, ponatur ipsi s x, circūferentiæ æqualis circunferentia t u. Describanturq́ paralleli circuli per quos inuehuntur ipsa u x, signa, ipsi x z, q φ. Similis igitur est x z, circunferentia ipsi q φ, circunferentiæ. Ipsa igitur x z, ipsa u φ, maior est uel ei similis. In pluri ergo tempore x, signum, ipsam x z, circunferentiam transit. quam u, ipsam u φ. Sed tempus in quo x signum, ipsam x z, circūferentiam ambit, id est in quo s x, circunferentia permutat apparens hemisphærium.

Tempus autem in quo u signum ipsam u φ circũferentiam perficit, id est in quo ipsa t u permutat apparens hemisphæriũ. In pluri ergo tempore ipsa s x, permutat apparens hemisphæriũ q̃ t u,& est ipsa s x, propior ipsi æstiuo tropico q̃ t u. In pluri ergo tẽpore permutat apparens hemisphæriũ, ꝓpinquior æstiuo tropico, ea quæ longius distat.

Alia traditio in 15 Theorema.



Imiliter autẽ & in eo qui cũ capricorno semicirculo æquales circũ ferẽtiæ inæqualibus tẽporibus permutãt apparẽs hemisphæriũ, & in pluri quæ tropico æstiuo ꝓpinquior ea quæ lõgius distat, in æquali autẽ quæ æque distãt ab utroq; cõtactu.



Sit in mũdo horizon a b c d, tropicus uero æstiuus sit a d, zodiacus circulus autem positionẽ habeat b e c. Sitq; ipsa quidem b e circũferentiã in semicirculo, qui cum capricorno & e c, sit in eo qui cum cancro. Sintq; oriẽtales partes d, occiduæ uero b. Assumãturq; æquales circũferentiæ f g, g h. Dico q; f g in pluri tẽpore permutat apparens hemisphæriũ q̃ g h. Describantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehãtur ipsa f g h signa, æqualis igitur est f g, circũferentia ipsi p r, circũferentiæ. & g h ipsi r s. Sed f g ipsi g h est æqualis, & p r igitur ipsi r s est æqualis. Et quoniã in quo tẽpore p r, occidit ipsa f g oritur. Cõmune apponatur tempus in quo p signum ipsam k l, circũferentiũ perficit, æquum existens tẽpori. In quo f signum ipsam k l circũferentiã transit. Tempus igitur in quo p signum ipsam k l, ambit circum ferentiã, & p r occidit, æquũ est tempori in quo f g circũferentia oritur, & f signũ ipsam k l, circũferentiã perficit. Sed tempus quidem in quo p signum ipsam k l, circũferentiã ambit, & p r occidit, id est in quo ipsa p r, permutat apparẽs hemisphæriũ. Tempus autem in quo f g oritur, & f signum ipsam k l, ambit circũferentiã, id est in quo f g, permutat apparens hemisphæriũ. Ipsæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemisphærium permutant. Similiter iam ostendemus quod ipsæ g h, r s, in æquali tempore permutant apparens hemisphæriũ, & p r ipsa r s, pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ, & ostensæ sunt ipsæ f g, p r, æquali tempore apparens hemisphærium permutare, & f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ quam g h: zodiaci ergo circuli æquales circũferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemisphærium. Sed in pluri quæ propinquior æstiuo tropico ea quæ longius distat, & simul ostensum est quod æque distantes æquali tempore permutant.

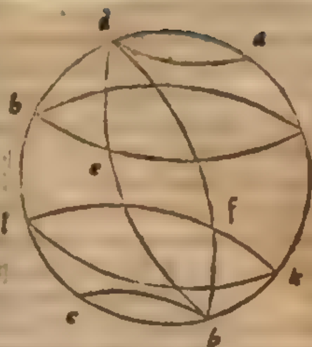
Aduerte. Vniuersaliter scire oportet, quod præcedẽtibus signis super horizonte existentibus circũferentia neq; oritur neq; occidit, subsequentibus autem signis super horizonte existentibus, tota oritur & tota occidit, præcedẽtia nanq; signa prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipsius igitur p r circũferentiæ signum præcedens est p, ipsius autem g f præcedens est g: accipiẽs igitur ipsam p r occidentem, ipsam uero g f orientem, necessario permutationes earum quærens, eas in semper apparẽti hemisphærio accepit. Ipsius autem p r occasum, ipsius uero g f, ortum quãdo enim p ad ipsum l uenit, ipsa p r nequaq; occidit, sed adhuc super terram est quare accepit eius occasum, ipsum enim p r, per k in oriente existente, tota p r sub terra est, motaq; sphæra tota superfertur. Quare in quo p ab ipso k ad l. uenit cum occasu ipsius p r, id est tempus in quo p r permutat apparens hemisphæriũ. Rursus ipso f per k, in oriente existente, ipsa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l tota g f occidit. Quere in quo f ab ipso k in l, uenit cum ortu ipsius g f, tempus est in quo g f, permutat apparens hemisphæriũ. Si autem sicut habetur in alia traditione ipsius quidem p r ortum ipsius g f occasum, nequaq; accipient ipsa p f signa, sed ipsa r g, & tempus in quo ipsum r ipsam r g. & n ipsam n m, perficit.

Theorema 16 *Apparens 16*



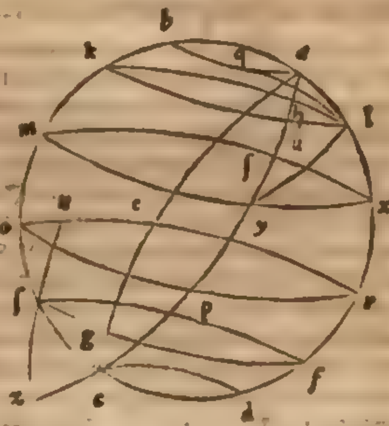
Odiaci circuli æqualiũ & ex opposito circũferentiarũ in quo tem pore permutat altera apparẽs hemisphæriũ, altera non apparẽs, & in quo tempore altera non apparens, altera apparens.

Sit in



Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uero tropicus sit b c, zodiacus porro circulus positionẽ habeat d e b f, sitq; d e b semicirculus qui cum cancro sub terra, at b f d sit qui cum capricorno super terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uero sint b, assumanturq; binæ æquales & ex opposito circũferentiæ d e, b f. Dico q in quo tẽpore d e permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodem f b non apparens, & in quo tẽpore d e non apparens, b f apparens. Describantur paralleli circuli g e h, k f l, per quos inuehuntur ipsa e f signa. Et quoniam in zodiaco circulo astra in diametro existentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidente per g signũ, ipsum f quod ei est in diametro oritur per l signũ. Sed ipsum quidem e, ipsam e h perficiens occidit, ipsum autem f, ipsam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e h g ambit circũferentiã, & f ipsam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e h g transit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo f ipsam f k l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparẽs hemisphæriũ. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemisphæriũ, & f b non apparens, similiter ostendemus q & in quo tẽpore ipsa d e permutat non apparens hemisphæriũ ipsa f b apparens.

Aliter idem. Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uero sit c d, zodiacus circulus positionẽ habeat sicut a e, c f. Assumãturq; æquales & ex opposito circũferentiæ e g, f h. Dico q in quo tempore f h, permutat apparens hemisphæriũ ipsa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipsa f h, e g, signa paralleli circuli k h l, m n x f, e o p r, s g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u s z. Et quoniam ipsæ f h, e g, circũferentiæ æquales sunt & ex opposito, æquales sunt & ipsi m n x, o p r, circuli, æqualiũ autem & parallelorũ circulorũ sectiones, quæ per uices adinuicẽ sunt æquales. Ipsius igitur m nx f, circuli segmentũ m n x supra terrã, æquũ est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniã ipsæ f h, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tempore f h oritur, in eodem e g occidit. Sed tẽpus in quo h f oritur, hoc est ipsa y l, tempus est in quo y signũ incipiẽs ab ipso y ipsam y x, ambiens circũferentiã ad ipsum x, uenit tempus autẽ in quo e g occidit, hoc est ipsa u s, tẽpus est in quo u incipiẽs ab ipso u ipsam u o, ambiens circũferentiam ad o uenit: tempus autem in quo y incipiẽs ab ipso y, ipsam y x, ambiẽs circũferentiã ad x, uenit æquũ



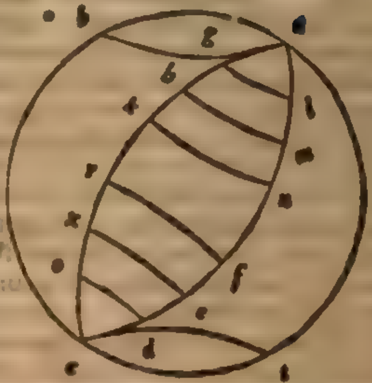
est tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o ambiens circũferentiam ad o uenit. Cõmune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipso x, ipsam x n m, circũferentiam ambiens ad ipsum m, uenit æquũ existens tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o, circũferentiã ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, circũferentiã ambiens ad m uenit, æquũ est tẽpori in quo u, incipiens ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circũferentiã ad r uenit. Sed tempus quidẽ in quo y, incipiẽs ab ipso y, ipsam y x n m, ambiẽs circũferentiã ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphæriũ, hoc est h f. Tempus autẽ in quo u, incipiẽs ab ipso u ipsam u o, p r, circũferentiã ambiens ad r uenit, tempus est in quo u s, permutat non apparẽs hemisphæriũ, hoc est ipsa e g. In quo igitur tẽpore h f, permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodem ipsa e g, non apparens.

Theorema 17 *Apparens 17*



Odiaci circuli æquales circũferentiæ æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphæriũ, sed in pluri tempore quæ propinquior est tropico ea quæ longius distat, in æquali uero quæ ab utroq; contactu æque distant.

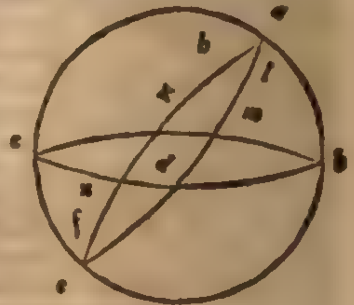
Sit in



Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uero sit c t, zodiacus uero circulus positionẽ habeat a c e, assumanturq; æquales circũferentiæ d e, e f. Dico ꝙ ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutãt non apparens hemisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d e q̃ e f. Assumantur ipsis d e, e f, circũferentijs æquales, & ex opposito circũferentiæ g h, h k. Ipsæ igitur g h, h k, circũferẽtiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphæriũ. Sed in pluri g h q̃ h k. Sed in quo tempore g h permutat apparẽs hemisphæriũ, permutat ipsa f e non apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circũferẽtiæ, æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico ꝙ & in æquali tempore quæ æque distant ab utroq; cõtactu tropicorũ, sint n per quos inuehantur ipsa d e f g h k, signa circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n k. Ipsæ h k, l m, igitur circũferentiæ in æquali tempore permutãt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore h k apparens hemisphæriũ permutat, ipsa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens. hemisphæriũ permutat, ipsa x o non apparẽs permutat. Ipsæ igitur e d, o x, circũferentiæ æquali tempore non permutãt non apparens hemisphærium.

Theorema 18 *Apparens 18*

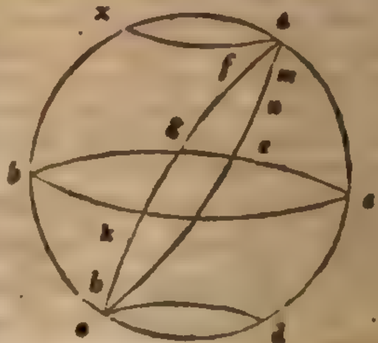

Arum quæ in utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æquinoctiali æqualiter distantiũ, in quo tẽpore altera permutat apparens hemisphæriũ, altera non apparẽs, & in quo tempore altera permutat non apparens hemisphæriũ, altera apparens.



Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e h, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æque distantes circũferentiæ sint h k, f n. Dico ꝙ in quo tẽpore h k permutat apparens hemisphæriũ, ipsa f n non apparens, ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex opposito m l circũferentia. Ipsæ igitur m l, h k, circũferentiæ permutãt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore l m apparens hemisphæriũ permutat, ipsa f n non apparens permutat, & in quo igitur tempore h k, circũferentia permutat apparens hemisphæriũ, ipsa n f circũferentia non apparens permutat. Idq; ꝓpterea iam & in quo tempore h k, circũferentia permutat non apparens hemisphærium, ipsa f n non apparens permutat.

Theorema 19 *Apparens 19*


N semicirculo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicum æqualium circũferentiarũ existentium, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemisphæriũ quàm reliqua non apparens, & contingens contingente.



Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uero sit d o, æquinoctialis autẽ circulus sit b e c, zodiacus porrò circulus positionem habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circũferentiæ sint f g, h k. Sit autem ꝓpinquior æstiuo tropico f g. Dico quod in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphæriũ q̃ h k, non apparens & contingens ipso contigente ponatur n ipsi h k, circũferentiæ æqualis & ex opposito circũferentia m n, ꝓpinquior igitur est f g, æstiuo tropico q̃ m n, in pluri igitur tempore f g,

permutat

permutat apparens hemisphæriū quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circūferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h k non apparēs. Similiter iam demonstrabimus q & contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero semicirculo assumpto, sub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circūferentiarū in pluri tempore altera permutat, non apparens hemisphærium quàm reliquā apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS Lodouico Mocenico patritio Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac oratori facundissimo, gaudere & bene rem gerere.



Irtus, doctrina, morumq; singularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine splendidius aut rutilantius nihil esse sapientissimi græcorū dicere consueuerunt, eá semper in te extitit, ut om̄es de te nil nisi clarum aliquid, nil nisi perspicuū, nil nisi omni ex parte gloriosum semper conciperēt, aut sperarent. Idq; propterea ego quoq; quem tibi destinatum tu te scis semper habuisse mancipiū præclaras animi tui dotes, probitatemq; singularem contectans animoq; perpendens, nil de te inquā aliud mihi persuadere solebam, nisi quod tibi tuæq; familiæ præclarissimæ immortalem gloriam & laudem afferre posset. Quod, inquam, ut assequaris iam tibi uirtute, quæ, sola ex omnibus possessionibus, Isocratica sententia mortalitati minime obnoxia est adytus comparasti. Factum est enim ut huiusce inclytæ Reipub. senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq; singularē (habes enim ut ingrati mancipij suspicionem fugiam in orando nescio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate concessæ) uel magni æstimantes, te oratorem Maximiliano cæsari, germaniæq; principibus destinauerint. Quam legationem ita egisti, ita tractasti, ut senatorem optimum par est facere, & adeo ut Regi gratus, sed huic grauissimo senatui gratissimus extiteris. Illud, inquam, munera equestria tibi à rege donata, hoc uero senatorius ordo quem tibi comitia contulerūt exactissime comprobant. Neq; id mirum, quippe quoniam omnia adsunt bona quem penes est uirtus (ut eo utar Plauti familiaris nostri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ, nec cæteri magistratus deerunt, modo Dei opt. maxi. munere tibi uita superstes. Verum quid illud fuerit quod eam fidem, eam obseruantiā quam erga te (licet exilis seruus) semper maximam habui, idq; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucusque, si scire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere censebam aliquo argumento, & eo sane quo tibi hæc fieri possent explicatiora. Cumq; id propterea sapientium Græcorum uolumina reuoluerem, sese Catoptrica Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici obtulerunt, opusculum certe arduum, rarissimum, & latinis hucusque aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, speculari nanque & indagare uoluit sapientissimus philosophus quæ in speculis imagines, quas mirabili quadam disciplina patefacit, dum humanū uisum, & oculi potentiam accōmodat. Quod opus sic reliqua Euclidis opuscula excellit, sicut cæteros humanos sensus uisus, qui rationi & intellectui in eo quod sub sensu cadit obsequitur, exuperare cognoscitur. Taceo de elementis, nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quam laboribus quos per multos dies ei accommodauimus, una cum Theonis acutissimi mathematici traditione latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quàm eorum inuentoribus tribuo, licet uetus sit adagium inuentis addere facillimum esse. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipsi Euclidi, siue etiam interpretibus magis tribuendum sit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opusculi quod Catoptrica nuncupatur, à me latinum faciendum esse censui, tuoq; nomini destinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq; speculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inspicias, obser-

obseruantiā spectes, amoris erga te sui magnitudinē uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortasse diceres quid sic id uis mathematicis huiusmodi disciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id scias Lodouice uir grauissime, à me id consulto factū fuisse. Nam cum mihi sit compertū te disciplinas semper amasse, & coluisse, earumq; amatorem extitisse, facile propterea mihi persuaserim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philosophantiū decreto gradum obtineant. Hæc, inquam, sunt mathematicæ disciplinæ, quæ uno eodemq; modo semper sese habent, quemadmodum Ammonius interpres Aristotelicus, philosophiæ diffinitionē Aristotelicam interpretans nos docuit. Has certe disciplinas naturales sequūtur, sicut Auerrois peripateticus Aristotelem nobis aperiēs sensisse uidetur. Quas qui ignorāt sicut Euclidis interpres Proclus Lycius, inquit, ieiunas uoluptates capiūt. Hoc igitur argumēto amorem erga te meum tibi esse explicandum sum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noster Horatius dixerit. Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres, nihil tamen ex nostra officina adiunximus, at etiam nihil subsecuimus, sed sicut lectio sese habet græca, sic ueritatem colentes, nuda, pura, syncera, & fideli sumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos immutari qui ex auctoribus aliqua decerpūt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & sic hinc & inde sumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cum sic auctorū illorum ueterum quos uetustas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falsam & furto comparatam sibi gloriam uendicare studeant. Sed hij tandem sunt quos unusquisq; possit deridere. Nam si forte suas repetitum uenerit olim grex auium plumas, moueat cornicula risum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti sunt qui aliena pluma sese obtegere quærunt. Accipias igitur uir clarissime opusculum huiusmodi iam in nulla sede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat, quod obsecro legere uelis ubi quid tibi ocij superfuerit, uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philosophus, cuius si id opusculi tibi placuisse cognoscam, sunt in manibus illius & alia opera. Phænomena quidem optica & Data, quæ quādoq; me interprete è Græcia in Italiam uenient, & sic se latinis legenda tradent, & is auctor priscam auctoritatē penè amissam philosophantium scholas petens sibi comparabit. Verum ne pluribus quàm par est uerbis tecum agere uidear, superest iam ut ipsum audias Euclidem de speculorum imaginibus, sic per nos latine loquentem. Vale æternum nostri memor, equestris ordinis rarissimum ornamentū, & hijs audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIq; præstantissimi Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



VISUM lineam rectā esse qua media cuncta extremis correspondent, quæq; uidentur per rectam spectari lineam, planū ac receptū esse oportet. Speculo in plano collocato, inspectoq; aliquo sublimi, quod & ipsi plano ad angulos rectos existat, fiant proportionalia, ut inter speculū & spectantē recta linea ad eam quæ inter speculum & id quod ad angulos rectos fastigium, sic aspecti fastigij ad id quod ad angulos rectos in plano fastigium obiectum est. In planis nanq; speculis loco assumpto, in quē ab inspecto perpendicularis cadit, non amplius spectatur uisibile. In cõuexis uero speculis assumpto loco per quem ab inspecto in centrum sphæræ ducitur, uisibile non amplius spectatur, id quoq; in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum sit, acceperitq; interuallum ut minime uideatur, eodem existente interuallo, si aqua infundatur, iniectum spectabitur.

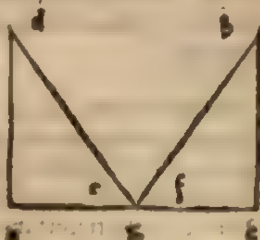
Theorema

Theorema primum.



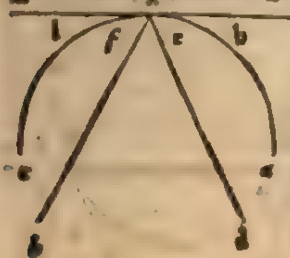
Planis, conuexis, cauisq́ speculis uisus inæqualibus angulis refringuntur.

Sit oculus b speculum autem planum sit a c, uisus uero feratur b k & refringatur in d. Dico quod angulus e ipsi angulo f est æqualis. Excitētur per 11 primi elementorum perpendiculares in speculum b c, d a est igitur sicut b c ad c k, sic est d a ad a k, hoc, inquā, in diffinitionibus patuit. Simile igitur est triangulum b c k triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulo f est æqualis, nam quæ similia æquiangula sunt.



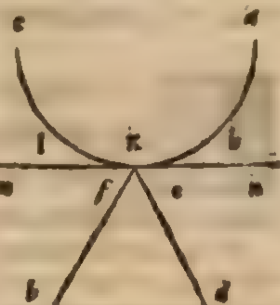
In conuexis.

Sit iam conuexum speculum a k c, uisus uero sit b k. refractus in d. Dico quod angulus e h, æqualis est angulo f l, apposui planum speculum n m, æqualis est angulus e angulo f per precedentem. Sed & h ipsi l: connectitur namque m k. totus igitur e h, toti l f est æqualis.



In cauis.

Sit rursus cauum speculum a k c uisus autem b k refractus in d. Dico quod angulus e, æquus est angulo f, collocato enim plano speculo m n æqualis est per primam angulus h e angulo f l. Aequalis autem est h ipsi l: reliquus igitur e reliquo f est æqualis

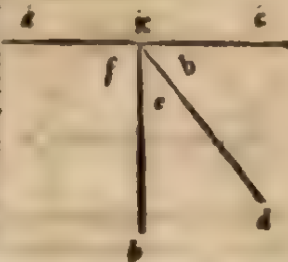


Theorema secundum.



IN qualiacunq; specula inciderit uisus æquos efficiens angulos, ipse per sese refringetur,

Sit planum speculum a k c oculus autem sit b. uisus uero sit b k, cadatq́ æquos efficiēs angulos f h. Dico quod b k refractus in seipsum, hoc est in b reuertetur. Non enim. sed si possibile est agatur in d & quoniam per primam uisus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus est ipsi angulo h ostensum quoque est quod e f angulus ipsi h est æqualis, & angulus igitur e f, ipsi e angulo erit æquus maior minori, quod est impossibile. Igitur b k in se ipsum refringetur, eadem quoque demōstratio in conuexis. & in cauis speculis conueniet.



Theorema tertium.

IN qualecunque speculum procidens uisus inæquales efficiens angulos, in se ipsum non refringetur neque in minori etiam angulo.

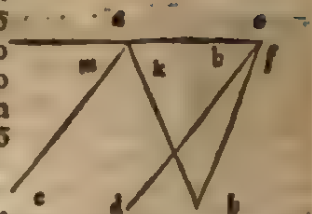
Sit planum speculum a k c, uisus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipso h l. Dico quod b k, refractus, non refringetur in sese, neque in angulo h l, si enim ueniet in b k angulus f ipsi h l. est æqualis, quod est impossibile, maior enim supponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f: a maiori namque minori æquale abscindi est possibile per 3 primi elementorum. eademq́ demonstratio est & in conuexis. & in cauis.



Theorema quartum.



VIsus in planis speculis, & cōuexis refracti, neque concurrunt adinuicem, neque sunt paralleli.



Sit planum speculũ a c, oculus sit b, uisus uero refracti sint. b c d. b a e. Dico quód c d, & a e, neque paralleli sunt, neque cõcurrunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis est angulo h & k ipsi m, maior autem est per 16 primi elemẽ. f ipso k, quoniam est extra ipsum triangulum b k c. maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipsi a e, parallelus non est, neque in e d, cõcurrunt.

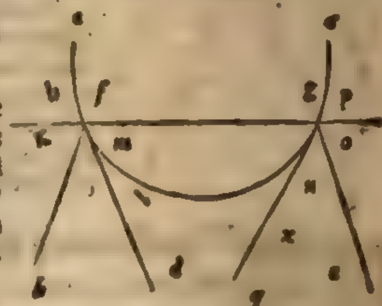
In conuexis.

Sit rursus conuexum speculum a g f c, oculus uero sit b, aspectus autem refractus sint b f d b g e. Dico quod ipsi f d, g e, neque in e d cõcurrũt, neque sunt paralleli, & cõnectatur enim g f, recta linea, extendaturq́ ex utraque parte, quoniã æqualis est k h, ipsi l, eo quia in æquis angulis refringitur. maior fuerit quoque l m ipso k & k ipso n x est maior, sed n x ipso p o maior est. Rursus x, æqualis est ipsi o p, maior igitur est l m ipso o p, multo igitur maior est l m ipso o: non concurrunt igitur ipsæ f d, g e, rectæ lineæ, neque sunt paralleli.

Theorema quintum.



IN cauis speculis si ad centrum, siue ad circunferentiam, siue extra circũferentiam oculus extiterit, hoc est inter centrum & circunferentiã, uisus refracti concurrent.

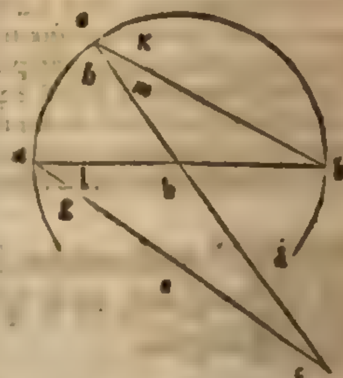


Sit cauum speculum a c d, centrum autem sphæræ sit b ponaturque oculus in b & procidant ex b uisus in circunferentiam b a, b c, b d, æquales igitur sunt qui ad signa a c d, sunt anguli, semicirculi enim sunt per 17 tertij elemẽ. uisus igitur refracti per se ipsos refringentur b a, b c, b d, hoc autem patet quod in b cõcurrunt.

Oculus in circunferentia.

Sit rursus cauum speculum a b c, oculus autẽ esto. b ponaturq́ in eius circunferentia, & ab ipso b, incidãt uisus b c. b a, refracti in d e signis. Quoniam maius est a c b segmẽtum ipso b c, segmento, maior est angulus f, angulo h per 11 tertij elemẽtorũ & g per 11 igitur ipso k. maior. Ipsi igitur f k, ipsis h k, sunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim cõcurrunt igitur ipsæ c d a e. in f similiter ostendetur, & si extra circunferentiam ceciderit oculus, sicut in sequenti theoremate.





Theorema sextum.



IN cauis speculis, si ad medium centri & circunferentiæ positus fuerit oculus, quandoque uisus refracti concurrent, & quandoque non concurrent.

Sit speculum cauum a c, centrum autem sit d, oculus uero ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uisus autem b a, b c, refringantur in g f, extendanturque uisus usque ad speculum a h, c k. Ipsa a h iam ipsa c k. aut maior est, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidẽ uisus, a h æqualis est ipsi c k. æqualis est & a c h, circũferentia ipsi c h k, circunferentiæ. Quare & m angulus ipsi x angulo, æqualium circunferẽtiarum anguli inuicem sunt æquales per 17 tertij elementorum, & anguli m l. igitur ipsis n x. sunt æquales per refractionem per primum theorema. & reliquus igitur angulus o angulo p est æqualis: maior igitur est angulus r ipso angulo o. Quoniam enim per 16 primi elementorum

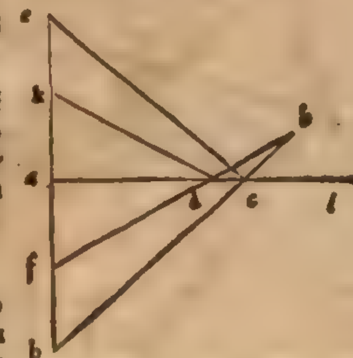
torũ angulus r, ipso p maior est quia exterior est. Et angulus p ipsi o, angulũ est æqualis. Igitur angulus r, ipso angulo o maior est, cõmunis apponatur qui sub o r f, igitur ipsæ c f, a g, cõcurrunt sicut ad g f idem quoque erit & si maior sit ut sus a h, ipso c k, maiores enim erunt ipsi l m anguli ipsis n x, & angulus p angulo o maior est, & r ipso o. Si uero a h recta linea minor fuerit ipsa c k, id propterea maior erit angulus o angulo p: est autem & angulus r ipso p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipsi o esse æqualem uel ipso o minorem, & nõ concurrere a g ipsi f. Manifestum est autem quod & si maior fuerit a h, circũferẽtia ipsa c k. Sicque æqualis coincidentia refractionum, neque in circuli circũferentia, neque extra utique fiet, sed intus tantum.



Theorema septimum.

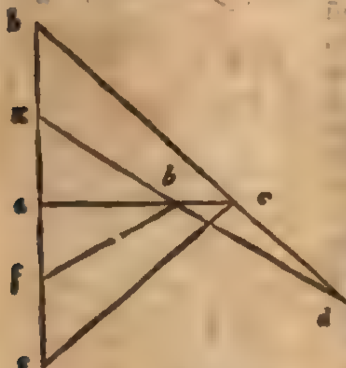
CElsitudines & crassitudines à planis speculis conuersæ uidentur.

Sit fastigium quidem a e, speculum autẽ planum sit a l. oculus uero sit b, uisus porro sint b c, b d, refracti in e k. Igitur oportet deductis uisibus in rectam lineam e, quidem supra esse, ipso h infra existente. & k infra existens in f, quod supra est, ac perinde conuersa sunt in phantasia.



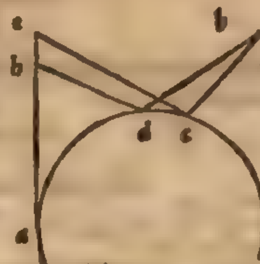
In crassitudinibus.

Sit rursus crassitudo quidem e a, speculũ autem planum sit a c, oculus uero sit d. uisus porro sint d c, d b refracti in e f, similiter eductis uisibus ad h k, apparet quidem e infra existens super h superius existente. & f, supra existẽs super k infra existente.



Theorema octauum.

FAstigia & crassitudines à conuexis speculis conuersa uidentur.



Sit celsitudo a e. speculum autem conuexum sit a d c, uisus uero sint b d, b c, refracti in e h, patet quod non concurrunt. reliqua uero sicut & in planis.

In crassitudinibus.

Sit rursus crassitudo a e. speculum uero conuexum sit a d c. oculus autem sit b uisus autem refracti in e h. sint b c e, b d h. reliqua uero sicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ longitudines à planis speculis sicut se habent, sic & uidentur.

Sit oculus b longitudo autem obliqua sit d e, speculum uero sit a c, igitur refractis uisibus uidetur quidẽ d in a & e, super c sicq; se habet in phantasia, sicut uero se habet, propius propius, & remotius remotius.



Theorema decimum.

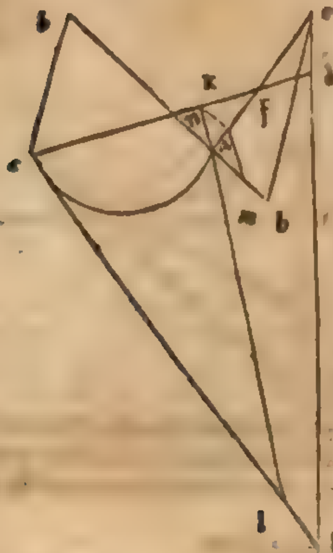
OBliquæ longitudines à conuexis speculis sicut sunt uere, sic spectantur.

Sit longitudo e d. oculus autem b, speculum uero conuexum a c, aspectus porro refracti in e d. sint b a, b c. reliqua uero eadem.

Theorema undecimum.



Elsitudines & crassitudines à cauis speculis quæcunque sunt intra coincidentiam uisuum conuersa uidētur, quemadmodum in planis & conuexis speculis, quæcunque autem extra coincidentiam sicut sunt, sic & spectātur.



Sit cauum speculum a c, oculus aut sit b, uisus uero refracti sint b a, b c. eorum coincidētia: porro sit f celsitudo sit d e, & k n, & k n quidē intra f coincidētiā sit at, d e sit extra coincidentiā: igitur productis uisibus sicut in planis & conuexis speculis apparet k super m, & n super l: quare conuersæ uidētur, rursus super exteriorem coincidētiam celsitudinis apparet quidem d super g, & e super h, sicut se habet sic spectatur.

In crassitudinibus.

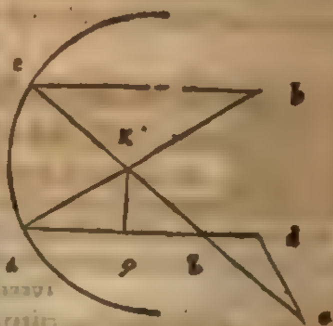
Rursus crassitudo quidem sit d e. & k h, cauū autem speculum sit a c, oculus uero sit b, uisus autem refracti sint & concurrētes in f b a, b c. igitur productis uisibus similiter k h, cōuersæ apparent, k quidem per c & h p a. Sicut est in planis & conuexis speculis ad d e, sicut ipsum quidem e. infra per a & d super c.

Theorema duodecimum.



Bliquæ longitudines à cauis speculis quæcunque intra coincidentiam uisuum iacent, ut sunt sic spectantur, quæcunque uero extra, conuersæ.

Sint inquam, longitudines obliquæ e d, h k. cauum uero speculum sit a c. oculus autem sit b, uisus refracti & concurrentes in g sint b a d, b c e, & ipsa quidem h k, obliqua longitudo sit intra. igitur h k iuxta naturam apparet. sicut & in planis & conuexis speculis. Sed e d, conuersa, nam ipsum quidem d, super a apparet & e super c.



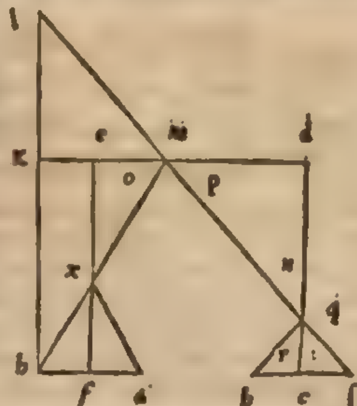
Theorema decimumtertium.



Dem spectare pluribus planis speculis est possibile.

Sit quod uidendum est a, oculus uero sit b, specula autem tria sint c d,

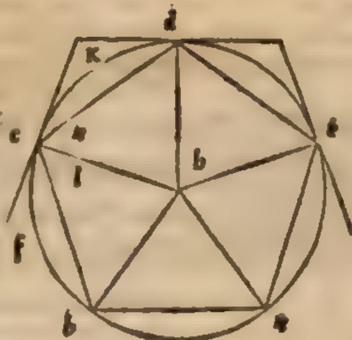
d e:e f,excitetur per n primi elementorum perpendicularis ab ipso h in c d speculum b c,æqualis autem sit b c,ipsi c f,& rursus per eandem ab ipso a in e f, perpendicularis excitetur a f & ipsi a f,æqualis esto f h.& per eandem ab ipso h.in speculum d e, perpendicularis excitetur h k,sitq; ipsi h k,æqualis k l,& ab ipso l in f cōnectantur l m x f,ab ipso aūt m in h cōnectatur m r h.Cōnectātur autem & a r & b x.Quoniam igitur æqualis est b c ipsi c f & qui ad c anguli recti sunt: binæ igitur b c,c q,ipsis binis f c,c q sunt altera alteri æquales,& angulus qui sub b c q, rectus existens,angulo qui sub f c q,recto existēti est æqualis per 4 postulatū,& reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales sub quibus æqualia latera subtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad f.& angulus x angulo t.Sed t ipsi n est æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim.Quare & angulus n angulo x.Igitur uisus b x in m refringitur. Rursus quoniam æqualis est h k,ipsi k l,& qui ad k recti sunt,augulus o æqualis est ipsi p.Refringitur ergo idem uisus b x m in r.& id propterea iam & in a.quia æqualis est qui sub f r a,angulus ei qui sub e r m,similiter & in reliquis demonstrationibus.Inspice igitur ab ipso b oculo uisus a,per tria specula plana existentia c d.d e.e f.



Theorema decimumquartum.

Est autem & in quibuslibet siquis constituat speculis idem inspicere, oportet autem iuxta speculorum numerum polygonum æquilaterum & æquiangulum constituere binis lateribus excedēs specula.

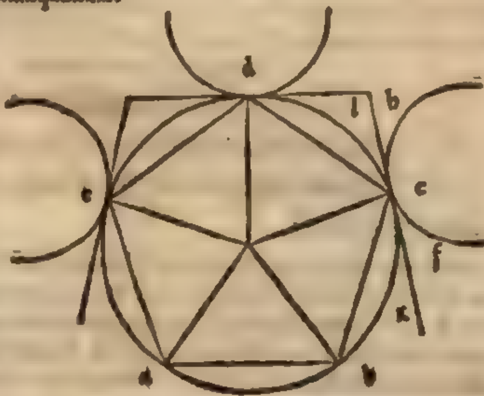
Esto enim quod spectari debeat a.oculus autem sit b & connectatur a b & ab ipso a b, describatur polygonum æquilaterum,& æquiāgulum binis lateribus excedens ipsa specula,& sit a b d polygonum.& sumatur per 1 tertij elementorum centrum circuli ipsi polygono circūscripti.& sit h,& ab ipso connectantur,h c,h e,h d.h b.h a,in angulis,& proponantur specula plana ad angulos rectos ipsis conuexis.Quoniam igitur per quartum postulatum æqualis est f l, angulus ipsi n k angulo:uterque enim rectus est,quorum n ipsi l est æqualis.reliquus igitur f,ipsi k est æqualis.Quare refractio ipsius b uisus erit in d.per æquos enim angulos refractiones fiunt per primum theorema.Similiter iā ostendetur quod qui ad d e signa ad omnia specula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

Illud idem quoque & in conuexis & in cauis speculis uideri potest.

Sit namque spectare oporteat a oculus uero sit b.& similiter describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e,&ad signa c d e,sint specula plana à quibus spectatur a.sicut ostensum est. adijciātur his specula aut caua aut cōuexa ad ui suum contactus.Igitur æqualis est f ipsi h, & k ipsi l,totus igitur k f,æqualis est ipsi l h refringetur ergo uisus à speculo conue



xo c in d,& ab ipso d in e,& ab ipso e in a: manifestum igitur est quod conuexis aut cauis existentibus omnibus & mixtus illud idem uideri potest.

Theorema decimumsextum

In planis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per illius quod sub aspectum cadit perpendicularem uidetur.

Sit speculum planum c d, oculus autem sit b, res uero uisa sit a sitq; perpendicularis K re uisa in speculum a c: igitur quoniam supponitur in phænomænis quod assumpto loco c ipsum a nõ uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipsi b d, uisus per e igitur: positum namque est nobis rectum cuius medium extremis correspondet. Quare a e & b e recta linea erit.

Theorema decimumseptimum.

In speculis conuexis, unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in sphæræ centrum deducitur rectam lineam spectatur.

Esto cõuexum speculum c d, oculus autem sit b, uisus uero sit b d, refractus in a, aspiciaturque a, centrum autẽ sphæræ sit f, & connectatur a f extendaturq; b d in e: igitur quoniam supponitur in phænomenis quod assumpto c ipsum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a c, per id quod euenit ex b d, uisu, & ab ipso a c in e, sicut & in planis.

Theorema decimumoctauum

In cauis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in cẽtrum sphæræ ducitur rectam lineam spectatur.

Sit cauũ speculum c d, aspectus autem refractus sit b c, in a uisum, centrum autem sphæræ sit e connectatur recta linea & extendatur igitur quoniam in phænomenis deprehenditur quod assumpto loco d ipsum a non uidetur: quare agetur in rectam lineam a e, aspicietur ergo per congressum ipsius a d rectæ lineæ & b c uisus per f.

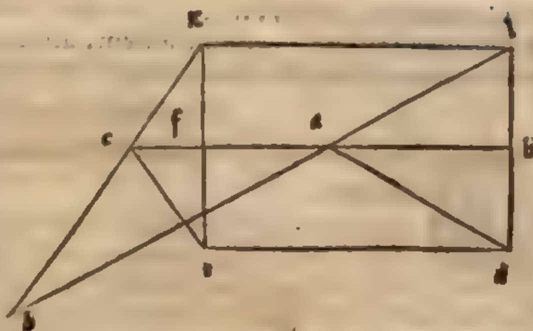
Theorema decimumnonum.

In planis speculis quæ dextra sunt sinistra apparent, & quæ sinistra dextra, & simulacrum æquum est rei uisæ & distantia à speculo æqualis est.

Sit planum speculum a c, oculus autem b, uisus uero sint b a, b c, refracti in d e, quod autem spectatur sit, d e, & ab ipsis e d, per duodecimam primi elementorum in speculum perpendiculares excitentur e f, d h & extendantur. Extendanturque & b c, b a, uisus & concurrant parallelis in K l, & connectatur l K, Igitur eap

paret

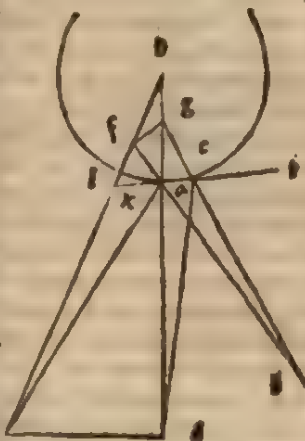
paret super k & d super l. hoc enim prius ostēsum est, ergo sinistra dextra apparent, & dextra sinistra, & quoniam æqualis est qui sub κ c f, angulus ei qui sub f c e angulo, & recti sunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipsi f e. Idq; propterea & d h, ipsi h l, æquum est igitur interuallum quod abest à speculo e d, ipsi a abest simulacrum k l & æquū est uisum e d simulacro k l, quoniam æqualis est e f ipsi f k, & d h ipsi h l. communis autem & ad rectos angulos ipsa h f.



Theorema uigesimum.

IN conuexis speculis sinistra dextra, & dextra sinistra spectantur, & interuallum à speculo simulacro minus abest.

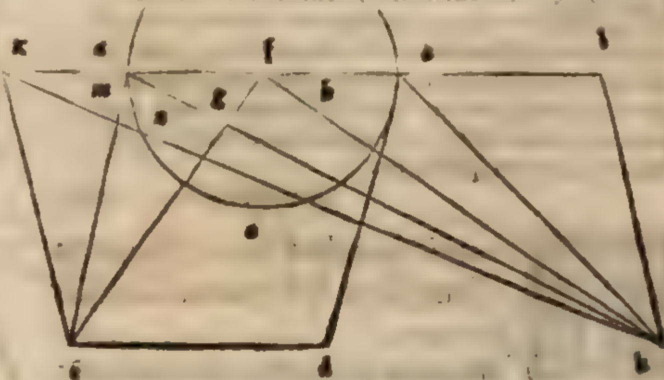
Sit speculum conuexum a c, centrum autem sphæræ sit h, oculus porro sit b, uisus autem sint b a, b c, refracti in d e, quod spectatur sit d e, & ab ipso h centro excitentur in d e ipsæ h d, h e, & extendātur uisus ad f g, & connectatur f g simulacrum. Igitur ipsum quidem d apparet super g, & e super f dextra igitur sinistra, & sinistra dextra spectantur. Dico quod maior est e l ipsa l f. excitetur per a ipsam tangens circunferentiam r a k. quoniam igitur b a, a e, ad ipsam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipsa κ a r, bifariam fuerit sectus qui sub e a f angulus. & obtusus est angulus k. maior igitur est e κ, ipsa κ f multo maior igitur e l ipsa l f: minus igitur abest simulacrum f g à speculo: magis autem quod spectatur e d, sicut in sequenti patet.



Theorema uigesimumprimum.

IN conuexis speculis simulacrum spectatis minus est.

Sit speculum conuexum a o c, oculus autem sit b, uisus uero refracti sint b a, b c, in d e, igitur à conuexo speculo aspicitur e d in angulo qui sub a c b; apponatur iam speculum planum a c tangens, uisus in a c. Igitur uisus uisurus e à plano speculo non est b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum speculum, neque refringetur intra a c, refringatur si possibile est, & esto b f. uisus, æqualis igitur est angulus g angulo h propter refractionem, & h, maior est ipso n & m ipso g: quare & m ipso n maior est, quod est impossibile. Ipse nanq; n ipso m maior est. Aequalis enim est totus ei q ad circūferētiā: extra igitur ipsum m a refringatur. refringatur esto b k e. Similiter aūt



& b e d, extra cadit. Igitur e d in maiori angulo spectatur à speculo plano comprehēso sub k b l, quæ à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano, manifestum igitur quod à conuexo speculo simulacrum minus apparet re uisa.

Theorema uigesimumsecundum.

IN conuexis speculis, à minoribus speculis minora simulacra spectantur.

Sit sphera maior a c minor uero e l, circa idem centrū h, oculus uero sit b & connectatur b a h, & ab ipsa sphæra refringatur uisus b c d, dico quòd uisus refractus à minori sphæra in d, neque per c, neque extra ipsum c cadit. Cadat enim prius si possibile est per c & refringatur à minori sphæra in d, & sit b e d. & connectatur ab h in c & refringatur in k. Igitur h c k, bifariam secat eū qui sub b c d, angulum: quoniam ipsos b e d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit. Idque propterea iam quæ ab h in e cōnexa recta linea & extensa angulum sub b e d bifariam secat. Secet itaque h e f. Quoniam angulus comprehensus sub b c d, angulo comprehenso sub b e d. maior est. & dimidius dimidio maior est qui sub b c k. eo qui sub b e f est autem & minor quod est impossibile: uisus ergo à minori sphæra refractus per ipsum c minime ueniet. Supponantur rursus eadem, & à minori sphæra refractus uisus b e d, extra ipsum c cadat, & b e secet maiorem sphæram in f. Visus iam ab ipso f, refractus in b f k, non coincidet ipsis c d, hoc, inquam, patet. Ipsi igitur e d, coincidat in k. igitur b f k, uisus refractus à maiori speculo ipsum aspicit k & ipse b e k: refractus à maiori speculo ipsum aspicit k. hoc, inquam, superius impossibile patuit. Intra igitur c a, cadit uisus refractus a maiori speculo in d. Similiter quoque ostendetur. & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo spectatur eo qui ad b facto a minori speculo quàm à maiori, minus igitur apparet simulacrum à minori speculo.

Theorema uigesimum tertium.

IN curuis speculis simulacra conuexa spectantur.

Sit curuum speculum a c, oculus autem sit e uisus uero refracti e a, e c. in d b at f e, sit in seipsum refractus, hoc est in e. Igitur uisus iam maiores sunt qui longiores: minimi uero qui circa medium hoc est f e spectatur igitur propius a speculo magis e, longius uero b, & d. quare totum curuum spectatur.

Theorema uigesimum quartum.

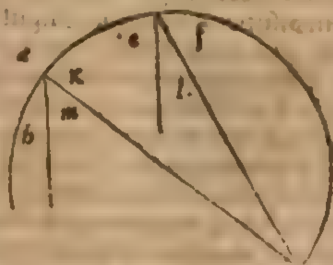
IN cauis speculis si in centro oculus positus fuerit ipse tantum oculus spectatur.

Esto cauum speculū a c d. centrum aūt ipsius sit b. uisus uero sint b a. b c, b d. Igitur angulus c æqualis est ipsi f, igitur uisus b c refractus ueniet in b: similiter quoque & reliqui, ipsum igitur tantum b, spectatur.

Theore

Theorema uigesimumquintum

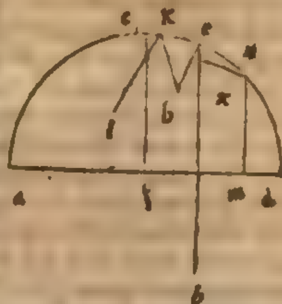
In cauis speculis si in circunferentia aut extra circunferētiam oculus positus fuerit, oculus non spectatur.



Esto cauum speculum, a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipsius & sit b, aspectus aūt procidant b a, b c & refringantur igitur angulus m b angulo k maior est, & e l ipso f. Quare non refringuntur, b a, b c uisus in b oculum. Si in oculum refringūtur, anguli æqui ad ipsa a c, signa. Ostendetur autem & quod si extra circunferentiam sit oculus idem eueniet. scilicet quod non spectabitur oculus. quippe quoniam in ipsum non fiunt refractiones.

Theorema uigesimumsextum.

In cauis speculis si extendatur dimetiens sphæræ, ex centroque ad angulos rectos ducatur, & in altera parte positus fuerit oculus nihil eorum quæ in sunt parte in aqua oculus spectabitur, hoc est neqne eorum quæ ad diametrum, neque eorum quæ extra diametrum neque eorum quæ in diametro.

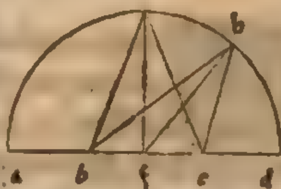


Sit cauum speculum a c d dimetiens autem esto ipsius sphæræ a d & ipsi a d ad angulos excitetur rectos ab ipso f ipsa f c, oculus autem esto b extra ipsum diametrum, uisus autem sit b c. Igitur uisus b c. refractus non ueniet in b, neque in f. In æqualibus namque angulis refringitur. Veniet igitur sicut e h Similiter quoque & si introrsum cadat oculus sicut h siue in diametro, sicut m. refracti autem uisus sicut h k, m n. uenient enim sicut k l, n x Igitur eorum quæ in ea sunt parte in qua oculus spectatur nihil, neque eorum quæ in diametro, neque eorum quæ extra diametrum, neque eorum quæ introrsum.

Theorema uigesimumoctauum.

In cauis speculis si in dimetiente ponantur oculi æqualiter distantes à centro, nullus ipsorum oculorum spectabitur.

Sit cauum speculum a c d, dimetiens uero sit a d centrum autem sit f ad rectos angulos sit f c. oculi porro sint b e à centro æqualiter distātes uisus autem b c igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autē nullus ibit ut b h. Connectantur h e, h f igitur angulus qui sub b h e bifariam secabitur ab ipsa f h. & proportionale erit sicut b h ad h e. sic b f ad f e, quod est impossibile. Nā b h, ipso h e, maior est, & b f ipsi f e est æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e, unus igitur uisus refringetur in utroque oculorū, & ipse non spectabitur. Nam b c. extensa ipsi b d. non cōcurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodque propter spectatorū congressum neque e c, ipsi e a ad partes c a. concurrit. In cauis neq; speculis unūquodq; spectatorū per ex spectato in centrum sphæræ ductā rectam lineam spectatur.

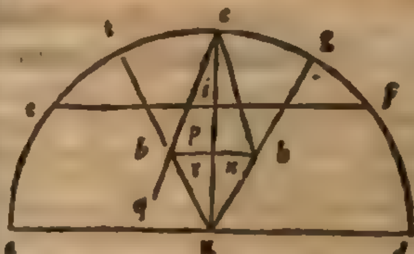


Theorema 28

In cauis speculis si eam quæ ex centro bifariam secans, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æque distantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipsā quæ ad rectos angulos, ipsorum oculorum nullus spectabitur.

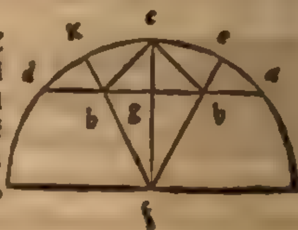
Esto

Esto cauum speculum a c d. dimetiens autem sit a d cētrum sit k. & quæ ad rectos angulos, k c. secetur per 10 primi elemētorum bifariā in p, super e a uero ad angulos rectos esto e p f. & oculi intra diametrum a d & e f, sint b h, in parallelis e f, b h. æque distantes ipsi k c. uisus uero esto b c refractus in h: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiā, quippe quoniam f e, ipsi b h parallelus est. & b n ipsi n h, est æqualis. & connexæ k b, k h, extēdantur, extendatur autem & c b in q. & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo l. Quare & qui sub c b h, maior est eo qui sub h b k hoc est eo qui sub h b k, igitur b c. ipsi k h. non concurrit. Igitur ipse h non spectabitur: propter congressum namque ipsorum b c, k h, spectatur.



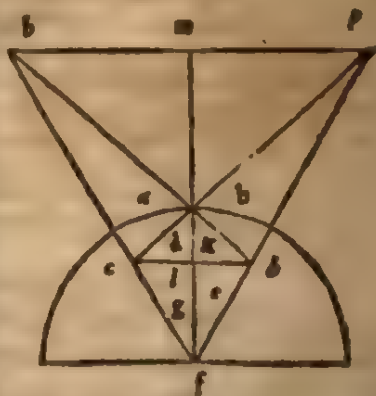
Aliter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b h oculi sint in bifaria. & ad angulos rectos secta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidem est b c. ipsi b f & e h ipsi f h. parallelus igitur est b c. ipsi f h. Igitur b c. uisus non concurrit ei quæ ex cētro in spectatū, hoc est ipsi f h ad partes, h c: quare oculus h non spectatur, spectabitur namque propter ipsorum b c f h, congressum.



Aliter.

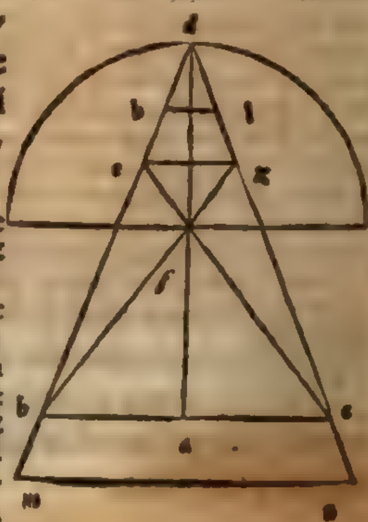
Sunto rursus eadem. In superiori uero ipsius bifariæ sectionis ponantur oculi b c. æque distantes ab ea quæ ex centro hoc est f a Dico iam b c. ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulacrum maius ore & interuallū à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f ad b c. ipsæ f b. f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bifaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autē est k ipsi d: maior igitur est & d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b. c a. extensæ coincidāt in p. Id propterea iam b a. f c concurrunt in h, spectabitur igitur ipsæ quidem c, in h. & b in p & dextra quidem sinistra, & sinistra dextra apparent. Sed maior esto h p ipsa b c. paralleli enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis à speculo distans. maior est enim m a ipsa a l.



Theorema uigesimum nonum.

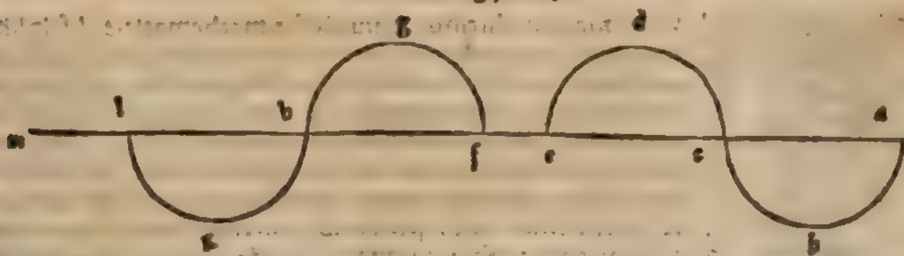
SI uero extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra spectantur, & simulacrum minus spectato, & in eo quod medium inter spectatum & speculum.

Esto, inquam, oculi b c, cētrum autem sit f. ipsius speculi: & ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c. & uisus sit b d. refractus in c & per centrum ipsæ b f k, c f e, & ab ipsis e k. connectatur e k, igitur b in k apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra. & quæ sinistra sunt sinistra spectantur, & simulacrum e k, minus est ipso b c, spectato, parallelus namque est e k ipsi b c, & circa medium speculi. & spectare apparet simulacrum. Deducto autem spectato, & eo minus apparet simulacrum



erum sepositum ab ipso b c, positum. similiter igitur ab ipso m in f. centrum connexa & extensa superius cadit in k sicut l. quæ uero ab n in f superius in e, usque h. igitur m n spectatur sicut h l & minus est h l, ipso e k & speculo propinquius.

Theorema trigesimum.



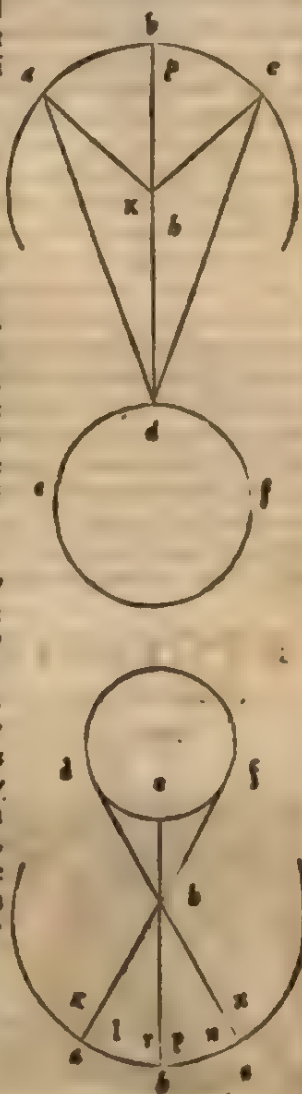
Speculum construere est possibile, ut in ipso spectentur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lõgius, & aliæ dexteræ, & aliæ sinistræ.

Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri possunt conuexa specula sicut a b c, h k l. Caua autem qualia sunt c d e, f g h. plana porro qualia sunt e f. l m. posita uero facie sicut g spectantur à planis æqualia simulacra æque distantia, à conuexis uero minora & minus distãtia, à cauis porro omnino sicut manifestum est.

Theorema trigesimum primum.

Ex cauis speculis ad solem positis ignis accenditur.

Esto cauum speculum a b c, sol autem sit e f, centrum autem speculi sit h. & à quodam signo d cõnexa quidem in h centrum d h, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k. refringetur autem super h cẽtrũ. Angulus enim qui ad p, circunferẽtiam minor est eo qui ad circunferentiã sub b c d, & sit a b circunferentia æqualis ipsi b c, & ab ipso d alia acta cadat d a, manifestum igitur quod refracta a d acta cadit in k. quippe quoniam circũferentia a b æqualis est ipsi b c, similiter autem ostendetur quod omnes ab ipso d incidentes in speculum & æquos suscipiẽtes in idẽ coincidunt ipsi b k super ipso h.



Aliter.

Esto rursus cauum speculum a b c, sol autem sit d e f & à signo quoddam e per h centrum sit e h b & a b d f, sint d h c, f h a. igitur demonstraui quidem quod quæ ex e actæ concurrunt in se ipsas per p r, angulos æquos existentes, diametri enim sunt. Quæ uero ab f in h a, per k l angulos. Quæ uero a b d in h c, quoniam n x anguli sunt æquales. quod autem omnes in se ipsas refringuntur. manifestum. ex centro namq; existentes semicirculos faciunt. qui uero in semicirculis anguli sunt æqualis per 17 tertij elemẽtorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, in se ipsos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus signis in eas quæ per centrum & in centro agũtur. hijs igitur actis. calefactiq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi stupa apposita accendetur.

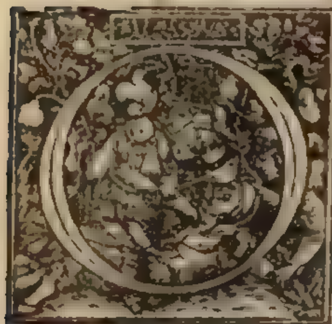
Catoptrices hoc est de imaginibus quæ in speculis opusculi Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici, FINIS. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS
Ioanni Zambetto Veneto fratri humaniſſimo ſalutem perpetuam.



VVM me iam pluribus ànnis hiſce mathematicis diſciplinis mirum in modum delectari tibi exploratiſſimum eſſet Ioannes frater chariſſime, cumq́ ſæpius, me quaſi ad pugnam prouocans aliqua abs te mechanico artificio ſtructa oſtenderes, quæ optices hoc eſt perſpectiuæ ſpeculationibus compacta pluribus lineis ſeſe inuicem diſpeſcētibus, multiplicibusq́ angulis, mirandam ingenij tui ſolertiã altamq́ indaginem preſeferrent, efficere non poteram quin eam theoremata maxime non comprobarem, quandoquidem niteris lineis & angulis efficere ut ea quæ plana ſunt quandoque conuexa, at quandoque ſeſe in intima penetralia extendere, aliquando uero ſolida & tribus dimenſionibus conſtare uideãtur. Cuius quidem diſciplinæ rationem quãdoq; cum apud Socraticum Euclidem in uetuſtiſſimis & tineis ac carie contritis græcis codicibus legerem, quodam ſtupore perfuſus, hominis ingenium arduum & ſublime inde dijudicans, opus illud mira ſolertia ſed maximo ſtudio non legi ſed relegi tranſcripſiq́ pariter, ut tanta doctrina quoque inter noſtros codices ſumma ueneratione ſeruata reperiri poſſet. Quod quidem opuſculum cum quandoque tibi demonſtraſſem, auidiſſime, ut qui hiantibus faucibus ſitibundi fontis frigidam aquam æſtiuis ardoribus ingurgitãt, petijſti, ut illud tibi latinũ efficerem, exiſtimans eſſe aliquid cæteros homines quos diuerſa inutilia oblectamenta iuuant diſciplinis excellere. Quod ſane ut tuis uotis frater chariſſime ſatisfactum eſſet: quaſi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, ſedulo curaui opusq́ ipſum ſublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipſo exquiſitum latinum feci, ut tibi ſatisfaciendo, communi quoque ſtudentium utilitati conſulerem. Quod ſane opuſculum tibi id propterea deſtino, ut tibi neceſſitudinis noſtræ amoriſq́ & beneuolẽtiæ ſit exploratiſſimum pignus, tum quia hiſce ſtudijs & ſpeculationibus delectaris, idque propterea iure quodam tibi id opus deſtinari debet, quandoquidem ea illis ſunt dedenda, qui eorũ peritiam tenẽt. Sub tuo igitur nomine perſpectiua Euclidis in lucẽ ueniet, ex grecorum illis diſciplinarum ingeniorum & doctrinæ mundæ & caſtigatæ plenis ſcrinijs eruta. Cæterum tu frater chariſſime hæc leges, uidebisq́ quantum fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniũ, quanta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine ſtruxerit, ut eorũ nullũ recte ſentientes negare poſſimus, in quibus ſi quid fortaſſe cõperies minus obuium & tibi notum, teſtatim ad elementorum ſpecularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nãq; omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerũ ne me criſpini ſcrinia lippi compilaſſe putes, uerbum nõ amplius addam. Vale. XI.IV.XIX. elemento conciliatæ diuinitatis. Vene. VI. Kalen octobris.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI INSIGNISQVE mathematici incipiunt optica ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



STENDENS ea quæ per uiſum conſolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus eſt, quod omne lumen in rectas lineas protenditur, reique huiuſmodi argumentum uel maximum eſſe ex corporibus umbras eductas, deque foraminibus & aſpectibus lucem delatam. Horum & enim unumquodq́ neutiquam fieret ſicut & nunc factũ ſpectatur, niſi à ſole delati radij in rectas lineas extenderẽtur. Itidem quoque ex ignibus noſtris emiſſam inquit lucem cauſam eſſe, qua corporum adiacentium aliqua illuſtrantur, indeq́ umbræ educuntur, aliquæ quidem ſubiectis æquales corporibus. Aliæ uero maiores. Aliæ porro ſuppo-

suppositis corporibus minores. Aequales quidem emittunt umbras quæcunque lucētibus illustrantibusq́ ignibus sunt æqualia, extremi nãq; radij in hijs in parallelis cõueniunt. sicq; ut umbræ neque cõcurrentes imminuant, neque hijs umbræ crescant. sed sicut se habet offensio corporis, talem quoque umbræ cõmensurationẽ obtineat. Minores uero corporibus umbræ sunt, quando illustrantes ignes maiores fuerint, extremi namque radij in ipsis concurrunt. idq́ propterea umbras imminuunt. Maiores porro corporibus umbræ sunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nãq; radios in his rotundi contingit inumbratamq́ maiorem partem perficere. Id minime fieret nisi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs effectibus deprehendi contingit. Lucerna & enim utcunq; iacente si apposita fuerit portula subtilem habens rimulã ut seræ. proueniat que rimula ex opposito lucernæ. Ipsi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula. inquam, per rimulam lux delata procidat. omnino procidentem lucem in ipsam portulam rectis contẽtam lineis inueniemus. connectentemq́ interuallium medium inter rimulam portulamq́ in eandem rectam lineam existere. Cum igitur manifestum sit quod omne lumen in rectam lineam protẽditur, & omnibus cõstat in recti aspectũ euenire. ab ipso erũpentes radios, eiusdem esse rationis hoc est per rectas protẽdi lineas hosq́ in interuallis, idque propterea ea quæ spectantur. simul tota aspici non posse, præceptionẽ attulit huiusmodi. Acu siquidem siue alio huiusmodi corpusculo sepius in pauimentum delapso aliquibusq́ accuratius inquirentibus, locumq́ ipsum sepius nullo corpusculum quæsitum prohibente tangentibus, deinde rursus uisum proijcientibus ad locum in quo erat corpusculum, acum perspexerunt. Manifestum nempe quod id quod inuentum est, neque etiam locus in quo erat uidebatur. proinde quæsito sub aspectũ exposito, loci partes omnes non spectantur. Si enim uideretur, & quæsitum quoque aspiceretur, non aspicitur autem. Itidem quoque eos qui libris accurate assistunt neque omnes literas in margine existentes intueri posse dixit. Sepius namq; coactos ostẽdere raro descriptas literas, minime ipsas ostendere posse, eo quia ad omnes literas uisus nõ efferuntur, sed per interualla ipsos existere. ac perinde ordine expositarum literarum plures percipi nõ possunt: proinde manifestum est quod neque totus marginis locus aspicitur, itidem quoque in alijs spectaculis euenit, quare quæcunque spectãtur simul tota non spectantur, uidentur tamen aspici ob nimiam uisuum celeritatẽ, nihilq́ relinquentium, hoc est in cõtinuũ delatorũ, minimeq́ salientiũ. Sub uisum namq; cadit spectatæ rei imago. ut inde motus uisus rem uisam percipiat, causasq́ has attulit. In quæsito namq; corpore. & in eo qui accurate libro studet, dubiũ sumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus passio uisiua gignitur, & si ab omni corpore cõtinue imagines profluunt quæ nostros sensus cõmouent, qua de causa fit ut quærẽs acum, itidemq́ librum accurate legens omnes literas non perspicit. Eo quia quandoque intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, sed omnino non inueniunt: sepius autẽ cũ alijs ratiocinantes, intellectuque atrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aspectũ iudicantur, & qui nam causa iudicata permanent, dixerũt, inquã. naturam esse iuxta animalia Eorũm uero quæ sensus habent aliqua ad receptaculũ recta linea sunt constructa, aliqua uero non. auditum & enim & gustum & olfactum conuexa cõstruxit intrinsecus. ut extrinsecus procidentia corpora eisdẽ sensus huiusmodi mouerent, auditui siquidem uox procidens locũ aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit e uestigio transiliat. sed sensum immobilem seruet, ac delatam uocẽ confundat. Similiter quoque & olfactũ. at de gustu aliquid dicere oportet, & maxime quomodo ipsi sensus conuexi & in speluncæ similitudinem sint constructi. ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneãt. & in uisu quoque igitur si extrinsecus eidem ceciderint ipsum corpora mouentia. & non ab ipso in eadẽ aliquid sit emissum. illius constructionem conuexam beneq́ cõpositam ad receptaculum corporũ præcedentium esse oportuit, nunc autem spectatur hoc non sic sese habẽs. sed potius sphæricus uisus apparet, fidemq́ huiusmodi efficiunt in præsentia radij effusi passionemq́ uisiuam mouentes. At de huiusmodi satis dictum uidetur. Cur autem uisui in eodem existenti plano superficies iacentes in rect[illegible] line[illegible] [illegible]areant. hæc asseruit: quippe quoniam in eodem [illegible] existens uisus rei uisæ idem [illegible] neque sublimior, neque humilior eo quia in eodem situs est plano, si igitur neque sublimior, neque humilior est uisus in eodem existente plano circunferẽtia. In partes aliquas sublimiores. & in partes aliquas humiliores radios minime transfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus

æquos per planum delatos radios trãſmittit. Quare hac de cauſa fit ut planum rectas per phantaſiam lineas relinquat, & in plano deſcriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uiſui lineas iacens, inuiſibile ſiquidem eſt eo quia in illud nullus ab uiſu emiſſorum radiorum cadit. at illius finis ſpectatur, quæ linea eſt. inquit enim quod eo quia in uiſu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuiſibile planum efficit. Eadem quoque cauſa aſſeritur de plano in rectas lineas poſito ad oculum, efficit nãq; rectas lineas relinquere phantaſiam, circunferentiarũq; in eodẽ plano ad oculum expoſitarum apparere, ut maior pars appareat quando plures uiſus emittuntur, æqualis uero quando æquales, minor autẽ quando minores. fiunt uiſibus ſicut anguli quidem ad oculum.

Suppoſitio prima.

Supponatur ab oculo uiſus emiſſos in rectas lineas ferri, interuallũq; quoddã ſimul cem efficientes, & ſub uiſibus figuram comprehenſam eſſe conum uerticem habentem ad oculum, baſim uero ad fines rerum uiſarum.

Suppoſitio ſecunda.

Ea uidentur ad quæ uiſus perueniunt.

Suppoſitio tertia.

Ad quæ uiſus non perueniunt, ea non ſpectantur.

Suppoſitio quarta.

Sub maiori angulo ſpectata: maiora apparent.

Suppoſitio quinta.

Sub minori angulo minora uidentur.

Suppoſitio ſexta.

Aequalia uero uidentur quæ æqualibus angulis ſpectantur.

Suppoſitio ſeptima.

Quæ ſub ſublimioribus radijs ſpectantur: ſublimiora apparent.

Suppoſitio octaua.

Quæ uero ſub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppoſitio nona.

Et ſimiliter quæ ſub dexterioribus ſpectantur radijs, dexteriora apparent.

Suppoſitio decima.

Quæ uero ſub ſiniſterioribus radijs ſpectantur: ſiniſteriora uidentur.

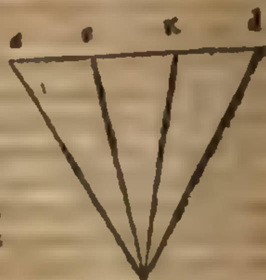
Suppoſitio undecima.

Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur: expeditius uidentur.

Theorema primum.



Orum quæ ſub aſpectum cadunt quicquã ſimul totum aſpici minime poteſt.

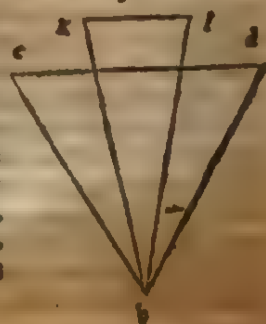


Sit nãq; uiſile quoduis a d. oculus uero ſit b, à quo procidant uiſus b a. b c, b k, b d. igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uiſus non prociderent continui ad a d, quare fient quoque & ad a d. interualla, ad quæ uiſus non ueniunt ea non ſpectantur per 3 ſuppoſitionem: totũ igitur a d. ſimul minime ſpectabitur uidetur autem ſimul ſpectari uiſibus celerrime delatis.

Theorema ſecundum.



Equalibus magnitudinibus interuallo poſitis, propius poſitæ euidentius ſpectantur.



Sit oculus b, quod autẽ ſpectatur ſit c d, & k l oportet, inquã. ipſa æqualia & parallela eſſe. propius uero ſit c d. procidantq; uiſus b c, b d, b k, & b l, non utique dixerimus quod ab ipſo b. oculo ad [illegible] procedentes uiſus ueniant per c d, ſigna. fuerit namq; [illegible] angulus k b l, & b c d. ipſum k l, maius quam ipſum c d. atqui poſitum eſt quod & æquale, igitur ſub pluribus uiſibus ſpectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, quàm k l.

Theorema tertium.



Orum quæ spectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius spectatur.

Sit, inquam, oculus n. spectatũ uero c d, sitq; in aliqua distantia, nõ amplius spectabitur, stat nãq; c d, inter uisuũ interuallũ in quo k igitur ad k nullus ab ipso b uisus procidet. id uero ad quod uisus non addunt nón spectatur. Eorũ igitur quæ spectantur unũquodq; longitudinem distantiæ habet nõ aliquam, qua aduentante, amplius spectatur.

Theorema quartum.



Equalibus interuallis, in eadẽ recta linea existẽtibus, quæ ex pluri distantia spectantur minora apparent.

Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uero sit k, ex quo pcidãt uisus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos subsistat angulos ipsi b f: quoniam igitur in rectãgulo k b f, æquales sunt b c, c d: d f, maior est quidem angulus c angulo g, & g angulo ipso angulo h: maius igitur apparet b c ipso c d & c d, ipso d f.

Theorema quintum.



Equales magnitudines inæqualiter expositæ inæquales apparent, & maior semper ea quæ propius oculum adiacet.

Sit æqualis c d ipsi k l, oculus uero sit b a, quo procidant uisus b c, b k, b l, & b d, igitur, d c, sub maiori spectatur angulo quam ipsa k l: maior igitur apparet c p ipsa k l.

Theorema sextum.



Arallela interuallo in distantia spectata inæqualis latitudinis apparent.

Sit, inquam, b c ipsi d f parallelũ interuallum, oculus uero sit k. Dico quod b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus q sub x k l, maior est eo angulo qui sub p k h, maius igitur apparet ipsum x l ipso p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipsa b d, rectæ lineæ non amplius spectabuntur parallela interualla, sed minora, & inæqualis latitudinis, parallela igitur interuallorum ex distantia si spectentur inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano spectato fuerit oculus sic, esto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipso k ad subiectum planũ perpendicularis k a: ab ipso autem a in f l, ipsa a m, per duodecimam primi elementorum: & extendatur per secundum postulatum in o, procidantque radij k b, k g, k f, k d k n, & k l, & connectantur, per primum postulatum k m, k x, & k o. Quoniam igitur ab ipso k, sublimi in ipsum m annectitur k m, perpendicularis igitur est in ipsam m l, per duodecimam primi elementorum: similiter iam & k x, in ipsa g n, & ipsa k o, in ipsa b d. igitur triãgula k m l, k x n: k o d, rectãgula sunt, & æqualis

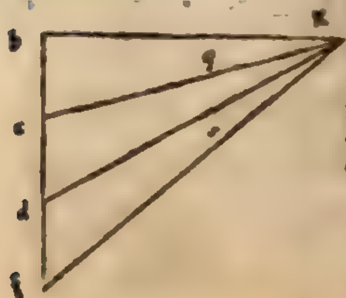
lis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum, in/quam, est ipsum m n, utraque ipsarum x k, k n, maior est utraque ipsarum m k, k l. maior igitur est & angulus qui sub m k l, eo qui sub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet. idque propterea & l f, ipsa b d, inæqualis igitur latitudinis ipsæ magnitudines apparent.

Theorema septimum



IN eadem recta linea æquales magnitudines remotius inuicem positæ inæquales apparent.

Sint æquæ magnitudines b c, & d f oculus uero sit k, & ab ipso k, oculo procidant uisus k b, k c, k d, k f, rectus uero sit angulus qui sub k f b, igitur angulus f angulo q maior est, quare & d f ipsa c b, maior apparet. igitur ipsæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.



Theorema octauum.



AEquales magnitudines inæqualiter expositæ interuallis proportionaliter minime spectantur.

Esto enim b c ipsi d f, æqualis. & ei parallelus apponatur. k oculus, & ab ipso procidant radii, k f c: k h b, k f, & k e d. Quorum k c. ipsi b c. esto ad angulos rectos. Dico iam quod ipsæ b c, & d f magnitudines ipsis c k, & k f, interuallis proportionaliter minime apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f k, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f k h. quare & ipsa h k ipsa k f maior est. centro igitur k, interuallo uero k h, per tertium postulatū circulus descriptus extra ipsam k f cadit, describatur & esto e h g: & quoniam h d k, triangulum maiorem habet rationem ad h k e. sectorem, quàm f h k, triangulum ad g h k, sectorem: uicissim igitur h d k, triangulum ad f h k, triangulum maiorem habet rationē, quàm e h k, sector, ad g h k sectorem. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elemētorum triangulum f d k, triangulum f h k, maiorem habet rationem, quā e g k, sector ad g h k. sectorem. sed sicut f d k. triangulum ad f h k triangulum, sic d f ad f k, sicut autem g e k, sector ad g h k, sectorem, sic qui sub d k f angulus ad eum qui sub h k f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f h. quàm f r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, sic c r, ad k f, & k c, igitur ad k f. in maiori est ratione quam f r angulus ad r angulum, at ex angulo f r, spectatur d f: ex r uero angulo spectatur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minime spectantur.

Theorema nonum.



REctangulæ magnitudines ex interuallo spectatæ circunductæ apparent.

Sit rectangula magnitudo, b c ex interuallo spectata. igitur eorum quæ spectantur unumquodque lōgitudinē habet aliquā interualli, qua aduentante nō amplius spe/

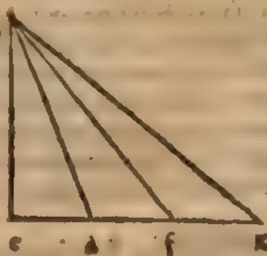


spectatur sicut per 5 theorema apparet, igitur angulus c non spectatur. At signa d f, solum apparent. Similiter etiã & in unoquoque reliquorum angulorũ hoc eueniet, quare totum circũductum apparebit.

Theorema decimum.



Sub oculo positorũ planorum quæ remotiora sublimiora apparent.

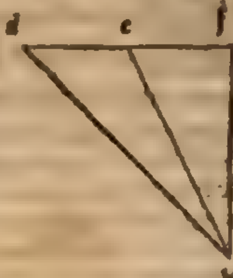


Sit, inquam, oculus b super ipso c k, plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d: b f, & b k. perpendicularis autem esto per 11 undecimi elementorum b k ad subiectum planum. Dico quod c d ipso d f sublimius apparet. Igitur ipso quidem. c d ipso d f, sublimius apparet, & f d ipso f k. quæ uero sub sublimioribus radijs spectantur sublimiora uidentur, sicut per suppositionem septimam perspectiuæ apparet.

Theorema undecimum.



Planorum super oculo positorum quæ remotiora humiliora apparent.



Sit oculus b sub ipso d f plano positus, à quo exeuntes radij procidant ut b c, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipsum d f produ͞ut, planum est ipsa b d, & b c etiam ipso b f humilior est. Sed per b d. & b c, radios spectatur ipsum d c, & per b c & b f. spectatur ipsum c f, ipsum igitur d c humilius ipso c f spectatur.

Theorema duodecimum



Quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ sunt in dextris, in sinistra procedere uidentur, quæ uero in sinistris in dextra.

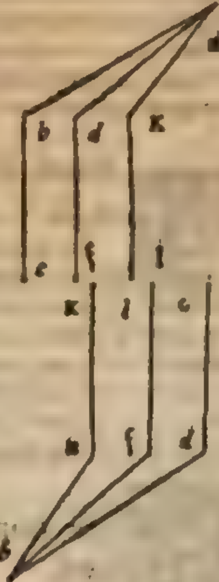


Sint enim spectata b c, d f. oculus uero sit k: à quo procidant uisus k c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipsum d in sinistrã magis quàm g, similiter quoque b dextrorsum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris sinistrorsum & quæ in sinistris dextrorsum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.



Equalium magnitudinum sub oculum positorum quæ longe positæ sunt sublimiores apparent.



Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, k l, sub oculum n positæ & ab ipso n oculo procident radij n b. n d. n k, igitur sublimior est n b, reliquis radijs, quare & b signum. Igitur b c ipsa d f: sublimior apparet & d f ipsa k l: æqualium igitur magnitudinum sub oculum positorum, quæ longe positæ sunt sublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

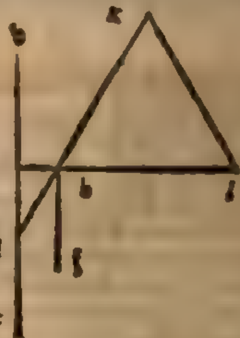


Equalium magnitudinum supra oculum positorum quæ longe positæ sunt humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, super oculũ positæ, qui sit b & ab ipso b oculo procidant radij b n. b f & b d. Igitur humilima est b d, quare & d signum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipsa l f, & l f ipsa k n.

Theorema decimumquintum.

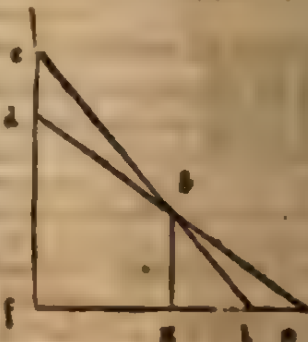

Orum quæ sub oculum posita sunt, quæ sese inuicem excedunt adhærente oculo maiore supra spectatū maius apparet, recedente uero minore minus.



Sit nempe maius b c ipso h f, ponaturq; ut oculus sit k, super ipsa b c, & h f, procidatq; radius per h, sitq; k d. igitur b c ipso h f maius apparet ipso b d, æquum enim apparebat h f ipsi d c, quoniam iam sub eodem oculo k & radio k d aspicie batur. Rursus iam permutetur oculus k, sitq; oculus in l & p h, procidat radius l n, igitur rursus b c ipso h f maius appa ret ipso b n minore, igitur ipsum b c. ipsum h f. uidetur exce dere abeunte oculoque adhærente.

Theorema decimumsextum

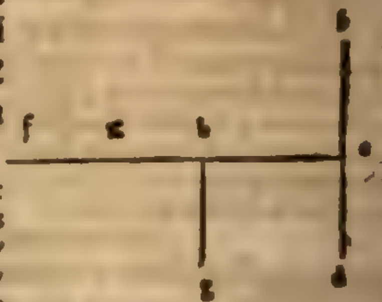

Væ sese inuicem excedunt inferius ocu lo posito, adhærente oculo minore mi nus super spectatum apparet, receden te uero maius maiore.



Esto, inquam, maius b f ipso h k, & oculo l inferius posito cadat radius l c. per h. igitur b f ipso h k maius apparet ipso c b. Immutetur iam l oculus sitq; oculus n cadatq; ra dius n d, per h igitur rursus b f ipso h k maius ipso b d ap paret. Adhærente igitur oculo minore maius. & receden te maiore ipsum b f. ipsum h k uidetur excedere.

Theorema decimumseptimum.

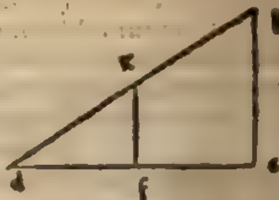

Væcunque sese inuicem excedunt, oculo posito in recta linea minori magnitudine existente, adhærēte & recedente oculi æquali semper superius specta tum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipsum h g ipso b c & connexa c h per 1 postulatum extēdatur, sitq; oculus in f. igitur ab ipso f radius procidens per f c, annectetur. Rur sus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipso k oculo radius procidens per k c annectetur, eo dem igitur excedet b d. ipsum h g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimumoctauum.


Atam altitudinem cognoscere quan ta sit.

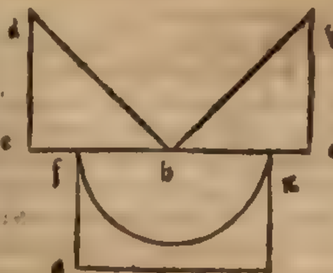


Sit, inquam, quā oportet cognoscere, quan ta sit data altitudo b c, cadatq; radius solis ab ipso b ut b d. igitur umbra erit ut c d, cape magnitudi nem quampiam notam sitque k f annectásque per trigesi mamprimam primi elemētorum sub angulo d. parallelū b c. igitur est sicut d c ad c b, sic d f, ad f k. & nota est ratio ipsius d f, ad ipsam f k. nota igitur est ipsius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non est ipsa igitur c b altitudo nota est.

Theorema decimumnonum


Ole non apparente datam altitudinem quanta sit cogno scere.

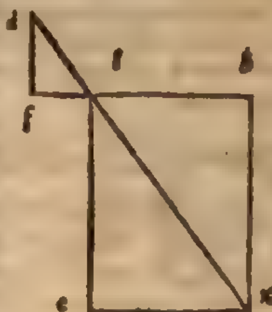
Sit quam cognoscere conuenit quāta sit data altitudo b c, exponaturque speculum k a, oculus uero sit d & ab ipso procidat radius d h, refringaturq; ut h b, finiens. & ab ipso d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h sunt æquales adinuicem, hoc enim ostensum est per primum theorema speculariæ, sed angulus ad c, eo qui ad f, est æqualis per 4 postulatum, rectus enim est eorum uterque. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d est æqualis. Quare triangulum b c h. ipsi d h f, triangulo simile est per primam diffinitionem 6 elementorum. Est igitur sicut h c ad c b sic h f ad f d. Ipsius autem f h, ad f d ratio nota est, & ipsius igitur h c ad c b, ratio nota est: at nota est c h nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigesimum

DAtam profunditatem quanta sit cognoscere.

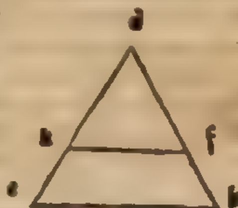
Esto, inquam, profunditas quam oportet quāta sit cognoscere b k, ponaturque oculus d, procidatq; radius d l k in deiectum, exciteturq; per 11 primi elementorum ab ipso d ad ipsam b k ipsa d f, quoniam parallelus est b k ipsi d f. proceditq; d k, angulos igitur per uigesimamnonam primi elementorum b k l, & l d f. inuicem efficit æquales: sunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales per decimamquintam primi elemētorum. reliquus igitur angulus reliquo angulo est æqualis, æquiangulum igitur est b k l triangulum ipsi l d f, triangulo, est igitur sicut l f, ad f d, sic l b ad b k. Data autem est ratio ipsius l f ad f d. Data igitur est ratio & ipsius l b ad b k. Data autē est l b. Data quoque est ipsa b k.



Theorema uigesimumprimum.

DAtam longitudinem quanta sit cognoscere.

Esto enim quam quāta sit cognoscere oportet data longitudo b c ponatur oculus d à quo procidant radij d b. d c, & ab ipso f. excitetur per trigesimamprimam primi elementorum ad ipsam b c. ipsa f k igitur est sicut f k, ad k d, sic b c ad c d nota autem est ratio ipsius f k ad k d: nota igitur & ipsius b c ad c d ratio, & nota est c d. nota igitur est & c b.



Theorema uigesimumsecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus apparebit.

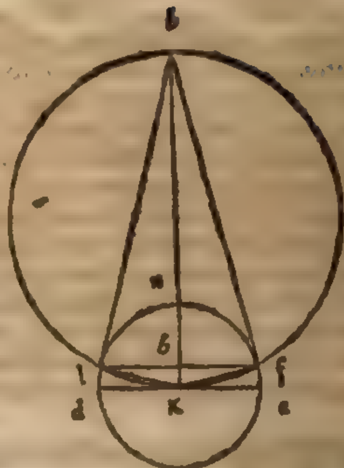
Esto, inquam. ambitus b c, oculus uero sit d. In eodem existens plano ipsi b c à quo procidant radij d b. d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum sub prospectum cadunt nihil simul spectatur nequaquam apparebit f b. ambitus ipsa igitur f b. signa in rectam esse lineam uidebuntur, similiter quoque & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigesimumtertium.

SPhæra utcunque inspecta ab uno oculo minus semper hemisphærio cernetur, ipsum uero spectatum sub sphæræ circulo comprehensum apparet.

Sit enim sphæra cuius cẽtrum sit k, oculus autem sit b, & connectatur per primum postulatum b k, & per 11 primi ele. ei ad angulos excitetur rectos per k ipsa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquã, in sphæra circulum, efficiat iam ipsum c d l n f. circum uero k b dimetientem circulus describatur, & per primũ postulatũ connectantur k f. f b, b l. l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum anguli qui sub k f b. b l k; recti sunt. quoniam in semicirculis sunt. & ex centro k f & k l in uno signo tangunt b l, b f, ipsam sphæram. Igitur ab ipso b oculo procidẽtes radij in ipsas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterque qui ad h sunt angulorum rectus est eo quia c d, ipsi f l, parallelus est, & f b, ipsi h b, est æqualis per tertiam tertij elementorũ, si iã manẽte ipsa h b ipsum h f b, triangulum circũducatur in idem rursus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno signo sphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elemẽtorum. hoc est in f, & circulus erit descriptus per f l signa, quare sub circulo id sphæræ quod spectatur contentũ, uidetur & minus hemisphærio: ipsum namque f n l: minus est hæmisphærio. Quare & ab oculo spectatum minus est hemisphærio.

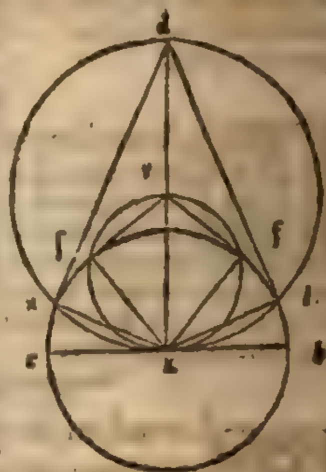


Theorema uigesimumquartum.



Culo ad sphæram propius accedẽte, spectatum minus est, putatur autem maius uideri.

Esto enim sphæra cuius centrum sit k. & ab oculo d in centrum connectatur d k. & per k, per undecimã primi elemẽtorum excitetur, b c, circũ uero d k circulus describatur, per 3 postulatum, & per secundum postulatum connectãtur d n, n k. d l. l k, igitur recti sunt qui ad l n, anguli: quoniam in semicirculus sunt per 31 tertij elementorum. In unũ igitur contactum tangunt ipsæ d l, d n, ipsam sphærã per correlarium 16 tertij elementorum. Ipsi igitur ab ipso d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rursus remoueatur oculus & sit in r & circum ipsum r, per 3 postulatũ circulus describatur, & per secundum postulatum connectãtur r f, f k. r s, s k, igitur ipso r f. r s, in uno signo ipsam tangunt sphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipso r oculo procidentes radij ut r f. r s cadunt. Quare sub angulo r ipsum f s, & sub angulo d ipsum n f s l, spectatur. sed f n s l, ipso f s, maius est, apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior est: eo qui ad d est angulo p 10 tertij elementorum, quæ uero sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionem optices maiora uidẽtur, maius ergo apparet f s, ipso n f s l, est autem minus.

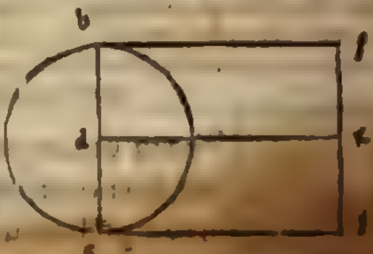


Theorema uigesimumquintum.



Phæra binis spectata oculis, si dimetiens sphæræ æquus fuerit rectæ lineæ distãti ab oculis, ipsius hemisphærium spectabitur.

Sit sphæra cuius dimetiens sit b c. & ab ipso b c per 11 primi elemento. excitentur ad angulos rectos b f, c l & ab ipso f ad ipsam b c, per 31 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f. alter uero in l. ab ipso uero centro d per 31 primi elementorum ad ipsam b f parallelo d k, igitur si manẽte d k ipsum b k parallelogrammum circumagatur in idem rursus

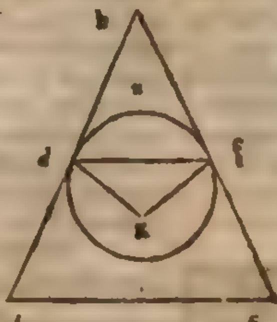


sus unde cœpit agi consistet,& circunscripta ab ipsa b d,figura circulus erit,qui per centrum erit ipsius sphæræ. Quare hemisphærium tantum ipsius sphæræ spectabitur sub f l oculis.

Theorema uigesimumsextum.



Vm oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit hemisphærio, maius id quod ipsius sphæræ spectabitur apparebit.

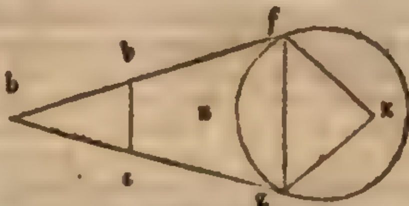


Esto enim sphæra cuius centrum sit k, oculorum uero interuallum maius esto ipsius sphæræ diametro,& per k & b c,extendatur planum efficiatque in sphæra circulum d f n. procidantque radij b d,c f,in uno signo tangentes.igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipsius sphæræ diametro maior est.congrediantur iam in h signum. igitur quoniam ab ipso signo h ipsæ h f,h d. per unum signum tangentes cadunt.minor est ipse f n d,ambitus semicirculo per uigesimumtertium theorema,anguli enim h f k,h d k,sunt rectæ. Ipsius uero sphæræ reliquum sphæræ hemisphærio maius spectatur sub b d c f.

Theorema uigesimumseptimum.



I oculorum interuallũ minus fuerit sphæræ diametro,id sphæræ quod spectatur hemisphærio minus spectabitur.

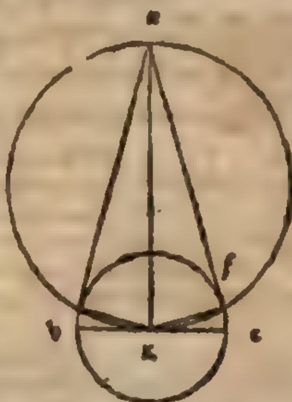


Esto, inquam,sphæra cuius centrum sit k oculorum interuallum sit b c minus existens ipsius sphæræ diametro: & per k, & b c, extendatur planum efficiatque in sphæra circulum f g n,excitentur autem per decimamseptimam tertij elementorum ab ipsis b c oculis in uno signo tãgentes b f,& c g,quæ in h inuicem congrediãtur. Quoniam b c, & ipsius sphæræ diameter sunt inæquales.igitur ab ipso h signo procidentes in ipsam sphæram minorem hemisphærio ambitum capient,per uigesimumtertiũ theorema. igitur ambitus f g n, hemisphærio minor est. Quare sub b c oculis spectatum, hemisphærio minus erit.

Theorema uigesimumoctauum



Ylindro utcunque inspecto ab oculo uno, minus hemicylindro spectabitur.



Esto namque cylindri circa basim circuli centrum k, ab ipso n,oculo excitetur ad k ipsa n k.per primum postulatum,& per k:per secundam primi elementorum excitetur b c,& circum k n. describatur circulus, connectanturque n f,f k,n d,d k. Igitur qui ad f d,recti sunt. In uno igitur signo f n,n d,tangunt per correlarium decimãsextamtertij elementorum. ipsi igitur ab ipso n oculo educti radij per n f,n d procidunt. quare ipsi ambitus f l d,tantũ spectabitur:sed f l d,minor est ipso c l b, semicirculo. Igitur f l d,semicirculo minor uidebitur,hoc est cylindrus. Similiter enim basi per omnem superficiem cylindri demõstrabimus.quare totius cylindri dimidio minus spectabitur

Theorema uigesimumnonum



Culo propius ad cylindrum posito, minus quidem erit assumptum cylindri sub ipsis aspectibus, uidebitur autem maius aspici.

Esto enim cylindri circa basim circuli centrum κ.& ab ipso k oculo in κ centrum per 1 postulatum connectatur b κ,& per κ, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d,& circum k b circulus describatur,per 3 postulatũ & cõnectantur b n. n k.b l,l k:iam per ea quæ prædicta sunt l f n,minus est semicirculo,& similiter basi cylindri minus est,& dimidium spectabitur. Sed propius excitetur oculus,sitq́ q & circũ f k, per 3 postulatũ circulus describatur cõnectãturq́ q r, r k,k s,& s q.Igitur qui ab ipso q radij pcidẽtes per q r.& q s, cadunt. q uero ab ipso b scatẽt,cadũt per b l.b n,maior igitur ambitus n f l,ambitu r s,uidetur aut minor r f s,ipso n f l,maior enim est angulus.q angulo b, per 10 tertij elementorum.quare cylindri minor pars spectabitur. uidetur autem maior aspici.

Theorema trigesimum

COno circulum basim habente sub uno oculo perspecto, minus hemiconio spectabitur.

Esto enim coni basis circulus cuius centrum sit k, & ab ipso b oculo excitetur in centrum per primum postulatum b k,& per κ.per 11 primi elementorum , ad angulos rectos ipsi k b excitetur n l,circum uero κ b,per 3 postulatum describatur circulus.Connectanturq́ per 1 postulatum b f,f k,b d,d k. Igitur anguli qui ad f d,recti sunt per 31 tertij elemẽtorum.Igitur ipsæ b d,b f in uno signo tangunt per correlarium 6 tertij elementorum.& radij qui ex b per b d.b f,procidunt,igitur ambitus f r d. perspectus minor existens ipso n r l. At n r l, semicirculus est. Igitur ambitus f r d semicirculo minor est. Quare & coni quod spectatur minus est hemiconio: similiter enim & in reliquorum circulorum ipsius coni superficie ostendemus.

Theorema trigesimumprimum.

OCulo propius posito in eodem plano minor,inquam.erit uisibus assumpta pars at maior perspicij uidebitur.

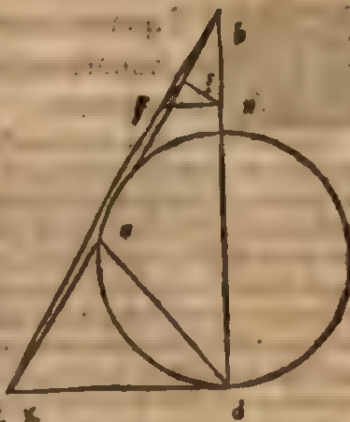
Esto coni basis circulus cuius centrum sit k.oculus uero sit a & ab ipso a per primum postulatum in κ connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per κ ipsa h b. Describaturq́ per tertium postulatum circum a κ circulus.& per primum postulatum connectantur a f,f k.ad d k,permuteturque oculus a in n. & circum k n, per tertium postulatum circulus describatur,connectanturque n r, r k,n s,s k. Igitur qui ex a oculo radij scatent,per a d,a f.cadunt.Quare ambitus f q d apparet.Idque propterea & qui ab ipso n,oculo radij scatent per n r,n s cadunt, spectabitur igitur ambitus r q s. Sed maior f q d ipso r q s. At minor apparet. maior enim est angulus n eo qui ad a est angulo.

Theorema trigesimumsecundum

COno circulum basim habente, si à contactibus qui ab oculo in coni basim procidẽtibus radijs rectæ lineæ deducãtur per superficiẽ

coni ad uerticem eius perq; deductas, & eis quæ ab oculo in basim coni procidentibus plana educta fuerint, in communique planorum sectione oculus positus fuerit, id quod spectatur coni, omnifariam æquum spectabitur uisu in plano proposito existenti.

Sit conus cuius basis quidē sit circulus c d, uertex autem sit b signum. oculus uero sit K à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipsis d c, signis in uerticem coni d b. & c b, & per c b. & c K, quidem planum extendatur quod est ipsorum d b. d K. Similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipsi plani ueniunt in congressum. nam ipsæ c d b. concurrunt. & c K, d k. cōcurrunt, ueniant in congressum igitur ipsa plana. & sit eorū communis sectio b K. Dico quod ubi in b k. positus fuerit oculus, quo spectatur coni. æquū est, ponatur in b k oculus sitq; f, exciteturq; per 31 primi ele. per f ad ipsam quidē K d. ipsa f n, ad ipsam autem c k ipsa f l, igitur ipsæ f n, f l. coni superficiem in signis f l, tangunt. In ipsa enim coni super æquidistantium circulorum segmenta sunt similia. igitur in ipsa b d c. coni superficie interualla spectata æqualia apparent. Quoniam æqualis est quem ipsæ f l, l n cōprehēdunt angulus ei qui sub K c. c d, cōprehēditur angulo, æquum apparuerit igitur, l n, interuallum ipsi d c interuallo. Quare quando oculus in K b, recta linea positus fuerit, æquū semper spectatum apparet.

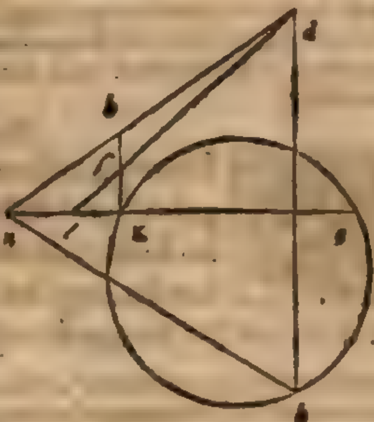


Theorema trigesimumtertium.



Equaliter autem semper oculo à cono distante, sublimius quidem oculo posito minus apparet coni spectatum, humilius uero maius.

Esto coni uertex quidem ad d signum, basis autē circulus, exciteturque per 11 primi elementorum k h. ipsi b d, ponaturque oculus in h. Dico iam quod id quod spectatur coni oculo posito in h minus spectabitur quàm in f. Connectātur, inquam, per primum postulatum ab ipso d signo in h f signa ipsæ h d, d f, & per secundum postulatum extendantur in n l. igitur in n & l. signo posito oculo spectata coni æqualia apparebunt, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l. æquū uero id quod ad n, ei quod ad h. Id autem quod ad l ei quod ad f, sicut in præcedēti patuit: oculo igitur in h, signo existente spectatū coni minus apparet quàm in f signo.

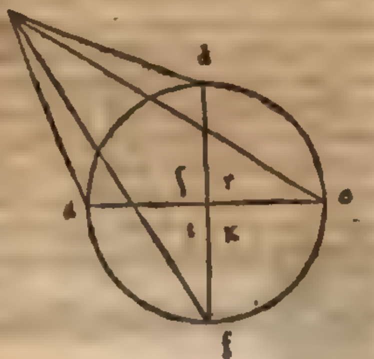


Theorema trigesimumquartum.



N circulo si à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipsius circuli plano, & in ipsa apponatur oculus circuli dimetientes æquales apparent.

Esto enim circulus cuius centrum sit k, & ab ipso k. per 11 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipsi plano circuli ipsa k b, oculus uero sit in b: exciteturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipsum a c ipsi d f, æqualem apparere cōnectantur enim ipsæ b a. b f. b c, b d. per primum postulatum. igitur binæ b k, k f, binis b k. k c, sunt altera alteri



teri æquales, est autem & angulus r angulo f æqualis, æqualis igitur est per 4 primi elementorũ basis b f. basi b c. Idq; propterea iam & b d ipsi b a est æqualis, binæ iam d b, b f. binis c b, b a, sunt æquales, est autẽ & d f ipsi c a, æqualis: angulus igitur qui sub d b f. angulo qui sub c b a, est æqualis. Sed ea quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent: æqualis igitur per suppositionem 6 c a, ipsi d f apparet.

Theorema trigesimumquintum

ET si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano, æqualis autem fuerit ei quæ ex centro, dimetientes ipsi æquales apparent.

Sit circulus cuius centrum k, & ab ipso k, excitetur non ad angulos rectos ipsi plano ipsa k b, æqualis autem esto ei quæ ex centro circuli. & per primũ postulatum cõnectantur ab ipso b signo eæ, quæ prius: quoniã igitur ipsæ d k, k b, k f, inuicem sunt æquales, rectus est angulus contentus sub f b d. Idque propterea iam & qui sub a b c, angulus rectus est. æquales igitur sunt ipsi adinuicem per 4 postulatum. Sed quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent per suppositionem 6: æqualis igitur apparet d f ipsi a c. Sed iam a f, neque sit æqualis ei quæ ex centro, neq; sit ad angulos rectos ipsi circuli plano, æquales uero efficiat angulos sub d a f, f a c, & e a f & f a b. Dico quod & sic dimetiẽtes ipsi æquales apparent. Quoniam enim æqualis est d a, ipsi a c, per 15 diffinitionem primi: ele. communis autem a f, & æquos comprehẽdunt angulos. Basis igitur d f, per 4 primi elemẽ. basi c f, est æqualis, & angulus d f a angulo a f c, est æqualis. similiter iam ostẽdemus quod & angulus e f a, angulo a f b est æqualis. totus angulus igitur qui sub d f b, toti angulo sub e f c, est æqualis: quare per suppositionem 6 perspectiuæ ipsæ diametri æquales apparebunt.

Theorema trigesimumsextum.

SI uero quæ ab oculo ad centrum procidẽs circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipsius circulo plano, neque etiã eiq; ex centro fuerit æqualis, neq; æquos cum hijs quæ ex centro comprehendet angulos, sed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit, diametri ipsę inæquales apparebunt.

Sit enim circulus cuius cẽtrum sit a, & ab ipso b oculo in cẽtrum circuli excitetur recta linea b a. sit autem neque ad angulos rectos ipsi plano, neque ei quæ ex circuli cẽtro æqualis, neque etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos. Dico quod ipsæ diametri circuli inæquales apparebunt, excitetur. inquam, c f. dimetiens ad angulos subsistens rectos ipsi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipsi a b, & per primum postulatum connectantur b c, b d, b f. & b k. Sit. inquam, prius b a ipsa a k maior: igitur maior est angulus comprehensus sub c b f, eo qui comprehẽsus est sub k b d, sicut in theorematibus ostensum est. Quæ uero sub maiori angulo spectãtur maiora apparẽt. Igitur c f ipsa d k maior apparet.

Theorema trigesimumseptimum.

SI autem b a, ipsa a k, minor fuerit, maior apparet d k ipsa c f.

Esto circulus cuius centrum sit a, oculus uero sit b, à quo in circulum perpēdicularis acta nō cadat in a, sed exterius, sitq; b c, connectaturq; per primum postulatū ex c in a, ipsi c a, insuper ab a in b, ipsa a b per idem postulatū. Dico quod omnium per a actarū rectarum linearū, ad ipsamq; b a angulos efficientium minimus est qui sub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipso c per xi. xi. ele. in d e perpendicularis agatur ipsi plano c f, cōnectaturq; b f, per primum postulatum: igitur ipsa b f, super d e perpēdicularis est. Quoniam igitur angulus c f a rectus est, qui sub a c f, igitur minor est recto, maius igitur est per 18 primi element. latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipsam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, sed angulus a c b, & qui sub b f a recti sunt, & c a, & a f, sunt inæquales, & reliquus igitur qui sub f a b, eo qui sub c a b maior est, similiter autem ostendetur q; & omnium per a, actarū rectarū linearū ad ipsam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus est qui sub c a b.

Theorema trigesimumoctauum.

Sed q; f b ipsi d e ad angulos rectos existat sic ostendemus. Quoniā b c, ipsi circuli plano ad angulos est rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipsi circuli plano per 3 diffinitionem 11 element. ad angulos rectos existunt. Vnum autem eorum quæ per b c, extendūtur planorū est ipsum b c f, triangulum. Igitur triāgulum b c f, ipsius circuli plano ad angulos rectos existit. Quoniā igitur bina plana, hoc est & id quod ipsius e d, circuli, & id quod ipsius b c f, triāguli adinuicem sese dispescunt, & ipsi e f, quæ ipsorum cōmunis est sectio ad angulos rectos est ipsa f d, in ipsius circuli plano: perpēdicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipsius b c f, trianguli plano ad angulos rectos est. Quare per 3 diffinitionē 11 elementorū, ad omnes ipsum tangentes rectas lineas, & in ipso trianguli c f b, plano existentes ad angulos rectos subsistit. Igitur d f, ipsi b f, ad angulos rectos est.

Theorema trigesimumnonum.

Rursus igitur b f ipsi e f d, dimetienti ad angulos rectos est. Esto bina triangula b c a, & b f a, rectos habētia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationē quàm ad c a. Dico q; angulus f a b, eo qui sub c a b, est angulo maior est. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationem quàm ad c a: & rursus igitur f a ad a b, minorē habet rationem quam c a, ad a b, quare c a, ad a b, maiorem habet rationē quàm f a, ad a b. Fiat igitur sicut c a, ad a b, sic f a, ad minorem ipsa a b, hoc est ad ipsam a d, æquiangula igitur sunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, est æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior est. Esto circulus a b c d, excitēturq; binæ diametri a b, c d, sese inuicē ad angulos rectos dispescentes, oculus uero esto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidē rectos esto ipsi c d, ad ipsam autem a b, contingentē angulum comprehendat, estoq; e f, utraq; ipsarū quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq; ipsarū a b & e f, ad angulos est rectos & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos subsistunt. Excitetur perpdicularis igitur ab ipso e, signo ad subiectum planum per 11 undecimi elemen. In cōmunem igitur planorum sectionem a b cadit. Cadat igitur & sit e k, extendaturq; dimetiens g h, ponaturq; ipsi dimetienti circuli æqualis l m, seceturq; per 10 primi elementorū, bifariam in n, & ab ipso n, ipsi l m, per 11 eiusdem excitetur ad angulos rectos in sublimi recta linea n x, sitq; ipsa n x, ipsi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, descriptum, transiensq; per 10 semicirculo maius erit. Quoniam n x, maior est utraq; ipsarum l n, n m, sit ipsum l x m. Cōnectanturq; ipsæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehensus sub l x m, ei est æquus qui ad e, signum, cōprehenso sub continētibus ipsum

Y e, & c d,

e,& c d,signa. Insuper ponatur ei qui sub e f,& f g,æquus qui sub l n,n o,auferaturq; ipsa e f,æqualis ipsi n o,cōnectanturq; ipsæ l o,m o, describaturq; circum l o m,triangulū segmentū circuli cōprehēsum sub l o,o m,hoc est ipsum l o m. Erit iam qui ad o,signū angulus cōprehensus sub l o m æquus ei qui sub g e h. Insuper ponatur ei qui sub e f g, æqualis qui sub l p n,auferaturq; e f,æqualis ipsi n p,connectanturq; ipsæ l p, p m, describaturq; circum ipsum triangulum segmentū circuli,erit iam angulus qui ad p,signum angulo comprehenso sub a e,& e b,æqualis. Quoniam igitur angulus x,angulo o,maior est, sed angulus x,āgulo s, est æqualis,& qui ad s,per 21 primi elemēt. maior est eo qui ad o,extra enim triangulū est l s o,& qui ad x igitur eo qui ad o maior est,& qui ad x,ei est æqualis qui sub c e d,& qui ad o,ei qui sub g e h,igitur per 4 suppositionē perspectiuæ c d,ipsa g h,maior apparebit. Rursus angulus s, angulo g e h,est æqualis,& qui ad p,ei qui sub a e b: maior autem est angulus o,angulo p,maior igitur apparebit per suppositionem 4 perspectiuæ g h,ipsa a b recta linea.

Theorema quadragesimum.



On sit autem maior quæ ab oculo in centrū annexa est ea quæ ex centro,sed minor,erit iam circa diametros contrariū: nam ipsorū dimetientiū maior,minor,& minor,maior,apparebit.

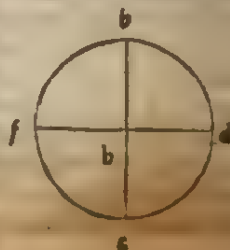
Esto circulus a b c d,extendanturq; bini dimetientes a b, c d,sese inuicē ad rectos angulos secantes, altera uero quæpiam extendatur n h,oculus uero sit e, à quo in centrum f, connexa esto e f, minor existens utraq; earum quæ ex centro,ad angulos uero rectos esto e f,ipsi c d,ponaturq; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. secetur bifariam in n, exciteturq; per 11 eiusdem ad angulos rectos ipsi l m,ipsa n x. Describaturq; circum l x m,segmentum circuli,sitq; l x m. Erit iam minus semicirculo, quoniā n x,minor est ea quæ ex centro,esto,inquam,l x m,cōnectanturq; per primum postulatū ipsæ x l,x m, igitur angulus qui ad x,comprehensus sub l x,x m, æquus est ei qui ad e,comprehenso sub c e,& e d. Insuper ponatur ei qui sub e f,f g,æqualis qui sub l n,l o,angulus,auferaturq; e f,ipsi n o,æqualis,connectanturq; l o,m o. Describaturq; circa l o m,triangulum segmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o,signum comprehensus sub l o,o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e,comprehenso sub h e n. Insuper ponatur ei qui sub a f,f e,æquus qui sub l p,p n,auferaturq; n p,ipsi e f,æqualis connectanturq; l p,p m,describaturq; circum l p m,triāgulum segmentum circuli,sitq; l p m,erit iam angulus qui ad p, signum comprehensus sub l p, p m, æqualis ei qui ad e,angulo comprehenso sub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor est, æqualis autem est angulus qui ad o, ei qui ad e, comprehenso sub h e,e n, & qui ad x, ei qui ad e, comprehenso sub c e d, minor igitur apparebit c d, ipsa n h. Rursus quoniam angulus qui ad e, comprehensus sub h e n,minor est eo qui comprehēsus est sub l e b, minor igitur per suppositionem 5 speculariæ apparebit & n h, ipsa a b.

Theorema quadragesimumprimum.



Vruū rotæ quandoq; circulares,& quādoq; contractæ apparēt.

Esto enim rota cuius dimetientes sint d f,& b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrū agitur,ad angulos fuerit rectos,ipsi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro,æquales diametri apparēt,sicut in præcedenti theoremate ostensum est. Quare rota currus hijs existentibus circulares apparet,producto uero curru & eo qui ab oculo in centrum actus est,ad rectos angulos non subsistente radio ipsius rotæ plano, neque æquali ei quæ ex ipsius centro, dimetientes inæquales apparēt, quod similiter in præcedenti ostensum est,quare rota contracta apparebit.



Theorema

Theorema quadragesimumsecundum.

SI magnitudo quæpiam sublimis ad subiectum planum ad angulos rectos extiterit, positusq; fuerit oculus in aliquo signo ipsius plani, & permutatum fuerit uisile in circuli circunferentia, uisile semper æqualiter spectabitur.

Esto, inquam, spectata aliqua magnitudo a b, sublimior plano, oculus autem esto c. connectaturq; b c, & centro c. spacio uero c b, per 3 postulatum circulus describatur b d. Dico quod si in circuli circunferentia permutabitur ipsa a b. ab ipso c, oculo æqualiter spectabitur. Quoniam enim a b, recta est & ad ipsam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipsam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per secūdam diffinitionem 11 element. æqualiter igitur uisile spectabitur, similiter quoq; & si à centro c, sublimis excitetur recta linea, & in ipsa positus fuerit oculus in parallelum existens spectatæ magnitudini, commotaq; fuerit magnitudo, spectatum æqualiter semper apparet.

Theorema quadragesimumtertium.

SI uero uisile ad subiectū planum ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia centrum habente signum circum quod conuertitur magnitudo ipsi plano, uisile semper æqualiter apparebit.

Sit, inquam, spectata magnitudo a b. sublimis & ad angulos rectos existens ad subiectum planum, oculus uero sit c, & centro quidem b, spacio uero b c, per 3 postulatum circulus describatur c d. Dico quod si c, permutetur in circuli circunferentia ipsa a b, magnitudo æqualiter semper apparebit, hoc, inquam, est manifestum, omnes enim ab ipso c signo ad a b, cadentes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniā angulus qui ad b rectus est. Aequaliter igitur spectata magnitudo apparebit.

Theorema quadragesimumquartum.

SI autem spectata, à magnitudo ad subiectum planum neutiquā ad angulos rectos fuerit, mutatūq; fuerit uisile in circuli circunferentia, inæqualiter semper spectabitur.

Esto circulus a h, & suscipiatur in ipsius circūferentia signum, sitq; illud d, & cōstituatur non ad rectos angulos ipsi circulo ipsa d f, oculus uero sit e. Dico quod ipsa d f, si in ipsius circuli circūferentia permutabitur quandoq; maior, & quandoq; minor apparebit. Iam ipsa d f, uel est maior ea quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: sit in primis maior, exciteturq; per 31 primi element. per c, centrum ipsi d f, parallelus e c, sitq; æqualis d f, ipsi c e. Exciteturq; per 11 undecimi element. ab ipso c, signum ad subiectū planum perpendicularis c n, & cadat ipsi plano in n, signum, & connexa e n, per 2 postulatum extendatur & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. ipsi c e, parallelus excitetur a b, ipsi d f, æqualis: dico quod a b, omnibus in circuli circūferentia stantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum postulatum c f, e f, b c, & c b: habuimus autē in præterito 16 theoremate quod omnium per e, signum ductarum rectarum linearum, efficientiumq; a d,

 e c, angu-

e c, angulum, minimus est qui sub c e a. Quoniam igitur c e, ipsi a b, parallelus est, sed & æqualis, & ea igitur ipsi e b, æqualis est & parallelus, parallelogrammum igitur est b e, idq; propterea iam & f e, parallelogrammum est. Et quoniam oportet ostendere quod minor apparet a b, ipsa d f, manifestum est quod prius ostendere oportet quod angulus qui sub b e a, minor est angulo qui sub f e d. Quoniã igitur ostensum est quod omnium per e, signum actarum rectarum linearũ ad c e, angulosq; efficientium minimus est qui sub c e a, minor igitur est & ipso c e d, is qui sub c e a. Exponatur circuli semicirculo, æquum segmentum k a l, accipiaturq; illius centrum & sit n, ponaturq; ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub k n m, ei aũt qui sub c e d, æqualis qui sub k n o, ponaturq; ipsi d f, utraq; ipsarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorũ, & per m ipsi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi ele. Connectaturq; per primum postulatum p k, parallelogrammũ igitur est n p, & æquum & simile ipsi b e. Rursus per o ipsi k n, per 31 primi element. excitetur o r, & connectatur r k. Igitur r n, parallelogrammum æquum est & simile ipsi f e. Connectanturq; diagonij r n, p n. Quare angulus qui sub k n p, eo qui sub k n r, minor est. Estq; qui sub k n p, ei æqualis qui sub a e b, & qui sub k n r, ei est æqualis qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b, angulus eo qui sub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam ostendemus quod b a, ipsa f d, minor est ipsa f d, minore existente & æquali ei quæ ex centro. Sed iam esto d e, ei quæ ex centro æqualis, construanturq; omnia eadem quæ super, ponaturq; circuli semicirculo æqualis semicirculus h d l, accipiaturq; illius centrum, & sit n, & quoniam d o, æqualis supponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur est d o, ipsi h n, ponatur, inquam, ei qui sub c e a, angulo, æqualis angulus qui sub h n k, excitetur q; ipsi h n, parallelogrammũ n x, & ipsi h n, auferatur æqualis k x, connectaturq; x h, ei autem qui sub c e d, æqualis ponatur qui sub h n d, & ipsi h n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipsiq; h n, æqualis auferatur d o, connectaturq; o h: parallelogrammũ igitur est utrunq; ipsorũ h d, h k, & sunt æqualia & similia ipsis e f, e b, quare & qui sub m d, angulus ei est æqualis qui sub c e d. & qui sub h n k, est æqualis ei qui sub c e a, minor autem est qui sub c e a, eo qui sub c e d, minor igitur est & qui sub h n k, eo qui sub h n d, connectanturq; diagonij x n, o n, minor igitur est & qui sub h n x, eo qui sub h n o, æqualis autẽ est qui sub h n x, ei qui sub a e b, ipso d e f, minor igitur & qui sub a e b, eo qui sub d e f, minor igitur spectabitur a b, magnitudo, ipsa d f, magnitudine, quod ostẽdere oportebat. Sed iam esto d f, minor ea quæ ex centro circuli, construanturq; eadem quæ supra, ponaturq; circuli semicirculo æqualis semicirculus sitq; h m, accipiaturq; centrum illius sitq; n, auferaturq; ab ipsa h n, ipsi d f æqualis n x, ponaturq; ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub h n k, ei autem qui sub c e d, æqualis qui sub h n l. Sit autem utraq; ipsarum n k, n l, æqualis ipsi d f, excitetur q; per k, ipsi n x, per 31 primi element. æqualis & parallelus k o, connectanturq; o x, & per l, ipsi x n, per eandem parallelus excitetur l p, connectaturq; p x, parallelogrammũ igitur est utrunq; ipsorũ k x, x l, & est quidẽ ipsum k x, ipsi e b, simile & æquale & x l, ipsi e f. Quare & angulus qui sub h n k, æquus est ei qui sub c e a, & qui sub h n l, ei qui sub c e d, maior autem est angulus qui sub c e d eo q sub c e a, maior igitur est angulus qui sub h n l, eo qui sub h n k, connectantur n o, n p. Angulus igitur qui sub x n o, eo qui sub x n p, minor est, æqualis autem est qui sub x n o, ei qui sub a e b, & qui sub x n p, ei qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b, angulus eo qui sub d e f, perspicitur autẽ sub a e b, magnitudo

gnitudo a b, at ſub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur ſpectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat oſtendere.

Theorema quadrageſimumquintum.

EST aliquis locus in quo oculo manente uiſile, quæ permutato, æquum ſemper uiſile apparet.

Sit, inquã, ſpectata magnitudo b c, oculus autẽ ſit f, à quo procidant radij f b, f c, ſuſcipiaturq; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quod b c, magnitudo ꝑmutata in deſcripti circuli circunferentia æqualiter ſemper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq; d f. igitur circũferentia b c, æqua eſt circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elementorũ, æqualis eſt angulus r, angulo ſ, quæ uero ſub æqualibus ſpectantur angulis per 6 ſuppoſitionem optices, æqualia apparent æqualis igitur apparet b c, ipſi c d.

Theorema quadrageſimumſextum conuerſum præcedentis.

EST aliquis locus in quo oculo permutato, uiſile uero manente, æqualiter ſemper uiſile apparet.

Eſto, inquam, quod ſpectatur b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipſius circuli b f c, ſegmento, permuteturq; oculus f. ſitq; in d. procidatq; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo ſ, eſt æqualis: in eodem enim ſunt circuli ſegmeuto, quæ uero ſpectantur ſub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur ſemper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.

Theorema quadrageſimumſeptimum.

EST aliquis locus in quo oculo permutato & uiſile permanente, inæqualiter uiſile apparet.

Sit, inquam, uiſile k d, recta autem linea b c, in ipſam k d, procidens, accipiaturq; per 13 ſexti ele. ipſius d c, & c k, media proportionalis c f, & connectatur f k. & f d. Super autem k d, ſegmentum deſcribatur acutum habens angulum q, tangit autem rectam lineam b c. Quoniam eſt ſicut d c, ad c f, ſic c f, ad c k, ponatur igitur oculus in b, ſigno, protendaturq; d b, b k, connectatur ſ d, igitur angulus q, æqualis eſt per 21 tertij elementorũ, angulo ſ, in eodem nanq; eſt ſegmento, & angulus ſ. angulo b, maior eſt, & angulus q, igitur angulo b, maior eſt, oculo igitur in f, exiſtente, maior apparet k d. q̃ ſi oculus in b poſitus fuerit.

Theorema quadrageſimumoctauum.

IDem continget & ſi parallelus fuerit linea ipſi ſpectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

Eſto enim parallelus b c, ipſi ſpectato d f, ſeceturq; per 10 primi element. d f, bifariam in k, exciteturq; per 11 eiuſdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq; n d, n f, & circum d f, deſcribatur ſegmentum quod ſuſcipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiẽs eſt k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipſi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipſum d n f, ſegmentũ tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq; c f, c d, connectaturq; r f. Igitur angulus q l, ipſi angulo r, eſt æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior eſt: igitur & angulus q l. angulo ſ, maior eſt. At quæ ſub maiori ſpectantur angulo maiora apparent.

Igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n, existente quàm in c, oculo igitur in b e permutato parallelo existenti ipsi d i, spectatum inæquale apparet.

Theorem quadragesimumnonum.


Est aliquis locus in quo æquales magnitudines inæquales apparent.



Sit, nanque æqualis b c ipsi c d, & circum quidē b c, semicirculus describatur b f c, circum uero d, describatur segmentū maius semicirculo. Connectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui in semicirculo per 31 tertij element. maior est eo qui est in maiori segmēto, at quæ sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionē opticæ, maiora apparēt, oculo uero posito in f, maior igitur apparet b c, ipsa c d, erat autem & æqualis: est igitur cōmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

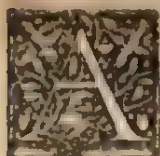
Theorema quinquagesimum conversum præcedentis.


Est aliqs locus cómunis à q̊ inæquales magnitudines æquales apparēt.

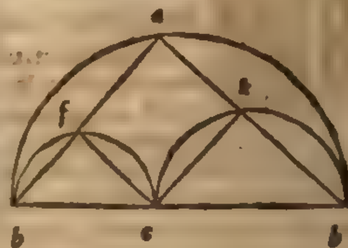


Esto, in quā, maior b c, ipsa c d, & super b c, maius semicirculo segmentum describatur, & super c d, simile ei quod super b c hoc est suscipiēs angulū æqualē ei qui in b f c, cōnectantur autē f b, f c, f d: igitur quoniā per 21 tertij element. in similibus segmētis anguli cōstituti inuicē sunt æquales, æquales quoque sunt & in b f c, c f d, segmētis anguli sibi inuicē. Quæ uero sub æquis spectātur angulis æqualia apparēt, per 6 suppositionē opticæ, oculo igitur posito in f, signo æqualis apparet, b c ipsi c d, est autē maior. Est igitur locus quidam cōmunis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

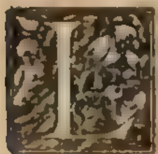
Theorema quinquagesimumprimum.

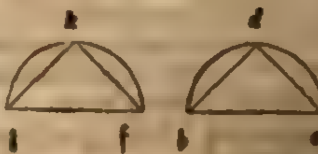

Aliqui sunt loci in qbus binæ magnitudines inæquales in idem compositæ utriusque inæqualium æquales apparent.

Esto nempe maior b c, ipsa c d, & super ipsis b c & c d, semicirculi describātur. superque tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in semicirculo b a d, æqualis est ei q in b k c, uterque enim ipsorū rectus est. Igitur b c ipsi b d, æqualis apparet, itidem quoque & b d ipsi c d, oculis in b a d, b k c, c f d, semicirculis positis. Sunt igitur aliqui loci in qbus binæ inæquales magnitudines in idem cōpositæ æquales utriusque inæqualium apparent.

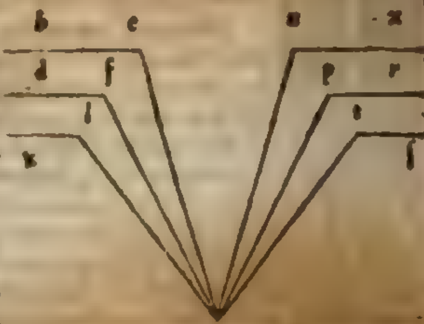


Problema primum *Propositio 52*

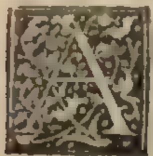

Locos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiū apparet, siue quarta pars, & uniuersaliter in data ratione in qua & angulus secatur.



Sit enim recta linea l f, & super l f describatur segmentū contingēs, & inscribatur in eo angulus k. Ipsi autē l f, æqualis esto b c, & sup b c, describatur segmentū quod suscipiet angulū ipsius k, anguli dimidiū, igitur angulus k, ipsius d, anguli duplus est, dupla igitur apparet l f, ipsius b c, oculis in l k f, & b d c, circunferentijs iacentibus.



Theorema 52 *Propositio 53*

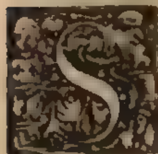

Aequali celeritate delatorū, in eadem que recta linea existentium, propinquū oculo postremum

præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens subsequi, & subsequens præcedere putabitur.

Deferantur æquiceleriter b c.d f.k l,& ab oculo m,procidãt radij m c,m f,& m l,igitur sublimior & dexterior omniũ ab m,oculo radiorũ erumpentiũ est ipse m c. Igitur b c, præcedere putabitur,permutatis autem b c,d f,& k l,in n x,p r,s t,quæ positis procidãt radij m n,m p,& m s,omniũ igitur ab m,oculo radiorũ erũpentiũ dexterior est ipse m s. Sinisterior uero m n,quare & s t præcedere putabitur,subsequi uero n x. Igitur b c præcedens in n x,positũ subsequi & l k, subsequẽs in s t,positũ præcedere putabitur.

Theorema 53 Propositio 54



SI aliquibus delatis,& pluribus celeritate inæquali, cõferatur uero ad eadẽ & oculus,oculo quidẽ æquiceleriter delata stare quæ uero tardius in contrariũ ferri,quæ autẽ celerius,præcedere existimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uero feratur b, sed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipso c,ab oculo uero k, procidant radij k b.k c,k d,igitur oculo ipsos b c d,insequẽte. Semper c per c delatum stare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipso c uidebitur præcedere,plus nanq; ab ipso c distat.



Theorema 54 Propositio 55



SI aliqbus delatis differat quippiã aliquid non delatũ,non delatũ in contrariũ ferri putabit.

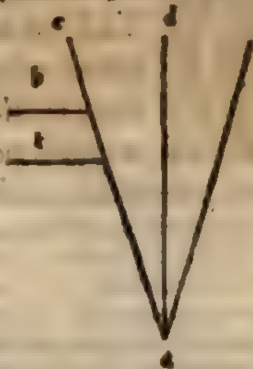
Ferrantur nanq; b,d,maneat autem c,& ab oculo f, procidant radij f b,f c,f d. Igitur b quidem delatũ propius erit q̃ c. At d discedere longius, proinde c in contrariũ ferri putabitur.

Theorema 55 Propositio 56





OCulo prope spectatum accedente, spectatũ augeri putabitur. Spectetur,inquã,b c,oculo in f, posito sub f b,f c,radijs, permuteturq; oculus ut propius sit ipsi b c. Itéq; in d, specteturq; idem sub d b, & d c radijs. Igitur angulus d,angulo f, maior est. Sed quæ sub maioribus angulis spectantur per suppositionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo existente in d, augeri putabitur potius quàm in f.



Theorema 56 Propositio 57

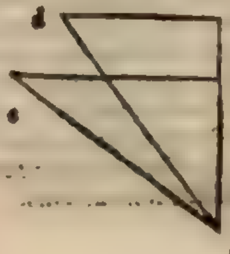


AEquali celeritate delatorũ, quæ longius distant tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b,k,sicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c,a d,a f. Igitur k minores habet ab ipso oculo radios productos,quàm b, minus igitur transibit interuallum, & prius permutans a f. uisum celerius ferri putabitur.

Aliter.

Ferantur bina signa a,b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æque cito & æquali tempore procedent, sint igitur æquales a d,b e, procidantq; radij ab f, oculo f a,f d,f e. Quoniam angulus qui sub d f b,minor est eo qui sub b f e, minus igitur a d, interuallum, uidebitur q̃ b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.



Theorema 57 Propositio 58



Culo translato quæ longius spectantur, destitui uidentur.

Sit, inquã, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, spectentur uero k & l, igitur oculo translato ad partes c, celerius transibunt uisus k quàm l, putabitur igitur k, destitui, & l, in contrarium ferri, hoc est ad partes f.

Theorema 58 Propositio 59



Vctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.

Sit spectatũ b c, sub k b, k c, radijs augeaturq; b c, ipsa b d, & ab ipso k, oculo procedat radius k d. Igitur angulus qui sub d k c, maior est angulo qui sub b k c, qui uero sub maiori spectantur angulo, per 4 suppositionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet. maior igitur apparet c d, ipso c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

Theorema 59 Propositio 60



Væcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis posita, neque inuicem posita medijs, neque in rectas existentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uero curuam efficiunt.

Spectentur nanq; b c d, oculo in k posito, procidantq; radij k b, k c, k d, igitur tota figura cõuexa esse putabitur, permutetur iam rursus spectatum, ponaturq; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum esse putabitur.

Theorema 60 Propositio 61



Vadrato existente, si à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipsius quadrati planũ, in ipsaq; positus fuerit oculus, latera & dimetientes ipsius quadrati æquales apparent.

Esto, inquam, quadratum c f, excitenturq; dimetientes c f, k d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 11 undecimi elementorũ h b, oculus uero ponatur in b, procidantq; radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, sunt æquales, & æquales sunt anguli qui sub ipsis cõprehendũtur, hoc est anguli qui ad h. Aequalis igitur est per 4 primi element. f b, basis ipsi b c, basi. Idq; propterea & k b, ipsi b d, est æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, sunt altera alteri æquales. Et diametri sunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uero sub æqualibus angulis spectãtur æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uero quæ ab oculis in dimetientiũ contactum ad angulos rectos ipsi plano existente, neq; æquali utriq; eorũ quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ sunt, neq; angulos cõprehendente æquos cum ipsis, diametri inæquales apparent, similiter enim ostendemus coungentiã, quemadmodum & in circulis.

doctissimo physiologo Antonio Abiosio Rauennati artium, ac Medicinæ doctori eximio socero patriq; humanissimo fœlicitatē perpetuā.



Hilosophātes illi ueteres Antoni uir clarissime eorum opera, aut magnis, aut doctissimis uiris destinare consueuerūt, aut quia inde eorum operibus maximā inuehi posse auctoritatē censebant, aut quoniam eis eorum obseruantiā explicatiorē fieri posse arbitrabātur, aut q ab illis aliquid assequi posse expeditius existimabāt. Idq; propterea nos qui cum aliquid ocij superest illud omne græcorū operibus sapiētium studendis accōmodauimus, & maxime hijs mathematicis quæ tute scis qualē nam gradum certitudinis obtineāt, ex hijsq; studijs pinguibus & multiplici disciplina scatentibus nostris laboribus, ut scis, eduximus illius Megarensis Euclidis mathematici præstantissimi elementa, optica, phænomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo sunt iudicio & arte ab insigni illo Socratico philosopho structa & cōpacta, ut studentes eis miro quodda stupore detineant. Scalam enim quandā uenerandus ille uir cōpegit qua ad omnes mathematicas disciplinas percipiēdas ascendere possimus, qua sine ad eas nō sit accessus, quæ opera cum à me nōnullis emancipata fuerint, ueterem, sincerā ac puram illam beneuolentiā tuam qua patrem meum nostramq; familiā iam pluribus annis cōplexus es, & quam postea inuicem sanximus cōciliauimusq; cum Luciam filiā tuam mihi dicaueris, fraudē facillime perpeti posse censerem, nisi aliquo nostrorū studiorū munere amoris nostri mutui ac beneuolētiæ defecatæ fructū reportaret. Quam cum tibi uellem fieri explicatiorem, cumq; nollem Euclidis opera in lucem uenire, nisi tuū quoq; nomen aliquā eius partē sibi uendicaret, cumq; ad manus nostras fortasse ex bibliotheca senatoria Marini philosophi ac dialectici præstantissimi protheoria in data Euclidis cōstructa peruenisset, eam a me latinā esse censui faciendā, tibiq; dedendam, non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim, nam tute scis te & nos iam unum esse, sed ut eam tua auctoritate studentes cumulatius existimēt, & tu obseruantiā amoremq; nostrū singularē perpendas, ac ut beneuolētiæ tuæ erga nos pari lance correspondeā. Futurū etenim scias, q si hos labores nostros tibi placuisse, gratosq; fuisse perspexerimꝰ, conabimur efficere ut nostris uigilijs aliqua in intimis græcorū penetralibus recondita, scitu iucūda & utilia latinā uestem induere non aspernētur, nam quid possum agere melius cum ociū supest q illud omne ad linguā latinā illustrādam cōuertere, & inde curare ut uiui post mortē nostræ possimus interesse posteritati, sed iam ipsius Marini protheoriā doctissime inspicito philosophe æternumq; Valeas, m. xi. iv. xix clemento salutis, nonis Octobrib.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAEstantissimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philosophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Caput primum.



N primis quid sit datum ponere oportet, postmodum quænam huius ex tractatu utilitas dicendū est, tertium uero ad quam disciplinā deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera assignatio difficilis sit. Nonnulli siquidem nullam ipsius diffinitionem tradunt, propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uero quæ ab illis iamdiu dicta sunt complicantes, ipsum diffinire ausi sunt, ne quę hij cum illis congrue. Videntur siquidem omnes ex una eademq; sententia, ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: assumptum enim quid datum esse perceperunt, ac per hoc simpliciori, ac una quadam differentia

rentia datum describere proponentibus illis, hij quidem ordinatum ut Apollonius in libro inclinationum, & in uniuersali tractatu. Notum sicut Diodorus, sic etenim rectas lineas, & angulos dari inquit, & quicquid, & si rationale minime fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uero ipsum rationale esse dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum mensura nota est ad certitudinem uel prope. In suppositione autem à proponente propositum, datum nonnulli esse contenderũt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elementarijs datum, & datam rectam lineam, hoc est qualem quis diffiniat, detque rectam lineam. Omnia uero huiusmodi perceptionem quandam significare uolunt, unde maxime illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis assumptum manifeste ostendunt. In præsentia uero ipsius dati naturã non solum tenui, & uno aliquo assignantium, qualem uero diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim cum horum modi bene enumerati sint. Alij nanque ordinatum & porimon datum esse diffiniunt. Alij uero ordinatũ simul & notum. Nonnulli porro ordinatum simul & porimon. Hij siquidem omnes apprehensionem, siue perceptionem & inuentionem ipsius dati respicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiusmodi sententiam ostendamus, insuperque ut ueram propositæ diffinitionis ex multis propositis cõprehendamus inquirendum prius est simplicis uniuscuiusque, & ei oppositum significatum, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur siquidem hæc ad præsentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas disciplinas. Describunt siquidem ordinatum, quod idem obseruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel speciem, siue aliud quidpiam huiusmodi. Vel aliter quod aliter fieri non comprehenditur, sed tantummodo in diffinito aliquo est loco, ut si dicatur. per bina signa existentia descripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinate minime fit. Inordinatus est qui per bina angulus, multipliciter siquidem & inordinate describitur maioris, scilicet, & minoris circuli infinities descriptorum per bina signa. Rursus ordinatus est qui per tria signa angulus. Sunt autem & hæc ordinata, sicut super data recta linea triangulum æquilaterum constituere, sed ex utraque rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiam. Et datam rectam lineam in datam rationem dispescere, tantummodo siquidem hoc fieret, in utraque bifaria sectione. Inordinata sunt quæ hijs contrario sese habent, sicut scalenum constituere, & rectam lineam infinities secare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem existens quandoque ordinatum, aliter autem inordinatum esse potest. sicut æquilaterum triangulum, siquidem æquilaterũ est, ordinatur: magnitudine uero non omnino diffinitur. Notum autem est quod cognitum est, sicut nobis manifestum & perceptum, ignotum uero quod neutiquam notum, neque à nobis perceptum est. sicut quadrati longitudo nota esse dicitur, quæ percipitur quotnam sit stadiorum, & quod trianguli tres anguli binis sunt rectis æquales. & quod quæ ex binis nominibus irrationalis est, insuperque & talia nota dicuntur, ut unam tantum esse ab exterius dato signo curuam tangentem ad utrasque partes: si enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent, quod absurdum est. Ignota uero irrationalia non sunt, sed quæ non sunt nota, neque à nobis percepta. Porimon autem est quod neque efficere, neque construere, hoc est in opinionem ducere non possumus, aliter uero rursus porimon diffiniunt, uel quod per demonstrationẽ exhibetur, uel quando quidpiam absque demonstratione manifestum fuerit, sicut centro & interuallo circulum describere, & triangulum constituere non solum æquilaterum, sed & scalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum cõmensurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata sunt, sicut per bina signa circulum describere. Aporon uero est quod porimo ipsi sese contrario habet. sicut circuli tetragonismus: nondum enim in uia est, & si illum exhiberi posse putent: at scire eum possumus, eius siquidem est disciplina, nõdum tamen percepta. In præsentia uero iam de eo quod in uia est ratio assignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in disciplinæ uia est, quod autem perceptum exhiberi potest porison proprie appellant. Aporon autem, ut dictum est, quod ipsi porimo contrariũ est, hoc est cuius inquisitio diiudicata non est. Rationale est, de quo dicendũ est, magnitudo, uel species, siue positio, sed diffinitio huiusmodi quidem cõmunior est, proprie uero & ex seipso rationale est, quod per aliquam dimensionem positione cognoscimus, aut palæsta siue cubito, aut digito.

Hijs sic

Hijs sic diffinitis, quod reliquum super est facile est, eorum quæ dicta sunt cōmunicantiam, & differentiã coniectare. In primisq; quomodo ordinatum ad notum, & hijs opposita sese inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem non sunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus est. Et si eis plura cōmunia existant sicut per bina signa rectam lineam scribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum construere. Sed circulum quadrare ordinatũ quidem, ignotum uero est, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno signo tangit. Ordinatorũ & minime perceptorũ aliter se habere est: siquidem & illius demonstratio & constructio cognoscitur. Rursus quæ in infinitũ fit sectio, & scaleni constructio cognoscitur quidem, sed nondum ordinatur. Quare manifestum est, quod ipsius ordinati, aliud quidem notum, aliud uero ignotum, & rursus ipsius noti, aliud ordinatum, at aliud inordinatum est, & sic se hæc habent adinuicem sicut rationale, & quod incedit neq; huiusmodi coæquant sese, neque alterum alterum excedit. Similiter ordinatum, & inordinatum sese habet, ac porimon & aporon. Communicant siquidem hæc plurimnm, differuntq; ut dictum est. Curuatura siquidem ordinatur, sed hijs qui Archimedem præcesserunt in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinate, porima quidem sunt, si quis eorum constructionem, ac constitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut scalenum triangulũ intelligere, in ipsiusq; constructionem intelligentiam ducere ab æquilatero, nec difficile id est, sed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum sese habet: cōmunicant siquidem inuicem admodum, differuntq; modo prædicto: hæc autem inuicem minime sunt æqualia, neq; alterum altero percipitur, nam quæ ex binis nominibus, & sic assumptæ irrationales, ordinatæ quidem sunt, sed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad costam quadrati est ratio. Rationalium quidem plura inordinata sunt, sicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt: possumus enim & scalenum triangulũ mensura diffinita rationali proposita metiri, & siquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon similitudinem omnino inspicere facile est, differentiam uero elicere difficile: natura nanque prope sunt adinuicem, quare sese inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certe intuentibus quædam inesse uidebitur differentia. Quod quidem una sit inflexionem ab uno signo tangens, manifestum ac notum est. Non tamen id propterea iam id problema porimon est, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon est: porimon siquidem omnẽ notum est. Maius igitur est notum ipso porimo. Rursus notum porimon & rationale, quandoq; cōmunicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicũtur notæ sunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem est, non tamen omnis notus est. Et rationale ex suiipsius more similiter rationale est, nec sic rationalis erit longitudo, in idem siquidem deducunt dimensionẽ, nota siquidem est longitudo, at qnandoq; minime, & si in eadem fuerint consuetudine. Forte autem & inuenire difficile est. Rationali quidem, at ignotum, uidetur siquidem & rationali notum esse aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, à rationali & irrationali differunt, ex hijs est manifestum: porima enim esse possunt & irrationalium aliqua. At rationaliũ irrationale nullum. affinitas autem horum sicut & aliorum omnino manifesta, hæc adinuicem sic se habẽt, quare porimon rationali plus esse uidetur, operæ etiam precium est & prædictorũ differentiã coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimẽsionis relationẽ, dicuntur ad cognitionẽ nostram minime uenietis, potest enim qdpiam rationale existens nobis minime notum esse, quatenus rationale est, neq; percipi quod rationale sit. Ordinatũ uero & inordinatũ, non per idem, & iuxta propriã speculati naturam est, & si à nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura posterius Archimedes ex Serini sermonibus, quod ordinantur demonstrauit. Notum autem & ignotum quo ad nostram relationẽ dicitur, quare prædicta inuicem differunt. Siquidem hoc ad nos habet relationẽ, illud uero quo ad naturã, hoc autem ad dimensionẽ. Cum iam præpositorũ societas & differentia diffinita sit, reliquũ superfuerit, quidnam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia à ꝓponente quid per hypothesim datum, id datum esse putant à quæsito aberrant, elementa nanq; datorũ omnia simul ordinantur, & non de eo quod per hypothesim, sicuti ex hijs quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionẽ huiusmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autẽ quod per hypothesim datum, id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorũ illud charactere pingentes. Sicut in principio dictum est, omnes autem ferme

ut com-

ut cõmunem sententiam de dato retinere uideantur, perceptum enim quid illud esse assumpserũt, quemadmodũ & ipsius dati nomen ostendit, & in primis illi qui per hypothesim datum describunt. Nonnulli uero concessionẽ respexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionẽ inuenire poterimus. Manifestũ autem quod coæquatione aut cõuersione ipsum indiget ad diffinitum, & hoc subsistere oportet eis quæ recte datæ sunt diffinitionibus, est & propositũ hæc in illis diffitionibus quæ simplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum simul & porimon: reliquæ uero omnes imperfectæ sunt, neq; enim ordinatum diffiniens eucstigio ad dati comprehensionẽ extenditur eo quia neq; in totum, neq; solum ordinatũ perceptũ est, sed inordinatorũ nonnulla sicut ostensum est. Neq; illa idonea est quæ notum ipsum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum est, & si tantum ignotũ enim nequaq; fuerit perceptum, neq; ipsum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc solum perceptũ non est, quoniam & irrationaliũ aliqua forsitan autem neq; omne omne rationale perceptũ est, sicut & hoc diffinitũ est prius. Deficit iam in nominatiue assignatis porimon, quare uidetur maxime perceptionẽ ostendere, nam omne porimon percipi potest & solum, huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides species omnes dati describens. Compositarũ diffinitionũ perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit, genere quidem ꝓportionale habẽs ipsum notum, differẽtia uero porimon. Ordinatũ autem simul & porimon dicens imperfecta est, nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum, & rationale similiter defectiue datum cõprehendit. Quæ uero notum simul & ordinatũ, eo quia propositũ excedit, neq; sana est, neq; enim omne huiusmodi datum est. Soli iam reliquũ dati sententiæ attingere uidentur, qui illum notum esse dixerũt, nam tale omne percipi potest & solum, bina autem hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis. Hijs autem prope sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquũ per ea quæ à nobis in primis prioribusq; suppositionibus dicta sunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibẽdo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens. Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter, tanquam prius cõmuniter datum minime diffinientem, sed immediate unamquanq; ipsius speciem. At qui in geometria elementari prius simplicem lineam quàm lineæ species, & alia huiusmodi diffiniuisse uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu, Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentaneũ usum ipsum datum dijudicatũ sit, subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatẽ præbere: est siquidem hoc ad aliud habentiũ reductionẽ, ad locum enim qui resolutus dicitur necessaria est admodum huius cognitio. Quantã nanq; potentiã habeãt in mathematicis disciplinis, & alijs eiusdem generis, sicut perspectiua & canonica locus resolutus in alijs diffinitũ est, & q; demõstrationis est inuentio ipsa resolutio, & q; ad inuentionẽ demonstrationis similium nobis confert. Et q; maius est resolutiuã potentiam obtinere, quàm plures particulares demõstrationes habere.

Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas, cum datorũ speculatio utilis sit, quãdoquidem ad resolutionẽ plurimum confert, opportunũ neutiquã fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuersali mathematica dicitur, ea siquidem est quæ sese habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiusmodiq; omnia, inquantum iam circa rationes, proportiones, & ubiq; medietates negociatur. Huiusmodi ergo datorum disciplinari perceptione utilima existente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem proprie & elementarem appellauerũt. Totius enim ferme mathematicæ disciplinæ elementa, & tanquã introductoria ordinauit, sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & astronomiæ in phænomenis, musicesq; & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarem resolutiuam fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim cõmunes ipsius dati rationes proprie conglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas proprie operatus in quinto de plano uolumine. Communiter quidem quid sit datum dictum est, & ad quam disciplinam reducatur, ac q; eius speculatio utilima est hijs iam quæ dicta sunt, adijciatur quoq; ipsius descriptio disciplinæ. erit ea siquidem, sicuti ex prædictis est manifestum, datorum perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: proprie uero & sicut ex proposito uolumine dicatur esse methodus totius datorum disciplinæ elementa cõprehendens, habebit autem & ipsa consequẽter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipsum datum. Diuiditur autem ipsum

tem ipsum uolumen in dati species,& in primis. primum segmentum ea quæ ratione data sunt comprehendit,secundum autem ea quæ positione,& demum ea quæ specie: Simplex enim erat quæ de magnitudine datis:disseminauit autem & hæc particulatim in alijs,& maxime in hijs quæ specie data sunt. Orsus autem est ab hijs quæ ratione & positione data sunt: quandoquidem ex hijs quæ specie dantur constant. Aliter facta etiam ipsius libri diuisio,in uniuersales magnitudines in lineas & plana, & cyclica theoremata:simili namque ordine & in diffinitionibus siue uoluminis suppositiõibus usus est. Secutus autem est modum doctrinæ non per compositionem. sed per resolutionẽ; quemadmodum & Pappus satis in libri huius commentationibus demonstrauit.

In Librum Datorum Euclidis philosophi Platonici Marini philosophi præstantissimi Protheoriæ finis. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS clarissimo uiro Marino Georgio patritio Veneto, artium ac sacræ Theologiæ doctori eximio, Brixiensiumque præfecto designato S.

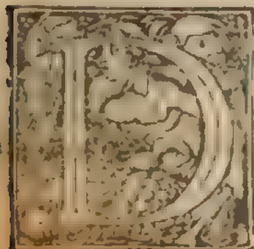


PLVRES hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philosophe doctissime,quòd in humanis ita sit comparatum homines absque dissidijs,contumelijs,iurgijs, tumultibus,bellisq́ atrocibus quasi uiuere nesciant. Ac si eorum misera conditio foret. si amore pacéque mutua sibi inuicem correspondérent. Idque magis mirũ uideri solet,cum hij qui ab humanitate nomen sibi uendicarũt. nõ nisi inhumaniter uitã agere curẽt. Quod quidẽ uir clarissime nobis enucleatissime constat:nam si uelimus ueterum memorias altius recensere,quam ætatem bellorum uacuam comperiemus:nullam. Sed ne à memoria nostra longe distãtia repetamus,quid de nostra ætate,quam uidimus,nec apud autores legimus in qua ea obtigerunt,quæ si à nobis sic sicut uisa sunt legerentur,proculdubio somnia & phãtastica machinamenta esse putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot,quantaq́ ac qualia euersa immutata,subuoluta,radicitúsque conuulsa nostris oculis conspeximus? Tu optime nosti qui ob singularem doctrinam tuam, ergà patriamq́ uel maximam fidem, à senatu legatus missus hos turbines uidisti,& ingenij tui libramine ponderasti. Testis heu testis est Neapolitana ciuitas quæ plures strages perpessa,uno anno,rem nullis seculis auditam regale sceptrum quinquies commutauit. Testis heu testis est illa Roma quæ cum alias subacta Italia ferocissimas infrenesq́ nationes domuerit longe lateq́ fines imperij propagauerit,sæpius in præsentia nõ in Italia sed apud urbis muros:non apud muros urbis,sed in ipsa urbe: non hominum tumultus,sed enses euaginatos,non enses euaginatos sed multas cædes,& funera passa est. Testes heu testes sunt fluentinorum,felsinensiumq́ agri toties à militibus dissipati. Testis demum tota Italia transpadana toties bellis,atrocibus, cædibus miserandis, ignibus maximis cõquassata: Sed quid de illa quæ citra padũ est Italiæ regiõe dicem? nil nisi laboriosum,nil nisi flebile,nil nisi illachrymabile,& quod potius silentio trãseũdum sit,quàm ea quæ obtigerunt connumerare. Nam si Tarrenses agri uocem attollere possent,se hominum cæde uel maxima contabuisse,humaniq́ sanguinis copia affatim effusi inundasse quererentur. Si tota Italia loqui posset,eam ad funestum deplorabilemque statũ peruenisse intelligeremus. Sed hæc in præsentia missa faciamus:quãdoquidem in præsentia hystoriam non conscribimus,& quæ apud posteros,non paruam, sed nullam fidem ob rei magnitudinem sit habitatura. Quæ omnia licet quodã nictu oculi obtigerint. non est tamen quod perinde nos mirari oporteat. nam si a causis exordiri atque ad huiusmodi effectus nos ipsos deuoluere uelimus, siue etiã ab his effectibus incipientes causas altius repetere uoluerimus, bella huiusmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus,quæ ab appetitu diuerso oriuntur,quẽ diuersa hominum sortita est qualitas, quam illi quatuor humores efficiunt. qui cum ab illis

elemẽtis toties celebratis scateãt, iuxta temporũ qualitatẽ, stellarumq; in humana huiuſmodi uires suas transfundentiũ motum & influxus, augentur, attollũtur, imminuũtur ac deprimi solent. Fitq; nimirũ ut uniuscuiusq; loci & regionis exigit dispositio, quẽadmodum in aphorismis medicorum princeps nos docet Hyppocrates. Alij namq; sunt influxus in septentrionalẽ plagã uergentibus, at alij hijs qui australẽ inhabitãt, itidẽq; alij orientalẽ regionẽ colentibus. At alijs aliter sese habet, & sic sicut regio seposita fuerit. Quare cũ ea quæ inuicẽ non conueniunt nõ sint æqualia sed dissideant, sicut in elementis præstantissimus ille Mathematicus nos docet Euclides: at aduersæ hominũ uolũtates cũ inuicẽ non conueniant, sed mira quadã discrepãtia dissideãt, superest igitur ut cõtrariæ remaneant. Quod cum ita sese habeat, si priscis illis tẽporibus sacrorũ uatũ monumenta multa bella, & funera facta fuisse commemorant. Si assyriorũ, Persarũ, ac aliarũ nationũ horrendos tumultus Dionysius Halicarnassæus, Diodorusq; siculus, ac Iustinus narrant. Si Thucydides Atheniensium, si T. Liuius Romanorum illa denique miranda facinora & non sine magna copia sanguinis, & non nisi totius mundi trementibus quasi cardinibus, explanant: si Quintus curtius Alexandri macedonis in Persarum Darium delicatissimum regẽ expeditionẽ terribilẽ, expugnationemq; ac uictoriã subactis Persis explicat: si ille quoq; dicat quod fraterno primi maduerunt sanguine muri: si demũ quoq; nostra tẽpestate priscis illis tẽporibus exorta bella, ac nõ extincta, sed usque in id temporis propagata in præsentia horrendis tumultibus, magnis cædibus ardentibusq; occulte odijs ferueant, non est id propterea clarissime philosophe quod mirari debeamus. Dolendũ potius est ingemiscendũq; plurimũ, quandoquidem bella quæ inter eos qui sub Christi gloriosi uexillo uiuunt tam atrociter fiũt, non externa sed ciuilia sunt, ac si in præcordijs, in intestinis, ac in intimis cordis penetralibus gererentur. Illud, inquam, uir doctissime possumus dicere, Quis furor o ciues, quæ tanta licẽtia ferri, gentibus inuisis Latium præbere cruorem. Cúmque superba foret Babylon spoliãda trophæis Ausonijs, umbraque erraret Crassus inulta. Bella geri placuit nullos habitura triumphos. Heu quãtum terræ potuit pelagiq; parari Hoc quem ciuiles auxerunt sanguine dextræ, unde uenit titan & nox ubi sidera condit. Quaq; dies medius flagrantibus æstuat horis. Et qua bruma rigẽs ac nescia uere remitti. Astringit scythicum glaciali frigore pontũ. Subiuga iã Seres, iã barbarus isset Araxes. Et gens si qua manet nascenti conscia Nilo. Tũ illud accedit, quòd hijs bellis noui emergunt ritus, noui mores, nã nũc prætextatos referũt artaxata mores, & si quid uspiam est bonarũ literarũ illud interit. Nã adsunt adhuc in Italia illa fœdissima Vãdalorũ Gothorũque uestigia, qui postea quam Italiã flãma, ferro, cæde, rapinis, & alijs huiusmodi sæuiẽtiũ beluarũ peruersis moribus fœdarũt, maximas bonis literis tenebras obiecerũt, & adeo ut ipsæ contremiscentes pluribus annis inuisæ, ritu ferino uiuẽtibus delitescerẽt. Quibus beluis in uniuersum sæuiẽtibus multa priscorũ illorũ ueterũ preclara opera interierũt, multa obcæcata & subuersa, multa fœdissima barbarie obsita in lucẽ exierũt. Periit, inquã, tũc perijt illa prisca mathematice disserendi cõsuetudo, & adeo ut quæ priscis illis tẽpibus adolescẽtulis plana & facillima ac in prõptu erãt, in præsentia uelut alta caligine demersa, difficillima nimisq; recondita eruditissimis uiris etiam esse uideantur. neq; id mirũ Euclides namq; Megarẽsis Mathematicus præclarissimus, qui omniũ mathematicarũ disciplinarũ unus est qui nobis fores reserat, in primis nimis peruerse interpretatus studentiũ animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nã cũ illud quod illius esse asseritur uolumen studẽtes legerent, miris laruis, somnijs, & phãtasmatibus quibus ille interpres barbarissimus illud referserat, offensi neq; autori fidẽ adhibebãt, neq; illi detrahere audebãt. Quare cũ nos hijs disciplinis operã per plures annos accõmodauerimus, uolẽtesq; nostris laboribus studentium cõi utilitati cõsulere, ipsius Euclidis elemẽtorum uolumina tredecim ex Theonis traditione nõ minoribus uigilijs quàm laboribus quibus per septẽniũ insudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus, quibus laboribus tandẽ uoto superatis, decreueramus, ut qui ex fluctuãti procellosoq; mari, portũ quietũ cupit, nos alicui amœno studio emãcipare, animumq; hijs studijs fessum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illã sublimis Homeri poesim uidere, uim Demosthenis suspicere, suauitatẽ Isocratis mira quadã sanctitudine mixtã gustare, Pyndaricos fontes libare: Tũ illa rusticana Theocriti in præsentia in aliqua grata umbra æstuanti corpori relegere. Quãdoquidẽ ut optime nosti in præsentia sol domũ est leoninã ingressus, radijque ad rectos angulos procidũt, idq; propterea inferiora hæc uehementius incendũt. Tamen habitus qui aut nunquam, aut difficulter a subiecto conuelli potest

test.dispositionẽ huiusmodi difflauit. factum nãq; est ut cũ me accingerẽ ut ipsius Euclidis opera sẽponerẽ, ecce ut euenire solet, ad manus ipsius Euclidis data peruenerũt. opus sane præter id quod iucũdum studentibus etiam necessariũ, quãdo quidẽ ex eo facillime datur intelligi, quod toties Euclides ipse in elementis datum appellat. Quod opus quoniã pulchrũ, utile, necessariũ, scitu iucundũ. & quia ex hijs laqueis mathematicis me eximere nescio, tum quoniam hucusq; latinis ignotũ extitit. latinũ id à me propterea faciendum esse censui, tuoq; nomini humanissime philosophiæ destinandum: eo sane argumento ut meã erga te obseruãtiam, amorẽq; singularẽ inde cognosceres. Tũ quoniã cũ hisce diebus triũuiratũ. Rei.pu. patrocinatorũ ageres, magistratum sane in ciuitate grauissimũ, à quo sicut uirtutes benignissime fouentur, sic uitia & scelera seuerissime uindicãtur. quẽ cũ per pauculos dies mira integritate, sed miranda te adiũctiũ satisfactione exercueris, & adeo ut Brixiensiũ præfectus omnium pene comitiorũ suffragijs designatus extiteris, tu te meo patri nescio qua liberalitate te me uel libenter cognoscere uelle dixisti. Cognosces igitur me, & quid tui uetustissimũ mãcipiũ. quale uero quis nescit, inerud itũ, indoctũ, incultũ, philosophũ tamẽ. & cũ qui diuini Platonis decreta auidissime sequi cupiat. ita tamẽ ut quãdoq; ueluti trãsfuga & explorator castra philosophãtiũ petat. Sed quoniã si uelis binas lõge inæquales magnitudines cõponere: id, inquã, haud facile factu tibi fuerit, nisi medius quidã sit, ꝓpositus limes quo analogico medio extrema cõueniant, coalescant, seq; mutuo pulsent. Nã si sexdecim ad quaternariũ cõparare uolueris. quippe quoniã lõge distãt, medio indigent: octonario sane, ad quẽ eã sexdecim habẽt, quã ipse ad quatuor habitudinẽ, duplã quidẽ. Sed quoniã bini dupli quaternariũ cõficiũt, ex ea igitur analogia ipsorũ sexdecim, ad octo, & octo ad quatuor, ea scatet rõ quadrupla qua & sexdecim, & quatuor reuinciũtur. Quod cũ ita sese habeat, cũ mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohereat, fuit igitur medium adhibendũ, quo tibi uir clarissime fuisset satisfactũ. & id sane q; tuæ illi rarissimæ doctrinæ correspõderet Data igitur ipsius Euclidis ea erũt quibus me cognosces, quibus meã erga te fidẽ, & obseruãtiæ magnitudinem intueberis. Quæ cũ in præsentia græca ueste reposita, latina induta sint, te petũt, te adeũt, te uir doctissime uidere gestiunt, tuoq; sublimi iudicio comprobata, sub tuo nomine in manus studentiũ uenire cupiunt. Tantũ igitur hospitem philosophe præstantissime hilari fronte serenoq; uultu accipies, & eo sane quo uiros doctos aspicere, & tibi beneuolentia deuincire soles. Verũ quoniã priscorũ fuit cõsuetudo ut maximos uiros absque munere adire nulli liceret, id propterea, tibi nõ orientaliũ gẽmas: non Arabũ munera uulgo præciosa, non id quod plures hominũ preclarissimũ bonũ existimãt, aurũ scilicet, nõ id demũ quod paruo tẽporis interuallo exiguo nutu fortunæ euanescit afferimus. Id quoniã tibi tradere conamur quod rarissimum sit, idq; propterea omni thesauro fœlicicisq; Arabiæ ditissimis muneribus lõge preciosius, lõgeq; preclarius, hæc igitur nostra tibi erũt tradita munera, quæ si talia fuerint. quæ tua excellẽs doctrina amplexetur. tuũ illud ferax ingeniũ benigne foueat. Curabimus nostris laboribus. præclaris illorum ueterũ operibus, & huic nostræ ætati ignotis nomen tuũ illustrare, ut tu multis annis etiã post mortẽ uiuere possis. Sed hoc iam satis est, hoc libello, iam peruenimus usq; ad umbilicũ, lõgaq; nimis ac inculta oratione, quæ ne quã par est prolixior euadat. iam te ad sublimẽ datorum doctrinã philosophe doctissime transmittã. Valeas æternũ philosophantiũ exemplar rarissimũ. Venetijs. M. D. V. VIII. ID. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI PLATOnici mathematicicq; præstantissimi Incipit liber Datorum ex traditione Pappi Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



Diffinitio prima.

ATA magnitudine dicũtur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ specie dari dicuntur. quarũ anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicuntur signa, lineæ, & anguli, quæ eundẽ semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq́ circulus dari dicitur, cuius centrũ positiõe datur, ea quæq́ ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicũtur, in quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases, magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positione & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquũ eidẽ æquũ fuerit.

Diffinitio decima.

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totũ eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quã in ratione, quãdo ablato dato reliquũ ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor est quàm in ratione, quãdo apposito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionẽ rectam lineã, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in latinumq́ conuertimus, quod sane uetustissimũ est, nõnullas adiectiões cõperimus, quæ licet breues & cõcisæ sint, quoniã ad datorũ intelligentiá plurimũ conferunt, ut sese habẽt sic eas sumus interpretati, studẽtes uero iudicabũt. Apud græcos id obseruatum, inquã, inuenimus, ut nõ omnes interpretatiões autorũ scribant aut cõficiant, sed hij tantũ qui inter autores nominari possint, ut fuerunt homerici & pyndarici interpretes, & alij plures uiri sane grauissimi in disciplinis humanioribus. Itidẽ quoq; in physiologicis ut sunt interpretes Aristotelici, Ammonius. Alexander, Ioannes grã. Themistius, & Platonici, sic etiã in mathematicis, ut Theon, Hypsicles. Pappus. Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidẽ scripserũt. factũq; est id propterea ut apud Græcos nõ uideamus ista immensa nugarũ uolumina. quorũ nos latini pleni sumus. Videmus enim unũquẽque autorẽ tribus & quatuor cõmentationibus esse nõ interpretatũ, sed laceratum, & adeo ut crebro studentes nesciãt ubi nã sit incipiendũ, quippe quoniã sunt adeo nugis & laruis nescio quibus obliti, ut cæcutiẽtes in tenebris ambulent, illud, inquã. Horatianũ si unquã nũc mirũ in modũ uerũ est. nã scribimus indocti doctiq; poëmata passim, nolim tamen detrahere famæ & autoritati. Seruij, Acronis. Porphyrij. Donati, Lactantij grauissimorum autorũ, qui linguã latinam illustrarũt, de illis uero alijs quid dicendum supersit ignoramus. Ecce etiã plurima uideas opuscula in grãmaticis composita quæ in eũ creuerunt numerũ ut studentes superauerint. Miramur plurimum quod in hac nostra ætate tãta sit audacia. ut quasi Priscianus. Diomedes, Agretius, Phocas. Donatus, & alij autores grauissimi non satis exquisite ea quæ in grãmaticis erant dicenda cõnscripserint, nescio qui insurrexerint conantes ut suæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & hijs assuescant adolescentes, qui hijs nugis cura præceptorum iudicio carentium studentes scholis ignorantissimi exeunt, sed hos iam missos faciamus cũ cuilibet audẽdi semper æqua fuerit potestas, redeamusq́ ad rem nostram. Vbicũq; igitur in datorum theorematibus lector humanissime uidebis aliqua dicta per Scholium, ea omnia ex græcis adiectionibus sumpta esse censeto. Ea enim a græcis scholia nuncupãtur, quæ à nobis latine postilla dicuntur.

Scholium

Datorum aliqua positione: at alia magnitudine data sunt. Datum siquidem quadru pliciter dicetur, aut enim magnitudine, aut specie, aut ratione, aut positiõe dari dicitur: quid uero horũ unũquodq; significet, ipse Euclides docet. Cõiter aũt dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere est possibile. Datorum uero traditionem in plano uno positã accipimus, sicut in sex prioribus libris elementorum. Data sunt definita. hoc est quorũ finis datur aut intellectu aut sensu, hijs enim æqua possumus exhibere, similiter autem siue intelligentia, siue sensu, potest autem rationale & irrationale datum esse, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem scripsit, rationale namq; Datum est: sed non omnino Datum rationale est, sed has tres diffinitiões ultimas de magnitudinibus aiunt esse Apollonij.

Theorema 1 Propositio 1

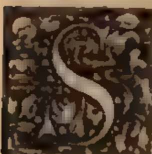


Datarum magnitudinum ratio adinuicem datur.

Sint datæ magnitudines a. b. dico quod ipsius a ad b. ratio data est. Quoniam enim datur a, possibile est per primam diffinitionẽ ei æquam exhibere, exhibeatur & esto c. Rursus quoniam data est b possibile est per eandem eidẽ æquam, exhibere. exhibeatur & esto d: quoniam igitur a est æqualis ipsi c. & b ipsi d: est igitur sicut a ad c. sic est b ad d, uicissim per 16 quinti elementorum sicut a ad b. sic c ad d. ipsius igitur a ad b ratio data est, eadem namque eidem exhibetur ipsius c ad ipsam d.



Theorema 2 Propositio 2



Si magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.

Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quod ipsa b magnitudine datur. Quoniã enim datur a possibile est eidem per primam diffinitionem eandem exhibere, exhibeatur at esto c. Et quoniam ratio ipsius a ad b datur, sic enim supponitur, & ei æqualem per 1 diffinitionem exhibere est possibile, exhibeatur, estoq; ipsius c ad ipsam d ratio, & quoniam est sicut a ad b sic est c ad d: uicissim igitur per 16 quinti element. est sicut a ad c, sic b ad d: æqualis autem est a ipsi c: æqualis igitur est & b ipsi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipsa b magnitudo, æqualis siquidẽ ei exhibetur d.



Scholium

Hoc precedẽtis conuersum est quodammodo, sed non uniuersaliter id esse conuersum dicendum est, esset enim uniuersaliter id precedentis cõuersum si magnitudines inuicẽ rationem haberent datam, dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut ostendant esse conuersum precedentis, inquiuntq; quod si magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint dantur magnitudine.

Theorema 3 Propositio 3



Si datæ magnitudines quæcunque compositæ fuerint, & ex ipsis compositum datum erit.

Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quod & quod ex a b, b c hoc est ipsum a c conflatũ datum est. Quoniam enim datur a b possibile est per primam diffinitionem æqualẽ eidem exhibere: exhibeatur per eandem sitq; d e. Rursus quoniam datur b c. possibileq; est eidem eandem exhibere. exhibeatur per eandem & sit e f. Quoniã igitur æqualis quidem est a b ipsi d e & b c ipsi e f. Tota igitur a c toti d f, est æqualis: per 2 communem sententiam. Datur igitur ipsa a c: eidem siquidem in eadẽ exhibetur d f.



Theorema 4 Propositio 4



Si à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data siquidem magnitudine a b data auferatur magnitudo a c. Dico quod reliqua c b, data est. Quoniam enim datur a b, possibile est eidem æqualem exhibere, exhibeatur per primam diffinitionē & sit d f. Rursus quoniam datur a c. possibile est ei æquam exhibere, exhibeatur per eādem & sit d e. Quoniam æqualis est a b ipsi d f. & a c ipsi d e. reliqua igitur b c, reliquæ e f, est æqualis per tertiam cōmunem sententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.



Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime est conuersum, proprie siquidem esset cōuersum. si data magnitudo in quascunq; diuisa fuerit, & unaquæq; earū in quas diuiditur data est, quæ eidē eædē & adinuicem sunt eædē, hoc, inquā, patet in 11 quinti elemētorū.

Theorema 5 Propositio 5



I magnitudo ad sui partem aliquam rationem habuerit datā, & ad reliquam rationem habebit datam.

Magnitudo siquidem a b ad aliquam sui partem a c, rationem habeat datam, dico quod & ad reliquam b c, rationem habet datā, ponatur siquidem data magnitudo d f. & quoniam per primam propositionem ipsius b a ad a c, ratio data est, eadem eidem per 2 diffinitionē exhibeatur, ut ipsius d e ad d f, possibile enim est tribus datis magnitudinibus quartā proportionalem inuenire per 12 sexti elementorum. Ipsius igitur f d. ratio data est. data igitur est & f d. Igitur & d e, data est, & reliqua igitur e f, data est. Est autem & d f data. Ratio igitur ipsius d f, ad f e, data est. Et quoniam est sicut d f ad d e sic a b ad a c. Conuertendo igitur per corre. 1 quinti elemen. est sicut d f ad f e, sic a b ad b c. Ratio aūt ipsius d f ad f e, data est ut patuit. Ratio igitur & ipsius a b ad b c, data est.

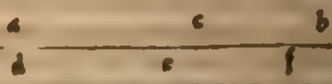


Theorema 6 Propositio 6



I binæ magnitudines compositæ fuerint adinuicem rationem habentes datam, & tota ad ipsarum utranque rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c. c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quod tota a b ad utranque ipsarum a c, c b rationem datā habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniā per primam propositionem ratio ipsius a c, ad c b data est, eadem fiat quæ ipsius d e ad e f ratio: data est autē utraque ipsarū d e, e f data. Ratio igitur ipsius d e ad utrāq; ipsarū d e, e f, data est. Et quoniā est sicut a c ad c b sic est d e ad e f. cōponēdo igitur per 18 quinti elementorum sicut a b ad b c, sic d f, ad f e, & conuertendo igitur per correlariū decimæoctauæ quinti elementorum sicut b a ad a c, sic d f, ad d e, & quoniam sicut d f, ad utranque ipsarum d e, e f. sic a b, ad utrāq; ipsarū a c, c b. Ratio igitur & ipsius a b ad utranque ipsarum a c, c b data est.



Scholium.

Datarum siquidem magnitudinum ratio inuicem datur, æquā enim ipsius d f, ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7 Propositio 7

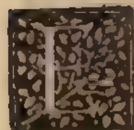


I data magnitudo in datam rationem diuisa fuerit, utrunq; segmentum datum est.

Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipsius a c ad c b, diuidatur. Dico quod utrunq; segmētum & a c & c b datū est: quoniam enim ratio ipsius a c ad c b data est, ratio igitur ipsius a b ad utrāque ipsarū a c, c b data est. Data est a b data igitur utraque ipsarum a c, c b.



Theorema 8 Propositio 8

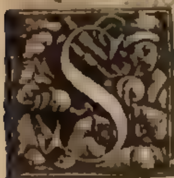
Andem ad idem rationem datam habentia, & adinuicem rationem datam habebunt.

Habeat siquidē utraq; ipsarū a.c ad b rationē datā. Dico quod & a ad c, rationē habebit datā. Sit, inquā, data magnitudo d, & quoniā ratio ipsius a b data est, eadē eidē fiat quæ ipsius d ad e. Data, inquā, est d, data igitur & e. Rursus quoniā ratio ipsius b ad c data est, eadē eidē fiat quæ ipsius e ad f, data est e, data igitur est & f. Est autē & d. data. Ratio igitur ipsius d ad f, est data. Et quoniā est sicut d ad e, sic a ad b, & sicut b ad c, sic est e ad f, sed ratio ipsius d ad f, data est, ratio igitur & ipsius a ad c data est.

Scholium

Aequa est ratio sicut in 17 diffinitiōe & 11 propositiōe 5 ele. patet.

Theorema 9 Propositio 9

I binæ aut plures magnitudines inuicē rationē habuerint datam, habuerint autē eædē magnitudines inuicē ad alias quasdam magnitudines rationes datas, neque easdem, & ipsæ magnitudines inuicem rationem datam habebunt.

Binæ, inquā, siue plures magnitudines a, b.c adinuicem rationē habeāt datā, habeant aūt ipsæ a.b, c magnitudines ad alias quasdā magnitudines d.e, f, datas rationes. nō aūt easdē. Dico quod & ipsæ d, e, f magnitudines ad inuicē rationē datā habebunt. Quoniā ipsius a ad b, ratio est data. & ipsius a ad d, ratio est data. & ipsius igitur d ad b ratio est data. Sed ipsius b ad e ratio est data, & ipsius igitur d ad e, ratio est data. Rursus quoniā ipsius b ad c ratio est data, ipsius autem b ad e, ratio est data. & ipsius igitur e ad c ratio data est. Ipsius autem c ad f ratio est data, & ipsius igitur e ad f ratio est data, ipsæ igitur d, e, f. adinuicē rationem datam habent.

Scholium

Si enim de substantia se habet ostensio quando hoc fuit eadē. uel ratio propositarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem, uel quod contingentes rationē habebūt datā, in hoc exercetur problema.

Theorema 10 Propositio 10

I magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione, & utraque eadem dato maior erit quàm in ratione, & si utraq; eadē dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadē uel dato maior est quàm in ratione, uel reliqua cū consequenti ad quā altera rationem habet datam, data est:

Magnitudo, inquā, a b magnitudine b c dato maior esto quàm in ratione, dico quod & utraque a c, eadē c b. dato maior est quam in ratione. Quoniā enim a b, ipsa b c, dato maior est quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b. ad b c, per 4 propositionem ratio est data. & cōponēdo per 11 quinti ele. & 1 datorū ipsius d c ad b c. rō data est. & est data a d igitur ipsa d a ipsa c d dato maior est quàm in rōne. Rursus iam a c. ipsa c b, dato maior esto quàm in ratiōe. Dico quod & reliqua a b, eadē b c. aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipsa a b cum consequenti ad eam ad quam ipsa b c, rationem datam habet. data est. Quoniam enim a c, ipsa c b. dato maior est quā in ratione. auferatur data magnitudo. Data iam aut ipsa a b. minor. aut maior est. Sit prius minor, sitq; a d. reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propositionē data est. Distribuendo igitur quod ipsius d b ad b c, ratio data est, per 7 propositionē estq; data ipsa a d. igitur a b ipsa b c dato maior est q̄ in ratione. Sed iam data maior esto ipsa a b, ponaturq; per diffinitionem primam datorum eidem æqualis a c. Ratio

igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c, ad e c, ratio data est, & conuertendo per correlarium 19 quinti elementorum ipsius b c ad, b e, ratio data est, & est e, b, cum ipsa b a, data. Tota enim a c, data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 11 data autem sit 5 & utraque 11, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 10 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hypothesim 11 magnitudine b c, existente per hypothesim 10 dato maior esto quàm in ratione. Sitque data ad 11, si igitur ab ipsa a b, abscindis datū a d, hoc est: reliqua d c 20 ad b c 10 rationē habet datā. patuit autem in diffinitionibus, dato enim maior est quàm in ratiōe hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandē b c, rursus datā habet rationem, possum siquidē eandē eidem exhibere sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c, per 4 theorema, & quoniā datur utraque ipsarum c a, a e, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c, ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b. & uicissim, per 16 quinti elemē. sicut a d ad d c sic e d ad d b. Et cōponēdo igitur, 18 quinti element. sicut a c ad c d, sic e b, ad d b, & uicissim per 16 quinti element. sicut a c ad e b, sic, c d ad d b: datur autem ipsius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius cōcisius dicēdum est sicut unū antecedentiū ad unū sequentiū, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequentia, hoc est a c ad c b.

Theorema 11 *Propositio 11*



SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraque dato maior erit quàm in ratione, & si eadem & utraque dato maior fuerit, quàm in ratione, eadē & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in rōne. Dico quod & ipsa a c, dato maior est quam in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quam in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data & econtra & componendo per 18 quinti elemen. & 4 datorum. Eadē eidem fiat, ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est, a d, data igitur & d e. Quare per quartā propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c, ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Dico quod eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quam in ratione, auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est. Quare & ipsius a c hoc est econtra a d, e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlariū 19 quinti ele. ipsius d a ad a e ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est quarum ipsius a d ad d c, ratio data est, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquā d b ratio data. Et distribuendo per 7 propositionē ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b, ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quam minor.

c b d e a

Scholium

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad d reliquam d b est sicut a c ad e b, per 19 quinti elementorum: data autem est ipsius a e ad e b, ratio data igitur & ipsius c d ad d b.

Theorema 12 *Propositio 12*



SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secunda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, & a b cum b c, data sit ut a c. At b cum c d, data sit ut

d b

d b. Dico quod a b ipsi c d, aut est æqualis, uel altera altera dato maior est. Quoniã enim data est utraque ipsarũ a c, b d. Data iam aut sunt æqualia aut inæqualia. Sint primũ æqualia. æqualis igitur est a c ipsi b d, communis auferatur c b, reliqua igitur a b reliquæ c d est æqualis. Non sint autem æqualia, sed esto maior a c, ipsa b d & ipsi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. ipsa b d, data est, data igitur est & c e, est autem & tota a c, data, & reliqua a e, data est. Et quoniam æqualis est c e ipsi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d est æqualis. Est aũt data a e. Igitur a b ipsa c d, dato maior est.

Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipsa a c dato a c æquum aũt quod ex b & eadem efficiẽtes demõstrabimus, quod c d ipsa a b dato maior est, hoc enim patuit in prima, uel altera altera dato maior est.

Theorema 13 *Propositio 13*

S I fuerint tres magnitudines, & prima ad secundam rationẽ habuerit datam, secunda uero tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quæ in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e & ipsa quidem a b, ad c b, rationem habeat datam, at c d ipsa e dato maior sit quàm in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quam in ratione. Nam quoniã c d ipsa e dato maior est quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f, ad e ratio data est, & quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadẽ eidem fiat quæ ipsius a g ad c f, data. Data est c f, data igitur, & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data est, & ipsius d f ad e, ratio data est. & ipsius g b ad e igitur ratio data est. Est autem data a g. Igitur ipsa e dato maior est quã in ratione.

Scholium.

Si enim fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquũ ad reliquũ erit sicut totum ad totum, sicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quod maior sit quam in ratione.

Theorema 14 *Propositio 14*

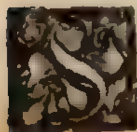
S I binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appositaq; fuerit earum utrique data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b, c d, adinuicẽ rationẽ habeant datam & apponatur earũ utrique data magnitudo hoc est a e, & c f. Dico quod totæ e b, f d: adinuicẽ aut rationem habent datam, uel altera altera, dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam data est utraque ipsarum e a, c f. Ratio igitur ipsius e a ad c f, data est, & siquidem eadem quæ ipsius a b ad c d igitur & totius e b ad totam f d, ratio est data. Non autem sit eadem. Fi atque sicut a b ad c d, sic g a ad c f. Ratio igitur & ipsius g a ad c f, data est. Data aũt est f c. data igitur & g a & ipsius f c ad g a, ratio data est. Et reliqua igitur e g, data est. Estq; sicut a b ad c d, sic g a ad f c. Ratio igitur ipsius g a ad f c est data. Data autem & f c. Data igitur est & g a. Est autem & ea data. & reliqua igitur e g, data est. Et quoniã sicut a b ad c d, sic g a ad f c, ratio igitur ipsius g b ad f d, data est. Est autẽ data & e g. Igitur e b ipsa f d, maior est dato quam in ratione.

Scholium

Si uero efficiemus sicut a b ad c d, sic a e. ad id quod ex c, sicut in 7 inuenietur f d ipsa e b. dato maior quàm in ratione.

Theorema 15 *Propositio 15*



I binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicẽ aut

rationẽ

rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Binæ nãq; magnitudines a b.c d.adinuicẽ rõnẽ habeant datã.auferaturq; ab earũ utraq; data magnitudo: ab ipsa,inquã,a b ipsa a e,ab ipsa uero c d ipsa c f. Dico quod & reliquæ e b.f d,adinuicẽ aut rationem habebunt datam,uel altera,altera dato maior est quàm in ratione. Nã quoniã utraq; a e,c f,data est,ratio igitur ipsius a e ad c f,data est,per primã propositionẽ. Et siquidem eadem est ei quæ ipsius a b ad c d,erit & reliquæ e b,ad reliquã f d.ratio data. Non sit autem eadẽ fiatque sicut a b ad c d,sic a g ad c f. Ratio autẽ ipsius a b,a d c d,data est. Ratio ipsius igitur a g,ad c f data est. Data igitur est & a g.est aũt & a e,data. Et reliqua igitur e g data est. Et quoniã est sicut a b ad,c d,sic est a g,ad c f. Reliquæ igitur g b.ad reliquã. f d ratio data est. Est autẽ data e g. igitur e b,ipsa f c.dato maior est quam in ratione.

Scholium.

Hoc conuersum est quodammodo præcedentis,ostendens.q; si appositæ fuerint datæ magnitudines,eis datam habent rationem,nunc uero auferatur eadem ab eisdem idem ostendit.

Theorema 16 *Propositio 16*


I binæ magnitudines inuicem rationem habuerint datam,& sub una earum data magnitudo auferatur,alteri uero earum data magnitudo apposita fuerit,tota dato maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b.c d,rationem habeant datam,& ab ipsa c d.data auferatur magnitudo,ipsi uero a b data apponatur magnitudo fa. Dico quod tota f b tota c d,dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam ipsius a b ad c d,ratio data est,eadem eidem fiat hoc est ipsius a g ad c e.Igitur ipsius a g ad c e ratio data est. Data autẽ est c e,data igitur & a g. Est autẽ & a f data. Tota igitur f g,data est per 3 propositionẽ. Et quoniã est sicut a b ad c d sic est a g ad c e,& reliquæ g b.ad reliquã e d,ratio est data per 19 quinti elemẽtorum. Et g f data est. Igitur f b ipsa e d dato maior est quam in ratione.

Theorema 17 *Propositio 17*


I fuerint tres magnitudines,& prima secũda dato maior fuerint quàm in ratione,fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione,prima ad tertiam aut datam rationem habebit,uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

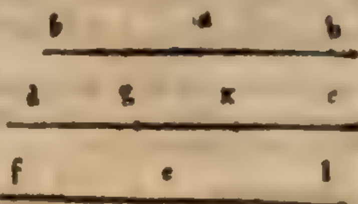
Sint tres magnitudines a b,c,d e.& utraque ipsarum a b.d e,ipsa c dato maior esto quàm in ratione. Dico quod ipsæ a b,d e,aut adinuicem datam habent rationẽ. uel altera altera dato maior est quàm in ratiõe. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c,ratio est data. Id propterea iam & ipsius f b ad c,ratio est data. & ipsius f b ad g e,igitur rõ est data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f.d g. Totæ igitur a b,d e,adinuicem uel rationẽ habẽt datam,uel altera altera dato maior est quàm in ratione.

Theorema 18 *Propositio 18*


I fuerint tres magnitudines,una autem earum utraque reliquarum dato maior fuerit quam in ratione, binæ reliquæ adinuicem aut rationem datam habebunt,uel altera altera dato maior erit quam in ratione.

Sint tres magnitudines a b,c d,e f,earum uero una c d,utraque reliquarum a b,e f,da

to maior sit quàm in rõne. Dico q ipsa a b, ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam c d ipsa a b, dato maior est, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius c g ad a h. Ratio igitur ipsius c g ad a h data est. Data autem est c g: data igitur. & a h & totius c d ad totam h b, ratio est data. Rursus quoniam c d ipsa e f, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f ratio data est, eadẽ eidem exhibeatur quæ ipsius c k ad l e. Ratio igitur & ipsius c k, ad l e, data est. Data autem c k, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio est data. Ipsius autem c d ad h b, ratio est data. Et ipsius h b, igitur ad l f. ratio est data. Et ab ipsis datæ auferuntur magnitudines h a. l e. Ipsæ igitur a b. e f. aut adinuicem rationẽ habebũt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Theorema 19 Propositio 19



SI fuerint tres magnitudines, & prima secunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & secunda tertia dato maior quam in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quã in ratione.

Si tres magnitudines a b, c d, e. & ab ipsa c d, dato maior esto quàm in ratione, & c d. ipsa e dato maior esto quàm in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione: nam quoniam c d. ipsa e. dato maior est quàm in ratione. auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio est data. Rursus quoniam a b ipsa c d, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius g h ad c f. Ratio igitur ipsius g h ad c f data est. Data autem est c f, data igitur est & g h, est autem & g h data, & tota igitur h a, data est. Et quoniã est sicut g b ad c d, sic est, g h, ad c f. & reliquæ h b ad reliquam, f d ratio data est. Ipsius aũt f d. ad e, ratio est data, & ipsius h b. igitur ad e, ratio est data, & data est h a. Igitur b a ipsa e. dato maior est quàm in ratione.



Aliter.

Sint tres magnitudines a b, c, d, & a b ipsa c dato maior sit quàm in ratione. & c ipsa d. dato maior sit quã in ratione. Dico quod & a b ipsa d, dato maior est quã in ratione. Quoniã a b ipsa c dato maior est quã in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio est data per 4 ꝑpositionẽ. At c ipsa d, dato maior est q̃ in ratiõe, & e b igitur ipsa d, dato maior est quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio est data per eandem, At a f, data est, & a b igitur ipsa d, dato maior est quàm in ratione.



Theorema 20 Propositio 21



SI fuerint binæ magnitudines datæ ab eisdemq; ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicẽ aut datã rõnẽ habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Sint binæ magnitudines datæ a b. c d. & ab ipsis a b, c d auferãtur magnitudines a e. c f. rationẽ adinuicẽ habẽtes datã. dico q ipsæ e b, f d. adinuicẽ rõnẽ datã habẽt, uel altera altera dato maior est q̃ in rõne. Nã quoniã utraq; ipsarũ a b, c d. data est. Ratio igitur ipsius a b ad c d. data est, & siquidẽ eadẽ est ei quæ ipsius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquã f d, ratio data. Non sit iam eadem, fiatq; sicut e a, ad c f. sic a g, ad c d. Ratio autem ipsius a e ad c f, est data. Ratio igitur ipsius a g ad c d, data est. Data autem c d, data igitur & a g. Est autem & a b recta linea data, & reliqua igi-

tur g b data est, & quoniam est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, & reliquæ g e ad reliquã f d ratio est data. Data autem est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quam in ratione.

Scholium

Quoniam enim est sicut a e ad c f, sic est a g, ad c d, manifestum quod & reliquæ e g ad reliquam f d, ratio data per 19 quinti elementorum & in alijs eiusmodi per scholiũ maxime decimi theorematis.

Theorema 11 Propositio 11

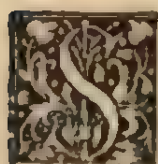


SI fuerint binæ magnitudines datæ, eisdemq́ appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, apponanturque eisdem magnitudines e a, c f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quod & totæ e b, f d, adinuicem rationem habebunt datã: uel altera dato maior est quàm in ratiõe. Quoniã enim data est utraq; ipsarum a b, c d. Ratio igitur ipsius a b ad c d, per primam propositionem data est & si quidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit, & totius e b ad totam f d ratio data est. Si autem nõ fiat sicut a e, ad c f, sic g a ad c d. Ratio igitur ipsius g a, ad c d, data est. Data autẽ est c d, data igitur est & g a. Est autem & a b data, & reliqua igitur g b data est. Et quoniam est sicut e a, ad c f, sic est a g, ad c d, & totius e g, ad totam f d, ratio est data, & data est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.

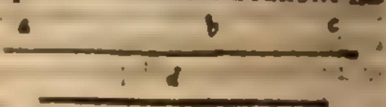


Theorema 12 Propositio 12



SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraque ad eandem rationem habebit datam.

Binæ siquidem magnitudines a b, b c, ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quod & utraque a c ad eandem d rationẽ habet datam. Quoniam utraq; ipsarum a b, b c, ad d, rationem habet datam: ratio igitur & ipsius a b ad b c data est. Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b, ratio est data: ipsius autem b c ad d ratio est data, & ipsius a c, igitur ad d ratio data est.



Theorema 13 Propositio 13



SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas, non autem easdem, & omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum, c d, datam rationem. habeant autẽ & a e, e b, partes ad c f, f d, partes datas rationes, nõ autem easdem. Dico quod & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius, a e, ad c f, ratio data est, eadem eidem fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b, ad c g, rectã lineam data est. Erit & reliquæ e b, ad reliquam f g, ratio data. Ipsius aũt e b ad f d, ratio data est. Et ipsius f d ad f g, ratio data est per 11 quinti elemẽtorum, & conuertendo per correlarium eiusdem ipsius f d, ad d g, ratio data est. Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunque ipsorum d c, c g, data est, & ipsius d c, igitur ad c g ratio est data, & conuertendo per idem correlarium & ipsius c d, ad d g, ratio est data. Sed ipsius d c ad d f, ratio est data, & ipsius c d, igitur ad d f, ratio est data: quare & ipsius c f, ad f d, ratio est data. Sed ipsius quidem c f, ad a e, ratio est data, ipsius autem f d, ad b e ratio est data. Quare omnium ad omnia ratio data est.

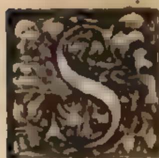


Scholium

Receptum siquidem est quod ipsius c f ad f d, ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad f d:

ad f d, ratio data & ipsius igitur c f. ad e b, ratio est data per propositionē. Rursus quoniam ipsius a e, ad e b, ratio data demonstratur, ponitur autem & ipsius e b, ad f d, ratio data, & ipsius igitur e a, ad f d, ratio est data, per propositionē, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunque ipsorum a e, e b. rationem habet datam. Quare & similiter & c, ad utranque ipsarum c f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranque ipsarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranque ipsarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habēt datas.

Theorema 14 Propositio 14



SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uero ad tertiam rationē habuerit datam, & ad secundā rationē habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ ꝓportionales a b c, sicut a ad b, sic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico ꝙ & ad b rationem habebit datam. extendatur enim data recta linea d, & quoniā ratio ipsius a ad c, data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad f. Igitur ipsius d ad f, ratio data est. Data autem est d, data igitur est & f, accipiatur per 13 sexti elementorū ipsorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiusdem quod sub d f, æquum est ei quod ex e. Sed quod sub d f, datum est, utraque enim earum data est. Datum igitur & quod ex e. Est autem & d data. Ratio igitur ipsius d ad e, data est. Et quoniam est sicut a ad c, sic est d ad f. Sed sicut a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c, sicut autē d ad f, sic quod ex d ad id quod sub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod sub a c, sic quod ex d, ad id quod sub d f. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quod ex b per 17 sexti element. ipsæ a b c, sunt proportionales. Ei autē quod sub d f, æquū est id quod ex e per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, sic quod ex d, ad id quod ex e, & sicut igitur a ad b, sic d ad e. Ratio autem ipsius d ad e data est. Ratio igitur ipsius a ad b data est.

Aliter idem.

Quoniam ratio ipsius a ad c data est, sicut autem a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c. Ratio igitur ipsius a ad id quod sub a c data est. Ei autem quod sub a c æquum est id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data est. Quare & ipsius a ad b. ratio data est: utriusque siquidem ipsarū a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.

Scholium.

Quoniam didicimus in diffinitiōibus, rectilineas figuras specie dari, quarum anguli dati sunt, & laterū rationes adinuicem sunt datæ, si efficimus parallelogrammū a b c d, rectangulum æquum habens d, ipsis a b. habemus siquidem angulorum unumquenque datum, quoniam recti sunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus siquidem à recto non differt, sicut patet per quartum postulatum, & manifestum quod rationes laterū sunt datæ. Ratio siquidem ipsius a b, ad b c, datur. Quoniam & ipsius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod sub d f, datur.

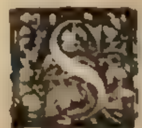
Theorema 15 Propositio 15



SI binæ rectæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, signū in quo sese inuicem dispescunt positione datur.

Binæ, inquam, lineæ positione datæ a b, c d, sese inuicem secent in e, dico quod datum est e, signum. Si autem non intercidet e, signū: intercidet igitur & unius ipsarū a b, c d, positio, non intercidit autem. Datum igitur est signum e.

Theorema 16 Propositio 16



SI rectæ lineæ fines fuerint dati positione, datur ipsa recta linea positione & magnitudine.

Rectæ siquidem lineæ a b fines a b dati sint positione. Dico quod ipsa a b positiōe & magnitudine datur. Si enim manēte a intercidet ipsius a b rectæ

Aliter idem.

Excitetur per 31 primi elemen. ab a signo ipsi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum signum a ad positione datã rectam lineam b d c, recta linea acta est e a f, igitur per 28 propositionem ipsa e a f. positione datur, & quoniam parallelus est e a f, ipsi b d c, & in eas incidit d a: æqualis igitur est per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur est & qui sub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad signum in ea datũ à recta excitatur linea a d, datum efficiens angulũ, igitur per uigesimãnonã propositionẽ positione est ipsa a d. Assumatur in ipsa b c, datum signum e & per e signũ ipsi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f. quoniam parallelus est f e, ipsi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur est per 29 primi elementorum qui sub f e d, angulus ei qui sub a d c. Datus igitur est & qui sub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datũ in ea signum e linea excitata est e f, datum efficiens angulũ f e c, igitur per 29 propositionem positione data est ipsa e f. Quoniam per datũ signum a ad positionẽ datam rectam lineã d c linea excitatur a d: igitur per 28 propositionem positione est ipsa a d.

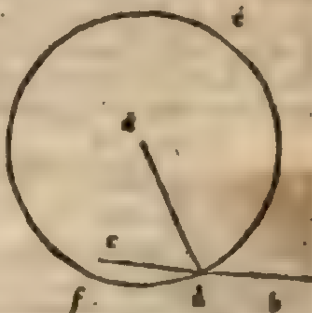
Aliter.

Assumatur in b c, contingens signum e, cõnectaturque e a, quoniam a signum: datum est igitur per 26 propositionem ipsa a e positione data est, positione autem & b c. Quoniam enim utraque ipsarũ a e, b c. rectarũ linearũ positiõe datur. Datur qui sub a e d, angulus magnitudine, sicut in diffinitionibus, possumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur est qui sub a e d angulus, est aũt & qui sub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d. datus est. Quoniã igitur additione data recta linea e a & ad signũ in ea a, recta excitatur linea a d datum efficiens angulum cũ qui sub a e d, positione igitur est per 29 propositionem ipsa a d.

Theorema 31 Propositio 31

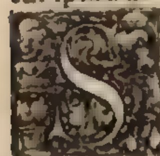


Si à dato signo in positiõe datam rectam lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudine, datur etiam positione.



A dato enim signo a in positiõe datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a. data magnitudine. Dico quod etiam positione datur. Centro siquidem a interuallo uero a d. per 3 postulatũ circulus describatur e d f. positiõe igitur est, per 6 diffinitionẽ ipse circulus d f. Datur siquidem a cẽtrũ positione, & quæ ex centro a d magnitudine, positione autẽ & b c. recta linea. Si uero binæ lineæ positiõe datæ sese inuicem secuerint, datur per 25 propositionem signum in quo se dispescũt positione. Est autem & a datum, igitur per 26 propositionẽ positione datur ipsa a d.

Theorema 32 Propositio 32



Si in parallelas positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.



In parallellas enim positiõe datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f. datos efficiens angulos sub b e f, & e f d. Dico quod ipsa e f, magnitudine datur. Assumatur enim in c d, datum signum g, & per g ipsi e f, per 31 primi elemento. parallelus excitetur g h. Quoniam igitur parallelus est g h ipsi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus est igitur per 29 primi elementorum angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d

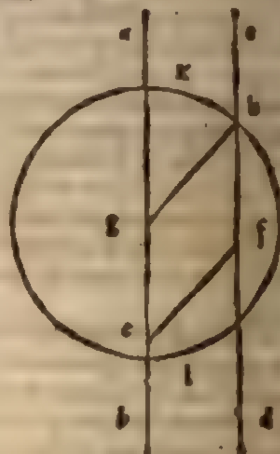
datus igitur est & qui sub h g d. Quoniam igitur additiōe data recta linea c d. & ad in ea datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulū h g f. Igitur per 29 propositionem ipsa g h positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionem, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

Theorema 33 Propositio 33



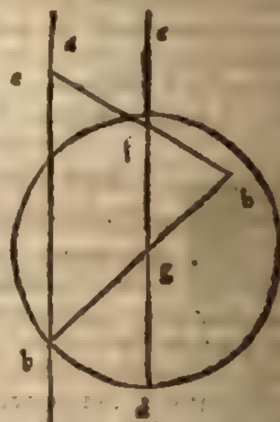
SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit magnitudine data, angulos efficiet datos.

Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quod angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signū g. & per g ipsi e f, per 31 primi ele. parallelus excitetur g h, æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h. Estq́ g datū. Cētro igitur g, interuallo uero g h. circulus descriptus erit positiōe. Describatur sitq́ k h l, positiōe igitur est circulus k h l. positiōe aūt & c d, datū igitur & h signum, est aūt & g datum positione, igitur est ipsa g h. per 26 propositionem, positiōe autem & c d. Datus igitur est qui sub g h d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.



Aliter.

Assumatur in c d datum signum g ponaturq́ per 2 primi elemen. ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g spacio uero g d, per 3 postulatum circulus describatur d b, positiōe igitur est ipse b d circulus. Datur siquidem eius cētrū positione & quæ ex centro magnitudine, positione autem & a b. Datum igitur est b signum, est autem & g datum positione igitur est ipsa b g, per 26 propositionem, positiōe autem & c d. Datus igitur est qui sub b g d angulus. Et siquidem parallelus est e f, ipsi g b erit, & qui sub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f. b g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g hoc est ipsi g b & parallelus est e b ipsi f g, æqualis igitur est f h ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g. est æqualis. Datus autē qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h. quare & consequens qui sub g f e. datus est, & reliquus qui sub f e b. datus est.

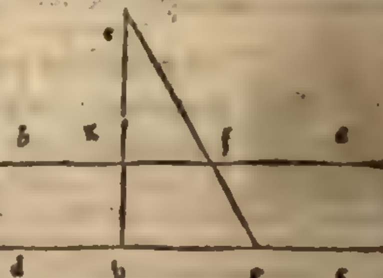


Theorema 34 Propositio 34



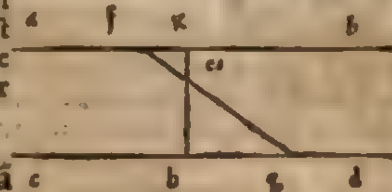
SI in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.

Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e. recta excitetur linea e f g. Dico quod ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 11 primi elemento. ab ipso e signo in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d. recta linea excitata est e h, datum efficiēs angulum sub e h g. igitur per 30 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraque ipsarum a b. c d. Datum igitur est utrunque ipsorum k h. Est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum e k, k h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primā propositionem data est. Estque sicut e k, ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.



Aliter.

In parallelos siquidem positione datas a b, c d, à dato signo e, recta linea agatur f e g. Dico quod ipsius g e ad e f ratio data est: excitetur siquidem ab e signo per duodecimam primi elementorum in ipsam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato signo e, in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h. datũ efficiens angulum qui sub e h g, positione igitur est ipse h e a, positione autem & utraque ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum h k. signorum, est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum h e, e k. Ratio igitur ipsius h e ad e k data: sicut autem h e, ad e k, sic g e, ad e f. Ratio igitur & ipsius g e ad e f data est.



Theorema 15 Propositio 15

Si à dato signo in positione datã rectam lineam, recta linea acta fuerit & secta fuerit in datam rationem, & per sectionem ad positionem datam rectã lineam recta linea acta fuerit, datur acta positione.

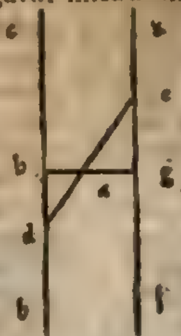
A dato siquidem signo a in positione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d secetur que per præcedentem in datam rationem ipsius d e, e a. Excitetur que per trigesimamprimã primi elemen. per e signum ipsi b c parallelus f e g. Dico quod positione est ipsa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi elemẽtorum ab ipso a in ipsam b c, perpendicularis a h, quoniã à dato signo a in positiõe datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a h. datũ efficiens angulum qui sub a h d, positione igitur est per trigesimamprimam propositionẽ ipsa a h, positione autem & b c. Datum igitur h signum. Est autem & a datum. Data igitur est per uigesimamsextam propositionẽ & a h. Et quoniam ratio ipsius d e ad e a, data est: sicut autem d e ad e a, sic h k ad k a. Ratio igitur & ipsius h k ad k a, data est. Componendo igitur per decimamoctauã quinti elementorũ: ratio ipsius h a ad a k, data est, data autem ipsa h a, data igitur & a k. Sed & positione, estque a datum, datum igitur & k. Quoniã igitur per datum signum k, ad positione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, positione igitur est & f g.

Theorema 16 Propositio 16



Si à dato signo in positione datam rectam lineam recta linea acta fuerit, proiectáque fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad positione datam rectam lineã linea acta fuerit, datur acta positione.

A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, & apponatur ipsi a d, ipsa a e, rationem habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi elemen. ipsi b c parallelus excitetur f k. Dico quod positione est ipsa f k. excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipso a in b c, perpẽdicularis a h, extendatur que in g. Quoniã à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitata est linea a h, datum efficiens angulum a h c, positione igitur datur per 11 propositionem h a g, positione autem & b c. Datum igitur est h signum, est autem & a datum. Data igitur est ipsa a h per 16 propositionem. Et quoniam ratio ipsius d a ad a e, data est, sicut autem d a, e, sic h a, ad a g. Ratio igitur & ipsius h a ad g, data est, data autem h a Data igitur & a g, sed & positione, estque a datum, datum igitur & g. Quoniam igitur per datum signum g ad positiõe datã rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, positione igitur est per 25 propositionem ipsa f g k.



Theorema 57 Propositio 57



SI in parallelos positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, sectaq́ fuerit in ratiõe data, ac per sectioné ad positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta positione.

In parallelos enim positiõe datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f. & secetur per 14 propositioné in datã rõnẽ ipsius f g ad g e. Excitetur p 31 primi ele. per g utriq; ipsarũ a b, c d paralle lus h k. Dico q positiõe est ipsa h k. Assumatur enim in ipsa a b, datũ signũ l & per 11 primi ele ab ipso l excitetur in c d perpẽdicularis l n. Quoniã à dato signo l in positiõe datã rectã lineam c d. recta linea excitatur l n. datũ efficiẽs angulũ l n d. positiõe igitur per 28 propositioné est ipsa l n. positiõe aũt & c d. Datum igitur n signũ. Est autẽ & l datũ. Data igitur est ipsa l n. per 26 propositionẽ. Et quoniã ratio ipsius f g ad g e data est: sicut autem f g ad g e, sic n m ad m l. Ratio igitur ipsius n m ad m l data est. Quare & ipsius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data est. Daũta at n l, data igitur & l m, sed & positione, estq́ l datum. Datum igitur & m. Quoniam igitur per datum signũ m ad positione datam rectam lineã c d. recta linea acta est h k, positione igitur est h k, per 28 propositionem.



Theorema 58 Propositio 58



SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq́ fuerit aliqua eidem recta linea rationem habẽs ad eandem datam. Ac per extremum ad positione datas parallelus recta linea acta fuerit acta positione datur.

In parallelos positione datas, inquã, lineas a b, c d recta excitetur linea e f. apponaturq́ eidẽ aliqua recta linea e g rõnẽ habẽs ad e f. datã a c p g per 31 primi ele. utriq; ipsarũ a b, c d, rectarũ linearũ recta agatur linea h k. Dico q positiõe est h k, assumatur enim in a b datũ signũ n excitetur q́ per 11 primi ele ab ipso n, in c d perpendicularis n m extendaturque in l. Quoniam à dato signo n in positione datã rectã lineam c d. recta linea c d, recta acta est n m. datũ efficiẽs angulũ n m d. Igitur per 30 propositionem positione data est ipsa l m, positione autem & c d. Datum igitur est m signum, est autem & n datum. Igitur per 26 propositionem positione datur n m. Et quoniã ratio ipsius f e ad e g, data est. Sicut aũt f e ad e g. sic m n ad n l. Ratio igitur & ipsius m n ad n l data est. Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & positione datum est n, datum igitur est & l. Quoniam igitur per datũ signum l ad positione datam rectam lineã a b recta linea acta est h k positione est ipsa h k.

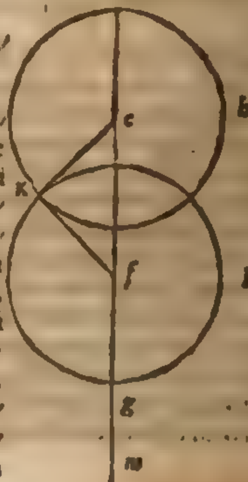


Theorema 59 Propositio 59



SI trianguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c unumquodq; latus esto magnitudine datũ. Dico quod & triangulum a b c. specie datur, exponatur enim recta linea positione data d m, terminata quidem in d infinita uero in reliquum. ponaturq́ per secundam primi elementorum. ipsi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur est & d e. Sed & positione, estq́ datum ipsum d. datũ igitur & e. Ipsi autem b c æqualis e f data est b c, data igitur & e f, sed & positiõe. datũ est e. datũ igitur est & f. ipsi autem a c æqualis f g. Data est a c. Data igitur & f g sed & positione. Est autem datum f. datum igitur & g & centro quidem e, interuallo autem e d, per tertium postulatum circulus describitur d k h. positione igitur est ipse d k h. circulus per 6 diffinitionem



nem datorum. Rursus centro quidem f intervallo uero f g, per idem postulatum circulus describatur g k l, positione igitur est ipse g k l circulus per eãdem diffinitionem, positione autem & circulus d k h. Datum igitur est & k, signum est autem & utrunque ipsorum e f datum. Data igitur est unaquecq ipsarũ k e, e f, f k positione & magnitudine. Datur igitur k e f triangulum specie, & æquum ac simile est ipsi a b c. Datur igitur a b c triãgulum specie.

Scholium.

Quoniam igitur datæ sunt ipsæ k e, e f earum adinuicem ratio data est per primũ theorema datorum, similiter autem & ipsarum e f, f k ratio data est, estque ipsarum f k, k e ratio data. Rursus quoniam ipsæ k e, e f, datæ sunt positione, eundem igitur semper locũ obtinent, ac per hoc qui sub k e f magnitudine datur, similiter autem & qui sub e f k, datur magnitudine, & insuper qui sub f k e, datur magnitudine.

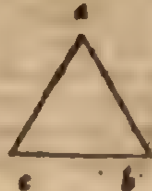
Theorema 40 *Propositio 40*



SI trianguli unusquisque angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c unusquisque angulus datus sit magnitudine. Dico quod a b c triangulum specie datur. exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. & construatur ad d e. ad signaque in ea d e, per uigesimamtertiã primi elemen. ei qui sub e b a, angulo æquus rectilineus angulus qui sub e d f. ei aũt qui sub b c a, æquus qui sub d e f. Reliquus igitur qui sub b a c, reliquo ei qui sub d f e, est æqualis. Datus autem unusquisq eorũ qui ad a b c signa. Datus igitur & unusquisque eorum qui ad d e f. Quoniã igitur additione data recta linea d e. & ad signum in ea datũ d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propositionem d f positione est, idque propptercea iam & e, f positione est. Datum igitur est f signum. est autem & utrũq ipsorum d e datum. Data igitur est unaquæq ipsarũ d f, d e. e f, positiõe & magnitudine, datum igitur d f e triãgulum specie, & simile est ipsi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulũ specie.





Scholium.

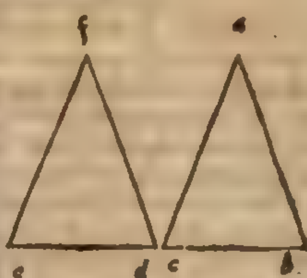
Quoniam igitur datur utraque ipsarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipsarum e f, f d, ratio datur, & insuper ipsorum f d, d e, datur ratio. Insuper & unusquisque ipsorum d e f angulorũ datus est magnitudine. Datur igitur d e f triangulum specie sicut in diffinitionibus.

Theorema 41 *Propositio 41*



SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uero datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triãgulum specie.

Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datũ eũ qui sub b a c, circum uero b a c, latera b a, a c. adinuicem rationem habeant datam. Dico quod a b c, triangulum species datur. Exponatur enim in positione data recta linea d f, constituaturque per uigesimamtertiã primi elementorum ad ipsam d f, rectam lineã, ad signũq in ea f, ei qui sub b a c angulo æqualis angulus qui sub d f e. Datus autem qui sub b a c. datus igitur & qui sub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad signũ datum in ea f, recta linea acta est f e. datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propositionem ipsa f e positione est. Et quoniam ratio ipsius b a ad a c data est. eadem eidem fiat, quæ ipsius d f ad f e, & connectatur. d e. Ratio igitur & ipsius d f ad f e data est. Data autem d f. data igitur & f e. Sed & positione. & f datum est, datum igitur & e, est autem & utrumque ipsorum d f, datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, f e, d e. positione &

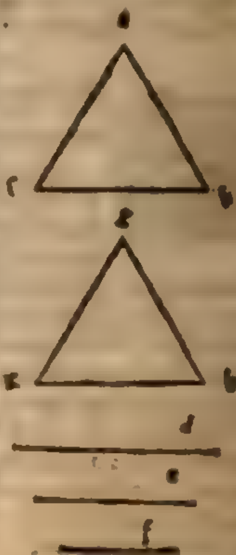


magnitudine datur igitur d f e triangulum specie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f unum angulum uni angulo æquum habent eum scilicet qui sub b a c, et qui sub d f e, ea uero quæ circum eos qui sub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, simile igitur est & æquale per primam diffinitionem & 6 propositionem sexti elementorum triangulũ a b c ipsi d e f triangulo. Datur autem d f e, specie, datur igitur & a b c triangulum specie

Theorema 41 Propositio 41

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

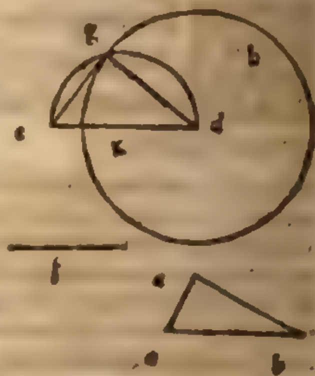
Triãguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c, triangulũ datur specie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniã ratio ipsius a b. ad b c data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rursus quoniã ratio ipsius b c, ad a b data est, eadem eidem fiat ipsius e ad f. Data autẽ e data igitur & f. & ex tribus rectis lineis quæ æquales sunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque assumptæ sunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum constituatur g h k. Quoniam æqualis est d ipsi g h, & e ipsi h k & f ipsi g k, Data autem unaqueq; ipsarum d e f. Data igitur & unaqueque ipsarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulũ g h k, specie, & quoniam est sicut a b ad b c, sic est d ad e. Aequalis autẽ est d ipsi g h, & e ipsi h k: est igitur sicut a b ad b c, sic g h ad h k. Rursus quoniam est sicut b c ad c a sic e ad f. Aequalis autem est e ipsi h k: & f ipsi g k. Est igitur sicut b c ad c a sic h k ad k g. Ostensum autem est sicut a b ad b c, sic g h ad h k. ex æquali igitur per 22 quinti elemẽtorum sicut b a ad a c, sic g h ad g k. Simile igitur est per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipsi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum specie. Datur igitur & a b c triangulum specie.



Theorema 42 Propositio 42

SI trianguli rectanguli circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui sub b a c, angulum, circa unum acutorum eiusdem angulorũ qui sub a b c latera c b b a adinuicem rationem habeãt datam. Dico quod ipsum a b c, triangulum datur specie. Exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. Describaturq; super d e semicirculus d g e, positione igitur est d g e semicirculus, & quoniam ratio ipsius c b ad b a data est, eadem eidem fiat ipsius d e ad f. Ratio igitur ipsius d e ad f data est. Data autem d e, data igitur & f & quoniam maior est c b ipsa b a, maior igitur est & e d, ipsa f. Congruat ipsi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturque g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium postulatum circulus describatur h g k, positione igitur est circulus h g k. Datur enim ipsius centrũ positiõe, & quæ ex centro magnitudine, positione autem & d g e. semicirculus datũ igitur est & g signum, est autem utrunque ipsorum d e, datum. Data igitur est, per uigesimamsextam propositionem unaquæque ipsarum g d, d e, e g, positione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e specie. Quoniam igitur bina triangula sunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia: eum scilicet qui sub b a c, et qui sub d g e. Circum uero alios angulos qui sub c b a, e d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui sub b c a, d e g, utrumque simul minorem recto. Simile igitur est per septimam sexti elemen. triãgulum a b c ipsi d e g, triãgu



lo. Datur autem d e g, triangulum specie, datur igitur & a b c, triangulum specie.

Scholium.

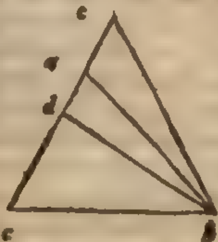
• Quoniam enim ponitur d c, positione & magnitudine data, manifestum quod si circulus bifariam secetur est centrum circuli positione. Dimidia uero, hoc est quæ ex centro datur positione & magnitudine sicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44 *Propositio 44*



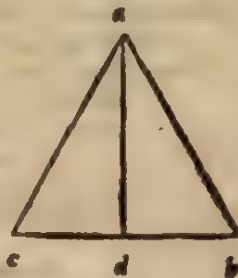
I triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Sit triangulum a b c unum habens angulum datum eum qui sub b a c, circum autē alium angulum eum qui sub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quod triangulum a b c. specie datur. Nō sit autem qui sub b a c, angulus rectus. Sed sit prius acutus. Exciteturq̧ per 11 primi elemento. ab ipso b signo in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniā angulus b d a. datus est, est aūt & qui sub b a d, datus. & reliquus igitur qui sub a b d, datus est. Datur igitur triangulum a b d, specie. Ratio igitur ipsius b a ad b d data est, sed ipsius a b ad b c. ratio data est, & ipsius b d igitur ad b c, ratio data est. Rectus autē est qui sub b d c. Datur igitur triangulum b d c, specie. Datus igitur est qui sub b c d angulus. Est autem & qui sub b a c, datus, & reliquus igitur qui sub a b c. datus est. Datur igitur & a b c. triangulum specie. Sed iam esto qui sub b a c angulus obtusus. extēdaturq̧ c a in e. Exciteturq̧ per 11 primi elementorum ab ipso b signo in ipsam a e perpēdicularis b e. Quoniam angulus b a e datus est, & consequēs igitur qui sub b a e. datus est. Datur igitur triangulum e b a, specie Ratio igitur ipsius e b ad b a, data est. ipsius autem a b ad b c, ratio data est. & ipsius igitur e b ad b c ratio est data. Et qui sub b e c, rectus est angulus. Datur igitur triāgulum e b c specie. Datus igitur est qui sub b c e, est autem & qui sub b a c. angulus datus. & reliquus igitur qui sub a b c angulus datus est. Datur igitur triangulum a b c, specie.





Theorema 45 *Propositio 45*



I triangulum unum habuerint angulum datum, circū uero datū angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

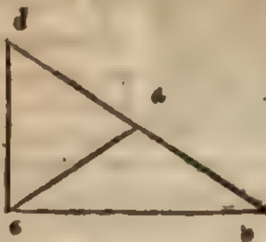
Esto triāgulum a b c. unum habens angulum datum qui sub b a c, at quæ circum b a c. angulū latera utraque hoc est b a c tanquam unum ad c b rationem habeāt datam. Dico quod a b c, triangulum specie datur. secetur per tertiam primi elementorum angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Datus igitur est qui sub b a d, angulus, & quoniā est sicut b a ad a c, sic b d ad d c. uicissim etiam per 16 quinti elementorum, sicut a b ad b d, sic a c ad c d. Ratio utriusque b a c ad b c, data est. Ratio igitur ipsius b a ad b d, data est. Estq̧ datus qui sub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d. angulus, est autem & qui sub b a c, angulus datus. & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur triangulum a b c specie.

Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unū sequentium sic omnia antecedentia ad omnia sequentia per 11 quinti elementorum.

Aliter

Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipsi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipsius b d ad b c. ratio data est. Et qui sub a d c, datus est, dimidius siquidē eius qui sub b a c. Datur igitur triangulū b c d specie. Datus



tus

tus igitur est qui sub a b c, angulus est autem qui sub b a c, datus. & reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c, triangulum specie.

Scholium

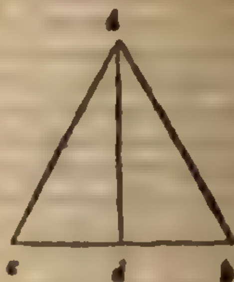
Quoniam enim angulus qui ad a datus est. & qui ad a eis qui ad d c, angulis exterior binis interioribus est æqualis. & opposito per 32 pri elemen. & anguli d b, quare & anguli a c, dati sunt.

Theorema 46 *Propositio 46*



SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum uero aliũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem datam habuerint, datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui sub a b c, circulum uero alium angulum b a c, latera utraque hoc est b a c ad b c, rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c, triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi elementorũ angulus b a c, bifariã à recta linea a d. Est igitur utrũque b a c ad c b. sicut a b ad b d. Ratio autem utriusque b a c ad c b data est. Ratio igitur & ipsius a b ad b d, data est. Estq; datus qui sub a b d, angulus. Datur igitur triangulũ specie Datus igitur est qui sub a b d, angulus, est autem duplus eius qui sub b a c. Datus igitur est & qui sub b a c. Est autẽ & qui sub a b c, datus, & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c triangulũ specie.

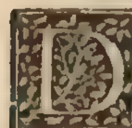


Aliter

Ponatur ipsi c a, æqualis d a, & connectatur d c. Quoniã ratio utriusque b a c ad c b data est. Aequalis autem est c a ipsi a d. Ratio igitur & ipsius d b ad, b c data est. Et qui sub d b c angulus datus est. Datur igitur triãgulũ d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c. Qui sub b a c, angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.

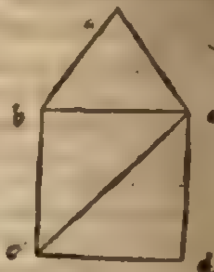


Theorema 47 *Propositio 47*



DAta rectilinea specie, in data triangula specie diuiduntur.

Esto datum rectilineum specie a b c d e, Dico quod ipsum a b c d e, rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a e, e c Quoniam rectilineũ a b c d e, specie datur. igitur angulus q sub b a e, datus est. & ratio data est. Quoniam igitur angulus b a e, datus est, & ratio ipsius b a ad e a, data est Datur igitur triangulũ b a e specie. Datus igitur est qui sub a b e, angulus. Est autem & totus qui sub a b c angulus datus. & reliquus igitur qui sub e b c datus est. Estq; ratio ipsius a b ad b e data, ipsius autem a b ad b c, ratio data est. & ipsius igitur e b ad b c, ratio data est, & datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie. Ac per hoc iam & c d e, triangulũ specie datur. Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.



Theorema 48 *Propositio 48*



SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula specie data adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim recta linea a b bina triangula specie data describantur a b c, & a b d. Dico quod ratio ipsius a b c ad a b d, data est. Excitentur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b, signis ipsi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e. b g. Extendanturq; in f h, ac per c d signa per 31 primi elementorum ipsi a b paralleli excitẽtur e c, d h. Quoniam datur a b c, triangulũ specie. Ratio ipsius



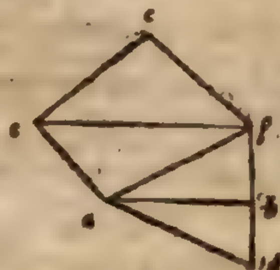
b a, data est. Quoniam igitur angulus qui sub c a b, datus est, est autẽ & qui sub e a b, datus. Reliquus igitur qui sub e a c, datus est, datur igitur triãgulũ a e c speciẽ. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est, ipsius autem c a ad a b, ratio est data & ipsius e a ad a c igitur ratio data est. Idque propterea & ipsius f a, ad a b ratio est data, estque sicut a e, ad a f, sic b g ad b h. Quare & ipsius b g ad b h ratio est data. Est quæ ipsius quidẽ a g, dimidium triangulũ a b c, per 41 primi ele. Ipsius autem a h. per eandem dimidium est triangulum a b d, & ipsius igitur a b c ad a d b, ratio est data.

Theorema 49 Propositio 49



SI ab eadem recta linea bina rectilinea utcunque data specie descripta fuerint, adinuicem rationem datam habebunt.

Ab eadem enim recta linea a b, bina rectilinea utcunque specie data describantur a e c f b & a d b. Dico q ratio ipsius a e c f b, ad a d b. est data. Connectantur a f, f e. Datur igitur unumquodq ipsorũ e c f, e f a, f a b, triãgulorum specie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula specie data e f c, & e f a, describũtur. Ratio igitur ipsius c f e ad f e a, data est per præcedentem. & componendo igitur per 18 quinti elemẽtorum ratio ipsius c e a f data est. Ipsius autem f e a ad f a b, ratio est data. Quoniam ab eadem recta linea a f, describitur. Et ipsius f c e, e a f, igitur & a f b, ratio est data. & componendo igitur per 18 quinti ele. ipsius c e a b f ad b f a. rõ est data. Ipsius autem f b a, ad a d b, ratio est data. & ipsius igitur c e a b f, ad a d b, ratio est data.



Theorema 50 Propositio 50



SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationẽ habuerint datam, & ab ipsis rectilinea similia, similiterq; descripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ siquidẽ rectæ lineæ a b, c d. adinuicẽ rõnẽ habeant datã, describãturq; ab ipsis a b, c d. similia similiterq; posita rectilinea e f. Dico q earũ ratio data est. Assumatur enim ipsis a b. c d. per 11 sexti elementorum tertia proportionalis g. Est igitur sicut a b ad c d. sic c d ad g. Ratio autem ipsius a b ad c d data. ratio igitur & ipsius c d ad g data. Quare & ipsius a b ad g ratio est data. Sicut autẽ a b ad g, sic e ad f. Ratio igitur ipsius e ad f data est.

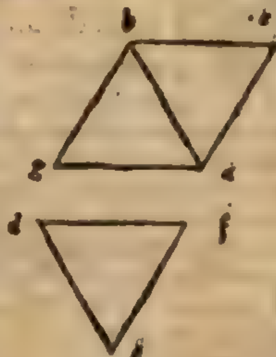
Scholium.

Quoniam enim ipsius a b ad c d, ratio est data, est autem & ipsius c d ad g, ratio data. manifestum est quod & composita ex binis datis rationibus ratio data est, uel & per octauum theorema quod & melius est.

Theorema 51 Propositio 51



SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipsis rectilinea utcunque descripta specie data rationẽ adinuicem datam habebunt.



Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, describanturque ab ipsis a b, b c. rectilinea utcunque specie data e f. Dicoque, & ipsius e ad f ratio est data. Describatur enim per uigesimãquintã sexti elemento. ab ipsa a b ipsi f, simile similiterq; positum rectilineum a g b. Datur autem f specie, datur igitur & a g b specie. Sed & e, spe

cie datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius e ad a g b. data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad c d. data est. Describunturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita a b g. f ratio igitur ipsius a g b. ad f data est. Ipsius aũt a g b, ad e. ratio est data, & ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52 Propositio 52



SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a c d e b, dico quod a c, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi elemen. quadratũ a f. Datur igitur a f. specie & magnitudine. & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a c d e b, & a f. igitur per 49 propositionem ipsius a c d e b ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a c d e b, magnitudine.



Scholium.

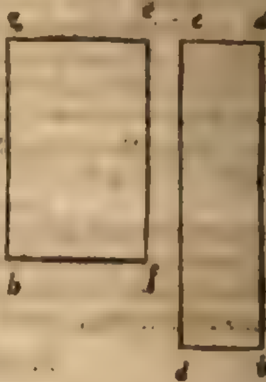
Omne enim quadratũ datum est specie quandoquidem ipsius anguli dãtur, omnes enim sunt recti, & rationes quoque laterũ. omnia enim sunt æqualia. & enim non solum inæqualium est ratio. sed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidẽ exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53 Propositio 53



SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

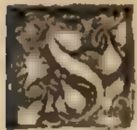
Sint binæ species specie datæ, a d. e h. ratio aũt ipsius b d ad f h, est data. Dico quod & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio est data. Nã quoniã ipsius d b ad f h, ratio est data. ipsius aũt d b ad b a. ratio est data, & ipsius igitur d b ad f h, ratio data est, ipsius aũt f h, ad f e. ratio est data, & ipsius a b. igitur ad e f, ratio est data. Idq; propterea iam & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio est data.



Scholium

Ostensum est in scholio 10 propositionis quod si a ad b, rationem habet datam: fuerit autẽ & c, datũ, & fiat sicut a ad b sic c ad aliud quid ut puta d, non tamen & uicissim rationẽ habebunt datam, quoniã & hic non per uices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54 Propositio 54



SI binæ species specie datæ adinuicẽ rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebũt datam.

Binæ, inquã, species specie datæ a b adinuicem rationem habeant datam. Dico quod & eorũ latera adinuicem rationẽ habẽt datam. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiaturq; per 11 quinti ele. ipsorum c d, e f tertia proportionalis g: est igitur sicut c d ad g, sic est a ad b. Ipsius autem a ad b ratio data est. Ratio quoque igitur c d ad g data est, & sunt c d, e f, g, proportiõales, & ipsius, c d igitur ad e f, ratio est data. Simileq; est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationẽ datam habebunt. Non sit autem simile a ipsi b & describatur a b, e f. per 25 sexti elementorum ipsi a, simile similiterq; positum e h, datur igitur & e h, speciẽ.



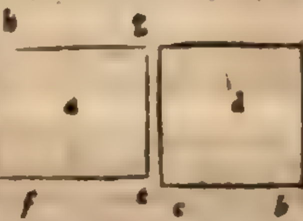


specie. Datur autem & b. Ratio igitur ipsius b ad e h, data est, ipsius autem b ad a, ratio est data & ipsius a ad e h. igitur ratio est data. & simile est a ipsi e h. Ratio igitur ipsius c d ad e f. data est. Idque propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera per praecedentem ratio est data.

Aliter.

Exponatur recta linea g h iã d ipsi b, aut est simile aut nõ. Sit pri⁹ simile fiatq; sicut c d ad e f. sic g h ad k l. Describãturq; p 18 sexti ele. ab ipsis g h, k l ipsis a b, similes similiterq; positae m, n. spẽs. Et quoniã est sicut c d ad e f. sic est g h ad k l. Describunturque ab ipsis c d e f, g h, k l, similia similiterq; posita rectilinea a. b, m. n, est igitur sicut a ad b sic m ad n. Ratio autẽ ipsius a ad b data est. Ratio igitur ipsius m ad n data. Datũ autem m per 55 propositionẽ, à data siquidem magnitudine rectilinea describitur species. Datum igitur est & n. Describatur iam per 46 primi elemen. ex ipsa k l quadratum x. Datur igitur ipsum x specie. Ratio igitur ipsius n ad x data, datũ aũt ipsum n, datum igitur & x. Data igitur est x l, est aũt & g h data. Rõ igitur ipsius g h ad k l data est. estq; sicut g h ad k l, sic c d ad e f. Ratio igitur ipsius c d ad e f. data est. Simile estq; a ipsi b & latera quoque reliqua ad reliqua latera per praecedentem rationem habebunt datam, non sit autem simile, consequenter iam priori ostenditur demonstratione.





Theorema 55 Propositio 55



SI areola specie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erũt.

Sit areola specie & magnitudine data a. Dico quod & ipsius latera magnitudine data recta sunt, exponatur siquidem positione & magnitudine data recta linea b c describaturq; per 18 sexti elemen. ex ipsa b c ipsi a simile similiterque positum d. Datur iam ipsum d specie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipsius a ad d, data. Simileq; est a ipsi d, ratio igitur ipsius e f ad b c data. Data autem & b c data, igitur & e f. Et ipsius f e ad e g. data est ratio, data igitur e g. Idque propterea iam & unumquodque ipsorum magnitudine datur.



Aliter.

Esto areola k l m n x, specie data & magnitudine, dico quod & latera eius data sunt specie. Describatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur specie. Sed & l n. Ratio igitur ipsius l n ad m o data est. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, estque quadratum ex m n. Datum igitur est quod ex m n. Data igitur est m n magnitudine. Idque propterea iam & unumquodque ipsorum m l, l k, k x, x n, data est magnitudine.

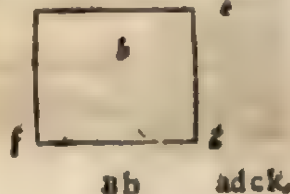
Theorema 56 Propositio 56



SI bina aequiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datã, erit sicut primi latus ad secundi latus, sic reliquum secundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.



Bina enim aequiangula parallelogramma a, b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quod est sicut c d ad e f, sic est e g ad id quod ipsa c h rationem habet datam, quã parallelogrammum a ad parallelogrammum b extendatur in rectas lineas ipsi c h, ipsa c k, fiatque sicut c d ad e f, sic e g



Bb ad c k.

ad c k. Compleaturq; c l parallelogrammum. Quoniam igitur est sicut c d ad e f, sic e g, ad c k, æqualis autem est c d ipsi k l. Est igitur sicut k l ad e f, sic e g ad c k, circum æquales angulos qui sunt sub c k l, g e f, latera sunt reciproca, æquum igitur est per 14 sexti ele. k d ipsi g f. Et quoniam ratio ipsius a ad b est data, est aũt æquale b ipsi c l. Ratio igitur ipsius h d ad c l data est. At sicut h d ad c l, sic h c ad c k. Et ipsius igitur h c ad c k ratio est data: & quoniam est sicut c d ad e f, sic e g ad c k, at ipsa c h ad c k rationem habet datam. quam area a ad ipsam b: est igitur sicut c d ad e f: sic est e g ad quod h c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57 Propositio 57

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo excessus.

Datum enim a g ad datam b a. proiectum sit in angulo dato qui sub c a b. Dico quod ipsa c a data est. Describatur per 46 primi ele. ex a b quadratum e b. Datũ igitur est e b excitentur e a, f b, c g ad ipsa d h: & quoniam utrũque ipsorum e b, a g datum est. Ratio igitur ipsius e b ad a g data est. æquum autem est e b ipsi a h. Ratio igitur & ipsius e b ad a h. data est. Quare & ipsius e a ad a d ratio est data, æqualis autem est e a ipsi a b. Ratio igitur ipsius b a ad a d, data est, & quoniam qui sub c a b datus est & qui sub d a b datus est. Reliquus igitur qui sub a c d datus est. Datur igitur triangulũ a c d specie. Rõ igitur ipsius c a ad a d data est, ipsius autem d a ad a b ratio est data, & ipsius c a ad a b. igitur ratio est data, estque data ipsa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipsius comparatiõis.

Scholium.

Quoniam binæ species e a, a d specie datæ sunt, adinuicem rationem habẽt datam & ipsarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

Scholium.

Ipsius, inquam, a g b latitudo parallelus est. & a h ad rectam existẽs ipsi a b. ipsius autem a c g b comparationis ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c, c a, longitudine existẽte ipsa a b latitudo erit ipsa a c: in quatuor siquidẽ propositis rectis lineis latitudinem quærit, non autem ueræ areæ latitudo alia est præter quatuor sicut a e.

Theorema 58 Propositio 58

SI datum ad datam proiectum fuerit specie deficiens à dato specie, dantur latitudines defectus.

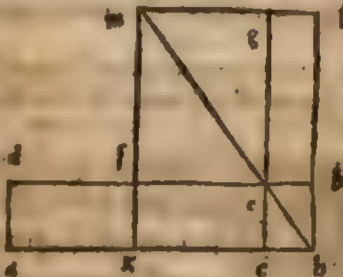
Datum enim a c ad datam a d proiectum sit specie deficiens à dato d e. Dico quod utraque ipsarum b c, b d data est. Secetur enim per decimã primi elemen. ipsa a d bifariam in e signo: data igitur est e d. Describatur ab ipsa e d per 18 sexti ele. ipsi c d simile, similiterque positum rectilineũ e f. Describaturque e f. Datur igitur e f specie. Et quoniam à data recta linea e d data specie species describitur e f. datur igitur ipsum e k magnitudine, & æquum est ipsis a c k h. Dantur igitur, ipsa a c k h magnitudine. est autem a c datum magnitudine. supponitur enim. Reliquum igitur k h, datum est magnitudine, est autem & specie datum simile, siquidẽ est ipsi c d. Ipsius h k, ergo latera data sunt, datum igitur k c, & est æquum ipsi e b. Ipsa igitur e b data est. Est autem & e d, data. & reliqua igitur b d data est, & ratio ipsius b d ad b c data est. Data igitur est & b c.

Theorema 59 Propositio 59

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens specie dato specie, dantur latitudines excessus.

Datum

Datū ſiquidē a b ad datā a c proiectū ſit excedens ſpecie data c b. dico quod utraq; ipſarū h c, c e data eſt. Secetur enim per 10 primi ele. ipſa d e bifariā in f ſigno. Deſcribaturq; per 18 ſexti ele. ex e f ipſi c b ſimile ſimiliterq; poſitum f g. Circa igitur eundē dimetientē eſt f g ipſi c b, excitētur per 26 ſexti ele. eorū dimetiēs h e m, deſcribaturq; figura. Et quoniā c b ipſi f g eſt ſimile. Datur autem c b ſpecie. Datur igitur & f g ſpecie, & deſcribitur à data recta linea f e. Data igitur ſunt a b, f g & ipſi k a, ſūt æqualia. Datum igitur eſt b c. Ipſius ergo k a latera ſunt data, data igitur eſt κ h, & κ c data eſt, & ipſi e f æqualis, reliqua igitur c h, data eſt, & ad h b rationem habet datam. Data igitur eſt & h b.

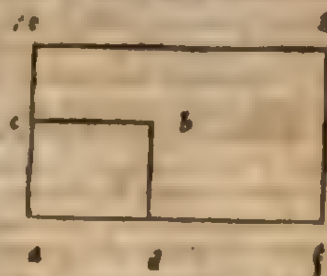


Theorema 60 Propoſitio 60



Si parallelogrammum ſpecie & magnitudine datū dato gnomone auctum aut imminutū fuerit. Dātur latitudines gnomonis.

Parallelogrammum enim a b datum ſpecie & magnitudine augeatur prius dato, gnomone e c b d f g. Dico quod datæ ſunt utræq; ipſarum c e, d f. Nam quoniam a b datū eſt, eſt autem d f g gnomon datus. & totū igitur a g datū eſt. Sed & ſpecie, ſimile enim eſt ipſi a b. Igitur ipſius a g latera data ſunt. Data igitur eſt utraque ipſarum a e, a f, eſt autem utraque ipſarum c a, a d data, reliqua igitur utraque ipſarum e c, d f data eſt. Rurſus iam parallelogrāmū a g, datū ſpecie & magnitudine minuatur dato gnomone e c b d f g. Dico quod utraque ipſarum c e, d f, data eſt. Quoniā igitur datū eſt a g cuius gnomō e c b d f g, datus eſt. Reliquum igitur a b datū eſt. Sed & ſpecie. Ipſius igitur a b latera data ſunt. Data igitur eſt utraque ipſarum c a, a d, eſt autē & utraque ipſarum e a, a f, data. Et reliqua utraque igitur ipſarum e c, d f data eſt.

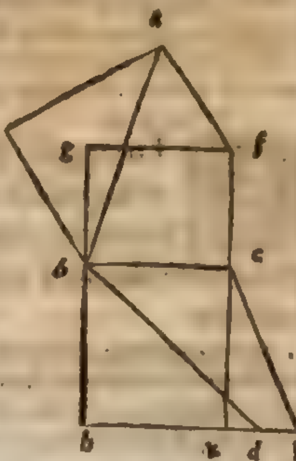


Theorema 61 Propoſitio 61



Si data ſpecie ſpecie, ad unum latus parallelogrāma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem ſpecies ad parallelogrāmum rationem datam. Datur parallelogrammum ſpecie.

Data enim ſpecie ſpecie a f c b, ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta ſit c d in dato angulo l c b. Ratio autem ſit ipſius a c ſpeciei ad c d parallelogrāmū data. Dico q; datur c d ſpecie, excitetur enim ſiquidē per 31 primi ele. ipſi f c parallelus b g, & per f ipſi b c, parallelus f g extēdāturq; f c g h, in h κ ſigna. Quoniā datus eſt qui ſub f c b angulus. Et ipſius f c ad c b ratio data eſt. Datū eſt igitur ipſum f p parallelogrammum ſpecie. Datur autē ſpecie a f c b ſpecies, & deſcribitur eadem recta linea c b. Ipſius igitur a b ſpeciei ad f b, parallelogrāmū per 49 propoſitionē ratio data eſt. ipſius autem f b ad c d. ratio eſt data, quoniā iam ipſius a b, a d ſupponitur. Aequum autem eſt c d, ipſi k b, per 35 primi elementorum. ratio igitur ipſius κ b ad c g, eſt data. Quare & ipſius f c ad c k, ratio eſt data. ipſius autem f g ad c b, ratio eſt data, ipſius igitur b c ratio data eſt. Et quoniā angulus qui ſub b c k datus eſt & qui ſub b c l datus eſt, & reliquus igitur qui ſub l c k datus eſt. Eſt autē & qui ſub l k c, datus angulus, æquus ei qui ſub k c b. Reliquus igitur qui ſub c l κ datus eſt. Datur igitur l c k triangulum ſpecie. Ratio ipſius igitur l c ad c k data eſt. Ipſius autem c κ ad b c ratio eſt data. Et ipſius igitur l c ad c b ratio eſt data, & qui ſub l c b angulus datus eſt. Datur igitur c d, parallogrammū ſpecie.



Scholium

Datur f b, parallelogrammū manifeſte, quoniā angulus f c b datur. Datur igitur &, c f g

 angulus

angulus, in parallelos enim f g. c b recta cecidit linea c f, efficiens interiores & ad easdē partes binis rectis æquales. Quorū qui sub f c b. datur: & reliquus qui sub c f g datur. Quare & reliqui dati sunt & qm̄ datur ratio c f ad c b, æqualis aūt ipsa g b ipsi c f & c b ipsi f g, quare & laterū ratio datur.

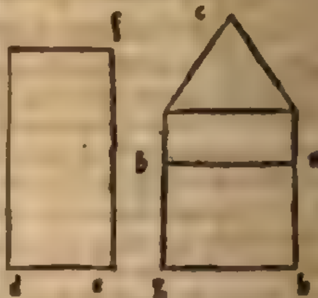
Scholium.

Quoniam enim ipsius f b parallelogrāmi ad a f c b, speciē ratio est data, ipsius autē a f c b, speciei ad c d, ratio est data. & ex æquali per 11 quinti ele. ipsius b f ad c d, ratio est data.

Theorema 62 Propositio 62



SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datā. Descriptáque fuerit ab una quidem data specie species, altera uero area parallelogramma in angulo dato, habuerit aūt species ad parallelogrammū rationē datā. Datur parallelogrāmū specie.

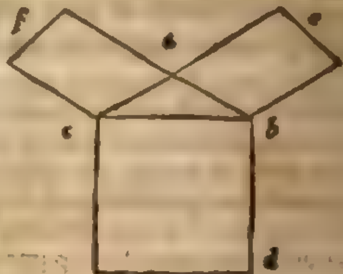


Binæ enim rectæ lineæ a b. c d, adinuicē rationē habeāt datā, & describatur ab ipsa quidē a b, data specie species a e b & ab ipsa c d, parallelogrammū f d in dato angulo f c d. Rō autē sit ipsius a e b speciei ad f d parallelogrammū data. Dico q datur d f. parallelogrāmū specie. Describatur enim ab ipsa a b ipsi d f, per 18 sexti ele. simile similiterq́ positū a g. Quoniam ratio ipsius a b ad c d data est. Describāturq́ ab ipsis a b c d similia similiterq́ posita rectilinea a g, f d. Ratio igitur ipsius a g ad f d. data est. Ipsius autē f d ad e b ratio est data. & ipsius e b igitur ad a g, ratio data est, & angul9 qui sub b a h, datus est, æquales enim ei qui sub f c d. Quoniā igitur data specie: specie e b ad unum latus a b proiectū est a g in dato angulo h a b. & ratio ipsius e b speciei ad a g. parallelogrammum data est. Datur igitur a g specie, estq́ similis ipsi f d, datur igitur f d specie.

Theorema 63 Propositio 63



SI triangulum specie datum fuerit, quod ex uno quoq; latere ipsius, quadratum ad triangulum rationem datam habebit.

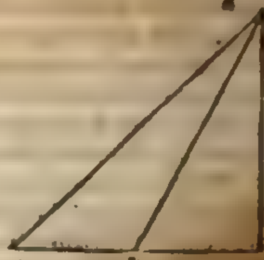


Esto triangulū specie datū a b c. Describaturq́ ex unoquoq; ipsius latere quadratū e b, c d, c f. Dico quod unūquodq; ipsorū e b. c d. c f ad a b c, triāgulum rationē datā habebit. Nam quoniā ab eadē recta linea b c, rectilinea data specie describūtur utcunq; a b c d. Igitur per 49 propositionē, ratio ipsius a b c ad c d data est. Idéq; propterea iam, & utriusq; ipsorum e b & c f ad a b c, triangulū ratio est data.

Theorema 64 Propositio 64



SI triangulum obtusum habuerit angulum datū qua maius quod obtusum angulū subtendit latus, area lateribus obtusum angulū cōprehendentibus ad triangulum, rationem datam habebit.



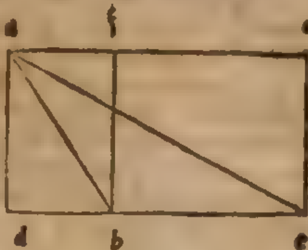
Sit triangulum obtusum habens angulum eum qui sub a b c, datum, extendaturq́ in rectas lineas ipsius b c, recta linea b d. exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso a in c d. perpendicularis a d. Dico quod quo maius est quod ex a c eis quæ ex a b, b c, hoc est quod bis sub d b. b c. ea area ad a b c. triangulū datam rationem habebit. Quoniā nāq; angulus qui sub a b c, per hypothesim datus est, & qui sub a b d, datus est, est aūt & qui sub a d. d b, datus. Reliquus

igitur

igitur qui sub d a b, datus est. Datur igitur d a b triãgulum specie. Ratio igitur ipsius a d ad d b, data est, estq; sicut a d ad d b, sic quod sub a d, b c ad id quod d b, b c, quare & ipsius d a, b c, ad id quod sub d b, b c, ratio data est Et eius quod bis sub d b, b c. igitur ad id quod sub a d. b c, ratio data est. Sed eius quod sub d a. b c ad a c b triangulum ratio est data, & eius igitur quod bis sub d b, b c ad a b c, triãgulum ratio est data, estq; quod bis sub d b, b c. quo maius est quod a c, eis quæ ex a b, b c. ipsa igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.

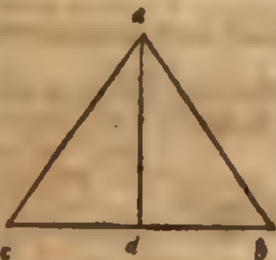
Excitetur ad angulos rectos ab ipso b signo ipsi a d per 11 primi ele. æqua & parallelus b f, & ab ipso a signo ipsi d c, per eandem æqua & parallelus excitetur d c, & connectatur e c, & quoniã per 11 primi elementorum parallelogrammum b e ipsius b a c trianguli duplum est, super namq; eadem basi, & in eisdem est parallelis. comprehẽditurque parallelogrãmum sub f e. e c, æqualis autem est e c. ipsi a d & f e ipsi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum ratio nẽ habet, quare & parallelogrammũ ad triãgulũ ratio est etiam dupla. Quod uero bis sub a d, c b. rationẽ habet datam. ad triangulum quadruplam, est enim sub d c, c b sicut in 2 elementorum.



Theorema 65 *Propositio 65*

SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus potest angulum acutum subtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam,

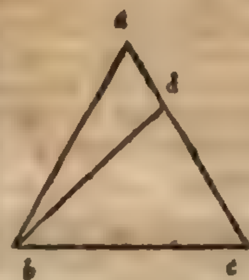
Esto triangulum acutum habens angulum a b c. Exciteturq; ab ipso a per 11 primi elemẽtorum perpendicularis a d. Dico quod qua minus est quod ex d c. eis quæ ex a b, b c, hoc est quod bis sub c b. b d ad a b c triangulum rationẽ habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus est & qui sub a d b, datus est. Reliquus igitur q sub b a d datus est. Datur igitur a b d. triãgulum specie. Ratio igitur ipsius b d ad d a data est. Quare & eius qui sub c b d, ad id quod sub c b. ratio data est, & eius quod bis sub c b, b d igitur. Sed ei9 quod sub c b, b d ad ea quæ ex a b, b c, quo igitur minus est quod ex a c eis quæ ex a b, b c, ea area ad a b c, triãgulum rationem habet datam.



Theorema 66 *Propositio 66*

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulum sub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulum rationẽ habebit datam.

Esto triangulum a b c. datum habens angulum eum qui ad a. Dico q; quod sub b a c ad a b c. triangulum rationẽ habet datam, excitetur enim per duodecimam primi elementorum ab ipso b in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus est. Est autem & qui sub a d b, angulus datus. Et reliquus igitur qui sub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum specie. Ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Sicut autem a b ad b d, sic quod sub b a c ad id quod sub b d a c. Quare & eius qui sub b a c, ad id quod sub b d a c ratio est data. Eius autem quod sub a c, b d ad a b c, triangulum ratio est data. Et eius qui sub b a c. igitur ad a b c, trianguli ratio est data.

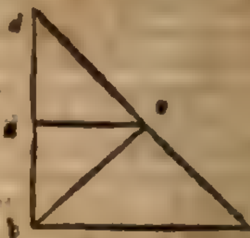


Theorema 67 *Propositio 67*

SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius possint datum angulum comprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reli-

quo, area ad triangulum rationem habebit datam.

Esto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quod quo maius est quod ex utraque b a c. eo quod ex b c. ea area ad a b c, triangulum rationẽ habet datam. Extendatur enim in rectas lineas ipsius a b ipsa a d ponaturq́ ipsa a c æqualis ipsi a d per 3 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, exciteturq́ per 11 primi elementorum ab ipso b ipsi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis est a d ipsi a c. æqualis igitur est & d b ipsi b e. extendituq́ quædam b c. Quod igitur sub d c e, una cum eo quod ex b c, æquum est ei quod ex b d, æqualis autem est d a ipsi a c. Quod igitur ex utroque b a c. æquum est ei quod sub d c e. una cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroque b a c. eo quod ex b c maius est eo quod sub d c e.



Dico iam quod eius quod sub d c e ad a b c triãgulum ratio est data. Quoniam enim angulus b a c, datus est, & cõsequens igitur qui sub d a c, datus est, est autem & uterque ipsorum a b c, d e a datus. Dimidia namque sunt eius qui sub b a c. Datur enim qui sub b a c, datur igitur triangulum d a c specie. Ratio igitur ipsius d a ad d c, data est. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data est. Et quoniam est sicut b a ad a d, sic est e c ad c d, sed sicut quidem b a ad a d, sic quod sub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, sic quod sub e c, c d ad id quod ex c d, & sicut igitur per undecimam quinti elemẽtorum, quod sub b a ad id quod ex d a, sic quod sub e c d, ad id quod ex c d. Et uicissim igitur per decimamsextam quinti elementorum quod sub b a d ad id quod sub e c d, sic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data est. Ratio igitur & eius quod sub b a d ad id quod sub e c d data est. Aequalis autem est d à ipsi a c. Ratio igitur eius quod sub b a c, ad id quod sub e c d, data est, eius autem quod sub b a c, trianguli ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et eius qui sub d c e. igitur ad a b c ratio est data Estq́ quod sub d c e, eo maius quod est ex utraque b a c. eo quod ex b c. Quo uero maius est quod ex utroque b a c, eo quod ex b c ea area ad triãgulum rationem datam habebit.

Aliter.

Construantur enim eadem quæ prius, exciteturq́ per duodecimam primi elementorum ab ipso a in e c perpendicularis a f, connectaturque a d, & quoniam datus est angulus b a c & eius dimidium est angulus a c f est autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c specie. Ratio igitur ipsius a f ad f c, data est, ipsius autem f c ad c e, ratio data est Dupla siquidem eius est. & ipsius igitur e c, ad a f ratio data est. Quare & eius qui sub e c d ad eũ qui sub a f c d ratio data est. Quare & eius qui sub e c d, ad eum qui sub a f c d, ratio data est. Duplum siquidem illius est & eius qui sub e c d, igitur ad eum qui sub a c d, ratio data est, æquum autem est a c d. triangulum ipsi a b c triangulo per trigesimamseptimam primi elementorum. in eadem siquidem basi a c, & in eisdem sunt parallelis a c, b d, & eius qui sub e c d, igitur ad a b c. triangulum ratio est data, estque quæ sub e c d, qua maius est quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius est quod ex utroque, b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

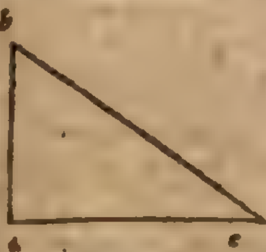


Aliter

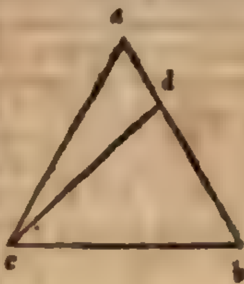
Angulus a aut est rectus, aut acutus, aut obtusus, sit prius rectus, quod igitur ab utroque b a c id quod ex b c excedit eo quod bis sub b a c & eius quod bis sub b a c ad a b c triangulum ratio data est. Esto autem acutus qui sub b a c exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso c in ipsam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c. oxygonium est, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua sunt & ei quod ex b c, & eis quod bis sub b a d. Commune adiungatur quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a c, una cum eo quod bis sub b a c, quod est ex utroque b a c, æqua sunt ei quod ex b c & ei quod bis sub b a d, & insuper ei quod bis sub b a c, hoc

est

est ei quod bis sub utroque e c d & a b. Quare quod ex utroque b a c maius est eo quod ex b c. eo quod bis sub utroque c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroque d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus est, & qui sub a d c quoque datus est. Et reliquus igitur qui sub d c a datus est. Datur igitur triangulum a d c, specie. Ratio igitur ipsius a d ad a c, data est, quare & utriusque d a c ad a c, ratio est data. Et eius igitur quod sub utroque d a c, & a b ad id quod sub b a c, ratio est data. Et eius quod bis sub utroque d a c & a b ad id quod sub b a c ratio est data. Eo quia qui sub b a c, angulus datus est, & eius quod bis sub utroque d a c, & a b igitur ad a b c triangulum ratio data est. Sed iam esto angulus qui sub b a c obtusus, & producta b a in eam per duodecimam primi elementorum perpendicularis agatur c e, & ponatur per secundam primi elementorum ipsi a e æqualis a f.



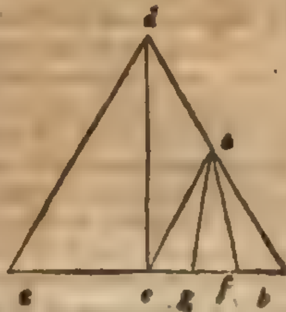
Quoniã igitur angulus b a c, est obtusus excitaturque perpendicularis c e, quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a e, hoc est bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c. Cõmune proiectum sit quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a c, hoc est, ex utroque b a c, una cum eo quod bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis sub b a c. Cõmune auferatur quod bis sub b a f, quod igitur ab utroque b a c æquũ est ei quod ex b c, & ei quod bis sub b a c f. Quare quæ ex utroque b a c. id quod ex b c. excedit eo quod bis sub b a c f. & quoniam angulus b a c. datus est. & qui sub e a c; igitur datus est. Sed & qui sub c e a, datus est. & reliquus igitur qui sub a c e. datus est. Datur igitur a e c triãgulum specie. Ratio igitur ipsius c a ad a e, data est. hoc est ad a f. Quare & ipsius a c ad c f, ratio est data. Ipsius autem a c ad c e ratio est data, & ipsius e c ad c f igitur ratio est data. Quare & eius quod sub e c, a b ad id quod sub c f a b ratio est data. Ipsius autẽ quod ex a b, c e ad a b c, triãgulum ratio est data: quare & eius quod sub c f, b a ad b c triangulum ratio est data. estque quod bis sub f c b a, quo maius est quod ex b c: eo igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.





Aliter.

Excitetur b a & ipsi a c æqualis ponatur d a connectaturque d c. Quoniam igitur angulus a b c datus est, & eius uterque qui sub a d c, a c d, dimidium est. Datur ergo uterque eorum qui sub a d c, a c d, & reliquus igitur qui sub d a c, datus est. Datur ergo triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius a c ad c d, data est. Et quoniam qui sub a d c, datus est, excitetur eidem æquus uterque eorum qui sub d e c, a f c, per uigesimamsecundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipsi d e c æquus est. Cõmunis autem qui sub a b c. ipsius d b e trianguli existens, & ipsius d b c. Reliquus igitur angulus d b e. reliquo angulo b c d est æqualis, æquiangulum igitur est b d e, triangulum ipsi d b c triangulo. Est igitur sicut e b ad b d. sic est d b ad c b. Quod igitur sub e b. b c. hoc est quod sub e c b, una cum eo quod ex c b ei æquum est quod ex b d, hoc est ei quod ex utroque b a c, æqualis enim est d a ipsi a c. Quod igitur sub e c b, una cum eo quod ex c b, æquum est ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroque b a c. id quod ex b c excedit eo quod sub b c e. Dico igitur quod ratio ipsius qui sub b c e ad a b c, triangulũ data est. Quoniã æqualis est angulus b d e, angulo b c d, quorũ qui sub a d c, ei qui sub a c d, est æqualis. Reliquus ergo qui sub c d e, reliquo qui sub a c b est æqualis. Est autem & qui sub d e c, ei qui sub a f c, æqualis: reliquus ergo qui sub c a f, reliquo qui sub d c e, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum a c f, triangulo d e c. Est igitur sicut c a ad a f, sic d c ad c e: & uicissim igitur per decimãsextam quinti

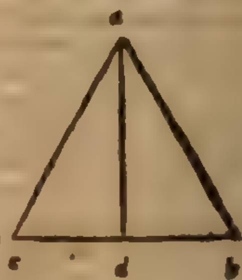


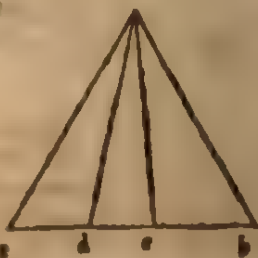
 elementorum

elementorum sicut c a ad d c, sic a f ad c e. Ratio autem ipsius a c ad c d, data est. Ratio igitur ipsius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipso a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus est, est autem & qui sub a g f. datus, & reliquus ergo qui sub g a f. datus est. Datur ergo a g f triangulũ specie. Ratio igitur ipsius f a ad a g. data est, ipsius autẽ f a. a c. c e ratio data est. Quare & quod sub a g b c ad id quod sub b c, c e. ratio data est. Eius autẽ quod sub a g, b c. ad id quod sub a b c, triangulum ratio est data. & eius quod sub b c, c e. ad a b c ratio est data. Est autem quod sub b c. c e, qua maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c. Qua igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex d c. ea area ad triangulum rationẽ habet datam.

Scholium super prima demonstratione 61 propositionis.

Si in triangulo isoscele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in basim, quod ex acta una cum eo quod sub basis segmentis, æquum est ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe isoceles triangulum a b c. æquum habens latus a b lateri a c, & ab ipso a in b c agatur quædã recta linea utcũq; a d. Dico quòd quod ex a d una cum eo quod sub b d c, æquũ est ei quod ex a c. Ipsa a d in b c. aut perpendicularis est aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniã recta linea aliqua b c secatur bifariam in d. Quod igitur sub c d b: æquum est ei quod ex b d. cõmune apponatur quod ex a d, quod igitur sub c d b una cum eo quod ex a d, æquum ei est quod ex a d. d b. At eis quæ ex a d. d b æquum est quod ex a b. Quod uero sub d b una cum eo quod ex a d, æquum est ei quod ex a b. Sed iam non sit perpendicularis a d, exciteturque ab ipso a, in b c perpendicularis a e. Et quoniam recta quædam linea secatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam secundi elementorum quod sub c d b, una cum eo quod ex d e, ei est æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod sub c d b una cum eo quod sub a e, e d, æquum est ei quod ex a e, e b, æquum est autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur sub c d b, una cum eo quod ex a d, eis est æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, est æquum, quod autẽ sub c d b, una cum eo quod ex a d ei quod ex a b.





Scholium in secundam demonstrationem.

Quoniam autem quod sub a f c d. trianguli duplũ sit sic demonstrabimus, excitetur per a ipsi c d, parallelus per trigesimam primi elementorum, ipsa a g. & per eandem ipsi a f. per g parallelus excitetur g h. Bina igitur sunt parallelogramma ipsa a h. a d, supponitur autem a c ipsi d g parallelus super eadem basi a g existentes & in eisdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a h per trigesimamquintam primi elementorum, ipsi a d parallelogrammo æquum est, & quoniam quod sub a f, a g, est ipsum a h. æqualis autẽ est a g ipsi c d & quod igitur sub a f, c f d, est q̃ a h. Duplum autem est a h ipsius a c d triãguli per 41 primi elemẽtorum: quoniam & a d. Quod igitur sub a f, c d, duplum est ipsius a c d trianguli.



Item scholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipsi a c, sicut d a c. & per d ipsi d c. per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifestũ quod manente quidem æquali d a ipsi d c ipsa autem d c ipsi a c. ipsa uero b a ipsi d a, manifestum erit quod dictum est. Quoniam enim sicut se habent bases, sic & parallelogrãma sub eodem fastigio existentia.



Super tertia demonstratione scholium.

Esto recta linea d e, & ipsi quidem d e, ponatur d a, ipsi autem a c, ipsa a c, & ab ipso a ipsi d c per undecimam primi elementorum ad angulos excitetur rectos a b & ipsi a b æqualis

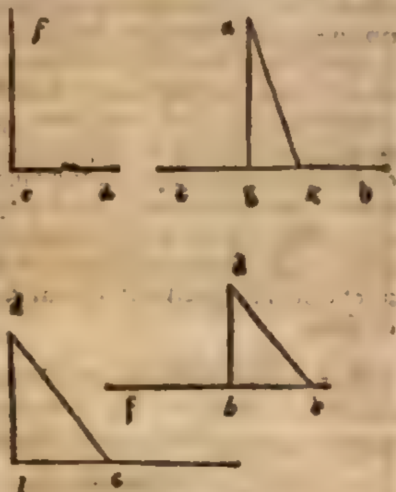
qualis esto d c. Quoniam igitur ipsius d a c ad c a, ratio data est, sicut autem d a c, ad c a, sic quod sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b, & eius quod sub d a c, a b ad id quod sub c a, a b, igitur ratio est data: est autem & eius quod sub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod sub d a c, a b. igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio est data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuso.

Si enim per c ipsi e b: per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipsi e c, agamus parallelos: manifestum enim quòd quod sub e c, a b est ipsum a b & a g ipsius a b c, trianguli duplum est, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: si enim per c ipsi e b, & per a b ipsi e c. per eandem parallelos agamus. manifestum igitur, quæ enim ex a ipsi e c, est æqualis. sicut in superiori scholio habetur.

Super quarta demonstratione 67.

Quoniam autem ipsam d e c, ipsi a d c, æqualem constituere possimus: seorsum ab Apollonio sic demonstrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus est angulo a d c; maior est qui sub b c d. eo qui sub a d c: ponatur, inquam, ipsi b c d, æquus angulus qui sub b d e, & extendatur b c, est autem angulus qui a d b, communis & ipsius d b c, & ipsius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui sub b d c, reliquo qui sub d e c est æqualis. Quoniam autem uniuersaliter sit possibile à dato signo sicut a. in datam rectam lineam b c, deducere rectã lineã æquũ efficientẽ angulũ dato angulo d e f, sic ostẽdemus. Angulus enim d e f. aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. Siquidẽ igitur rectus est, manifestũ. ago enim ab ipso a perpẽdicularẽ a g, æquus igitur est angulus e ipsi g. Sed iã esto angulus d e f, acutus. exciteturq́ per duodecimã primi elementorum ab ipso d in e f, perpendicularis d h, ab ipso autem a in b c ipsa a g, constituaturque ad ipsam a g rectam lineam ad signumque in ea a ipsi e d h. per 23 primi elementorum. æquus angulus g a k. Reliquus igitur qui sub d e f, ei est æquus qui sub a k g. Sed iam esto obtusus angulus qui sub d e f, extensa igitur d e. in l: acutus igitur qui sub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipsi l d e. æqualis ponatur g a k. Sic igitur qui sub d e l, ei est æquus qui sub a k g. Quare & ex consequẽti qui sub d e f, ei qui sub a k b est æqualis.

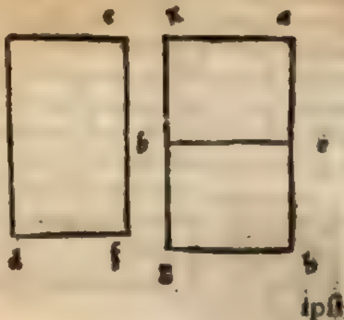


Theorema 61 Propositio 61



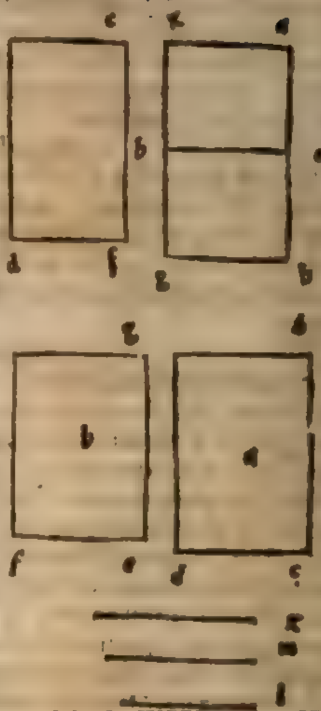
SI bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus, ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina siquidem parallelogrãma a b, c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, sit autem ipsius b e ad f d, ratio data. Dico quod & ipsius a e ad f c, ratio est data comparetur enim ad ipsam e b. parallelogrammum æquum ipsi c d, sitque per uigesimamquintam sexti elementorum e g. ponaturque ut a e ipsi e h, sit in rectas lineas. in rectas igitur lineas est k b ipsi b g. Quoniam igitur ipsius a b ad c d ratio est data, æquum est autem c d ipsi e g. Ratio igitur ipsius a b ad e g, est data: quare & ipsius a e ad e h, ratio est data. Et quoniam æquũ est e g.



ipsi

ipsi c d, est autem & æquiangulum. Igitur per 14 sexti elementorum latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca, est igitur sicut e b ad f d, sic est c f ad e h. Ratio autẽ ipsius e b ad f d data, & ipsius igitur c f ad e h. ratio est data, ipsius autem e h ad a e, ratio est data, & ipsius igitur a e ad c f, ratio est data.



Aliter.

Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipsius a ad b data est, eadem eidem fiat quæ ipsius k ad l. Ratio autẽ ipsius a ad b data, & ipsius igitur k ad l ratio est data. Data autem est k, data igitur & l per cõuersionem primæ diffinitionis. Rursus quoniam ipsius c d ad e f, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius k ad m. Igitur ratio ipsius k ad m data est. Data autem & k, data igitur & m, est autem & l data. Ratio igitur & ipsius l ad m data est, & quoniam æquiangulum est a ipsi b, igitur a ad b rationẽ habet ex lateribus cõpositam, per 23 sexti ele. hoc est ex ea ratione quam habet c d ad e f, & h c ad e g. Sed & k ad l rationem habet cõpositã ex ea quam habet k ad m. & m ad l. Ratio igitur composita ex ea quam habet c d ad e f, & h c ad g e eadem est compositæ rationi ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Quarũ ipsius c d ad e f, ratio eadẽ est ei quæ est ipsius k ad m ratioĩ, reliqua ergo quæ ipsius h c ad g e, ratio eadẽ est ei quæ est ipsius m ad l. ipsius autẽ m ad l ratio est data. Igitur & ipsius h c ad e g, ratio est data.

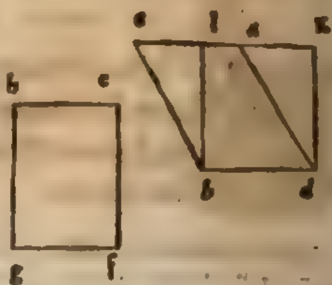
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, assumaturq; quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet cõpositam ex ea quam habet prima ad extrinsecus utcunq; sumptam, & quam assumpta ad alteram.

Theorema 69 *Propositio 69*



SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq; latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit.



Bina siquidem parallelogramma a b, g e, datos habẽtia angulos, eos qui ad d f, ad inuicem rationẽ datã habeant. Ipsius autem d b ad f g, ratio sit data. Dico quod & ipsius a d ad e f ratio data est. Siquidem igitur æquiangulum est a b parallelogrammum ipsi e g, parallelogrammo, manifestũ est. Si autẽ non. Cõstituatur per 23 primi elemen. ad ipsam d b ad signumq; in ea d ei qui sub e f g, æqualis angulus b d k. Compleaturq; d l. parallelogrammum. Quoniã uterq; ipsorũ d a c, a k d, angulorum datus est, & reliquus igitur qui sub a d k, datus est. Datur igitur triangulum a d k specie. Igitur ipsius a d ad d k, ratio data est. Et qm̃ ipsius d c ad f h ratio est data, supponitur enim & est æquũ d c ipsi d l, per 35 primi ele. Ratio igitur ipsius d l ad f h data est. Et æquiangulum est d l ipsi f h, & ratio ipsius d l ad f h data est. Estq; ipsius d l ad e g, ratio data, & insuper ipsius d b ad f g id enim est receptum. Ratio igitur & ipsius d k ad e f data est, & ipsius d k ad d a ratio est data, & ipsius igitur a d ad e f, ratio est data. Scholium.

In uniuersum enim si parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato necessario & consequentes dabuntur, quare & econuerso.

Theorema 70 *Propositio 70*



SI binorum parallelogrammorum quæ circum æquales angulos uel

uel inæquales datos tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum siquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales. datos tamen latera adinuicem rationem habeant datam, hoc est sit ratio ipsius quidem a c ad e f, data itidemque ipsius b c ad f g. Dico quod & ipsius c d ad f h, ratio est data, esto enim æquiangulum c d ipsi f h. Comparetur{que} per uigesimam quintã sexti elemen. ad c b, rectam lineam ipsi f h. parallelogrammo æquũ parallelogrãmum c m, ponatur{que} ut a c ipsi c n, sit in rectã lineam. Igitur & d b ipsi b m, erit in rectam lineam. Et æquum est b n ipsi f h. est autem & æquiãgulũ. Igitur per decimamquartã sexti elementorum ipsorum b n, h f. latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur c b ad f g sic f e ad c n. Ratio aũt ipsius c b ad f g data est. Rõ igitur & ipsius e f ad c n data est, ipsius aũt e f ad a c rõ est data: & ipsius igitur a c ad c n rõ est data. Quare & ipsius c d ad c m, rõ est data: est aũt c m ipsi f h, æquale. Rõ igitur & ipsius c d ad e g, data. Non sit iam æquiangulũ a b ipsi f h. Construatur{que} per 23 primi elemẽtorũ ad ipsam b c, rectã lineam. ad signum{que} in ea c ei qui sub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturque parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus est, & reliquus igitur qui sub a k c. datus est, est autem & qui sub c a k datus. & reliquus igitur qui sub a k c datus est. Datur ergo triangulũ a c k specie. Ratio igitur ipsius a c ad c k est data, ipsius autem a c ad e f. ratio est data. ipsius aũt a c ad e f, rõ est data, & ipsius c k. igitur ad e f, ratio est data, est autem & ipsius c b ad f g. ratio data, æquũ aũt est c l ipsi c d. Ratio ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad f h, data est.

Scholium.

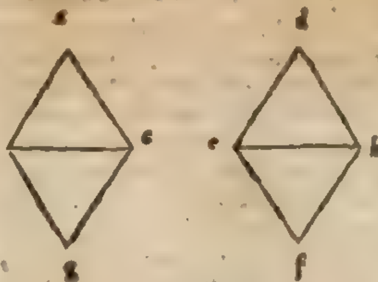
Nam quoniam æquiangulum est a b ipsi e g, æqualis est qui sub a c b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f est æqualis, similiter quoque & alij a c b, in rectum igitur est d b ipsi b m. Quoniam enim parallelus est a g ipsi d m anguli qui sub d b c, b c n, inuicem sunt æquales. Rursus quoniã parallelus est m b ipsi a c. qui sub m b c, a c b sunt inuicẽ æquales, qui sub a c b, b c n, eis qui sub d b c, c b l sunt æquales. Recti enim duo, qui sub a c b, b c n, & qui sub d b c, c b m. Si autem ad aliquam rectã lineam & ad signum & quæ sequuntur ut in 13 primi elementorum.

Theorema 71 *Propositio 71*



I binorum triangulorum quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

Duorum, inquam, triangulorum a b c, & d e h. quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitque ipsius b a ad d e. ratio data, & ipsius a c ad d h. Dico quod & ipsius a b c trianguli ad d e h triangulum ratio est data. Compleantur enim a g, d f, parallelogramma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationẽ datã habebunt. Ratio igitur ipsius a g ad d f data est, ipsius autem a g dimidium est per conuersionẽ quadragesimamprimam primi elementorum.



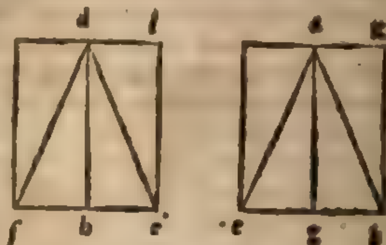
triangulum a b c, ipsius autem d f, per eandem ipsum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e h triangulum data est.

Theorema 72 Propositio 72



I duorum triangulorum bases in data ratione fuerint,& quæ in ipsas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficiẽtes,datos tamen,eos qui ad basim,adinuicem rationem habuerint datam,& eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

Sint bina triangula a b c,d e f,excitẽturq́ a g,d h,aut æquos angulos efficiẽtes a g c,d h f,uel inæquales:datos tamen. Estoq́ ratio ipsius quidẽ b c ad e f data ipsius aũt a g,ad d h,itidem data. Dico q & ipsius a b c triãguli ad d e f,triangulum ratio data est. Cõpleantur enim ipsa k c,l f,parallelogramma. & quoniam anguli a g c,d h f,aut æquales,aut inæquales sunt,dati tñ, æqualis aũt est angulus a g c, angulo k b c,& q sub d h f,ei qui sub l e f. Et qui ad b c. igitur anguli aut æquales aut inæquales sunt,tamẽ dati. Et quoniã ratio ipsius a g ad d h data est, æqualis autem est a g ipsi k b & d h,ipsi l e. Ratio igitur ipsius k b ad l e,data est:est autem & ipsius b c ad e f,ratio data, & qui ad b c,signa anguli aut æquales,aut inæquales sunt,dati tamen. Et ipsius igitur c k,parallelogrammi ad l f,parallelogrammum ratio est data. Quare & ipsius a b c trianguli ad d e f,triangulum ratio est data.

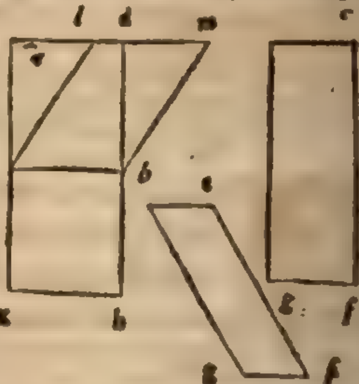


Theorema 73 Propositio 73



I binorum parallelogrammorum quæ circũ æquos aut inæquales angulos,datos tamen,latera sic se habuerint sicut latus ad aliquid aliud,habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationẽ datam & ipsa parallelogramma adinuicem rationẽ datã habebunt.

Binorum,inquam,parallelogrammorũ a b,e g,quæ circũ æquales aut inæquales angulos,datos tamen,eos qui ad c f,latera sic adinuicem se habeãt,ut sit sicut c b ad f g,sic e f ad c k Ipsius autem a c ad c k ratio esto data. Dico quod & ipsius c d,parallelogrammi a e g parallelogrammũ ratio est data. Sit enim prius a b ipsi e g,æquiangulum, comparetúrque per 45 sexti elementorum ad ipsam c b,rectam lineam ipsi e g parallelogrammo æquum c h,ponaturque ut a c ipsi c k,sit in rectam lineam. In rectã igitur est lineam & d b:ipsi b h,& quoniã c h,ipsi e g est æquale. est autem & æquiãgulum c h ipsi e g. Ipsorum igitur c h e g,latera quæ circũ æquales angulos per 14 sexti elemẽtorum sunt reciproca: est igitur sicut b c ad f g,sic est f e ad c k. Sicut autẽ c b ad f g,sic e f,ad quã a c,rõnẽ habet datã. At a c uerbi gratia ad d aut quãpiã aliã rõnẽ habet datã. Ratio igitur ipsius a c ad c k est data. Quare & ipsius a b ad c h,hoc est e g,ratio data est. Non sit autem æquiangulum. Cõstituaturque per 23 primi elementorum ad ipsam c b rectam lineam,ad signaque ad ipsam c ei qui sub e f g,angulo,æquus angulus qui sub b c l,cõpleaturque c m parallelogrammũ. Quoniam uterq; qui sub a c b,l c b angulorum datus est,& reliquus igitur q sub a c l est datus. Datur autem & qui sub c a l,& reliquus ergo qui sub c l a datur. Quare triãgulum a c l specie datur. Ratio igitur ipsius a c ad c l data est. Et quoniã est sicut b c ad f g,sic est e f,a d,quam ipsa a c,rationem habet datã. Ipsius autẽ a c ad c l,ratio est data:est igitur sicut c b ad f g, sic f e ad c l. Estque æqualis angulus l c m,angulo e f g. Ratio igitur ipsius c m parallelogrammi ad e g,parallelogrammũ data est. Aequum autem est c m ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad h g data est.



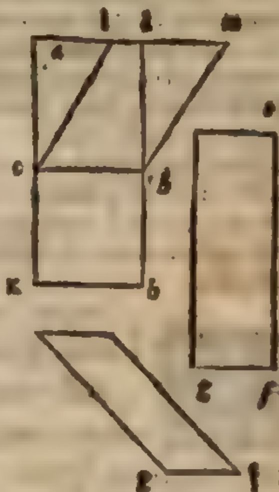
Theorema 74 Propositio 74



I bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint,aut in angulis æqualibus,aut inæqualibus datis tamẽ, erit sicut

sicut primi latus ad secundi latus, sic alterum secundi latus ad quod reliquū primi rationem habet datam.

Bina siquidem parallelogramma a b, e g, adinuicē rationē habeant datā, aut in æqualibus aut in inæqualibus angulis datis tamen eis qui ad c f. Dico quod est sicut c b ad f g, sic est e f ad quod a c, rationem habet datam. Ipsum, inquam, a b. ipsi e g, aut est æquiangulum aut non. Sit prius æquiangulū, cōpareturq́ ad rectā lineā c b ipsi e g. parallelogrāmo per 25 sexti elemētorū æquū parallelogrāmū c h, ponaturq́ ut a c ipsi c k, sit in rectam lineā. In rectā igitur est lineā d b ipsi b h, & quoniā ipsius a b ad e g, ratio est data, æquum autem est e g ipsi c h: ratio igitur ipsius a b ad c h, data est. quare & ipsius a c ad c k ratio est data. Et quoniam æquū est c h, ipsi e g. est aūt & æquiāgulum. Ipsorū igitur c h. e g. per 14 sexti ele. latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur sicut c b ad f g, sic e f, ad quod a c, rationē datam habet. Non sit autem æquiangulum constituaturq́ per 23 primi ele. ad ipsam c b rectam lineā ad signumq́ in ea c ei qui sub e f g, angulo, æqualis angulus l c b. Compleaturq́ c m parallelogrammum. Quoniam igitur ipsius c m ad e g, ratio est data. æquū est autem c d ipsi c m. Ratio igitur ipsius c m ad e g data est, est autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis, est igitur sicut b c ad f g, sic e f ad quod c l rationem habet datam, ipsius autem c a ad c l, ratio est data, est igitur sicut c b ad f g, sic e f ad quod a c, rationem habet datam.

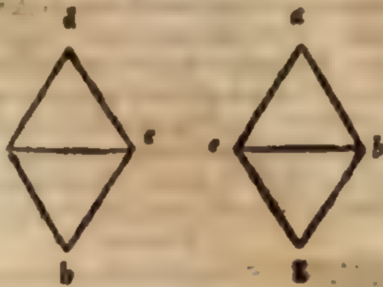


Theorema 75 *Propositio 75*



I bina triangula adinuicem rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis autē in inæqualibus, datis tam, erit sicut primi latus ad secundi latus, sic alterum secundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

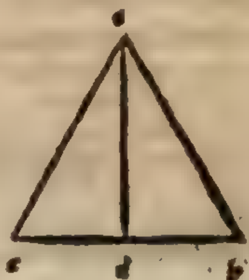
Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datā habentia, sintque anguli qui ad a d aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quod est sicut a b ad d e, sic est d f, ad quod a c, rationem habet datam. Compleantur enim a g d h parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triāgulum ratio est data. Ratio igitur & ipsius a g. parallelogrammi a d. d h parallelogrammum data est. Quoniā igitur bina parallelogramma a g, d h adinuicem rationē habēt datā aut in æqualibus, aut in inæqualibus, angulis, datis tamen. Est igitur per præcedentem sicut a b ad d e, sic d f ad quod a c rationē habet datam



Theorema 76 *Propositio 76*

I à uertice triāguli specie dati in basim perpēdicularis acta fuerit, acta ad basim rationē habet datā.

Sit specie datū triāgulum a b c, exciteturq́ ab ipso a in b c, perpendicularis a d. Dico quod ratio ipsius a d ad b c, data est. Quoniam enim triangulum a b c datum est specie, datus igitur est & qui sub a b d, angulus est autem & qui sub b d a, datus: & reliquus igitur qui sub b a d, datus est: datur ergo triangulum a b d specie. Ratio igitur ipsius a b ad b c data est. & ipsius igitur a d ad c b ratio est data.



Propositio 77 *Propositio 77*

I binæ species specie datæ adinuicem ra

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus speciei ad quod' uis alterius rationem datam habebit.

Binæ, inquam, species a b c, d e f, specie datæ adinuicē rationē habeant datam. Dico quod & unum quoduis latus ipsius a b c ad unum quoduis latus ipsius d e f, rationem habet datam. Describantur per 46 primi elemētorum ex b c, e f quadrata b n, e h. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ species describuntur quæ utcunq; specie sunt datæ scilicet a b c & b n. Igitur per 49 propositionē ratio ipsius a b c ad b n. data est. Idq; propterea tam rursus & ipsius d e f ad e g, ratio est data. Quoniā igitur ipsius a b c ad d e f, ratio est data, sed ipsius quidē a b c ad b n, ratio est data, quare & ipsius b c ad e f: ratio est data.

Theorema 78 Propositio 78



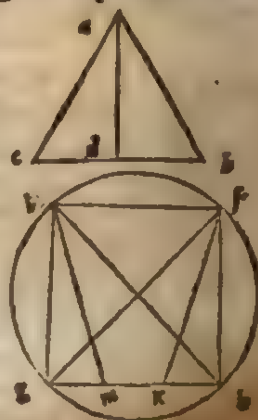
SI data species ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum specie.

Data enim species a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, sitque ipsius f b ad c d, ratio data. Dico quod c d speciē datur. Describatur per 46 primi ele. ex f b, quadratū f g. Cōpareturq; per 25 sexti ele. ad ipsam e d ipsi f g, æquum parallelogrammum e k ponaturque ut c e ipsi e h, sit in rectam lineam, in rectā igitur lineā est & m d. ipsi d k. Et quoniā ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcūque specie data sunt describuntur a f b, f g. Ratio igitur ipsius a f b ad f g per 49 propositionem data est. Ipsius autē a f b ad c d ratio est data. & ipsius ergo f g ad c d, ratio est data. Sed f h ipsi e k est æquale, & ipsius c d ergo ad e k, ratio est data. Quare & ipsius c e ad e h ratio est data. Et quoniā f g ipsi e k, æquum & æquiāgulū est, est autē & rectāgulū. Igitur per 14 sexti el. ipsorū latera reciproca sunt, estque sicut f b ad e d, sic e h ad f l. Ratio autē ipsius f b ad e d, supponitur data. Ratio igitur & ipsius e h ad f l data est. Ipsius autem e h ad c e, ratio est data, & ipsius ergo c e ad f l ratio est data, æqualis autem est f l ipsi f b, quadrati enim. Ipsius ergo l f ad e d, ratio est data componatur enim, & ipsius igitur c e ad e d, ratio est data. & angulus qui ad e rectus est. Datur ergo c d specie.

Theorema 79 Propositio 79



SI bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & ab æqualibus angulis in bases perpēdiculares rectæ lineæ actæ fuerint fuerit aūt sicut primi triāguli basis ad perpendicularem, sic alterius triāguli bases ad perpendicularem, æquiangula erūt ipsa triangula.



Sint bina triāgula a b c, h f g, æquos habētia angulos qui ad f b, exciteturque qer 11 primi ele. ab ipsis f b. perpēdiculares b d, f k, sitautē sicut a c ad b d, sic g h ad f k. Dico quod æquiangulum est b c triangulum ipsi h f g triangulo. Describatur per 5 quarti ele. circū triāgulū f g h circulus, cuius segmētum sit h f g. Cōstituaturque per 23 primi ele. ad ipsam h g rectā lineā ad signūque in ea h ei qui sub b a c angulo æquus

per

angulus qui sub g h l. Connectātur& ipse f l, l g excitetur& per 11 primi ele. perpendicularis l m. Et qm̄ angulus b a d angulo l h g est æqualis, & qui sub h l g ei qui sub a b c, & reliquus igitur qui sub b c a reliquo qui sub h g l, est æqualis. Simile igitur est triangulū b c a ipsi h l g triāgulo & perpēdiculares ductæ sunt b d, l m, est igitur sicut a c ad b d, sic h g ad l m per 76 propositionē. Erat autē sicut a c ad b d sic h g ad f k, supponitur enim. Et sicut igitur per 11 quinti ele. h g ad m l. Sic h g ad f k, æqualis igitur est f k ipsi l m, est autem & parallelus & f l ipsi h g, est æqualis & parallelus. Aequalis igitur est angulus f l h ipsi l h g angulo. Sed qui sub l h g ipsi b a c est æqualis, qui uero sub f l h ipsi f g h est æqualis. Et qui sub b a c igitur ei qui sub f g h est æqualis, est autem & qui sub a b c ei qui sub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui sub b c a, reliquo qui sub f h g est æqualis. æquiangulum igitur est a b c triāgulum ipsi f h g triangulo.

Theorema 80 Propositio 80



I triangulum unum habuerit angulū datum, & quod sub datum angulum comprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod sub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datā. Dico quod ipsum a b c triāgulum specie datur, excitentur enim per 11 primi elemētorum. ab ipsis a b in ipsas b c, c a, perpēdicularis b d, a e. Quoniā igitur angulus b a d. datus est est aūt & qui sub a d b datus. Datur ergo triangulū a d b specie, ratio igitur ipsius a b ad b d. data est, quare & eius quod sub a c b d, ratio est data. Ei autē quod sub a c, b d. æquū est id quod sub b c, a e, utrūque enim eorum ipsius a b c triāguli duplū est. Ratio igitur & eius quod sub b a c ad id quod sub b c, a e data est. Eius autem quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, & eius quod sub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius b c ad a e, ratio est data, exponatur positione, & magnitudine data recta linea f g. Describatur& super ipsa f g segmentum f h g per 33 tertij ele. datū habēs angulū æquū ipsi b a c. Datus autē est qui sub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, segmēto angulus. positione igitur est segmentū f h g excitetur per 11 primi ele. ab ipso g ipsi f g ad angulos rectos g k, positiōe igitur est g k fiat& sicut b c ad a c, sic f g ad g k. Ratio autem ipsius b c ad a e data est. Ratio igitur & ipsius f g ad g k data est. Data autem est f g. data igitur & g k. sed & positione. est& datū ipsum g, datū igitur & k excitetur per 31 primi ele. per ipsum k ipsi f g. parallelus k h positiōe igitur est k h, positione autē ipsum f h g. Datū igitur est signū h. Cōnectatur f h, h g. excitetur& per 11 primi ele. ppēdicularis h l. Data igitur est h l. est autē & h signū datū. Et utrū& ipsorū f g. Datur igitur unaquæ& ipsarū h f. f g, g h, positiōe & magnitudine datur ergo f h g, triangulum specie Et quoniā est sicut b c ad a e. sic f g, ad g k, æqualis autem est g k. ipsi h l, est igitur sicut b c ad a e. sic f g ad h l est& æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur est per præcedentem a b c, triangulū ipsi h f g triangulo. Datur aūt h f g triangulū specie, datur igitur & a b c triangulum specie.

Aliter.

Sit triangulum a b c, datum habēs angulum qui ad a, sit autem eius quod sub b a, a c, ad id quod ex c b ratio data. Dico quod triangulum a b c specie datur. Nam quoniā angulus b a c. datus est. qua igitur maius est quod ex utro& ipsius b a c, eo quod eo b c, ea area ad b a c triāgulum rationē habet datā, qua autē est maius quod ex utroque ipsius b a c eo quod ex b c sit area d. Ratio igitur





ipsius d areæ ad a b c, triangulum data est. Ipsius aūt a b c ad id quod sub b a c ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et ipsius igitur d areæ ad id quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius igitur d ad id quod ex b c ratio est data, & cōponendo igitur per 18 quinti elemen. ipsius d areæ una cum ea quod ex b c, ad id quod

ex b c,ratio est data. Sed area d una cũ ea quæ ex b c est id quod ex utraque b a c. Ratio enim eius quod ex utraq; b a c ad id quod ex b c data est. quare & utriusque b a c ad b c ratio data est, estq; angulus qui sub b a c, datus: datur igitur triangulũ a b c specie.

Theorema 81 Propositio 81



I tres rectæ lineæ proportionales, existẽtes tribus rectis lineis ꝓportionalibus existẽtibus, extremas in rõne data habuerint, medias in data ratione habebunt & si extrema ad extremam rationem datam habuerit, & media ad mediam reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

Tres, inquam, rectæ lineæ proportionales existentes a, b, c, tribus rectis lineis proportiõalibus existẽtibus d e f, extremas in data rõne habeãt, sitq; ipsius quidẽ a ad d ratio data, ipsius autem c ad f, ratio quoq; data. Dico quod ipsius b ad e, rõ est data. nã qm̃ ipsius a ad d ratio qdẽ data est, ipsius aũt c ad f, rõ quoq; est data. Rõ igitur eius quod sub a c ad id q sub d f, data est. Sed ei quidẽ quod sub a c, æquũ est id q ex b, per 17 sexti ele. ei autem quod sub d f per eandẽ: æquũ est id qđ ex e, ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data est, quare & ipsius b ad e, ratio data est. Esto sã rursus ipsius quidẽ a ad d ratio data, ipsiusq; b ad e, ratio est data. Dico qđ & ipsius c ad f ratio est data. Nam quoniã ratio ipsius a ad d est data, ipsius autẽ b ad e, ratio est data: rõ quoq; eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidẽ qđ ex b æquũ est id quod ex a c per 17 sexti ele. Ei aũt quod ex e, per eandẽ æquũ est id quod sub d f: ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f est data, & unius lateris a ad unum latus d ratio est data, & reliqui igitur c ad reliquum f ratio est data.

Theorema 82 Propositio 82



I quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad quam secunda rationem habet datam, sic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportiõales a, b, c, d, sicut a ad b sic c ad d. Dico quod est sicut a ad quã b rationẽ habet datã. Sic c ad quã d rationẽ habet datã: esto enim ad quã b rõnẽ habet datã e, fiatq; sicut b ad e, sic d ad f. Ratio aũt ipsius b ad e data, ratio igitur ipsius d ad f data. Et qm̃ est sicut a ad b, sic c ad d. Est autẽ & sicut b ad e, sic d ad f, ex æquali igitur per uigesimã secundam quinti elemẽ. sicut a ad e, sic c ad f. Estq; e ad quam b rationẽ habet datam & f ad quã d: est igitur sicut a ad quã b rationẽ habet datã, sic c ad quam d rationẽ habet datã.

Theorema 83 Propositio 83



I quatuor rectæ lineæ sic se adinuicem habuerint, sicut tribus assumptis ex ipsis quomodocũq;, & quarta eisdẽ proportiõali assumpta ad quã reliqua earũ quæ in principio quatuor linearum rectarũ rõnẽ habet datã, proportionales gigni ipsas quatuor rectas lineas, erit sicut quarta ad tertiã, sic secũda ad quam prima rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ a, b, c, d, sic se habentes adinuicẽ ut tribus ex ipsis quomodocũq; assumptis, & quarta eisdem hoc est e ad quã d rationẽ habet datã proportionales fieri ipsas a b c e, rectas lineas. Dico qđ est sicut d ad c,

sic b

ſic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniã eſt ſicut a ad b, ſic c ad e. Quod igitur ſub a e, ei eſt æquum quod ſub b c, per 16 ſexti ele. Et quoniã ratio ipſius e ad d, data eſt. Ratio igitur ipſius quod ſub a d ad id quod ſub a e data eſt. Quod autem ſub a e, ei eſt æquum quod ſub b c. Ratio igitur eius quod ſub a d ad id quod ſub b c data eſt, igitur ſicut d ad c ſic b ad quam a rationem habet datam.

Theorema 54 *Propoſitio 54*



I binæ rectæ lineę datam areolam comprehẽderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipſarum utraque data erit.

Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo ſub a b c. At c b ipſa b a dato maior ſit. Dico ꝙ utraqꝫ ipſarũ a b. b c. data eſt. Nã quoniã c b ipſa b a dato maior eſt. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipſi a b, eſt æqualis: Cõpleatur a c. Et quoniã æqualis eſt a b ipſi b d. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Datus autem eſt angulus a b d. Datur igitur a d ſpecie. Quoniã igitur a c data eſt. ad datam d c adiũgitur excedẽs ſpecie dato a d. Datur igitur exceſſus per 59 datorũ. Data igitur eſt b d. Sed & d c. Igitur tota b c data eſt, eſt autem & a b data, utraque igitur a b, b c data eſt.



Theorema 55 *Propoſitio 55*



I binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, fuerit aũt & utraque ſimul data, & ipſarũ utraque data erit.

Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datã areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quod & utraqꝫ ipſarũ a b, b c, data erit. Extendatur c b in d ponaturqꝫ per 3 primi ele. ipſi a b æqualis b d, & per 31 primi ele. per d ipſi b a parallelus excitetur d e Compleaturqꝫ a d. & quoniam æqualis eſt d b ipſi b a. Et angulus a b c datus eſt, qm̃ & qui ex utraque parte datus eſt, datur igitur e b. ſpecie. Et qm̃ a b c, ſimul data eſt, æqualis autẽ eſt & a b ipſi d b. Data igitur eſt d c. Quoniã igitur a c data eſt, ad datam d c comparatur deficiẽs ſpecie dato e b, igitur per 58 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur ſunt ipſæ a b, b d. Sed & utraqꝫ ſimul a b c, data eſt. Data igitur eſt utraqꝫ ipſarũ a b, b c.



Theorema 56 *Propoſitio 56*

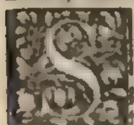


I binę rectę lineæ datam areolam comprehenderint in da to angulo, potuerit autem utraque utraque dato maius quàm in ratione, & ipſarum utraque data erit.

Binæ, inquã, rectæ lineæ a b, b c datam areã cõprehendant a c, in dato angulo a b c, quod autẽ ex b c eo quod ex a b dato maius ſit quàm in ratione. Dico quod & utraque ipſarũ a b, b c, data eſt. Nã qm̃ quod ex c b eo quod ex b a dato maius eſt ꝙ̃ in ratione. Auferatur datum, ſitqꝫ quod ſub c b, b d. Reliqui igitur quod ſub c d. c b ad id quod ex a b ratio data eſt. Et quoniã quod ſub a b, b c, datũ eſt, eſt aũt quod ſub c b. b d datũ. Ratio igitur eius quod ſub a b, b c ad id quod ſub c b, b d, data eſt. Sicut autẽ qđ ſub a b. b c, ad id quod ſub c b, b d: Sic a b ad b d. Quare & ipſius a b ad b d ratio eſt data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio eſt data. Eius aũt quod ex a b, ad id quod ſub b c. c d ratio eſt data. & eius quod ſub b c, c d igitur ad id quod ex d b ratio eſt data. Quare & eius quod quater ſub b c, c d ad id quod ex b d ratio eſt data. Et eius igitur quod quater ſub b c, c d una cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio eſt data. Sed id quod quater ſub b c, c d una cum eo quod ex b d id eſt quod ex utroqꝫ ſimul eſt ipſius b c, c d. Ratio igitur utriuſqꝫ ſimul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data eſt. Quare & utriuſqꝫ b c, c d, ad b d, ratio data eſt. Et componendo igitur per 18 quinti ele. binarum b c ad b d, ratio eſt data. Quare unius c b ad b d ratio eſt data. Sicut autem c b ad b d, ſic quod ſub c b, b d ad id quod ex b d. Et eius quod ſub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio eſt data. Datum autem quod ſub c b d, datum igitur & quod ex b d, Data igitur eſt b d. quare & b c, data eſt, ipſius enim c b ad b d ratio eſt data: & da-



tur b d. Datur igitur & b c, eſt aũt & a c, datũ, & angulus a b c datus. Data igitur eſt a b, utraq; igitur ipſarum a b, b c. data eſt. *Theorema 87* *Propoſitio 87*


I binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datã in dato angulo, quod à maiori uero minore dato maius fuerit, & ipſarum utraque data erit.

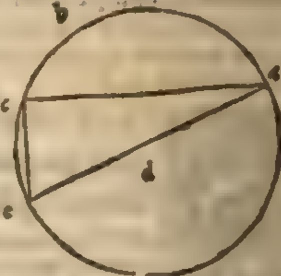
Binæ, inq;, rectæ lineæ a b, b c datã areã cõprehẽdant a c in dato angulo a b c, quod aũt ex a b dato maius eſto, eo q ex b c, dico q utraq; ipſarũ a b, b c data eſt. Nã qm̃ quod ex a b. eo quod ex b, dato maius eſt. Auferatur datũ ſitq; quod ſub a b, b d. Reliquũ igitur quod ſub b a. a d, æquum eſt ei quod ex b c. Et quoniã quod ſub a b, b c, datũ eſt. eſt aũt & quod ſub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod ſub a b, b d ad id q ſub a b, b c data eſt. Eſtq; ſicut quod ſub a b, b d ad id quod ſub a b, b c, ſic d b ad b c. Ratio igitur ipſius d b ad b c. data eſt. Ratio igitur & eius quod ex d b. ad id quod ex b c data eſt. Ei autem quod ex b c. æquũ eſt id quod ſub b a. a d. Ratio igitur eius quod ſub b a, a d, ad id qđ ex d b, data eſt. Et eius igitur quod quater ſub b a, a d una cũ eo quod ex d b ad id qđ ex d b ratio eſt data. Sed quod quater ſub b a. a d una cum eo quod ex b d, id eſt quod ex utraq; ſimul ipſarũ b a. a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; ſimul b a, a d. ad id quod ex d b data eſt. Ratio igitur & utriuſque ſimul b a ad d b data eſt. Et cõponẽdo igitur p 11 qnti ele. utriuſq; ſimul b a, a d una cũ ipſa d b hoc eſt binarũ a b ad b d. ratio eſt data, & unius igitur a b ad d b, rõ eſt data. Ipſius autẽ d b ad b c. ratio eſt data. Et ipſius igitur a b ad b c, ratio eſt data. Et qm̃ ipſius a b ad b d ratio eſt data, eſtq; ſicut a b ad b d. ſic quod ex a b ad id quod ſub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod ſub a b, b d data eſt. Datũ aũt eſt q ſub a b, b d. Sic enim datũ aufertur. Datũ igitur eſt & qđ ex a b. Data igitur eſt a b. eſtq; ratio ipſius a b ad b d data. Data igitur eſt & b c.



Theorema 88 *Propoſitio 88*

I in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit aſſumens ſegmẽtũ capiẽs angulũ datũ, datur acta magnitudine.

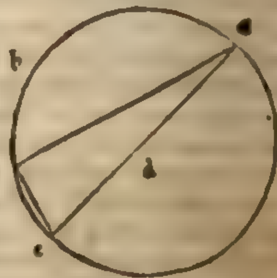
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c aſſumẽs ſegmẽtũ a e c, accipiẽs angulũ datũ. Dico quod a c datur magnitudine. Aſſumatur enim per 1 tertij ele centrũ circuli ſitq; illud d, & cõnexa a d & extẽdatur in e & cõnectatur c e. Datus igitur eſt qui ſub a c e. rectus enim eſt. eſt aũt & q ſub a e c. datus, & reliquus igitur qui ſub c a e. datus eſt, datur igitur triãgulũ a e c ſpecie. Ratio igitur eſt ipſius a e ad a c data, data autem eſt ea magnitudine, quoniã & circulus datur magnitudine. Data igitur eſt a c magnitudine.



Theorema 89 *Propoſitio 89*


I in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur ſegmẽtũ capiens angulũ datum.

In circulo eñ magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quod relinquetur ſegmẽtũ capiens angulũ datũ. Accipiatur enim per 1 tertij ele. cẽtrũ circuli ſitq; illud d & cõnexa a d extẽdatur in e, & qm̃ utraq; ipſarũ e a, a c eſt data. Rõ igitur ipſius e a ad a c, data eſt. Et angulus qui ſub a c e. rectus eſt. Datur igitur a c e triãgulũ ſpecie. Dat⁹ igitur eſt angulus a e c.

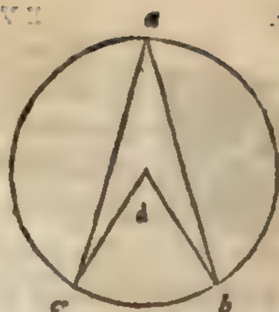


Theorema 90 *Propoſitio 90*


I in circuli poſitione dati circunferentia aſſumptũ fuerit ſignũ datũ, ab hoc autẽ ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum angulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim poſitione dati a b c in circũferẽtia accipiatur datũ ſignũ b, ab ipſo aũt b refringatur recta linea b a c, datũ efficiẽs angulũ b a c. Dico quod c ſignũ datur. Aſſumatur

tur per 1 tertij elementorũ. Ipsius circuli centrũ d & cõnectãtur b d, d c. Et qm̃ utrũq; ipsorũ b d, datũ est positione igitur est ipsa b d. Et qm̃ angulus b a c, datus est. Datus igitur est angulus b d c. Quoniã igitur ad positione rectam lineã b d ad signũq; d recta linea excitatur d c datũ efficiẽs angulũ b d c. Data igitur ipsa d c positiõe, datus est aũt & circulus a b c. Datũ igitur est c signum.

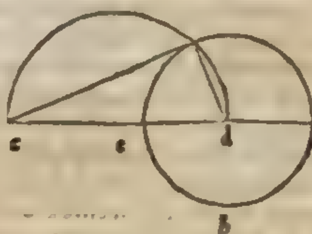


Theorema 91 *Propositio 91*



SI à dato signo, positiõe datũ cir culũ tãgẽs recta linea acta fuerit, datur acta põne & magnitudine.

A dato enim signo c positiõe datũ circulũ a b tãgẽs recta linea excitetur c a. Dico q; c a recta linea datur positiõe & magnitudine. Accipiatur enim p 1 tertij el. ipsius circuli cẽtrũ d, & cõnectatur d a. & qm̃ datũ est utrũq; ipsorũ d c, data est igitur d c, estq; ãgulus d a c, datus igitur sup c d, descriptus semicirculus ueniet p a, ueniat sitq; d a c, positiõe igitur est d a c, positiõe aũt est a b circulꝰ. Igitur a datũ est. Sed & c datũ est. Data igitur est a c põne & magnitudine.



Theorema 92 *Propõ 92*

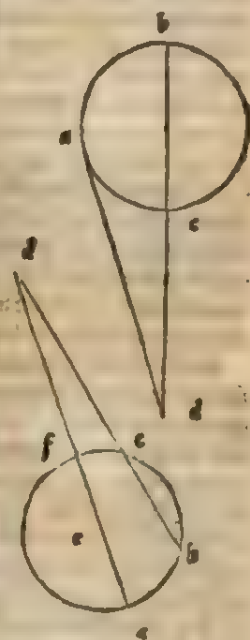


SI extra circulũ positiõe datũ assumptũ fuerit aliquod datũ signũ ab ipso aũt signo in circulũ acta fuerit aliqua recta linea, quod sub acta & ea quæ inter ipsum signũ & curuã circũferentiam comprehẽsum rectangulum datum.

Extra enim circulũ positiõe datũ a b c assumatur signũ aliquod d, ab ipso aũt d signo extẽdatur recta linea d b secãs circulũ. Dico q; quod sub b d, d c datũ est, excitetur enim ab ipso d signo ipsum a b c, circulũ tãgẽs, recta linea d a per 17 tertij ele. Data igitur est d a positiõe & magnitudie. Qm̃ igitur data est a d, datũ igitur est & quod ex a d, & est æquale ei quod sub b d, d c, per 36 tertij el. Datũ igitur est quod sub b d, d c.

Aliter.

Assumatur per 1 tertij ele ipsius circuli cẽtrũ e, & cõnectatur d e, extẽdatur in a & quoniã datũ est utrũq; ipsorũ e d. Data igitur est e d positiõe Datur autẽ & a b f circulus. datũ igitur est utrũq; ipsorũ a f, est aũt ipsum d datũ. Data igitur est utraque ipsarũ a f, f d Datũ igitur est quod sub a d, d f & ei est æquũ quod sub b d, d c ei quod sub a d, d f. Datum igitur est quod sub b d, d c.

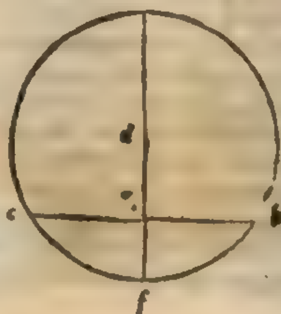


Theorema 93 *Propositio 93*



SI in circulo positione dato, assumptũ fuerit aliquod datũ, ac per signũ illud acta fuerit aliqua recta linea in ipso circulo, quod sub actæ sectionibus comprehensum rectangulũ datũ est.

In circulo enim dato positione b c accipiatur signum aliquod datum a, ac per a excitetur quædam recta linea b c. Dico quod quod sub b a, a c datum est. Assumatur enim per primam tertij elemen. ipsius circuli centrum sitque d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrũq; ipsorum d a, datum est, positione igitur est d a, positiõe autem & c b f circulus. Datum igitur est utrunque ipsorum f e, est autem & a datum. Data igitur est utraque ipsarum f a, a e. Datum igitur quod sub f a, a e. & ei est æquũ quod sub b a, a c, datum igitur est quod sub b a, b c.





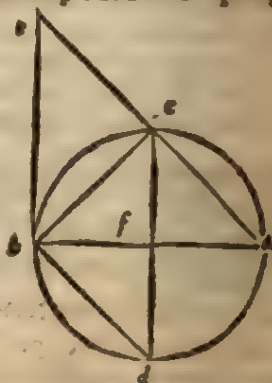
SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, assumens segmentum capiens angulum datum, & qui in segmento angulus bifariam sectus fuerit, utraque simul angulum datum comprehendens ad secantem angulum bifariam rationem habebit datam, & quod sub utraque simul angulum datum comprehendente recta linea, & infra assumpta ab ea quæ angulum bifariam ad circunferentiam dispescit datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c assumens segmentū capiens angulum datum qui sub b a c, seceturq́ ipse b a c per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriusq́ simul b a c ad a d, data est: & etiā quod datū est id sub utraq́ simul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniā in circulo magnitudine dato d a c. excitatur b c assumēs segmentū b a c, capiens angulū datū b a c. Data igitur est b c magnitudine. Idq́ propterea iam & b d, data est magnitudine. Ratio igitur ipsius b c ad b d data est. Et quoniam angulus b a c, bifariam secatur à linea recta a d est igitur sicut b a ad a c, sic b e ad e c, uicissim igitur p 16 quinti ele. sicut a b ad b e, sic a c ad c e, & sicut utraq́ simul b a c ad b c, sic a c ad c e. Et quoniā angulus b a e angulo e a c. est æqualis, est autem & qui sub a c e. ei qui sub b d e æqualis. Reliquus igitur qui sub a e c, reliquo qui sub a b d, est æqualis, æquiangulum igitur est a e c triangulum ipsi a b d triangulo. Est igitur sicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed sicut a c ad c e, sic utraque simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti ele. utraq́ simul b a c ad b c, sic a d ad d b. uicissim igitur per 16 quinti el. sicut utraq́ simul b a c ad a d, sic b c ad b d. Ratio autē ipsius b c ad b d data est. Ratio igitur & utriusq́ simul b a c ad a d data est. Dico quod & quod sub utraq́ simul b a c, & d e datum est: nā quoniā æquiangulum est triangulum a e c ipsi d e b, triāgulo, est igitur sicut b d ad d e, sic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, sic est utraq́ simul b a c ad b c. & sicut igitur per 11 quinti ele. utraque simul b a c ad b c. sic est b d ad b e. Igitur quod sub utraque simul b a c & d e æquum est ei quod sub c b & b d. Datum est quod sub c b, & b d datum igitur & quod sub utraque simul b a c, & e d.



Aliter idem.

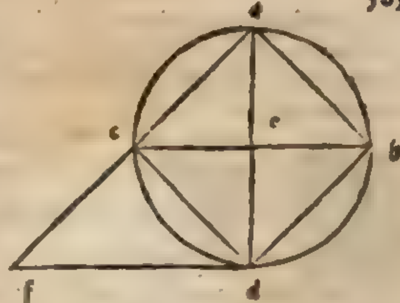
Extendatur a c. in e, ponaturq́ ipsi c b æqualis c e. connectāturq́ e b, b d. Et qm̄ qui sub a c b, duplus est utriusq́ ipsorum a c d, c e b, æqualis igitur est qui sub c b e angulus ei qui sub a c d, hoc est ei qui sub a b d. Cōis pōatur qui sub a b c. Tot9 igitur qui sub d b c, toti qui sub f b e. est æqualis est aūt & qui sub c a b, ei qui sub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui sub c e b, reliquo āgulo qui sub d c b est æqualis, æquiāgulū igitur est e a b triāgulū ipsi c d b triāgulo. Est igitur sicut e a ad a b Sic c d ad d b. Ipsa aūt utraq́ d e est ipsa a c b, & sicut igitur utraq́ ipsarū simul a c b ad a b, sic c d ad b d. Et uicissim igitur per 16 quinti ele. sicut utraque simul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem est ipsius a b ad d b data: utraq́ enim ipsarum data est. Ratio igitur & utriusq́ simul a c b ad c d data est. Et qm̄ æquiangulū est triangulū e a b triangulo f b d: est igitur sicut e a ad a b, sic b d ad d f. Ipsa autem e a, utraq́ est a c b. & sicut igitur utraq́ a c b ad a b. sic b d ad d f. Igitur quod sub utraq́ simul a c b & f d æquū est ei quod sub a b, b d. Datū est aūt q sub a b, b d. Data igitur ipsarū utraq́. Datū igitur est & quod sub utraq́ simul a c b & f d.



Aliter idem.

Extēdatur a c. in f ponaturq́ ipsi b a æqualis c f. Cōnectāturq́ b d, d c, d f, & qm̄ æqualis est b a ipsi c f. & d b ipsi d c. Binæ iā a b, b d binis f c, c d, sunt æquales altera alteri, & angulus q sub a b d, angulo q sub d c f, est æqualis. qn̄ quidē a b c d, quadratū est. basis igitur a d per 4 primi ele. basi d f, est æqualis, & triāgulū a b d, triangulo c d f, est æquale, & reliqui

ſi qui anguli reliquis angulis æquales erũt, quos æqualia latera ſubtendunt. Igitur angulus b a d, angulo d f c eſt æqualis: datus autẽ eſt angulus b a d. datus igitur eſt & qui ſub d f c angulus: eſt aũt & qui ſub d a f angulus datus. Datur igitur triangulum a d f ſpecie. Rõ igitur ipſius f a ad a d, data eſt. At a f, utraque eſt ſimul b a c, eo quia æqualis eſt c f, ipſi b a. Ratio igitur utriuſque ſimul b a c ad a d, data eſt, & ſimiliter ſicut prius demonſtrabimus quod id quod ſub utraque b a c, & e d datum eſt.

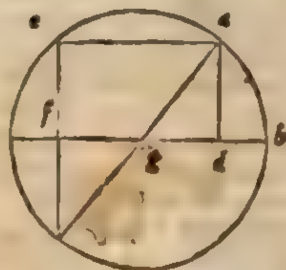


Theorema 95 Propoſitio 95



SI in circuli poſitione dati diametro datũ ſignum aſſumptũ fuerit, ab ipſo aũt ſigno ad ipſum circulũ proiecta fuerit aliqua recta linea, & à ſectione ad rectos angulos acta fuerit ipſi excitatæ, à ſigno aũt in quod cõcurrit quæ ad rectos angulos ipſi circuli circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatæ. Datũ eſt ſignũ ꝙ concurrit parallelus diametro, & quod ſub parallelis comprehẽſum rectãgulũ datũ erit.

In circuli enim a b c, poſitione dati diametro b c aſſumptum ſit datũ ſignũ d ac per ipſum d ad circulũ producatur quædã utcũq; recta linea d a, ab ipſo autẽ a ipſi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipſi a d, per 31 primi ele. parallelus excitetur e f. Dico quod f datum eſt, & quod ea quæ ſub a d, e f, area data eſt extẽdatur e f in h, & cõnectatur a h. Quoniam angulus h e a, rectus eſt, & h a dimetiẽs eſt circuli a b c, eſt autẽ & b c dimetiẽs. Igitur g centrũ eſt circuli a b c. Datũ igitur eſt ſignũ g, eſt aũt & d datũ. Data igitur eſt d g, magnitudine: & quoniã a d ipſi e h. parallelus eſt. Et æqualis eſt h g ipſi g a, per 15 diffinitionẽ primi el. & d g ipſi g f & a d, f h. Data igitur d g. Data igitur eſt & f g. Sed & poſitione. Vtraq; igitur ipſarũ g f, g d data eſt, & g datũ eſt. Datũ igitur & f. & quoniã in circulo a b c poſitiõe dato, aſſumitur ſignũ f datũ, & extenditur e f h. Datũ igitur eſt per 91 datorũ, quod ſub e f, f h, æqualis aũt eſt h f ipſi d a. Datum igitur eſt quod ſub a d, e f.



Finis Datorum.

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

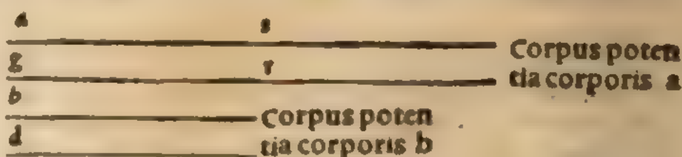
Diffinitiones. 1 Æqua magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent æqua. 2 Diuerſa magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent non æqua. 3 Grãdiora magnitudine dicũtur corpora, quæ loco ſunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora ſunt, quorũ & tempore & aére aquáue media æqualibus & per æqualia interualla æquales ſunt motus. 5 Diuerſa potentia corpora ſunt, quorum tẽpore diuerſo motus ſunt æquales. 6 Diuerſorũ potẽtia corporum, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis inſumpſit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiuſdem corpora ſunt, quæ cum æqua magnitudine ſint, etiam ſunt potentia. 8 Diuerſa genere corpora ſunt, quæ cum æqua magnitudine ſint, potentia non ſunt, per idem licet medium moueãtur. 9 Diuerſorum genere corporum, potentius id dicitur, quod eſt ſolidius.

Theorema primum

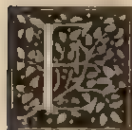


Theoremata DIuerſorum potentia corporum, quod ſpatium amplius mouetur, habet amplius potentiæ.

Sint a & b corpora duo, sint g d & e f spatia duo, g d maius per quod a, e f, minus per quod b mouetur resecabo à spatio g d, g r spatium, sic ut sit e f spatio spatiũ g r æquale. Cætera sponte patent.



Theorema secundum



Orundem genere corporũ si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æque ipsorum potentiæ multiplices.

Sit corpus a g, eodem genere corpori d, duplum, dico etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uero & a g iuxta multiplicis excessum in a b & b g, diuidatur, sic ut utriusque potentia ipsius d corporis potẽtiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuisimus, sic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potentia diuidamus. Liquidum est e h potentiã duplum potentiæ c euadere.

Theorema tertium



Orundẽ genere corporũ, proportio & magnitudine, & potentia est eadem.

Sit à corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potẽtia g ad corporis b potentiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æque utrinque multipliciter diuidamus.

Corpus potentia corporis a

Corpus potentia corporis b

Theorema quartum



Væ corpora, æqua potentia eiusdem generis corpori sunt, eiusdẽ sunt inter se generis, ablatis enim æqualibus illi tertio, erũt ipsorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

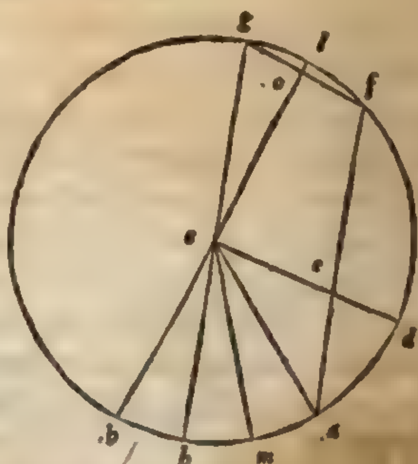
Quorũ corporũ & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdẽ erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiã d, dico a, b, corpora generis eiusdẽ esse. Statuamus. n. a corpus, æquale corpori cuius potentia sit r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a quæ est g. Reliqua patẽt.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.



Atum triangulum in tria æqualia diuidere.

Sit angulus datus c. uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos quod sic facio. Pono primo c, cẽtrũ circuli describendo circulũ usque quo secẽt circũferẽtiã in pũctis a & b, tũ a pũcto c quod est centrũ circuli, duco lineã c d perpẽdiculariter ad lineã c b & in linea c d assignabo pũctũ e, a quo duco lineã ad æqualitatẽ c b usque quo secet circũferẽtiã circuli in pũcto f, & produco usque ad a, dein de protraho lineã g h æquidistãtẽ f a quæ, s. g h trãseat per cẽtrũ, & duco lineã f g æquidistãtẽ lineæ e c & protraho lineã c b in cõtinuũ & directũ usque ad l quæ secat lineã f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia, dico ergo quod arcus l g est æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l c g est æqualis angulo h c b cũ sint cõtra se positi. Cum igitur arcus f g sit duplus arcui l g erit duplus arcui h b, sed arcus f g est æqualis arcui h a cum sint inter duas æquidistantes lineas quæ sunt f a & g h ergo arcus h a est duplus arcui h b, ergo



& an-

& angulus a c h est duplus angulo h c b, diuidã ergo angulum c h per æqualia per lineam c ut patet propositum.



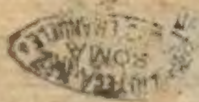


Ntra datum circulum nõ angulũ æquilaterũ atque æquiangulum designare. Quod sic fieri potest, iuxta doctrinã secundæ huius inscribo circulo assignato triangulũ æquilaterum atq; æquiangulum qui sit a b c, & unumquemque angulum eius diuidam per tria æqualia & protraham lineas diuidentes angulos usque ad circunferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales, de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales protraham enim cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum.

REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z.
A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
Aa Bb Cc, Omnes sunt terniones
præter † qui est duernio.

BASILEAE APVD IOHANNEM
HERVAGIVM, ANNO
M. D. XXXVII.
MENSE AVGV-
STO.



Domnus Petronius de Bononia vtebatur 1616

FINE